

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

IVAN HIPÓLITO FONSECA CABRAL

**APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DE SITUAÇÕES
DIDÁTICAS COM MICROCONTROLADORES DIGITAIS**

MANAUS – AM

2021

IVAN HIPÓLITO FONSECA CABRAL

**APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DE SITUAÇÕES
DIDÁTICAS COM MICROCONTROLADORES DIGITAIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa 03: Tecnologias para Educação, Difusão e o Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. José Luiz de Souza Pio

MANAUS – AM

2021

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

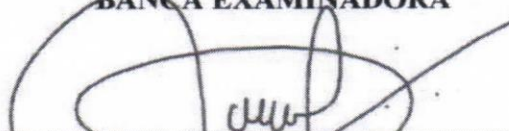
C117a Cabral, Ivan Hipólito Fonseca
Aprendizagem do conceito de função por meio de situações didáticas com microcontroladores digitais / Ivan Hipólito Fonseca Cabral . 2021
123 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: José Luiz de Souza Pio
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas.

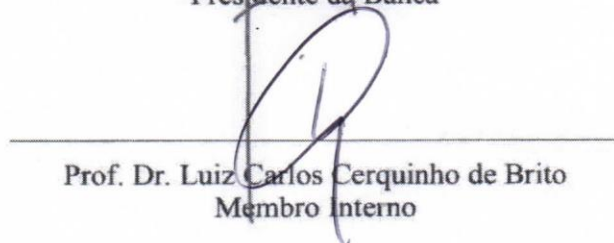
1. Função. 2. Matemática. 3. Microcontroladores. 4. Situações didáticas. I. Pio, José Luiz de Souza. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

IVAN HIPÓLITO FONSECA CABRAL**APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DE SITUAÇÕES DIDÁTICAS COM MICROCONTROLADORES DIGITAIS.**

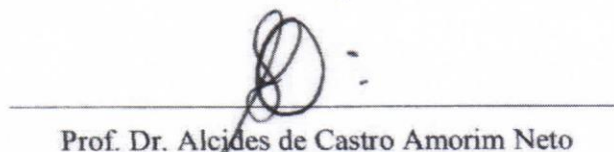
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPG-ECIM da Universidade Federal do Amazonas/UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Luiz de Souza Pio
Presidente da Banca



Prof. Dr. Luiz Carlos Cerquinho de Brito
Membro Interno



Prof. Dr. Alcides de Castro Amorim Neto
Membro Externo

DEDICATÓRIA

À memória de meu falecido pai, Germano Cabral, que com sua tenacidade trilhou o caminho comum do homem do Norte com humildade e coragem.

À minha mãe, Marta Cabral, que Deus escolheu pra me dar a vida e jamais me deixou faltar amor e exemplos de justiça e paz.

À minha família, meu maior patrimônio nessa vida, especialmente à minha esposa Elisângela, ao meu filho Henrique e a minha filha Letícia, que Deus me presenteou com seu grandioso amor.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela oportunidade de ingressar e concluir o mestrado, sem ele nada seria possível.

À todos entes da minha família que rezaram e torceram para que essa jornada fosse vitoriosa.

À minha esposa Elisangela que desde o começo me deu apoio e tranquilidade mesmo nos momentos mais difíceis.

Ao professor José Pio meu orientador que me deu o apoio necessário para trilhar o caminho coerente da pesquisa científica.

À toda comunidade da Escola Manuel Rodrigues de Souza, na pessoa do gestor, Cleudomar Viana, que abriu as portas da escola e confiou na seriedade deste trabalho.

Ao Grupo de Pesquisa em Tecnologia da Informação e Comunicação para o Ensino de Ciências e Matemática – GPTIC-ECM/UFAM, ao qual faço parte, pelas contribuições e apoio.

Ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/UFAM, professores e colegas da turma 2018, com os quais convivi e compartilhamos experiências e amizades.

“A educação, qualquer que seja ela, é sempre uma teoria do conhecimento posta em prática”

(Paulo Freire).

RESUMO

O estudo teve por finalidade investigar “Como os conceitos de função matemática podem ser assimilados em níveis de abstrações mais próximas da realidade sem comprometer o formalismo matemático necessário?”, tendo em vista que o modelo de ensino de matemática apresenta, em geral, os conteúdos de forma abstrata, descontextualizados e distantes dos fenômenos relacionados a eles. A partir do problema da pesquisa, o trabalho teve por objetivo “definir um processo de ensino e aprendizagem de função matemática, integrado a ação do sujeito sobre uma arquitetura tecnológica”. De forma específica, o estudo buscou desenvolver o arcabouço tecnológico baseado em microcontrolador digital como representação de função matemática; discutir e analisar o desenvolvimento de situações didáticas num contexto de método ativo que promovam a ação do sujeito para o aprendizado de conceitos de função; e avaliar os resultados experimentais para verificação da aprendizagem dos conceitos formais desenvolvidos. Dessa forma, para responder as questões da pesquisa e alcançar os objetivos propostos, optou-se pela abordagem qualitativa na modalidade de aplicação experimental, onde por meio do planejamento, concepção, aplicação e avaliação de uma sequência de experimentos fizemos uma intervenção pedagógica em caráter experimental pautada, principalmente, nas bases teóricas da epistemologia genética e Piaget e nos pressupostos metodológicos das situações didáticas de Guy Brousseau. A primeira fase da pesquisa refere-se à caracterização dos sujeitos da pesquisa através do teste diagnóstico, os achados indicam que os sujeitos apresentam dificuldades de abstração fruto da abordagem pedagógica predominantemente empirista. Frente a essa realidade, optamos pela aplicação do modelo didático baseado no microcontrolador digital como fonte das abstrações dos conceitos de função matemática. Essa base conceitual aliada ao estudo das situações didáticas trouxe a perspectiva de uma nova dinâmica didático-pedagógica da sala de aula. Essa implementação metodológica permitiu a obtenção de resultados que indicaram condições favoráveis à aprendizagem e construção do conhecimento matemático, ao estimular o engajamento e a mobilização de esquemas de ação que envolvem os conceitos de função inicialmente esperados.

Palavras-chave: Função Matemática, Microcontrolador, Situação Didática.

ABSTRACT

The purpose of the study was to investigate “How can the concepts of mathematical function be assimilated at levels of abstractions closer to reality without compromising the necessary mathematical formalism?”, Considering that the mathematics teaching model presents, in general, the contents in an abstract way, decontextualized and distant from the phenomena related to them. Based on the research problem, the work aimed to "define a teaching and learning process of mathematical function, integrated with the subject's action on a technological architecture". Specifically, the study sought to develop the technological framework based on digital microcontroller as a representation of mathematical function; discuss and analyze the development of didactic situations in an active method context that promote the subject's action to learn function concepts; and evaluate the experimental results to verify the learning of the formal concepts developed. Thus, to answer the research questions and achieve the proposed objectives, we opted for the qualitative approach in the experimental application modality, where through the planning, design, application and evaluation of a sequence of experiments, we did a pedagogical intervention in experimental character based mainly on the theoretical bases of genetic epistemology and Piaget and on the methodological assumptions of the didactic situations of Guy Brousseau. The first phase of the research refers to the characterization of the research subjects through the diagnostic test, the findings indicate that the subjects present difficulties of abstraction as a result of the predominantly empiricist pedagogical approach. Faced with this reality, we opted for the application of the didactic model based on the digital microcontroller as a source of abstractions of the concepts of mathematical function. This conceptual basis combined with the study of didactic situations brought the perspective of a new didactic-pedagogical dynamic in the classroom. This methodological implementation allowed the achievement of results that indicated favorable conditions for the learning and construction of mathematical knowledge, by stimulating the engagement and mobilization of action schemes that involve the function concepts initially expected.

Keywords: Mathematical Function, Microcontroller, Didactic Situation.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Panorama geral dos domicílios com acesso à internet, por área, 2008 a 2018. (Fonte: CETIC).....	47
Quadro 2: Panorama geral dos alunos que acessam a internet, por área. (Fonte: CETIC, 2019).....	48
Quadro 3: Relação das habilidades docentes e o tempo necessário para alcançá-las. (Fonte: Kenski, 2003, p.79)	51
Quadro 4: Modelo didático para o ensino de funções com base nas situações didáticas.....	56
Quadro 5: Microcontrolador como função física (autoria própria)	58
Quadro 6: Sequência dos procedimentos metodológicos da pesquisa.....	67
Quadro 7: Atividades experimentais e seus principais conceitos almejados	68
Quadro 8: Categoria 1 – Os princípios conceituais na aprendizagem de função matemática	76
Quadro 9: Categoria 2 – As aquisições pessoais de função	78
Quadro 10: Categoria 3 – A definição prática de uma função	79
Quadro 11: Categoria 4 - A percepção dos eventos que caracterizam uma função	81
Quadro 12: Dados obtidos na experimentação real e inserido artificial	87
Quadro 13: Respostas individuais dos alunos no questionário inicial.....	92
Quadro 14: Respostas individuais dos alunos no questionário final	93
Quadro 15: Gráfico dos percentuais de acertos, por questão, nos questionários inicial e final	94
Quadro 16: Percentuais das respostas na questão 1	95
Quadro 17: Percentuais das respostas na questão 2.....	96
Quadro 18: Percentuais das respostas na questão 3.....	96
Quadro 19: Percentuais das respostas na questão 4.....	97
Quadro 20: Percentuais das respostas na questão 5.....	97
Quadro 21: Percentuais das respostas na questão 6.....	98
Quadro 22: Percentuais das respostas na questão 7.....	98
Quadro 23: Percentuais das respostas na questão 8.....	99
Quadro 24: Percentuais das respostas na questão 9.....	99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema da situação didática (Brousseau, 2008)	32
Figura 2: Conjunto de materiais para o experimento dos sensores de som	62
Figura 3: Conjunto experimental completo em funcionamento	63
Figura 4: Experimento para medir o tempo de um objeto em queda livre.....	64
Figura 5: Estudantes manipulando o construto feito com leds e microcontrolador Arduíno	70
Figura 6: Apresentação sobre a utilização do microcontrolador	71
Figura 7: Aula remota por videoconferência.....	72
Figura 8: Vídeo mostrando o experimento do sensor de palmas.....	73
Figura 9: Slide apresentado durante a aula remota.....	74
Figura 10: Alunos manipulando o construto que mede do tempo de queda livre. (Fonte: Autor).....	85
Figura 11: Intervalos de tempos medidos pelos sensores na tela do computador. (Fonte: Autor).....	86
Figura 12: Planilha e gráfico construídos pelos alunos com os dados obtidos.	87
Figura 13: Gráfico da velocidade do objeto em queda	88
Figura 14: Slide da discussão teórica sobre o experimento. (Fonte: Autor).....	88
Figura 15: Slide sobre as funções envolvidas no experimento. (Fonte: Autor)	89
Figura 16: Slide abordando os gráficos $s(t)$ e $v(t)$. (Fonte: Autor)	90
Figura 17: Slide com exemplos de aplicações simples. (Fonte: Autor)	91

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1. Problema da pesquisa e questões norteadoras	16
1.2. Objetivos	18
1.3. Organização do texto	18
2. FUNÇÃO MATEMÁTICA E A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS, DO ABSTRATO AO REAL	20
2.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
2.1.1. A TEORIA CONSTRUTIVISTA DE PIAGET	21
2.1.2. EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA	25
2.1.3. CONSTRUTIVISMO E O CONSTRUCIONISMO DE SAYMOUR PAPERT	27
2.1.4. A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE GUY BROUSSEAU..	30
2.1.5. ENSINO HÍBRIDO COMO ABORDAGEM ESTRATÉGICA	35
2.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DAS FUNÇÕES	36
2.2.1. Definição de função	37
2.2.2. Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem	38
2.2.3. Função Inversa.....	38
2.2.4. Função Afim	39
2.2.5. Função Quadrática	40
2.3. NECESSIDADES PARA IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA.....	46
2.3.1. Infraestrutura	46
2.3.2. Formação de professores.....	50
2.4. TRABALHOS RELACIONADOS	52
3. CAMINHO METODOLÓGICO	54
3.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE FUNÇÕES.....	55
3.2. CONCEPÇÃO DAS ATIVIDADES NO CONTEXTO DE ENSINO HÍBRIDO	59
3.2.1. Roteiros dinâmicos	60
3.3. DESENVOLVIMENTO DO MATERIAL EXPERIMENTAL	62
3.3.1. Definição de função a partir de sensor de som, lâmpada e eletrodoméstico.....	62
3.3.2. Equipamento para detecção do tempo no experimento queda livre ..	63
4. IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA E DISCUSSÃO.....	65
4.1. CONTEXTO E SUJEITOS DA PESQUISA.....	65

4.2. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	67
4.3. ATIVIDADE INICIAL: INTERAÇÃO SOBRE A PESQUISA E QUESTIONÁRIO INICIAL.....	69
4.4. PRIMEIRA ATIVIDADE: INTERAÇÃO COM SERVIÇOS ONLINE E UM CONSTRUTO ARDUÍNO	69
4.5. SEGUNDA ATIVIDADE: AULA REMOTA SOBRE OS CONCEITOS INICIAIS DE FUNÇÃO.....	71
4.6. TERCEIRA ATIVIDADE: EXPLORANDO A FUNÇÃO AFIM E A FUNÇÃO QUADRÁTICA	83
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
6. REFERÊNCIAS	104
7. OBRAS CONSULTADAS.....	106
8. APÊNDICES	107
9. ANEXOS.....	112

1. INTRODUÇÃO

Esta dissertação é fruto da perspectiva de tornar a sala de aula um ambiente de aprendizagem que ofereça aos estudantes oportunidade de desenvolver de forma autônoma suas capacidades e habilidades cognitivas colocando o aluno como um dos atores centrais no processo de aprendizagem e assim, promover meios alternativos ao método de ensino que utiliza a memorização e repetição como elo central na cadeia de aprendizagem o que invariavelmente constituem limitações a formação de estruturas lógicas matemáticas na mente do estudante.

Estimular o estudo sobre os meios como o estudante enxerga a matemática e sugerir alternativa metodológica baseada no diálogo professor-aluno, bem como nas relações sujeito-objeto e sujeito-ambiente sob a visão epistemológica de Piaget. Neste contexto, será feita a construção deste trabalho.

Geralmente, a abordagem dos conteúdos em sala de aula é puramente teórica, sem sentido na vida do aluno, baseado na oralidade e na figura central do professor, dispensando a criatividade do aluno. Essa concepção de ensino e aprendizagem não favorece o diálogo entre os atores envolvidos no processo. Assim, as capacidades de criação, investigação e argumentação deixam de ser estimuladas e o aluno com medo de errar utiliza-se de respostas prontas, memorizadas sem a devida compreensão e, portanto, sem justificativas.

Freire (1988) caracteriza esta educação como “bancária” onde a criatividade dos educandos é anulada ou minimizada, na qual as aulas são monólogos do professor e os alunos copiam, repetem várias vezes até que o conteúdo seja aderido às suas mentes. Nesta concepção, estudar é decorar conteúdos sem sentido na qual a criticidade é desestimulada satisfazendo os interesses de uma elite alheia à realidade das classes populares.

Diferente de Freire, que enfatizava o caráter opressor da escola tradicional, Piaget dirigiu seus comentários, no mais das vezes, de crítica à escola tradicional, comumente contraposta à escola ativa, ora às concepções inatistas do ensino tradicional que estavam na base do ensino tradicional, por exemplo “O papel da educação se reduz então a uma simples instrução; trata-se exclusivamente de enriquecer ou alimentar faculdades já elaboradas, e não de formá-las” (PIAGET, 1977, p.37). De fato, a escola tradicional sempre tratou a criança como um pequeno

adulto, que raciocina e pensa como nós, mas desprovido de conhecimento e experiência.

Ora, as críticas de Piaget voltam-se aos procedimentos de ensino e sua natureza empirista “Sendo a criança, assim, apenas um adulto ignorante, a tarefa do educador não era tanto a de formar o pensamento, mas sim de equipá-lo; as matérias fornecidas de fora eram consideradas suficientes ao exercício” (PIAGET, 1976, p.163).

O uso quase exclusivo que a educação tradicional faz da linguagem, implica em que a criança elabore seus conceitos da mesma maneira que nós, e que assim se estabeleça uma correspondência termo a termo entre as noções do professor e as do aluno. Ora, o verbalismo, essa triste realidade escolar – proliferação de pseudonoções presas a palavras sem significações reais –, mostra bem que esse mecanismo não funciona sem dificuldades e explica uma das reações fundamentais da escola ativa contra a escola receptiva. (ibidem, p.168).

Neste contexto, precisamos repensar nossas práticas pedagógicas, propondo meios que valorizem a aquisição de conhecimentos através da relação dialógica entre os sujeitos do processo de ensino, isto é, que estimulem na criança e no jovem o raciocínio lógico, a oralidade, e a manipulação de objetos de aprendizagem tecnológicos que permita a manipulação de conceitos e consequentemente possam ser aplicáveis em situações reais.

Nas aulas convencionais de Matemática nos cursos básico e superior, não é raro a ocorrência de extremos de metodologias, de um lado professores que recorrem às aulas baseadas na resolução de exercícios cujo foco é o algebrismo, do outro, professores que abandonam todo o formalismo necessário para compreensão do conteúdo (ARAÚJO, 2012).

Essa dualidade metodológica mostra que ainda não se encontrou o equilíbrio entre o formalismo tradicional e o ensino baseado na experiência. Assim, de um lado faz-se o apego ao abstracionismo matemático dos teoremas e das construções imaginárias, de outro e, não menos prejudicial, o apelo demasiado ao ensino e aprendizagem que valoriza a realidade como fonte dos saberes, comprometendo o formalismo e o rigor matemático necessário.

Paulo Freire nos lembra que o homem não apenas deve ler, escrever e contar, e sim fazer a leitura do mundo, isto significa, perceber os fatos que o cerca, intervir e transformar essa realidade. Diante disso elaboramos a problematização

desse estudo com intuito de responder um questionamento que nos acompanha há bastante tempo.

1.1. Problema da pesquisa e questões norteadoras

Nessa perspectiva, o problema da pesquisa pode ser sintetizado por meio da seguinte pergunta: Como os conceitos de função matemática podem ser assimilados em níveis de abstrações mais próximas da realidade sem comprometer o formalismo matemático necessário?

A construção dos conceitos referentes à função matemática envolve questões que promovem implicitamente o direcionamento deste estudo, tais premissas nos levam a responder às seguintes questões norteadoras:

- Como os conceitos abstratos de função podem ser assimilados por meio de exemplos mais próximos da realidade?
- Quais atividades experimentais promovem a ação do sujeito a fim de construir estruturas lógicas voltadas para função matemática?
- De que forma a adaptação aos conceitos formais de função pode ser verificada a partir de resultados experimentais?

Tendo esse foco como pesquisa, a perspectiva de respostas a esses questionamentos volta-se para um modelo com base tecnológica, isto é, na criação de um arcabouço tecnológico no qual a função saia do contexto abstrato para a forma de um objeto de aprendizagem físico, onde assume-se que a função matemática pode ser vista como uma máquina lógica (microcontrolador), que recebe uma informação (número), isto é, a entrada, realiza o processamento, predefinido num programa (software) e devolve para o usuário uma resposta (saída).

Esta visão reconstruída da função requer adoção de princípios que nos dê o embasamento metodológico e constitua um processo de abordagem científica. Procurou-se uma metodologia que incentivasse o aluno a caminhar junto ao professor na busca das soluções dos problemas. As situações didáticas mostraram-se bastante viáveis como estratégia de ensino e aprendizagem da matemática pois permite a simulação de ações presentes na vida cotidiana do aluno, exigindo soluções reais e imediatas, isso possibilita atitudes positivas perante o erro, levando

o professor e o estudante a tomada de consciência de suas ações no momento pedagógico.

Segundo Brousseau (2008, p.21) situação didática é um modelo de interação entre o sujeito com um meio determinado e intencionalmente controlado que leva em conta as ações do professor e do aluno e as variantes do meio possivelmente antagônico. Assim, Brousseau defende que é preciso criar situações didáticas em um contexto que cerca o estudante, nele incluídos o professor e o sistema educacional de forma a facilitar a produção de conhecimento que sejam úteis a resolver problemas dentro e fora da escola.

Desta forma, visando a concepção de um processo didático que induza o desenvolvimento e avaliação de sequências didáticas, contendo atividades relacionadas ao tema, apoiadas pelas ferramentas tecnológicas anteriormente mencionadas e que conduzam o aluno a buscar soluções que estimulem reações cognitivas desafiadoras. Meios que, segundo Piaget, são as chaves que provocam reações de assimilação, equilíbrio e acomodação dos esquemas internos que conduzem o sujeito ao ciclo de adaptação ao “novo” conhecimento.

As situações didáticas baseadas em recursos tecnológicos possibilitam a obtenção de objetivos outrora difíceis de serem atingidos sem tais recursos, Araújo (2012) apud Doerr (1997), assinala que as aulas com embasamento tecnológico permitem:

- Estudo de fenômenos que sejam muito caros, ou perigosos de se produzir nos laboratórios escolares;
- Promoção de habilidades de raciocínio crítico;
- Reificar conceitos altamente abstratos, facilitando seu entendimento;
- Elaboração e teste de hipóteses, por parte dos alunos, sobre os fenômenos estudados;

Dentre as muitas vantagens pedagógicas do uso das tecnologias para educação, Gomes (2010), defende a possibilidade de desenvolver competências de raciocínio lógico, habilidades manuais e estéticas, relações interpessoais e intrapessoais, integração de conceitos aprendidos em diversas áreas do conhecimento para o desenvolvimento de projetos, investigação e compreensão, representação e comunicação, trabalho com pesquisa, resolução de problemas por meio de estratégias, aplicação das teorias formuladas em atividades concretas, utilização da criatividade em diferentes situações e capacidade crítica.

No contexto dessas premissas, os objetivos deste estudo foram determinados na perspectiva de elucidar as respostas aos questionamentos outrora mencionados.

1.2. Objetivos

Objetivo geral

Buscamos propiciar um ambiente de interação entre os sujeitos envolvidos no contexto construção do conhecimento, com objetivo de “Definir um processo de ensino e aprendizagem de função matemática, integrado a ação do sujeito sobre uma arquitetura tecnológica”.

Objetivos específicos

- Desenvolver o arcabouço tecnológico baseado em microcontrolador digital como representação de função matemática;
- Criar situações didáticas num contexto de método ativo que promovam a ação do sujeito para o aprendizado de conceitos de função;
- Avaliar os resultados experimentais para verificação da aprendizagem dos conceitos formais desenvolvidos.

Os sujeitos selecionados para este estudo foram os alunos no 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública, pois os mesmos, segundo Piaget, estão no estágio cognitivo das operações formais e têm os primeiros contatos com o tema focado nesta pesquisa.

Buscamos definir um processo que permita o sujeito refletir, agir e evoluir por si mesmo em torno de conceitos que tenham significado na sua vida e, a partir daí, coisas e fatos possam ser inseridos na sua estrutura cognitiva de forma organizada, por meio do processo de adaptação e assim, adquiram autonomia em suas ações.

1.3. Organização do texto

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos, apresentados a seguir. A distribuição abaixo do texto dá uma visão geral do tema estudado e seus resultados.

No Capítulo 1 descrevemos o problema da pesquisa, as questões norteadoras e os objetivos deste estudo.

No capítulo 2 intitulado “Função matemática e a construção dos conceitos do abstrato ao real”, contém o estado da arte sobre o tema abordado em vista de oferecer um suporte teórico que embasará este texto dissertativo, oferecendo um respaldo científico a presente pesquisa e um aporte teórico a todas as etapas do trabalho. Abordamos a construção dos conceitos de função dentro da teoria piagetiana, a experimentação matemática como ciência pedagógica, a concepção da aprendizagem com mediação tecnológica de Seymour Papert, a teoria das situações didáticas de Brousseau e o Ensino Híbrido como estratégia pedagógica. Em seguida, fazemos a fundamentação teórica das funções matemáticas, citamos dois assuntos que julgamos relevantes para implementação do modelo - a Infraestrutura digital nas escolas e a formação dos professores. Finalizando o capítulo, abordamos alguns trabalhos relacionados com o tema que consideramos relevantes neste momento.

No capítulo 3, intitulado “Caminho metodológico”, descrevemos a metodologia na pesquisa, a qual está dividida nos seguintes itens “Desenvolvimento do modelo didático para o ensino de funções”, “Concepção das atividades no contexto de ensino híbrido” e “Desenvolvimento do material experimental”. Dessa forma, descrevendo uma visão geral do caminho seguido durante o processo de investigação.

No capítulo 4 com o título “Implementação da proposta didática e discussão”, descreveremos as fases da concepção, aplicação e avaliação dos experimentos. Por fim, as discussões das situações didáticas para aprendizagem da matemática na perspectiva da construção de conhecimento sobre funções e seus principais conceitos.

No capítulo 5, a partir das análises, apresentamos nossas considerações finais e possíveis recomendações para outras arquiteturas pedagógicas num cenário de desenvolvimento da aprendizagem das funções matemáticas.

2. FUNÇÃO MATEMÁTICA E A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS, DO ABSTRATO AO REAL

2.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresentamos neste capítulo um panorama da revisão de literatura sobre o tema deste estudo, o qual servirá como aporte teórico, consistindo assim, um meio para reflexão acerca do processo de ensino e aprendizagem de matemática. Com esta visão, discutiremos propostas pedagógicas ou situações didáticas que sustentem a interação entre os atores envolvidos no processo de ensino e que favoreçam a aprendizagem e a construção do conhecimento por alunos do ensino fundamental. Dividimos este capítulo em cinco seções.

Na primeira seção discutiremos o processo de construção do conhecimento baseado nas ideias de Jean Piaget, o qual através dos seus estudos buscou compreender e explicar como ocorre a aprendizagem e a construção do conhecimento, resultado da interação entre o indivíduo e o meio. Destacamos, em particular, os processos mentais que ocorrem resultado desta interação, que desencadeiam esquemas internos que servem como condições necessárias para construção das operações logico-matemáticas, a partir das quais é possível chegar ao conhecimento matemático.

Dentre os principais conceitos de Piaget, destacamos o sujeito epistêmico, o meio, a interação, a assimilação, a equilíbrio, a acomodação, a adaptação, o déficit, a tomada de consciência, a abstração e a reflexão.

Na segunda seção abordaremos a aprendizagem matemática pela experimentação, considerando tais contextos partes importantes deste estudo. A tomada de consciência da experimentação como vetor de aprendizagem favorece a formação de conceitos reduzindo a abstração, dando ao estudante a chance de experimentá-lo, visualizando objetos relacionados ao assunto, permitindo assim uma forma de trazer para um determinado contexto o tema em estudo.

A terceira seção, tem por finalidade abordar a visão de Seymour Papert sobre a aprendizagem resultado da interação do sujeito com o objeto tecnológico, destacando os elementos emocionais e sociais que condicionam o ser a desenvolver sua autonomia, apoiado na possibilidade da construção do conhecimento tendo como meio as tecnologias modernas.

Papert desenvolveu a partir das ideias de Piaget uma nova abordagem sobre a construção do conhecimento, reconhecendo no advento dos computadores uma nova possibilidade de aprender fazendo, a partir da qual o processo ocorre com a maior aprendizagem possível com o mínimo de aulas tradicionais, Papert denominou suas ideias de Construcionistas, uma variação do Construtivismo de Piaget.

Na quarta seção, discutiremos a teoria referente a didática que utilizamos como apoio às práticas implementadas neste estudo, em especial as ideias construtivistas de Guy Brousseau, com as teorias das Situações Didáticas, que nos orienta quantos a organização didático-pedagógica em sala de aula, ou seja, nas ações que envolvem os atores do processo educacional. Neste contexto, destacamos os conceitos propostos por Brousseau das situações didáticas, situações adidáticas e o contrato pedagógico que servem de aporte a esta pesquisa.

Na quinta seção abordamos as bases teóricas do ensino híbrido, no qual discutiremos as contribuições de José Moran e Lilian Bacich para a disseminação deste modelo pedagógico no Brasil, especialmente neste período de distanciamento social.

2.1.1. A TEORIA CONSTRUTIVISTA DE PIAGET

Para Piaget, construímos nosso conhecimento observando os fatos e interagindo com o ambiente que nos cerca, tais interações são internalizadas através de processos cognitivos de adaptação ao novo conhecimento. Desde criança o desenvolvimento do indivíduo está associado num intercâmbio profundo entre as condições herdadas e as encontradas no meio físico e social no qual o indivíduo se insere. De acordo com Piaget, é em termos de “ação” e “interação” que os indivíduos vão se distinguindo nos âmbitos da inteligência, da linguagem e da sociabilidade (BRITO, 2018).

Quando o sujeito recebe um estímulo externo, ao qual Piaget denominou “perturbação” podem ocorrer dois processos: a mente desiste ou se modifica. Se modificar, ocorre então a construção de novos “esquemas de ação”, desencadeando o processo de aprendizagem. É necessário esclarecer que “Conhecer”, nas palavras de Piaget (1973, p.15), “não consiste em copiar o real,

mas em agir sobre ele e transformá-lo (na aparência ou na realidade) de maneira a compreendê-lo”.

Piaget (1973, p. 16), nos revela ainda que “As ações, com efeito, não se sucedem ao acaso, mas se repetem e se aplicam de maneira semelhante a situações comparáveis”. Com efeito, se todo conhecimento, em todos os níveis, está ligado à ação, o sujeito ao agir estabelece trocas com o ambiente natural, social, histórico e linguístico, a ação está repleta de significações, ancorada no seu repertório, compreende-se, a partir daí, o papel da ação no desencadeamento da assimilação. Nesse sentido, na medida que o sujeito interage com as configurações da realidade, seus processos cognitivos, seus padrões de afetividade, suas representações, suas interpretações são postas em movimento numa dinâmica em que tanto o sujeito quanto a realidade saem renovados e novos conhecimentos são postos no círculo de suas interações (BRITO, 2018).

Nas formulações de Piaget, é especialmente pelo mecanismo de uma equilíbrio sucessiva entre os estágios de assimilação e acomodação que se define o processo pelo qual as estruturas cognitivas vão se modificando, tendo os “esquemas de ação” como suporte intermediário. Piaget (1973, p.16), as define como “ações transponíveis, generalizável ou diferenciável de uma situação à seguinte, ou seja, o que há de comum nas diversas repetições da mesma ação”. Assim, os esquemas permitem dar significações ao objeto, que ao assimilá-lo, vão diferenciando-se através da acomodação.

Não obstante, no quadro teórico de Piaget, o processo de adaptação se põe num mecanismo contínuo de desenvolvimento cognitivo, centrado na formação de estruturas que se desdobram dos mecanismos específicos do próprio sujeito. Como já destacamos, os esquemas de ação promovem a integração dos estímulos externos às estruturas prévias, na medida em que, atuando sobre os objetos com os quais interage, o sujeito assimila e os transforma, transformando a si mesmo, acomodando seus significados. Nesta dinâmica a “assimilação cognoscitiva”, se define como categorias cognitivas as quais o sujeito, diante do objeto, percebe-o por intermédio de esquemas funcionais ou espaciais. Assimila-o a estruturas mais ou menos complexas e de níveis diversos, previamente construídas. (PIAGET, 1973, p. 13).

Articula-se que a noção de assimilação é dupla. De um lado, implica, a noção de significação que é essencial, pois todo conhecimento associa-se a significações

(índices ou sinais perceptivos a níveis instintivos, até à função simbólica). Por outro lado, exprime o fato de que todo conhecimento está ligado a uma ação e que conhecer um objeto é utilizá-lo, assimilando-os a esquemas de ação. (PIAGET 1973, p.14).

Somente poderá ocorrer a aprendizagem quando os esquemas internos passam por um processo de desequilíbrio e regulações compensadoras, estado cognitivo, que Piaget chamou de equilibração majorante:

Esta majoração traduz-se de duas maneiras, [...] do equilíbrio momentaneamente atingido, ou as novidades sejam tiradas (por abstrações reflexivas) do próprio mecanismo destas regulações. (PIAGET, 1976, p.35)

E reitera:

De fato, toda regulação acrescenta novas transformações ao sistema a regular e estas transformações têm sua própria estrutura, [...] o que podem enriquecer, em sua forma, o sistema que se procura equilibrar. (PIAGET, 1976, p.35).

Piaget nos revela estados cognitivos que se traduz em mecanismos de alargamento, em sua extensão, do campo do sistema cognitivo, na direção integrativa de novos conhecimentos. Nesta perspectiva, a equilibração majorante constitui-se, segundo Piaget, de níveis de abstrações não hierarquizados que a mente engendra por interações alternadas de “conversões” e de “reflexões”, mais precisamente em ligações tão íntimas com o refinamento das regulações que se trata de um único mecanismo conjunto.

Com efeito, Piaget esclarece este estado cognitivo quando escreve:

A abstração reflexiva comporta dois momentos indissociáveis: uma “conversão” no sentido de uma projeção sobre um nível superior daquilo que é tomado do nível precedente e uma “reflexão” no sentido de uma reconstrução ou reorganização cognitiva (mais ou menos consciente ou não) do que foi assim transferido. (PIAGET, 1976, p.39).

Neste processo após sucessivos estados de desequilíbrio e reequilíbrio ocorre a adaptação, onde maioria dos esquemas ao invés de constituir uma montagem hereditária acabada, constroem-se pouco a pouco, dando lugar as diferenciações por acomodação, ao qual entende-se por:

[...] toda modificação dos esquemas de assimilação sob a influência de situações exteriores (meio) aos quais se aplicam. Mas, assim como não há assimilação sem acomodações (anteriores ou atuais), assim também não há acomodação sem assimilação. Isto significa que o meio não provoca simplesmente o registro de impressões ou a formação de cópias, mas desencadeia ajustamento ativos. E por isso que só falamos em "acomodação" subentendendo "acomodação de esquemas de assimilação". (PIAGET, 1976, p.18).

Com efeito, nas noções piagetianas é através da acomodação engendradas nas estruturas cognitivas que se efetiva a descoberta e posteriormente a construção do conhecimento. O conhecimento real e concreto é construído através de experiências.

De acordo com Piaget (2007), é em termos de uma sucessiva "adaptação criadora" que o indivíduo efetiva seu desenvolvimento num processo de construção e reconstrução de esquemas endógenos, que visa estabelecer o equilíbrio entre o indivíduo e o meio físico e social. Vale salientar que neste caso, esta adaptação nada tem de mecânico e linear, não podendo ser entendida como adequação, nem do indivíduo à realidade nem desta ao indivíduo.

Segundo Piaget, este processo de adaptação se coloca numa dinâmica contínua de desenvolvimento cognitivo do indivíduo, na busca de enfrentar as tensões provocadas pelas necessidades internas geradas por tensões na interação com o meio físico e social. É especialmente por entre enfrentamento que a ação se põe como necessária na construção dos mecanismos cognitivos, afetivos e psicológicos do sujeito e do conhecimento. Na busca de resolver esses desequilíbrios, o indivíduo inicialmente atuar com os meios que estruturou em situações prévias; porém, na medida que a situação se diferencia, ele é forçado a buscar novas soluções, tendo que reconstruir progressivamente seus esquemas de ação, dando lugar a novos esquemas, a novas adaptações, isto é, vai estabelecendo o equilíbrio, consolidando seu desenvolvimento intelectual (BRITO, 2018).

Neste sentido, uma questão pode ser levantada quanto aos desafios da aprendizagem; O que fazer então para provocar o processo de acomodação? Para modificar os esquemas de assimilação é necessário propor atividades desafiadoras que provoquem desequilíbrios e reequilibrações sucessivas nos sujeitos.

Piaget trouxe à luz processos cognitivos que constituem elementos riquíssimos de associação a posteriores meios de aprendizagem. Neste trabalho julgou-se relevante a colaboração das ideias de Seymour Papert, dialeticamente construído a partir das teorias de Piaget, por trazer a possibilidade das interações entre o sujeito e a realidade evocada através de dispositivos digitais, nosso objetivo é construir âncoras epistemológicas empíricas desenvolvidas na terceira parte deste estudo.

2.1.2. EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Piaget (1973, p.108) a criança aprende através da experimentação ativa, isto é fundamental na construção do conhecimento pois a ajuda a buscar esquemas adequados na solução de problemas. Sendo assim, a experimentação é uma abordagem que se caracteriza no modelo de aprendizagem que temos desde a nossa mais remota infância, onde fazemos diversas experimentações para entendermos como funciona o mundo e criando as nossas verdades baseadas nestas experiências.

Segundo Trigo e Nunes (2011, p.14) a aprendizagem através da experimentação favorece a representação concreta das noções espaciais e o desenvolvimento do raciocínio lógico, conseqüentemente, estimula a construção do conhecimento matemático, favorecendo as conexões dos esquemas abstratos com a realidade.

Para D'Ambrósio (1996, pag. 95).

Para muitos isso soa estranho. Matemática experimental?
O caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar.

De fato, a experimentação sempre acompanhou o conhecimento matemático, dissociá-lo da realidade afastou o caráter utilitário às novas gerações. Desde a antiguidade o conhecimento surge da necessidade do homem e do contexto que o cerca, o conhecimento matemático, invariavelmente, não é diferente. Tratá-lo como abstrato e sem o contexto adequado somente aumenta a falsa sensação de inutilidade do seu estudo, o que contribui pro fracasso escolar.

Neste contexto, Toledo (1997, p.37) cita que

Se antes era necessário fazer contas rápidas e corretamente, hoje é importante saber por que os algoritmos funcionam, quais são as ideias e os conceitos neles envolvidos, qual a ordem de grandeza de resultados que se pode esperar de determinados cálculos e quais as estratégias mais eficientes para enfrentar uma situação-problema, deixando para as máquinas as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos padrões e as operações de rotina.

Atualmente o foco do ensino volta-se para a reflexão da melhor solução dos problemas, os processos de rotina e repetição podem ser deixados para as máquinas realizarem, isso permite, teoricamente, mais tempo para nos dedicarmos a outras questões do cotidiano. Por outro lado, precisa haver o domínio dessas tecnologias através da experimentação e disponibilização em larga escala nas escolas do país, Papert faz o alerta dessas questões há décadas.

Assim, quando trabalhamos a experimentação matemática, novos caminhos são traçados no cotidiano escolar, possibilitando que o estudante desenvolva a capacidade de resolver problemas observando, analisando e refletindo sobre as informações e objetos que lhe são fornecidos, levando-o a formular novas hipóteses aos diversos problemas que se depara no meio em que vive.

A experimentação matemática permite que os assuntos estudados nos livros e apostilas sejam experimentados, inclusive com a possibilidade de manipulação de objetos concretos. Dessa forma, o estudante acaba por perceber a utilidade daquele conhecimento, tornando o estudo relevante e aplicável no seu cotidiano.

Segundo Reginaldo, Sheid e Gullich (2012), as atividades devem permitir generalizações, de forma que o estudante possa levantar hipóteses, fazer comparações e discutir os resultados obtidos criando seu próprio aprendizado.

Reconhecemos que o conhecimento matemático é cumulativo, mas isso não significa manter programas curriculares linearmente cumulativos, para dar significado aos conteúdos é necessário inovar, inserir os conteúdos no contexto atual do sujeito. Como afirma D'Ambrósio (1996, p.32)

Um bom exercício para o docente é preparar uma justificativa para cada um dos tópicos do programa – mas não vale dar justificativas internalistas, isto é, do tipo “progressões são importantes para entender logaritmos”. Pede-se justificativas contextualizadas no mundo de hoje e do futuro.

A experimentação matemática cumpre seu princípio fundamental quando serve de motivação ao estudante, oportunizando o refinamento do raciocínio concreto, preenchendo lacunas na aprendizagem, formulando respostas dentro de experiências empíricas. Dessa forma, o “fazer” torna-se importantíssimo no processo educativo. Esse contexto, nos lembra um antigo provérbio chinês, citado por Lorenzato (2010, p. 5):

Se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”, o que é confirmado plenamente pela experiência de todos, especialmente daqueles que estão em sala de aula. Enfim, não faltam argumentos favoráveis para que a escola possua objetos e imagens a serem utilizados nas aulas como facilitadores de aprendizagem.

Os pontos de convergência da experimentação com os conteúdos matemáticos apontam em estudos de (PAPERT, 1986), (SILVA, 2017) que os estudantes devem ser protagonistas no processo e o “aprender fazendo” é essencial para assimilação dos conceitos. Tais procedimentos têm grande potencial para envolver os estudantes no processo de ensino e aprendizagem, o que colabora efetivamente com o desenvolvimento pessoal e cultural, contribuindo de maneira fundamental na formação do cidadão. Neste sentido, D' Ambrósio (1996, p. 21) afirma que “a consciência auxilia a sobrevivência e transcendência do homem. A consciência é a relação dialética entre o saber e fazer, gerando assim, o conhecimento”.

Hoje, já não basta a transferência de informações e conhecimentos desconexos da realidade. É necessário saber fazer, e com isso construir o conhecimento através da experimentação e das mais diversas linguagens. Cabe ao professor efetivar estes processos em suas aulas, através de um currículo ativo, que integre o conteúdo a novas práticas pedagógicas e a nova realidade da sociedade (SILVA, 2017).

2.1.3. CONSTRUTIVISMO E O CONSTRUCIONISMO DE SAYMOUR PAPERT

Como visto na teoria de Piaget, onde a construção do conhecimento ocorre por processos internos de assimilação e acomodação, através de interações do sujeito com o ambiente natural. Essa perspectiva ressalta que é através do

processo de construção e reconstrução de estruturas cognitivas que ocorre a aprendizagem. Segundo ele, o conhecimento:

não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças à mediação necessárias dessas estruturas, e que essas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas. (PIAGET, 2007, p.1).

O princípio construcionista de Papert compartilha das ideias de Piaget e do aprender fazendo de J. Dewey, ressaltando que o aluno é o responsável pelo seu próprio conhecimento, deixando a perspectiva que o professor é o ser que detém todo o conhecimento. Nesse contexto, o aluno é responsável pelo próprio aprendizado, através de seus interesses, construindo significados para fatos que despertem sua curiosidade, e assim com o auxílio do computador pode adquirir conhecimento através de coisas que façam sentido para ele.

Valente (1993) resume que

Na noção de construcionismo de Papert, existem duas ideias que contribuem para que esse tipo de construção do conhecimento seja diferente do construtivismo de Piaget. Primeiro, o aprendiz constrói alguma coisa, ou seja, é o aprendizado por meio do fazer, do "colocar a mão na massa". Segundo, o fato de o aprendiz estar construindo algo do seu interesse e para o qual ele está bastante motivado. O envolvimento afetivo torna a aprendizagem mais significativa.

Assim, aprender é uma interpretação pessoal do mundo, ou seja, é uma atividade individualizada, um processo ativo no qual o significado é desenvolvido com base em experiências que desafiam a mente a criar novos esquemas de assimilação e acomodação, isso pode ser motivado por atividade que possam desafiar os alunos, por experiências nas quais os alunos possam agir e interagir, o aluno dessa forma exerce o papel ativo e constrói seu conhecimento sob orientação do professor, que assume o papel de mediador da aprendizagem, propondo atividades que possibilitem ao sujeito a busca pessoal de informações, confrontando com as de seus colegas, defesa desta e permanente discussão.

Neste sentido, Papert (1986) afirma que

Dizer que estruturas intelectuais são construídas pelo aluno, ao invés de ensinadas por um professor, não

significa que elas sejam construídas do nada. Pelo contrário, como qualquer construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, de materiais que ela encontra e, mais significativamente, de modelos e metáforas sugeridos pela cultura que a rodeia.

Com efeito, na visão de Papert, o objeto do conhecimento não se reduz a ao concreto, pode ser outro, que inclui a família, a escola, o social, isto significa que a busca do conhecimento, na visão construcionista, deve ser por meios de aprendizagens que valorizem a construção mental do sujeito, apoiadas em suas próprias construções do mundo. Para isto, a mente da criança deve ser desafiada de forma contínua, fornecendo-lhe estímulos, propondo-lhe problemas, criando situações em que o estudante possa se desenvolver de forma ativa, realizando também suas próprias descobertas, ao invés de assimilar conhecimentos prontos baseados na memorização.

Piaget acreditava que as estruturas cognitivas da mente eram estabelecidas tendo como base um processo de maturação biológica, seguida pelas interações com os meios físicos e sociais, originando estágios universais do desenvolvimento. Papert enfatiza que essas etapas são determinadas, também pelos estímulos que a criança tem acesso no seu meio, os materiais disponíveis no ambiente para a exploração da criança, e que, esse processo se intensifica à medida em que o conhecimento se torna fonte de poder para ela. Isto explicaria o fato de certas noções serem mais complexas para algumas crianças compreenderem, por não terem como experimentá-las, alheio ao seu repertório.

Papert considera fundamental o estágio das operações concretas, descritas por Piaget, e faz severas críticas aos seguidores (pesquisadores e escolas) que acreditam que o progresso das aptidões intelectuais está na passagem rápida da criança do pensamento operatório concreto para o abstrato (formal). Para ele, as estruturas cognitivas devem ser fortemente solidificadas no estágio de estabelecimento do pensamento concreto, desenvolvendo entidades mentais relevantes, ampliando-se a capacidade do sujeito operar no mundo.

Assim, acredita que o sujeito terá instrumental maior para atuar de forma flexível e criativa ante as situações cada vez mais presentes e exigidas pela sociedade atual. Salaria que o pensamento concreto é ferramenta utilizada por todos nós, no processo de raciocínio, na construção de modelos que auxiliam o

indivíduo na formulação de hipóteses, sendo os princípios abstratos utilizados para enfatizá-lo.

Para interferirmos de forma construtiva no desenvolvimento dos processos cognitivos do sujeito, e até mesmo afetivos, é fundamental compreender as ideias de Papert no que diz respeito às conexões do novo com os conhecimentos prévios, isto é, as estruturas já existentes estabelecidas por suas experiências. Intensificar a conexão entre entidades mentais visando a criação de novas entidades mentais. Segundo Papert, é dessa forma que ocorre a aprendizagem espontânea e informal, tanto na criança quanto no adulto.

Papert (1980) defende que um indivíduo pode aprender, e a maneira com que aprende depende dos modelos que tem disponível. Isto levanta, de forma recursiva, a questão de como se aprende nesses modelos. Assim, as leis de aprendizagem devem versar sobre como estruturas intelectuais crescem para fora uma da outra e sobre como, no processo, elas adquirem forma lógica e emocional.

Neste contexto, o professor atua como facilitador criativo, proporcionando um ambiente enriquecedor capaz de fornecer conexões individuais e coletivas na medida em que desenvolva projetos vinculados a realidade e interesse do aluno. Assim, experimentos construídos a partir de mecanismos eletrônicos podem ser utilizados como ferramenta que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem desde o ensino fundamental.

2.1.4. A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE GUY BROUSSEAU

Guy Brousseau, francês nascido em 1933, desde muito cedo notou a ausência de estudos relacionados a didática do ensino de matemática. Em 1970, já licenciado em matemática e exercendo o cargo de assistente de matemática na Universidade de Bordeaux, promoveu estudos científicos com objetivo de criar e eventualmente criticar modelos de situações didáticas do ensino de matemática e sugerir outras mais voltadas especificamente para esta área.

Apresentou os princípios dos seus estudos num congresso da Associação dos Professores de Matemática do Ensino Público, intitulado A Teoria das Situações Didáticas, os quais continuou a aperfeiçoando ao longo de 20 anos trazendo grandes contribuições ao desenvolvimento a Didática da Matemática

enquanto campo científico, “cujo objeto é a comunicação dos conhecimentos matemáticos e suas transformações” (BROUSSEAU, 2008).

É importante notar que as pesquisas e sugestões de Brousseau ocorreram no momento histórico em que o pensamento dominante era o cognitivo, atribuídos a Piaget e seus seguidores, ressaltando a formação do pensamento matemático e as etapas de sua formação nas crianças. Porém notou que apesar de compartilhar da descrição de Piaget da formação das estruturas formais e a lógica simbólica como fundamentais, a ausência das particularidades da aprendizagem de cada conhecimento matemático o levou a concepção de sua teoria.

Ainda hoje, principalmente no Brasil, é notória a lacuna na formação dos professores em relação a didática adequada ao ensino dos conhecimentos matemáticos e o fomento à pesquisa científica neste campo.

As situações didáticas como estratégia de ensino e aprendizagem

Quanto a importância da matemática na formação cultural dos jovens, os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN's na área de Matemática aborda que:

A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. (PCN/MAT, 1997, p.19).

No entanto, há alguns anos vê-se a necessidade da reestruturação do currículo e do método de ensino da matemática. Assim, a apropriação das habilidades que a matemática proporciona torna-se primordial na construção da visão do mundo, onde os estudantes tenham condições de ler e interpretar a realidade e desenvolver habilidades e competências que, ao longo de suas vidas, podem ser exigidas.

Segundo Brousseau (2008), se considerarmos ensino como “o projeto e ação social em que o aluno se apropria de um saber constituído ou em constituição”, a didática da matemática transforma-se na “ciência das condições de transmissão e apropriação dos conhecimentos matemáticos úteis aos homens e as suas instituições”. A modelagem dessa transmissão nos leva a utilizar o termo “situação didática” no sentido de “entorno do aluno, que inclui tudo o que especificamente colabora no componente matemático da sua formação”.

No quadro teórico de Brousseau (2008), uma interação se torna didática

Se, e somente se, um sujeito demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais).

Em vista, da ocorrência dessas interações, inevitavelmente muitos caem no erro de reduzir o entorno didático à ação do professor e omitem completamente as relações do aluno com o meio adidático, o qual Brousseau caracterizou como ambiente implícito ao processo e que o sujeito atua de forma autônoma sem qualquer forma de controle do professor, o que nos leva ao esquema como o da figura 1 abaixo.

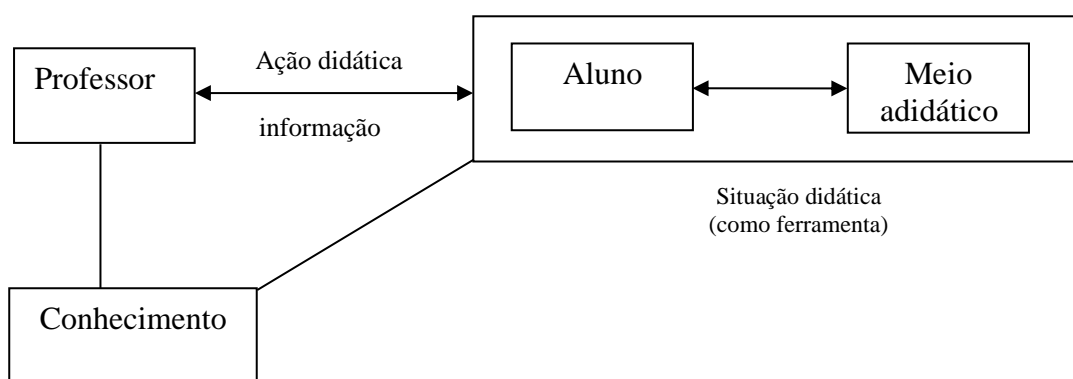


Figura 1: Esquema da situação didática (BROUSSEAU, 2008)

Como visualizado na figura, as situações didáticas estão sustentadas no tripé professor – conhecimento – aluno, considerando-se neste contexto a relação do aluno com o meio adidático. Assim, a intervenção do professor evoca, necessariamente, as relações do aluno com o conhecimento que ensina, todavia cria fictícia ou efetivamente, um outro “meio” em que o aluno atua de forma autônoma (BROUSSEAU, 2008).

Nosso modelo de aprendizagem tem como suporte a comunicação didática, a qual tem como finalidade fornecer ao destinatário controle ou regulação de um determinado meio, exercendo sobre o mesmo a capacidade mínima de controlar ações cujo fim é produzir saberes, tomando como instrumento pedagógico a placa controladora. Dessa forma, acreditamos na construção de uma identidade física para as funções. Transpondo a noção do objeto físico para um conceito matemático e, dessa forma reduzindo o “gap” entre a abstração e a realidade.

As situações didáticas constituem um conjunto de ações que fazem a mediação entre o sujeito e o conhecimento, e essa interação se dá de forma contínua. Neste trabalho optamos por associar o ensino de funções através do uso da base tecnológica dos microcontroladores a um modelo matemático viável e pedagogicamente moderno, em vista das recentes abordagens metodológicas da Cultura Maker, considerando o que já foi mencionado neste texto à luz da teoria de Papert.

O contrato didático no ensino de matemática

Na busca de melhor dimensionar a atuação dos envolvidos no processo educacional e propor soluções, surge a noção de contrato didático como um dos principais elementos da teoria das situações didáticas. Assim como as ações em si, o contrato didático estabelece os “hábitos específicos do professor esperados pelos alunos e os comportamentos destes esperado pelo professor” (BROUSSEAU, 2008, p. 9).

De acordo com (ALMOULOU, 2007) e (GÁLVEZ, 1996), a definição de contrato didático acima é uma forma de gerenciar o tempo didático em sala de aula, onde se estabelece através de uma negociação implícita as regras de funcionamento da relação, dentro da situação didática, por exemplo, o direito de falar e ouvir de cada uma das partes, a forma de relacionamento entre os alunos e desse com o professor dentro da sala de aula, a distribuição de tarefas e responsabilidades, a negociação dos prazos e a permissão ou proibição do uso de certos recursos, etc. Assim, a relação entre professor e aluno ocorre dentro de regras preestabelecidas, sendo que nem todas essas regras envolvem o terceiro elemento desta relação – o conhecimento. Mesmo assim, a aquisição de conhecimento é a principal motivação do contrato didático, o qual a cada nova etapa é renovado ou renegociado. Vale ressaltar que essa negociação é implícita e nem sempre é percebida por todas as partes envolvidas.

As noções de contrato didático surgem da necessidade teórica de compreender os descompassos profundos que existem no processo de aprendizagem. Faz o vínculo entre as situações adidáticas e situações didáticas, o que compreende, de uma parte, que o professor apresente progressivamente as situações que propõe ao aluno, envolvendo os pressupostos didáticos, e, de outra

parte que reconheça esse entorno adidático como território de referência cultural e funcionamento dos saberes que ensina (BROUSSEAU, 2008, p. 9).

Dessa forma, o professor exerce o papel nesse processo de fundamental importância pois age de forma interativa, favorecendo a comunicação produtiva entre os alunos, planejamento e execução de situações que promovam o crescimento do grupo.

Na relação didática essas interações são descritas como responsáveis pela epistemologia da aprendizagem através de conexões dinâmicas e incertas, conduzidas na ânsia das partes envolvidas no processo em administrar os percentuais de erros e fracassos, e tais variáveis não podem ser aceitas como livres no sistema. É administrada e regulada pelo sistema e o professor administra a incerteza dos alunos (BROUSSEAU, 2008, p. 77).

Essa dinâmica das interações em sala de aula fez Brousseau (2008, p. 77-85) identificar quatro paradoxos do contrato didático que podem se tornar obstáculos na construção do conhecimento. Especificamente, as reflexões feitas por Brousseau apontam ações que induzem a resultados negativos no ensino e aprendizagem. São eles:

1. Efeito Topaze ou o controle da incerteza

Apointa a tendência do professor, ao propor uma situação-problema ao aluno, induzi-lo progressivamente a uma resposta esperada, apresentando soluções intermediárias que deveriam ser descobertas pelo aluno.

2. Efeito Jourdain ou o mal-entendido fundamental

É uma forma de efeito Topaze. O professor, para evitar o debate do conhecimento com o aluno, elogia falsos indícios de conhecimentos sábios no comportamento ou na resposta dele, quando na realidade são de dimensões banais.

3. Permeabilidade didática

O professor ao observar que uma atividade de ensino fracassou, para dar continuidade à sua ação, usa seus meios heurísticos e suas explicações como objeto de estudos em lugar do conhecimento matemático. Segundo Brousseau essa substituição de um objeto de ensino por outro é muito comum.

4. Uso abusivo da analogia

Trata-se de um recurso excelente de heurística quando utilizado com responsabilidade de quem aplica. Usar a substituição de uma noção complexa por um caso semelhante, pode ser uma maneira temível de produzir efeito Topaze. Porém, caso haja fracasso no processo de aprendizagem, os alunos devem merecer nova oportunidade do mesmo assunto não esquecendo o problema original ou decaimento do nível de raciocínio.

Observamos com essas reflexões de Brousseau que na dinâmica das interações professor-aluno podem ocorrer distorções com efeito negativos, isso reiteram o fato de o processo de ensino e aprendizagem acontecem por meio de processos que nunca estão em equilíbrio estável. “Devem ser entendidos como uma sucessão de “correções” pontuais que não podem ser justificadas isoladamente”. Brousseau (2008, p. 77).

2.1.5. ENSINO HÍBRIDO COMO ABORDAGEM ESTRATÉGICA

Ensino híbrido ou *Blended learning*, representa no contexto atual um enorme desafio a ser implantado nas escolas públicas, e mesmo nas escolas privadas, em diferentes níveis de ensino. Uma geração inteira, instantaneamente foi obrigada a adapta-se a esse contexto desafiador, pais, professores e alunos não foram preparados para atuar nesse cenário tão complexo do distanciamento social repentino.

Em termos pedagógicos, segundo Bacich (2015, p. 24), o papel do professor é essencial na organização e no direcionamento do processo. Seu objetivo deve ser de planejar atividades que possam atender às demandas reais da sala de aula. Identificando as necessidades para que o processo ocorra de forma colaborativa, com foco no compartilhamento de experiências e a construção do conhecimento a partir das interações com o grupo.

Certamente essa mudança de paradigma requer uma nova forma de encarar o fazer pedagógico. Um fazer solidário, onde a ênfase está no aluno, distanciado do protagonismo do professor. Contudo, a valorização do papel do professor e a construção da autonomia do aluno representam um dos pilares das metodologias ativas, nas quais se destaca entre os modelos pedagógicos híbridos.

Oportunamente, no cenário em que este trabalho foi desenvolvido, o processo ensino e aprendizagem da *Sala de aula invertida*, no qual a teoria é estudada em casa, no formato *on-line*, e o espaço da sala de aula foi utilizado para discussões e resolução de atividades. Podemos considerar que tal modelo nos permitiu criar situações didáticas viáveis nos momentos delicados de experimentação.

Neste estudo, esse paradigma significou uma mudança de 180° na abordagem metodológica e na forma de encarar o ensino à distância. Novas camadas da pesquisa tiveram a urgência na realização, e há tempo, inseridas no quadro teórico deste trabalho.

O aporte teórico ao ensino híbrido, principalmente aqueles com foco nas metodologias ativas, dando ênfase nas práticas do aprender fazendo, como abordam os textos de (DEWEY 1902; BACICH, 2015; MORAN, 2018), fornecem ampla discussão quanto as práticas pedagógicas e aos conhecimentos teóricos necessários para ampla discussão da aprendizagem neste contexto de aulas híbridas, que envolvem desde as responsabilidades dos professores e alunos, e principalmente, pela infraestrutura tecnológica necessária a sua implantação no país.

2.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DAS FUNÇÕES

A seguir, apresentamos uma síntese do histórico, os principais conceitos de função e suas classificações utilizadas e citadas neste trabalho, como também uma visão de Dante (2010) de contextualizar estes conceitos.

Diferente de outras questões matemáticas como o sistema de numeração, a origem conceitual de função como conhecemos é relativamente recente e evoluiu ao longo dos últimos séculos. Acredita-se que a primeira menção ao tema tenha ocorrido a partir dos estudos do cálculo infinitesimal no século XVII.

O primeiro a citar o tema foi o físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727). Usou termos como “fluentes” e “fluxões” para suas ideias, o que causa certa estranheza, Newton descrevia “relatia” e “quantia” como variáveis dependentes e a “genita” como quantidades obtidas através de outras, utilizando as quatro

operações fundamentais. Observa-se que, de fato, o conceito apresentado por Newton era bem parecido com o que usamos atualmente.

Apropriando-se dos conceitos de Newton, o matemático alemão Wilhelm von Leibniz (1646–1716), demonstrou a primeira aplicação do conceito de função em 1673 no manuscrito, em latim, “Methodus tangentium inversa, seu de fuctionibus”. Leibniz usou o termo para designar a dependência de uma curva de quantidades geométricas, também introduziu termos como constante, variável e parâmetros.

O suíço Johann Bernoulli teve grande importância a divulgação do conceito. Entre 1694 e 1698 Bernoulli trocou correspondências com Leibniz nas quais citaram o termo “função”. Em 1718, o suíço publica um artigo de grande repercussão contendo sua definição de função de certa variável, como uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constante.

Anos depois, em 1748, o matemático e físico suíço Leonhard Euler, aluno de Bernoulli, publicou seus trabalhos onde substituiu o termo “quantidade” por “expressão analítica” e acrescentou a notação “ $f(x)$ ” o mesmo sentido que utilizamos atualmente.

Como percebemos, o conceito de função evoluiu com o passar do tempo, foi aprimorado no aspecto da notação, bem como, passou a ser utilizado na determinação de padrões e fórmulas, sejam elas na matemática, como em outras ciências. É um dos mais importantes da matemática, está sempre presente na relação entre duas grandezas variáveis. Assim são exemplos de funções:

- O valor a ser pago numa corrida de táxi é função do espaço percorrido;
- A área de um quadrado é função da medida do seu lado;
- Em um termômetro, a temperatura é dada em função do comprimento da coluna de mercúrio.

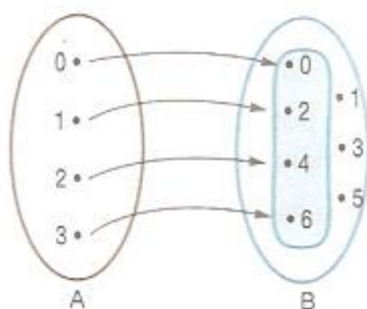
2.2.1. Definição de função

Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado através de f a um único elemento de B .

Usaremos a notação $f : A \rightarrow B$ para indicar que f é função de A em B .

2.2.2. Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, vamos considerar a função $f : A \rightarrow B$ que transforma $x \in A$ em $y \in B$.



Em toda função f de A em B , $\text{Im}(f) \subset B$.

Nesse caso, a função $f : A \rightarrow B$ está definida por $y = 2.x$ ou por $f(x) = 2.x$.

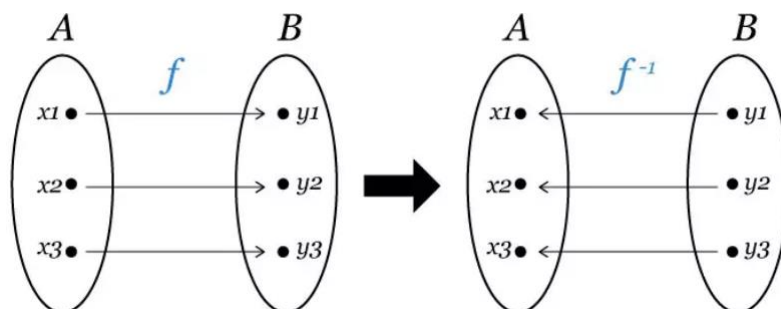
Veja que para caracterizar uma função é necessário conhecer seus três componentes: o domínio (A), o contradomínio (B) e uma regra que associa cada elemento de A a um único elemento $y = f(x)$ de B . Nesse exemplo, o domínio é $A = \{0, 1, 2, 3\}$, o contradomínio é $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, a regra é dada por $y = 2.x$ e o conjunto imagem é dado por $\text{Im}(f) : \{0, 2, 4, 6\}$.

2.2.3. Função Inversa

A função inversa, também denominada de invertível, indica uma função bijetora – injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Denotada por f^{-1} , essa função desfaz a operação executada pela função f .

Dada a função $f : A$ em B , chama-se função inversa de f , indicada por $f^{-1}(x)$, a função $f^{-1} : B$ em A que associa cada y de B ao elemento x de A , tal que $y = f(x)$.

Uma das principais características da função inversa é a capacidade de criar funções a partir de outras. Isso acontece porque os elementos de uma dada função podem ser invertidos. Confira o exemplo abaixo:



A imagem acima permite visualizar a função inversa, observe que no diagrama da direita as setas estão na direção invertida, que representa a relação inversa da função f , indicada por f^{-1} .

2.2.4. Função Afim

Introdução

José Roberto toma um táxi comum e cobra R\$ 2,60 pela bandeirada e R\$ 0,65 por quilômetro rodado. Ele quer ir à casa de um amigo que fica a 10 Km dali. Quanto José Roberto vai gastar de táxi?

Resolução: Ele terá de pagar os $10 \times \text{R\$ } 0,65$ pela distância percorrida e mais R\$ 2,60 pela bandeirada, ou seja, $\text{R\$ } 6,50 + \text{R\$ } 2,60 = \text{R\$ } 9,10$.

Se a casa do seu amigo ficasse a 15 Km de distância, o preço da corrida (em reais) seria: $0,65 \cdot 15 + 2,60 = 9,75 + 2,60 = 12,35$.

Enfim, para cada distância x percorrida pelo táxi há certo preço $c(x)$ para a corrida. O valor $c(x)$ é uma função de x .

Podemos encontrar facilmente a lei que expressa $c(x)$ em função de x :

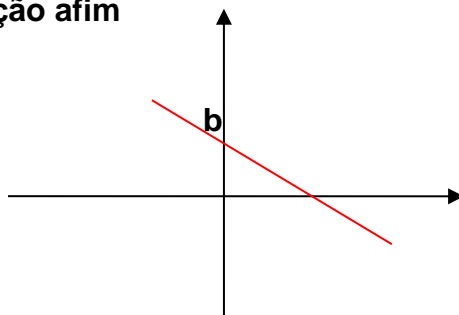
$$c(x) = 0,65 \cdot x + 2,60$$

que é um caso particular de função afim.

Definição

Chama-se função afim qualquer função de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. O número a é chamado de coeficiente de x e o b de termo constante.

Coeficientes da função afim



Dados os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$, temos que $f(x_1) = ax_1 + b$ e $f(x_2) = ax_2 + b$, daí $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$, portanto $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$a \rightarrow$ Taxa de Variação

$b \rightarrow$ coeficiente linear

A lei da função $f(x) = ax + b$ representa a equação de uma reta

Gráfico

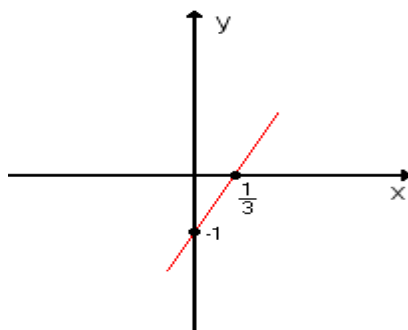
Exemplo - Vamos construir o gráfico da função $y = 3x - 1$:

Como o gráfico é uma reta, basta obter dois de seus pontos e ligá-los com o auxílio de uma régua.

a) para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1$; portanto um ponto é $(0, -1)$

b) para $y = 0$, temos $0 = 3x - 1$; portanto, $x = 1/3$ e outro ponto é $(1/3, 0)$

Marcamos os pontos $(0, -1)$ e $(1/3, 0)$ no plano cartesiano e ligamos os dois com uma reta.



D: \mathbb{R} , Cd: \mathbb{R} , Im: \mathbb{R}

Para obtermos a equação da reta que passa pelos pontos A $(-1,3)$ e B $(1,1)$, temos que resolver o seguinte sistema:

$$3 = a(-1) + b \quad -a + b = 3$$

$$1 = a \cdot 1 + b \quad \text{ou seja,} \quad a + b = 1$$

Cuja solução é $a = -1$ e $b = 2$. Portanto, a equação procurada é $y = -x + 2$.

Zero de uma função afim

Chama-se zero ou raiz de uma função afim $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, o número real x tal que $f(x) = 0$.

$f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$ (ponto em que a reta intercepta o eixo das abscissas).

Ex: $f(x) = 3x + 6$

$$f(x) = 0 \rightarrow 3x + 6 = 0 \rightarrow x = -2$$

2.2.5. Função Quadrática

Definição

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Vejam alguns exemplos de função quadráticas:

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde $a = 3$, $b = -4$ e $c = 1$
2. $f(x) = x^2 - 1$, onde $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$
3. $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$, onde $a = 2$, $b = 3$ e $c = -5$
4. $f(x) = -x^2 + 8x$, onde $a = -1$, $b = 8$ e $c = 0$
5. $f(x) = -4x^2$, onde $a = -4$, $b = 0$ e $c = 0$

Gráfico

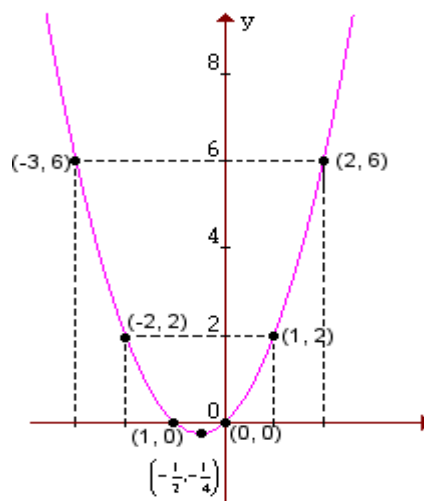
O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma curva chamada **parábola**.

Exemplo:

Vamos construir o gráfico da função $y = x^2 + x$: domínio $\{-3, -2, -1, -1/2, 0, 1, 2\}$

Primeiro atribuímos a x alguns valores $xy = -\frac{b}{2a}$ depois calculamos o valor correspondente de y e, em seguida, ligamos os pontos assim obtidos.

x	Y
-3	6
-2	2
-1	0
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
0	0
1	2
2	6



Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se $a > 0$, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**; Ponto de mínimo
- se $a < 0$, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**; Ponto de máximo

Zero e Equação do 2º Grau

Chama-se zeros ou raízes da função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, os números reais x tais que $f(x) = 0$.

Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela fórmula denominada por alguns de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Temos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

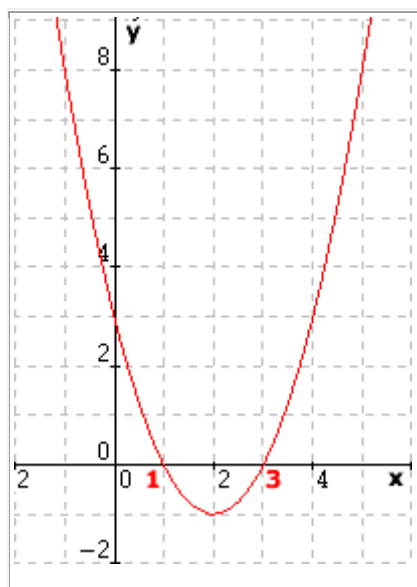
Observação

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, chamado discriminante, a saber:

- quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando Δ é zero, há só uma raiz real;
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

Exemplo: na função $y = x^2 - 4x + 3$, as raízes da função serão $x=1$ e $x=3$.

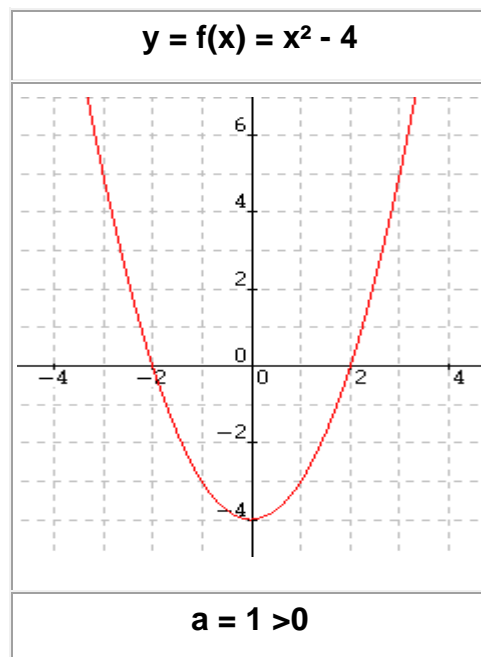
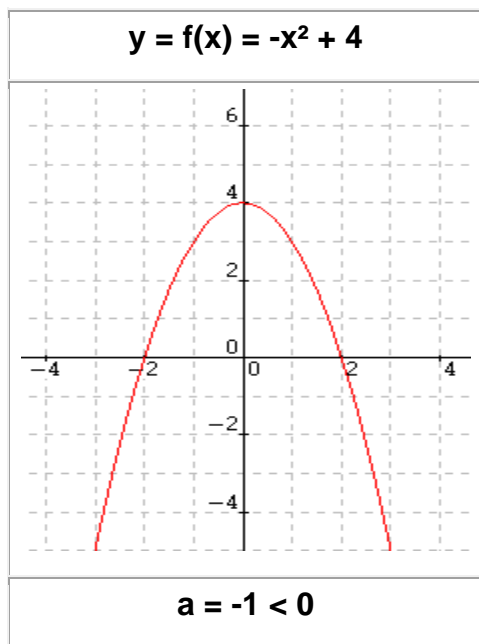
Vejamos o gráfico:



Notem que quando $x=1$ e $x=3$, a parábola intercepta ("corta") o eixo x .

Como determinar a raiz ou zero da função do 2º grau?

Simplemente aplicando a resolução de equações do 2º grau, já vista na seção anterior.



Exemplo: determine a raiz da função $y = x^2 - 4x + 3$

Fazendo $y=f(x)=0$, temos $x^2 - 4x + 3 = 0$

Agora basta resolver a equação aplicando a fórmula de Bhaskara.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (3) \rightarrow \Delta = 4$$

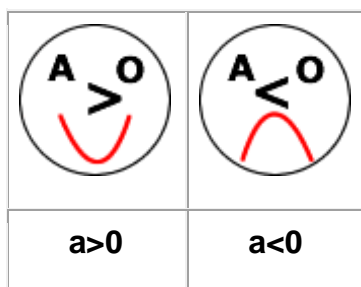
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (1)} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{4+2}{2} \text{ ou } \frac{4-2}{2}$$

Acharemos que $x' = 1$ e $x'' = 3$. (veja gráfico acima)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Concavidade da parábola

Explicaremos esta parte com um simples desenho.



Os desenhos até que ficaram bonitinhos, mas isso não importa neste momento. O que nos importa agora é que quando $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima (carinha feliz) e quando $a < 0$, a parábola está voltada para baixo (carinha triste).

Exemplos:

[Nota] Quando a concavidade está voltada para cima ($a > 0$), o vértice representa o **valor mínimo da função**. Quando a concavidade está voltada para baixo ($a < 0$), o vértice representa o **valor máximo**.

Quando o discriminante é igual a zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac$, o vértice a parábola encontra-se no eixo x. A coordenada y será igual a zero.

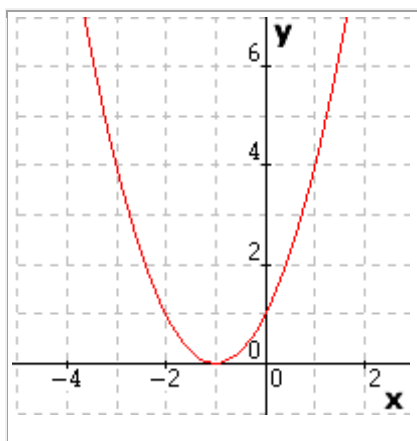
$$\text{Exemplo: } y = f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

$$x = x' = -\frac{b}{2a} = -1$$

As coordenadas do vértice serão $V = (-1, 0)$

Gráfico:



Quando o discriminante é maior que zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac$, a parábola intercepta o eixo x em dois pontos.

(São as raízes ou zeros da função vistos anteriormente).

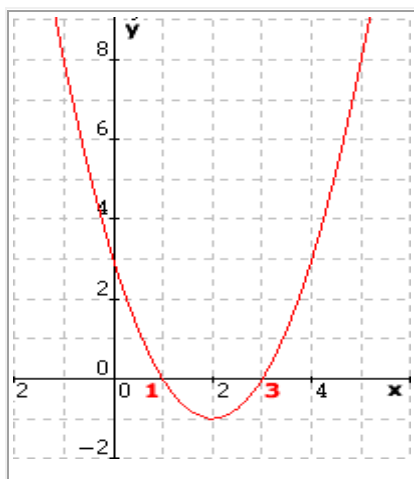
$$\text{Exemplo: } y = f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0$$

$$x = 1, x' = 3$$

Gráfico:



Quando o discriminante é menor que zero

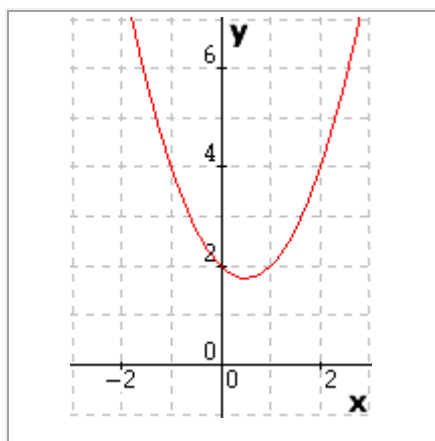
Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4.a.c$, a parábola não intercepta o eixo x. Não há raízes ou zeros da função.

Exemplo: $y = f(x) = x^2 - x + 2$




$$x^2 - x + 2 = 0$$




$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(1).(2) = 1 - 8 = -7 < 0$$

Gráfico:



Resumindo:

$\Delta=0$	$\Delta>0$	$\Delta<0$
		
$a<0$	$a<0$	$a<0$

$\Delta=0$	$\Delta>0$	$\Delta<0$
		
$a>0$	$a>0$	$a>0$

2.3. NECESSIDADES PARA IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA

Fazer uso de recursos tecnológicos no âmbito educacional, não depende apenas de recursos financeiros e políticas públicas, depende também do devido treinamento, convencimento e da adoção pelos professores, além da reestruturação pedagógica e curricular, passando pela disponibilização da infraestrutura.

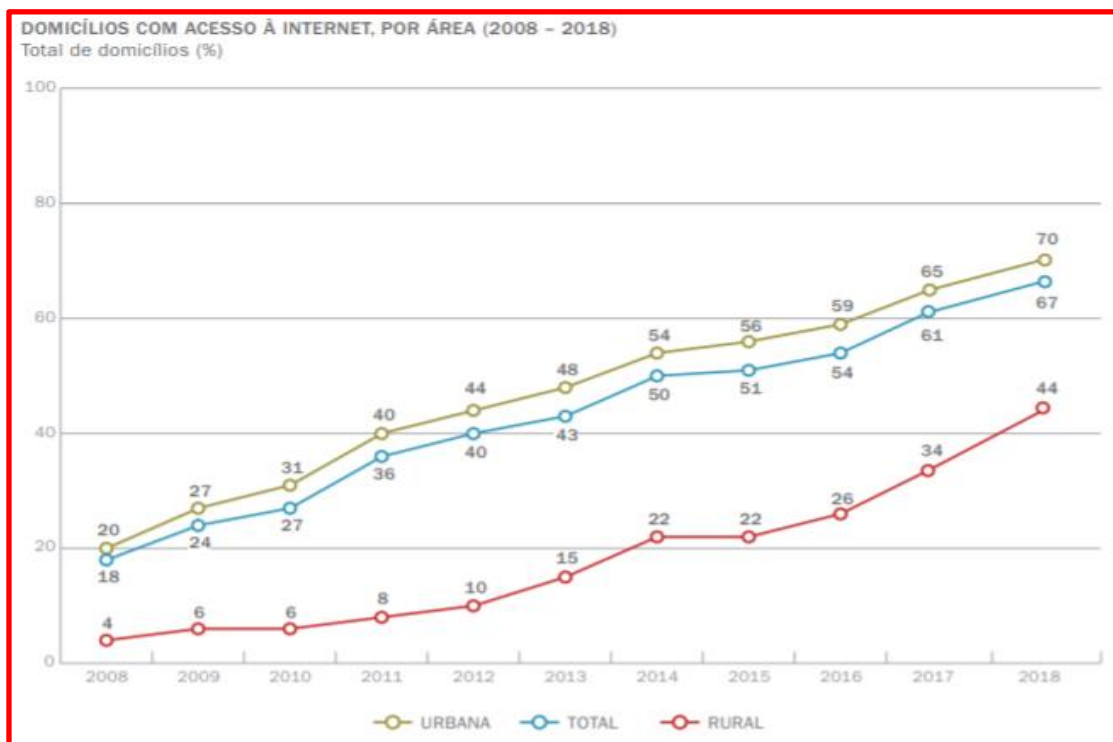
Dois aspectos são importantes sobre a questão organizacional que permeiam essa pesquisa e são abordados neste tópico. Se referem a infraestrutura do ambiente de aprendizagem e a formação dos professores para o uso das tecnologias.

2.3.1. Infraestrutura

Consultando a pesquisa realizada pelo Centro de Estudos sobre Tecnologias da Informação e da Comunicação (CETIC)¹, ligado ao Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI). É possível observar que os usuários de internet no país vêm crescendo nos últimos anos.

Como mostrado no gráfico no quadro 1, no geral, o acesso a rede mundial está a cada ano atingindo um percentual maior da população brasileira, a maioria 70%, ainda na área urbana, na zona rural 44% possuem acesso à rede. Podemos observar que precisamos avançar muito na infraestrutura de acesso, ofertar com velocidades razoáveis e a preços acessíveis a parcela da população que ainda não tem acesso a essa importante infraestrutura.

¹ Informações disponíveis em: <https://www.cetic.br/pt/> Acesso em: 08/julho/2020.

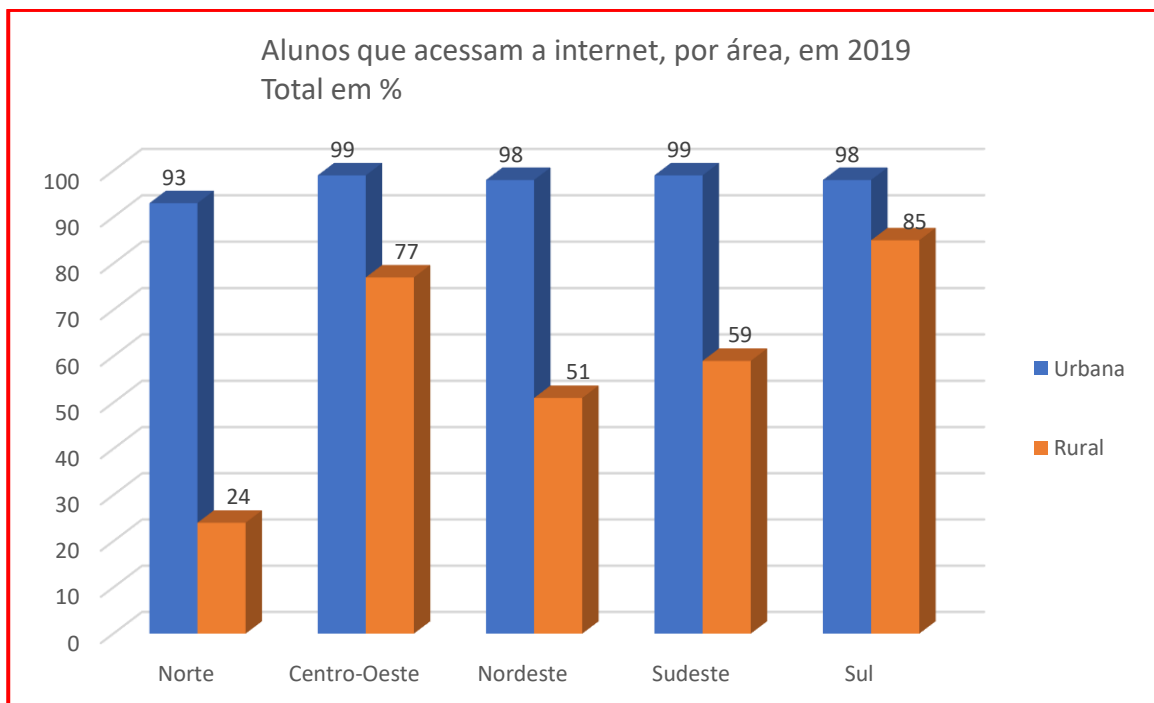


Quadro 1: Panorama geral dos domicílios com acesso à internet, por área, 2008 a 2018. (Fonte: CETIC)

As escolas já possuem uma certa estrutura quando disponibilizada em algum ambiente, ou seja, sala exclusiva com computadores e softwares voltados para aprendizagem. Segundo o CETIC, em 2019 cerca de 97% das escolas públicas urbanas no Brasil possuem acesso à internet, o percentual de escolas públicas rurais com esse tipo de acesso é de apenas 30%.

Percebemos com esses dados que a infraestrutura tecnológica voltada à educação está concentrada nas escolas das áreas urbanas do país. Portanto, nota-se a urgência em democratizar os recursos tecnológicos voltados para educação, disponibilizando às cidades e escolas do interior tais recursos.

Esse fator é minimizado pelos dados apresentados no gráfico do quadro 2, onde, em análise feita pelo CETIC, observou-se que os alunos acessam a internet em diversos ambientes além da escola. Sobretudo, em casa ou ambientes públicos, os quais fazem uso de diversos dispositivos como celulares, tablets ou consoles.



Quadro 2: Panorama geral dos alunos que acessam a internet, por área. (Fonte: CETIC, 2019)

Todavia, é preciso ir além de uma sala com computadores, precisa-se disponibilizar a conexão em rede e condições razoáveis de acesso à internet, pois torna-se mais amplo o uso destes recursos.

Com o acesso às redes, multiplicam-se as possibilidades educativas. Ampliam-se os espaços das escolas não apenas para acessar informações, mas também para comunicar, divulgar e oferecer informações, serviços e atividades realizadas no âmbito da instituição por seus professores, alunos e funcionários. (Kenski, 2003, p.70)

Em momentos como os vividos em 2020, quando as desigualdades sociais ficaram ainda mais evidentes ao comparar-se os alunos de escolas públicas e particulares quanto ao acesso a aulas virtuais à distância, devido ao fechamento das escolas por longo período. Tal infraestrutura de recursos tecnológicos fez-se ainda mais ausente no momento que os profissionais da educação não dispuseram dos meios necessários para continuar oferecendo aos alunos, os conteúdos, sem as aulas presenciais.

Notou-se nesse período de escolas fechadas e, conseqüente ensino à distância e/ou híbrido, um certo aumento na discussão, por especialistas, da necessidade de oferecer aos alunos mais vulneráveis algum auxílio tecnológico, como pacotes de internet e dispositivos para acessar as aulas remotas.

No período do estudo aqui descrito, ocorrido na cidade de Manaus, observou-se que os poderes públicos estadual e municipal criaram um programa governamental denominado Aula em Casa Amazonas², o qual disponibilizou a transmissão pela televisão, em canal aberto, aulas gravadas em estúdios com professores da própria rede, selecionados e treinados para esse fim.

No período das aulas exclusivamente remotas, que se estendeu de março a agosto de 2020, os professores lotados nas escolas faziam o acompanhamento, a partir de casa, da frequência dos alunos e auxiliava-os, tirando dúvidas e aplicando atividades avaliativas.

De setembro até o final do ano letivo em dezembro do mesmo ano, o sistema migrou para o modelo híbrido, no qual cada turma foi dividida em dois grupos distintos, os quais se reversavam nas aulas presenciais. Um grupo tinha aulas nas segundas e quartas, enquanto o outro tinha aulas nas terças e quintas. Todos continuaram acompanhando as aulas transmitidas pela TV aberta, mas nesse momento, complementadas com essas aulas presenciais dos seus respectivos professores.

Os resultados desse modelo ainda são muito controversos, o que gera complexas discussões e um campo amplo para futuras pesquisas. Sobretudo pela urgência da melhoria da infraestrutura tecnológica nas escolas públicas do país, e a disponibilização de meios que permitam aos alunos acessarem a rede mundial de computadores em casa ou em espaços públicos com meios materiais para isso.

² O Projeto Aula em Casa é uma iniciativa do Governo do Estado do Amazonas por meio da Secretaria de Estado de Educação e Desporto (SEDUC-AM) em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de Manaus (SEMED), que devido à situação de emergência na saúde pública em função da pandemia ocasionada pelo Coronavírus (COVID-19), objetivam disponibilizar à comunidade escolar conteúdos didáticos pedagógicos para possibilitar a continuidade dos estudos fora do ambiente escolar presencial. As aulas são produzidas pelo Centro de Mídias de Educação, departamento da SEDUC-AM, que já possui experiência na produção de conteúdo midiático para a educação mediada por tecnologia. Portal Saber Mais. Disponível em: <https://www.sabermais.am.gov.br>. Acesso em: 08/02/2021.

2.3.2. Formação de professores

Todos os anos, grande parte dos investimentos dos recursos das escolas são destinados a compra de equipamentos e na sua manutenção. Enquanto que a formação adequada dos professores é deixada pra segundo plano ou mesmo esquecida.

Raramente o processo de investimento é decidido por uma discussão envolvendo toda a equipe pedagógica sobre os melhores instrumentos ou mídias mais adequadas para desenvolver um ensino de qualidade que atinja os objetivos desejados pela maioria.

Geralmente, as escolas ou governantes contratam empresas ou profissionais que são responsáveis pela instalação e manutenção do funcionamento mínimo dessa estrutura. Em muitos casos, esses mesmos profissionais oferecem aos professores cursos de curta duração sobre o manuseio do hardware e dos softwares. Em geral, os programas de treinamento são falhos pois concentram-se na instrução dos professores sobre o manuseio de ferramentas como processadores de texto, apresentação de slides, navegação pela internet, apenas como forma de conhecimento superficial da tecnologia, sem qualquer discussão da importância epistemológica desses instrumentos no processo pedagógico (Kenski, 2003).

Para que a escola realize um ensino de qualidade é necessário muito mais do que possuir avançados equipamentos disponíveis. É necessário também muito mais do que boa vontade ou submissão do professor às instruções dos técnicos que orientam sobre o uso dos computadores e demais equipamentos. É necessário muito mais que os breves cursos de “introdução” aos programas e softwares que a escola dispõe para uso didático. É necessário, sobretudo que os professores se sintam confortáveis para utilizar esses novos auxiliares didáticos. Estar confortáveis significa conhecê-los, dominar os principais procedimentos técnicos para sua utilização, avaliá-los criticamente e criar novas possibilidades pedagógicas, partindo da interação desses meios com o processo de ensino (Kenski, 2003, p.77)

Para atingir esse nível de interação com as tecnologias, é necessário um processo que se estende a longo prazo. Segundo Kenski (2003, p.79), a relação das habilidades docentes e o tempo para atingi-las está descrito no quadro 3.

Quadro 3: Relação das habilidades docentes e o tempo necessário para alcançá-las. (Fonte: Kenski, 2003, p.79)

Estágio Habilidade	Descrição	Desenvolvimento profissional desejável
Entrada	O professor tenta dominar a tecnologia e o novo ambiente de aprendizagem, mas não tem a experiência necessária.	Nenhum
Adoção	O professor realiza treinamento bem-sucedido e domina o uso básico da tecnologia.	30 horas
Adaptação	O professor sai do uso básico para descobrir uma variedade de aplicações para o uso da tecnologia. O professor tem conhecimento operacional do hardware e pode detectar falhas básicas do experimento.	+45 horas de treinamento; 3 meses de experiência e apoio técnico permanente e imediato.
Apropriação	O professor tem domínio sobre a tecnologia e pode usá-la para alcançar vários objetivos instrucionais ou para gerenciar a sala de aula. O professor tem boa noção de hardware e das redes.	+60 horas de treinamento; 2 anos de experiência e apoio técnico permanente e imediato.
Invenção	O professor desenvolve novas habilidades de ensino e utiliza a tecnologia como uma ferramenta flexível.	+80 horas de treinamento; 4-5 anos de experiência; apoio técnico imediato.

Isso significa que para atingir um domínio razoável, o professor precisa ter no mínimo 30 horas de treinamento, o qual pode se estender por até 215 horas, dependendo do nível ao qual a entidade deseja alcançar.

De acordo com dados da pesquisa realizada em 2019 pelo Centro de Estudos sobre Tecnologias da Informação e da Comunicação (CETIC), em quase 900 escolas públicas em todo o Brasil, apenas 58% dos professores participaram de algum tipo de programa de formação relativo às novas tecnologias.

No período deste estudo, ocorrido em um momento de calamidade na saúde pública sem precedentes, ficou evidente que a formação dos professores precisa sair dos discursos da importância dos professores na sociedade e partir para ações mais efetivas no campo da formação básica que uma senso crítico e teórico a metodologias práticas e técnicas. De acordo com Casagrande (2020):

O professor está passando por um momento de quebra de paradigmas, de redução de estigmas e preconceitos e passando a encarar uma nova forma de ensinar, não mais centrada na sala de aula [...] em que o aluno se torna protagonista do seu processo de aprendizagem, encontra nesse momento um espaço de desenvolvimento.

Portanto, ainda há muito o que avançar no país, quanto a formação adequada dos professores. Visivelmente precisamos de planejamento e políticas sérias de infraestrutura e formação docente. Cada escola precisa definir com clareza seu projeto pedagógico e uso que pretende fazer das tecnologias a fim preparar seus profissionais frente aos novos instrumentos de ensino.

Como já mencionamos, nossa proposta foi implementada com os alunos do 9º ano em uma escola pública da rede estadual, localizada na cidade de Manaus, estado do Amazonas – Brasil, denominada Manuel Rodrigues de Souza, localizada na zona Leste, periferia da cidade.

2.4. TRABALHOS RELACIONADOS

Alguns trabalhos que abordam essa temática foram objeto de estudos, os quais considerou-se relevantes pelas suas contribuições os textos de:

Biembengut e Hein (2000) educadores e pesquisadores propuseram a modelagem como método de ensino de matemática, colocando o aluno com sujeito ativo e o professor como mediador no processo de aprendizagem. Como procedimento propõe três etapas para uso didático da modelagem: (i) a interação – reconhecimento e familiarização com o assunto a ser modelado, isto é, o referencial teórico; (ii) a matematização – formulação do problema, hipótese e resolução do problema em termos do modelo e (iii) modelo matemático – interpretação da solução e validação da solução. Considera-se essas etapas, em

termos de modelação, muito próximas às da resolução de problemas proposto pelo método de POLYA (1995), aliado ao proposto por Biembengut.

Bassanezi (2009) fez uma análise mais detalhada da modelagem, baseando-se na experiência como pesquisador nesta área, afirmou que a modelagem pode ser encarada tanto como método científico de pesquisa quanto como estratégia de ensino-aprendizagem. O autor traçou uma linha semelhante à abordagem de Biembengut quando propôs as etapas das atividades da modelagem como método de ensino, basicamente composto por cinco etapas: Experimentação – onde se processa a obtenção dos dados; Abstração – fase onde seleciona as variáveis, formula-se a hipótese e elabora-se o modelo matemático; Resolução – substituição da linguagem natural das hipóteses pela linguagem matemática coerente; Validação – processo de aceitação ou não do modelo proposto; Modificação – algumas adequações ou melhoramentos que podem ser feitas no modelo.

No trabalho de Rosa e Orey (2012), foi feita uma abordagem da modelagem matemática a partir dos conhecimentos tácito e explícito de acordo com as ideias de NELSON et al, os quais afirmam que, com a experiência e o aprendizado contínuo o conhecimento tácito, anteriormente construído, amadurece e evolui em um novo conhecimento, que permanecerá tácito até que seja explicitamente comunicado e transmitido. Esses conhecimentos são extraídos num contexto de modelagem matemática que exploram o conhecimento prévio do aluno, confrontando-o com situações-problemas. Os autores não analisaram o processo de aprendizagem, como o sujeito realiza a construção dos conhecimentos tácitos e explícitos o que motiva o questionamento secundário: o conhecimento é construído de forma arbitrária ou é desencadeado por um processo lógico interno? Acredita-se que uma contribuição pode ser dada com esse projeto associando a modelagem de funções matemáticas à teoria da aprendizagem de Piaget.

Magarinus (2013), propôs em sua dissertação a aprendizagem de funções através de sequências didáticas. Utilizou como mediação objetos de aprendizagem, construindo os principais conceitos de funções através de simulação de eventos reais filmados e analisados pelos alunos com auxílio do software Tracker. Realizou atividades como resolução de exercícios e respostas a questionários e entrevistas abertas. O trabalho fez uma descrição histórica do conceito de função, posteriormente analisou a definição de função contida em alguns livros didáticos do

ensino básico e superior, observou como o tema é abordado nos PCN's. O suporte teórico da aprendizagem foi sustentado pela teoria Socioconstrutivista de Vygotsky apoiando-se na linguagem como formadora dos conceitos, abordando a resolução de problemas de Polya.

No artigo de Bessa et al (2017), foi feito o relato de uma experiência do uso de placa de prototipagem arduíno associada a linguagem de programação Scratch para ensino-aprendizagem de geometria, mais precisamente na montagem de um cubo de led nas aulas de matemática. A ideia dos autores foi desenvolver o pensamento computacional e a geometria através de uma sequência didática onde os alunos pudessem interagir e aprender matemática em ambiente de programação motivador. Utilizaram como referencial teórico as ideias construcionistas de Seymour Papert ao qual atribuíram inspiração para discorrer da necessidade de tornar os alunos protagonistas da aprendizagem, tendo os computadores como uma máquina a ser ensinada. A metodologia aplicada foi baseada em projetos em uma turma de 6º ano de uma escola pública de Fortaleza. Utilizaram um kit arduíno, um kit LEGO e sucatas eletrônicas, aos quais os monitores. Segundo os autores houve uma considerável melhoria no interesse e concentração da turma em relação às aulas de matemática. Notou-se que em suas considerações finais, os autores não explicaram quais foram esses níveis de melhoria na aprendizagem nem se utilizaram algum critério quantitativo ou qualitativo para mensurá-los.

3. CAMINHO METODOLÓGICO

Desenvolvemos neste trabalho de dissertação uma abordagem voltada para auxiliar de forma propositiva no processo educacional, tendo como um dos objetivos desenvolver uma metodologia que atendam algumas necessidades que se mostram atuais tendo como cenário o distanciamento social e a ainda baixa adesão à modalidade ensino à distância conforme dados da Pesquisa nacional por Amostra de Domicílios Covid (Pnad Covid-19), divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Em meio ao contexto de fechamento das escolas para conter a disseminação do novo coronavírus no país, 8,7 milhões de crianças, adolescentes e jovens não

tiveram qualquer acesso ao ensino remoto em 2020. Apenas sete em cada dez estudantes brasileiros realizaram atividades educacionais à distância.

Esta pesquisa, revelou ainda, desigualdades regionais marcantes. Na região Norte, 40% das crianças do ensino fundamental e quase metade dos estudantes do ensino médio ficaram sem atividades escolares durante o ano letivo de 2020. Dados como esses mostram que a exclusão digital, infelizmente é fato preocupante no contexto educacional do país, estudantes com menor renda domiciliar per capita, tiveram menos acesso a atividades escolares.

Neste contexto, acreditamos que este estudo pode contribuir na busca de soluções metodológicas para o ensino mediado por tecnologias, no sentido de propor um modelo de aprendizagem onde a construção dos conceitos é feita a partir de aplicações experimentais. Tal modelo prioriza adequar-se ao contexto aqui apresentado, onde é fundamental colocar o professor, e principalmente, o aluno como ator preponderante nas ações que farão parte na construção do meio físico ou social que, segundo Piaget, constituem a aprendizagem.

3.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Neste estudo procuramos enfatizar a visão empírica como ponto de partida na abordagem metodológica e, a partir da reflexão sobre os dados assim obtidos seja possível ultrapassar a limitação dos sentidos e avançar além do senso comum, num breve exercício da práxis em sala de aula, retornando novamente ao empírico quando necessário, em um movimento de espiral, como concebido no processo de construção do conhecimento da teoria psicogenética de Piaget.

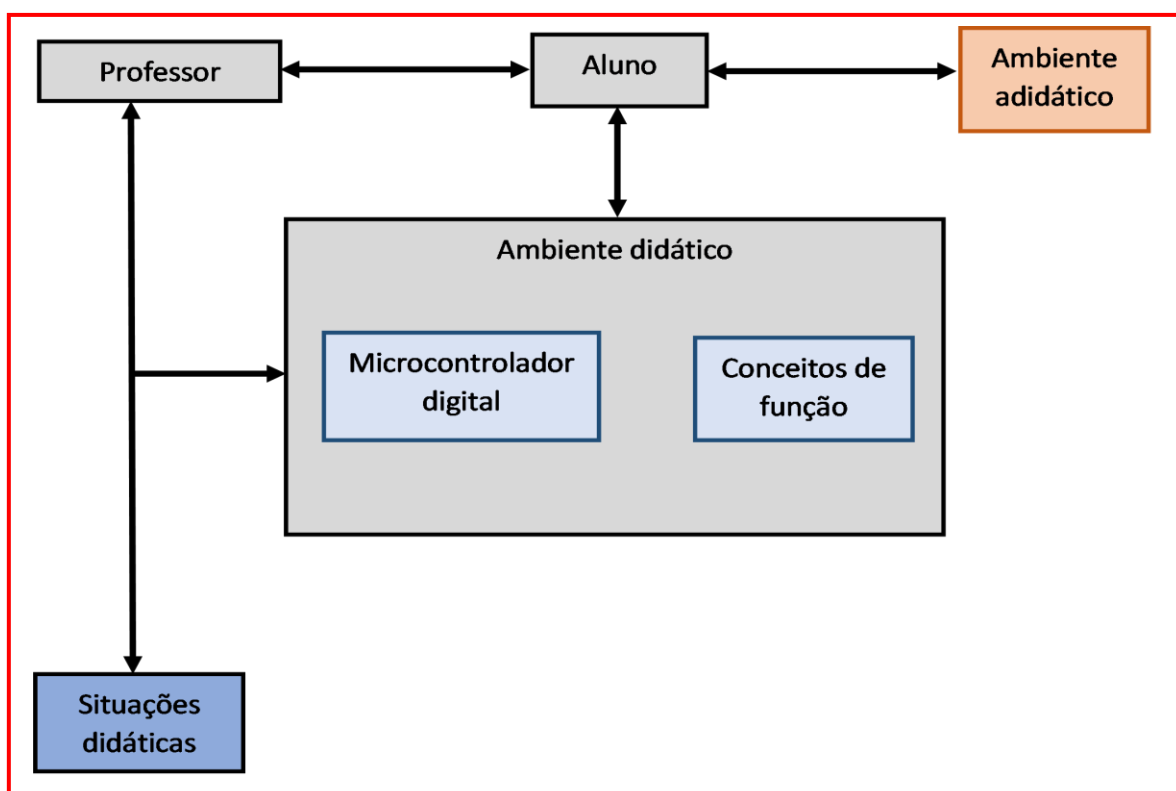
Dessa forma, acreditamos no processo descrito neste estudo como meio de atingir os objetivos já mencionados. Assim, potencializar a ação do sujeito sobre o objeto de aprendizagem, vislumbrando a apropriação dos conceitos de função matemática.

Partimos das premissas que os fenômenos podem ser observados e daí surgirem elementos conceituais que apoiem as soluções das questões norteadoras. A partir dessa observação e dos estímulos sensoriais daí decorrentes ocorra a assimilação das propriedades e características do objeto concreto. Esses

novos estímulos, numa visão piagetiana, concorrem com as estruturas mentais já existentes no repertório cognitivo do sujeito, possibilitando-lhe operar no campo abstrato os novos saberes, e um movimento ascendente de enriquecimento cognitivo.

Acreditamos que o modelo desenvolvido apresenta, de forma propositiva, uma arquitetura pedagógica que visa envolver ativamente os sujeitos que participam direta ou indiretamente do processo. Tendo em vista que os recursos são escassos na maioria das escolas do país, procuramos minimizar a dependência de componentes e assessoria de empresas especializadas, utilizando materiais de baixo custo disponíveis no mercado.

O esquema do quadro 4 apresenta de forma simplificada como o processo didático se desenvolveu e como atuaram os principais entes envolvidos no modelo de aprendizagem. Aqui o triângulo da aprendizagem, constituído por professor-aluno-conhecimento, concebido por (D'Ambrósio,1996; Brousseau, 2008), ganha um dinamismo atualizado, impulsionado pelas novas tecnologias então denominadas de “meios materiais “.



Quadro 4: Modelo didático para o ensino de funções com base nas situações didáticas

Nele, o professor atua como o articulador do processo de aquisição de conceitos, este é responsável pelo desenvolvimento das situações didáticas apoiadas nas ideias de Brousseau (2008) e Zabala (2010). Neste processo o professor realiza a pesquisa, faz montagem dos experimentos, podendo ser com a coparticipação de outros professores, e ao final, realiza a apresentação aos demais alunos a fim de despertar a evidência dos conceitos a serem assimilados sobre funções matemáticas.

Assim, o professor vai adquirindo, ao longo do processo de experimentação o feedback, a troca de informações e a expertise gradual no domínio da metodologia proposta. Dessa forma, gradativa e oportunamente pode-se inseri-lo na dimensão necessária do ensino híbrido, fazendo-se uso das tecnologias integradas que despertam novos saberes e possibilitam aproximar pessoas fisicamente distantes.

Levando-se em conta o repertório prévio do aluno, e à luz da teoria de Piaget, procurou-se inicialmente estimular nos alunos um desafio ao seu estado cognitivo momentâneo, com intuito de provocar o desequilíbrio dos esquemas mentais, a fim de despertar o interesse pelo tema.

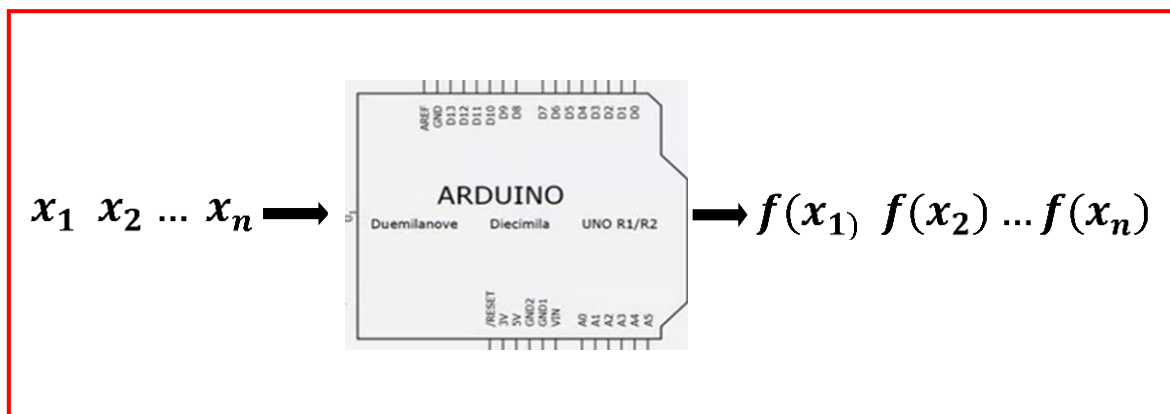
No quadro 4 podemos observar que o modelo foi construído tendo como ponto central do processo a construção dos conceitos de função a partir de um arcabouço tecnológico baseado em um modelo matemático pré-concebido de função e de um microcontrolador digital, que ao receber o dado de entrada, seja um sinal elétrico ou comando, o microcontrolador passa, a partir deste momento, a fazer o papel de uma função, isto é, processando o dado no algoritmo interno e devolvendo a resposta adequada ao que foi solicitado pelo usuário.

Nesse processo, espera-se que o aluno ao interagir com esse conjunto didático receba os estímulos necessários ao ponto de assimilar que, naquele momento, ocorre a simulação de uma relação típica entre entes funcionais, que ocorre entre elementos com papéis bem definidos no processo. Posteriormente denominados de conjuntos domínio e contradomínio, e neste último, contendo a restrição aos elementos do conjunto imagem.

A proposta como abordagem tecnológica baseia-se na montagem de experimentos utilizando a placa controladora, a ideia é montar experimentos simples que simulem fatos do mundo real e que possam ser explicitados por meio

de funções. Por exemplo uma corrente de entrada no circuito e que resulte no acendimento de um led comum ou de cores variadas.

No quadro 5 observamos como a ideia de função física é aderida ao princípio de funcionamento da placa controladora, que a grosso modo, segue o mesmo princípio de qualquer computador com entrada, processamento e saída.



Quadro 5: Microcontrolador como função física (autoria própria)

Naturalmente o sujeito será levado a construir conceitos em associações com o seu repertório pré-existente. Aos quais dessa forma estimulados, possam construir níveis cognitivos, não hierarquizados, antes talvez desarticulados e que agora organizados ao ponto de fazer uma montagem riquíssima de associações, que engendram na mente do sujeito um conhecimento construído através de ações e, conseqüentemente, conceitos oriundos da experiência e do contato com o objeto físico.

Vale ressaltar que Brousseau (2008) já aborda as características comuns da atuação do professor e dos alunos nos ambientes didático e adidático. Nos quais, embora o professor tente modelá-los aos seus objetivos prioritários, invariavelmente, estes ambientes não apresentam características facilmente controláveis.

Embora alguns possam criticar que determinadas competências não fiquem limitadas ao empirismo e ao lugar comum, acreditamos que contornar os gargalos da abstração e da aprendizagem matemática requer lançar-se ao campo delicado da experiência. Embora os sentidos sejam limitados como elementos de observação dos fenômenos da realidade que cerca o sujeito, propiciar a aprendizagem por meios da experimentação matemática, como a descrita neste

trabalho e, de acordo com as ideias de Piaget, conduz a adaptação aos novos conceitos caracterizados no modelo didático.

3.2. CONCEPÇÃO DAS ATIVIDADES NO CONTEXTO DE ENSINO HÍBRIDO

O material experimental foi concebido inicialmente para o contexto de “normalidade pedagógica”, isto é, com aulas presenciais complementadas com materiais disponibilizados nas plataformas de compartilhamento remoto, como o Google Drive ou Google Sala de Aula. No entanto, a realidade do cotidiano escolar mudou repentinamente com pandemia da Covid-19 e o fechamento das escolas que será descrito posteriormente no capítulo quatro.

Assim, optou-se pela continuidade do processo de estudo aderindo-se ao modelo pedagógico do ensino híbrido, compondo dessa forma, mais uma camada neste trabalho.

Podemos pensar o ensino híbrido como:

Um programa de educação formal no qual um aluno aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino on-line, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo do estudo, e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência. (CHRISTENSEN; HORN; STAKER, 2013)

Quando exercitamos a observação que ultrapassa o senso comum, podemos concluir que o ensino e a aprendizagem híbrida são práticas informais que perpassa nosso cotidiano, as mediações do inteligível não se limitam às paredes da sala de aula. Com efeito, Bacich e Moran, reforçam essa ideia quando argumentam que o modelo híbrido é:

[...] um processo, com a mobilidade e a conectividade, é muito mais perceptível, amplo e profundo: trata-se de um ecossistema mais aberto e criativo. O ensino também é híbrido, porque não se reduz ao que planejamos institucionalmente, intencionalmente. Aprendemos através de processos organizados, junto com processos abertos, informais. Aprendemos quando estamos com um professor e aprendemos sozinhos, com colegas, com desconhecidos. Aprendemos intencionalmente e aprendemos espontaneamente. (BACICH, MORAN, 2015)

O material instrucional desenvolvido nesta dissertação teve como objetivo auxiliar de forma propositiva ao processo educacional, partindo da premissa que o aluno pode ser integrado ao processo de maneira ativa, dissociando-se do ensino baseado somente na transmissão do conhecimento.

As atividades foram pensadas como elementos de mediação entre o conhecimento e o sujeito, articulados no processo de composição das situações didáticas pelo professor, sendo o agente responsável em inseri-los no contexto e na realidade das suas aulas.

Norteados pelos trabalhos de Piaget, o material contém atividades que resgatam os conhecimentos prévios dos alunos, sendo direcionados para assimilação de conceitos científicos pautados na observação dos experimentos, pesquisa autônoma e interação com os ambientes didático e adidático. O desenho de tais aprendizagens baseia-se nas tecnologias disponíveis atualmente para o ensino híbrido, isto é, mesclando aulas presenciais e remotas.

O uso do computador em atividades experimentais e de tutoria híbrida exigem atitudes diferenciadas pelo professor. Em situações como essa, aconselha-se que as aulas sejam planejadas antecipadamente em roteiros dinâmicos e devam mesclar diálogos, vídeos, desafios e atividades síncronas e assíncronas de forma a não se tornar enfadonhas para os alunos, visto que, a atenção efêmera dos estudantes deve ser aproveitada ao máximo (MORAN, 2020).

3.2.1. Roteiros dinâmicos

Quanto aos roteiros dinâmicos de atividades, denomina-se

[...] aqueles que se caracterizam por sua interatividade, ou seja, aqueles que podem ser trabalhados diretamente no computador e que permitam acesso a textos e vídeos explicativos, aplicativos, simuladores, compartilhamento de informações, entre outras ações pertinentes à Web 2.0 (SANTOS, 2014).

É preciso salientar que, o professor deve planejar e deixar bem claro os objetivos que deseja alcançar com as atividades, as plataformas utilizadas e o tempo que disponibilizará para aplicá-la.

Os objetivos da aprendizagem devem ser especificados de forma a evidenciar para o aluno, conceitos ou princípios a

serem aprendidos numa linguagem que lhes facilite o reconhecimento de associações entre o que já sabem e os novos conceitos ou princípios a serem aprendidos. (AUSUBEL et al, 1980, p. 293)

Os roteiros dinâmicos também auxiliam o professor na economia de tempo e material, pois são disponibilizados na internet, o que torna acessíveis aos alunos a partir de qualquer smartphone, computador ou equipamento conectado à rede.

Os serviços de armazenamento e compartilhamento on-line de arquivos como Google Drive, OneDrive e Dropbox, potencializam a interatividade com os alunos e demais professores aos quais podem ser incluídos links com chamadas para outros arquivos de textos, vídeos, músicas, aplicativos e simuladores.

Os serviços online voltados para educação, as plataformas educacionais e os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) contam com várias funcionalidades que facilitam a comunicação à distância entre professores-alunos e alunos-alunos. O Google Sala de Aula pode ser citado, atualmente, como um dos mais bem-sucedidos neste tipo de serviço, ressaltando que pelas características de compartilhamento e integração dos diversos serviços na mesma plataforma e pela facilidade de acesso, o mesmo foi bastante utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

De acordo com Moran (2020), o roteiro dinâmico deve possuir:

- a) Introdução ao tema que será trabalhado, apresentados por meio de um texto ou vídeo motivador de questionamentos;
- b) Objetivos a serem atingidos com a atividade, apresentados de forma clara para o estudante;
- c) Alternância dos procedimentos com atividades síncronas que levem o estudante a pensar e discutir sobre suas ações durante a atividade;
- d) Atividades assíncronas, como links de pesquisas ou atividades posteriores.

Nos próximos tópicos será feita a descrição da metodologia adotada para o desenvolvimento do material, contendo informações das montagens dos experimentos, bem como, sugestões de aplicações pedagógicas.

3.3. DESENVOLVIMENTO DO MATERIAL EXPERIMENTAL

Os experimentos apresentados a seguir fazem parte das situações didáticas para aprendizagem de função matemática.

3.3.1. Definição de função a partir de sensor de som, lâmpada e eletrodoméstico

O experimento, aqui descrito, faz a abordagem da função matemática sob um ponto de vista empírico, ancorados na percepção de símbolos sonoros e luminosos, objetivando a construção do conceito matemático de função, tendo como premissa a observação do processo de transformação dos sons captados por sensores em sinais elétricos. Tais fenômenos têm a vantagem de serem percebidos pelos sentidos humanos, dessa forma, podendo ser associados a uma função que, a grosso modo, realiza também esse tipo de transformação, de valores como entrada em outros valores significativos na saída.

Para montagem deste experimento são necessários os seguintes materiais: Arduino Uno, protoboard, relês, jumpers, cabos elétricos, bocal e lâmpada, tomada (fêmea) e algum eletrodoméstico (figura 2).

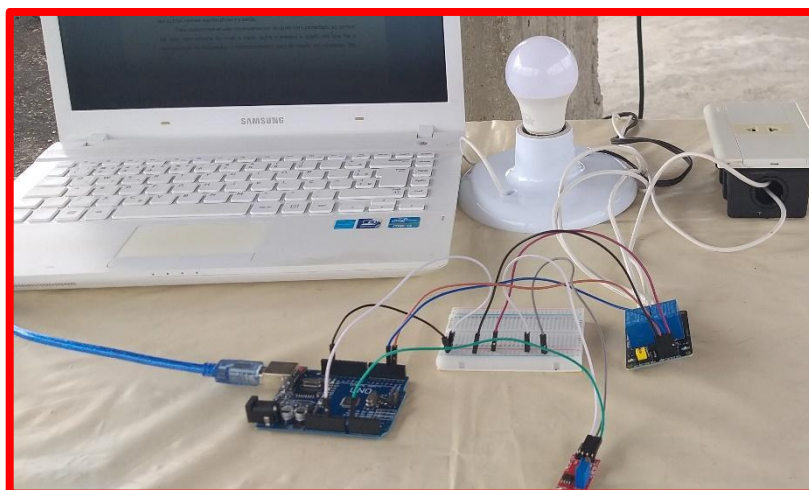


Figura 2: Conjunto de materiais para o experimento dos sensores de som

Para montagem do conjunto, foi utilizado um ventilador como eletrodoméstico a ser acionado com o comando das palmas e um computador para realizar a programação do software embarcado no arduíno (figura 3).



Figura 3: Conjunto experimental completo em funcionamento

3.3.2. Equipamento para detecção do tempo no experimento de queda livre

O equipamento descrito na figura 4 é um experimento que possibilita medir o tempo de um objeto em queda livre. Composto por três sensores de refletância colocados a aproximadamente 20 cm de distância para cada um, conectado numa protoboard e ao arduíno, que recebe os dados e em seguida pode mostrá-los no display, nesse caso, na tela do notebook

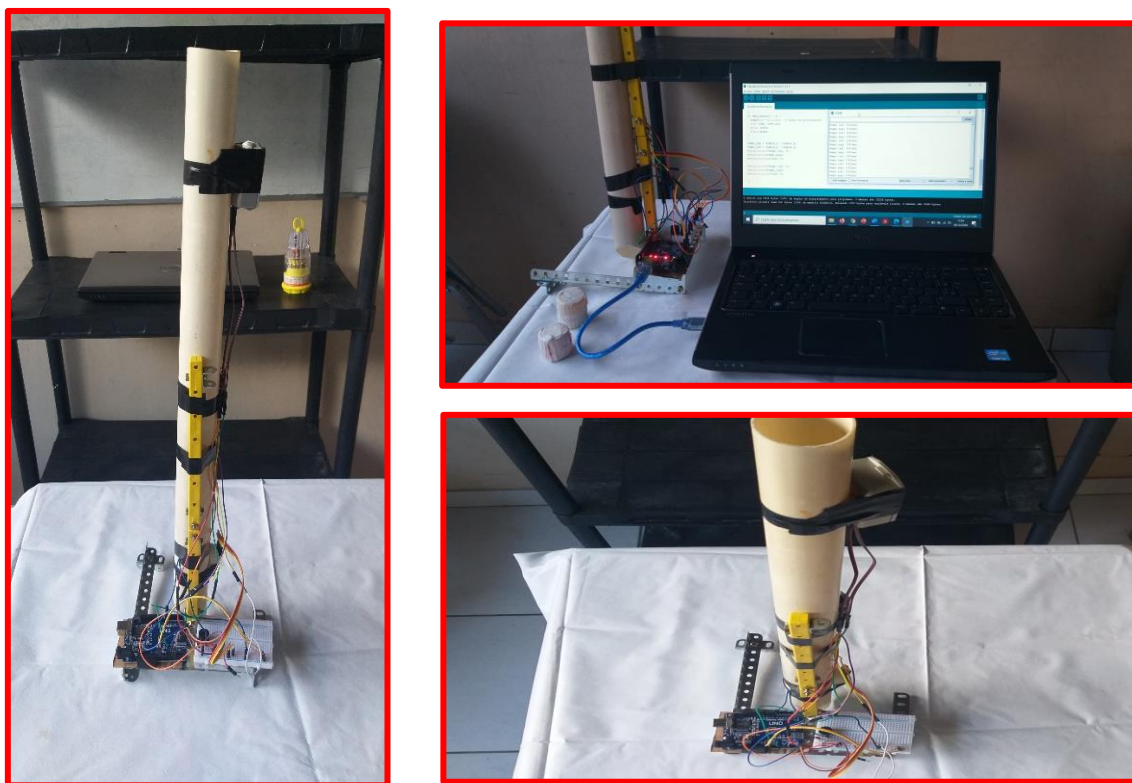


Figura 4: Experimento para medir o tempo de um objeto em queda livre.

Fez-se necessária a utilização de um tubo de PVC com diâmetro de 40 mm para que a trajetória do objeto fosse direcionada em linha reta, bem como, a instalação dos sensores em pequenas aberturas no tubo para a detecção do momento em que o objeto passa pelos sensores.

Tais objetos, mediadores de aprendizagem, foram concebidos com o objetivo de servir como ferramentas para estimular nos alunos o desejo de operarem sobre esses objetos, de modo a despertar nos mesmos uma ação espontânea, abstraíndo desses observáveis elementos que enriqueçam suas aquisições.

Acreditamos que os experimentos, discutidos no próximo capítulo, fornecem subsídios para levantarmos algumas proposições que surgiram dos desdobramentos deste trabalho. Podemos afirmar que a novidade neste estudo reside no caminho da construção do conhecimento, cuidamos para que a forma e o conteúdo fossem significativos para os alunos e, ao mesmo tempo, proporcionar aos mesmos meios de enriquecer as abstrações empíricas, representadas pelas operações sobre os objetos.

Dessa forma, as ações desenvolvidas fomentaram certa novidade no conteúdo das aquisições, tendo nos fenômenos reais a fonte dos saberes. Conseqüentemente na forma, enquanto eram motivados a transformar-se a si mesmos, por aquisições e diferenciações dos esquemas, elevando-os a novos patamares cognitivos num movimento adaptativo, transformam o meio.

4. IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA E DISCUSSÃO

4.1. CONTEXTO E SUJEITOS DA PESQUISA

Desde a concepção deste trabalho, procurou-se desenvolver uma metodologia com viés interativo, tendo como ferramenta a utilização das tecnologias atualmente disponíveis para a aprendizagem presencial. No entanto, uma nova realidade se impôs, tendo em vista que no período das aplicações experimentais, com objetivo de proteger as vidas dos alunos e dos profissionais da educação, as escolas da cidade de Manaus estavam todas fechadas por determinação das autoridades sanitárias por motivo do distanciamento social devido a disseminação da Covid 19.

Diante dessa realidade inequívoca, fez-se necessário o uso das ferramentas tecnológicas para interação social à distância. Assim, de forma remota, através de videoconferência com os alunos, utilizando os aplicativos Meet³ e posterior acompanhamento pelo Google Sala de Aula⁴, os experimentos foram realizados e/ou apreciados pelos atores dessa empreitada. Esse fato proporcionou a possibilidade de ampliar a dimensão metodológica desse estudo, novos caminhos e desafios foram lançados, abrindo-se necessariamente, um perfil de estudo nesta pesquisa.

O presente projeto tem caráter de pesquisa qualitativa, fazendo-se uso dos procedimentos de Aplicação Experimental, por conter características de aquisição de conhecimentos que partem de elementos empíricos e evoluem para construções simbólicas internalizadas pelos sujeitos que participam dos fatos investigados.

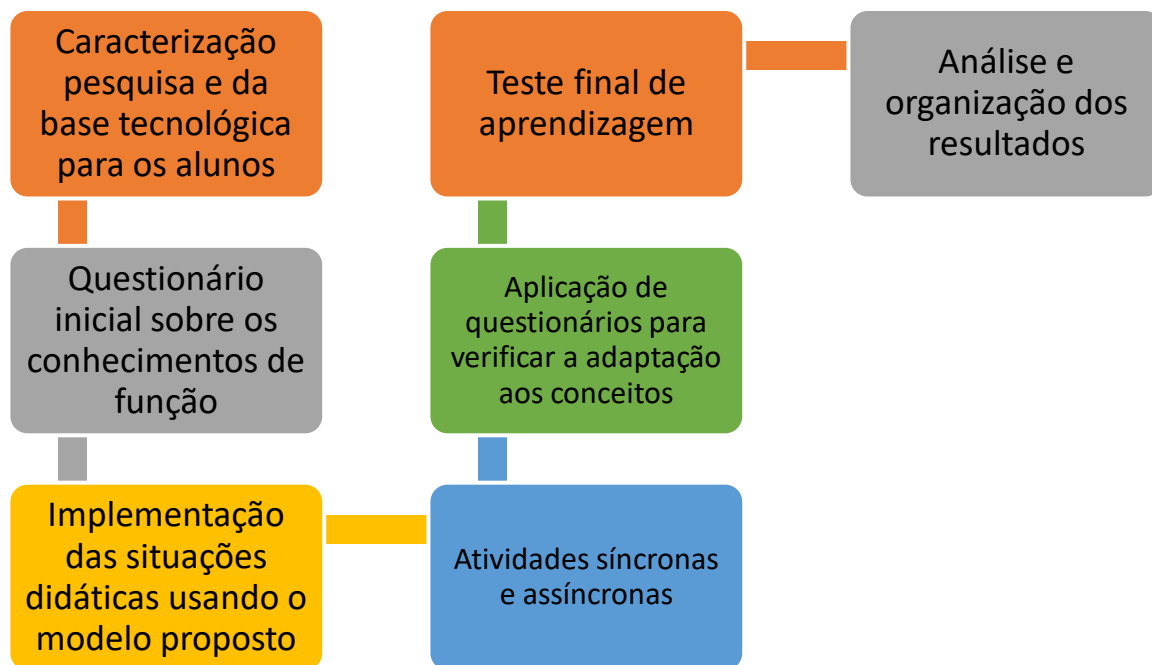
³ Serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google. Wikipédia.

⁴ Google Classroom: Sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procuram simplificar a criação, a distribuição e avaliação de trabalhos. É um recurso do Google Apps para área de educação. Wikipédia.

Para isso, selecionamos três turmas de 9º ano do ensino fundamental, formadas por alunos com idades em torno de 14 anos da escola Estadual Manuel Rodrigues de Souza, localizada no bairro Armando Mendes, zona leste da cidade de Manaus, Amazonas, Brasil. Na ocasião, esta escola possuía cerca de 1.400 alunos, distribuída nos três turnos de funcionamento. Possui 1 laboratório de informática, 1 auditório, 1 refeitório, 1 quadra de esportes, não possui laboratório de ciências. Oferece vagas no turno matutino para ensino fundamental regular do 6º ao 9º e projeto Avançar fase 1 e 2. Ensino médio regular, no turno vespertino e Educação de Jovens e Adultos – EJA no turno noturno. Por estar localizada na periferia da cidade, atende alunos de baixa renda do bairro onde se localiza e adjacências.

Diante disso, com intuito de implementar um recurso tecnológico numa instituição pública, de forma a propiciar aos alunos participantes o contato com aulas diferenciadas fazendo-se uso de tecnologias adaptadas à realidade econômica dos alunos e ao momento da pesquisa. Procurou-se desenvolver um arcabouço tecnológico utilizando-se microcontroladores digitais que assumam papel físico de uma função, com procedimentos orientados sob a metodologia das situações didáticas de Brousseau, com foco na montagem de mecanismos automatizados que simulem situações reais, aos quais podem ser evidenciadas como funções matemáticas.

No quadro 6 abaixo, são mostrados os procedimentos realizados neste estudo. Podemos observar o panorama resumido das fases que foram realizadas neste trabalho. Desde a fase inicial da caracterização da pesquisa até a última fase onde realizamos a análise e organização dos resultados da pesquisa.



Quadro 6: Sequência dos procedimentos metodológicos da pesquisa

4.2. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Neste tópico faremos a descrição sucinta das atividades desenvolvidas durante a aplicação da proposta metodológica. São abordadas neste relato apenas as atividades vinculadas nesta metodologia, cabe ressaltar que as aulas foram desenvolvidas numa metodologia híbrida, intercalando aulas presenciais e à distância. Em momentos oportunos inserindo-se aulas dialogadas, transmitidas ao vivo ou gravadas que serviram para o aprofundamento dos conteúdos. Optou-se também pela realização de exercícios em sala de aula e atividades síncronas nas aulas remotas.

Enfatiza-se que os roteiros experimentais abordados neste trabalho de mestrado abordam somente alguns temas relativos aos estudos das funções. Portanto, propõe-se apenas como referência para atividades no campo do ensino híbrido de matemática. Assim, aos professores que queiram utilizá-los podem efetuar as alterações que julgarem necessárias de forma a melhor adaptá-los aos seus propósitos.

Uma tabela com os principais conceitos, competências e habilidades traçadas para cada atividade experimental pode ser vista no quadro 7 abaixo.

Quadro 7: Atividades experimentais e seus principais conceitos almejados

Atividade 1 – Interação com serviços online e um construto arduíno	
Conceitos	- Computação em nuvem; - Compartilhamento de dados por servidores online; - Microcontroladores digitais – possibilidades e serviços; - Cultura Maker.
Competências	- Compartilhar arquivos online; - Conhecer o potencial de uso dos microcontroladores; - Sensibilizar sobre a cultura Maker.
Habilidades	- Baixar arquivos compartilhados em servidores online; - Interagir com um construto baseado no arduíno; - Explorar os principais serviços online disponíveis.
Atividade 2 – Construindo os conceitos iniciais de função matemática	
Conceitos	- Conjuntos domínio e imagem; - Relação de dependência e independência; - Definição inicial de função; - Fluxo de dados em uma função/controladora.
Competências	- Reconhecer a controladora como função física; - Redefinir a função como ente dinâmico;
Habilidades	- Interagir num ambiente remoto; - Realizar atividades síncronas e assíncronas; - Adquirir autonomia na relação professor-aluno.
Atividade 3 – Explorando a função afim e a função quadrática	
Conceitos	- Variação do espaço em função do tempo; - Velocidade em função do tempo; - Aceleração da gravidade;
Competências	- Reconhecer o movimento de queda livre como função; - Inferir dados empíricos a partir do experimento; - Identificar inconsistências nos dados captados.
Habilidades	- Medir o tempo e realizar cálculos de velocidade; - Realizar cálculos de aceleração; - Ajustar os sensores para medições mais finas.

Afim de contemplar esses objetivos e, através dos pressupostos teóricos de Brousseau, fizemos a concepção das situações didáticas descritas nos próximos tópicos, onde detalhamos as atividades mediadas pelo professor-pesquisador que propiciaram meios de mobilização cognitiva dos alunos.

4.3. ATIVIDADE INICIAL: INTERAÇÃO SOBRE A PESQUISA E QUESTIONÁRIO INICIAL

Inicialmente, os alunos foram informados sobre uma nova proposta metodológica aplicada no âmbito do ensino de funções matemáticas. Esse primeiro contato aconteceu no mês de fevereiro de 2020 de forma presencial antes da adoção das aulas híbridas.

Nessa interação inicial, os alunos tomaram conhecimento da dinâmica de como a proposta foi aplicada. Após as primeiras informações, foram convidados a responder o questionário inicial sobre funções de forma a conhecer os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do assunto, e posteriormente para fazer um comparativo com as respostas do questionário final, ao término da aplicação desta proposta pedagógica.

É importante ressaltar o interesse dos alunos ao interagir com a placa controladora, nesse caso o Arduino, suas possibilidades de aplicações e os conhecimentos de áreas afins envolvidos no processo de montagem dos dispositivos robóticos.

A análise dos resultados dos questionários inicial e final serão detalhadas no capítulo 5.

4.4. PRIMEIRA ATIVIDADE: INTERAÇÃO COM SERVIÇOS ONLINE E UM CONSTRUTO ARDUÍNO

Nessa atividade foram apresentadas as possibilidades e aplicações da placa controladora Arduino, além de uma breve explicação da computação em nuvem.

Foram discutidos o armazenamento e compartilhamento de arquivos em servidores interligados por meio da internet. Como exemplo utilizou-se o Google Drive, um servidor online gratuito vinculado a uma conta criada pelo professor.

Essa atividade representou os primeiros passos para acesso aos roteiros dinâmicos que nesse momento consiste apenas na criação e orientação aos alunos sobre a obtenção da conta e do acesso ao drive compartilhado que posteriormente foi utilizado para que todos pudessem baixar e realizar as atividades da pesquisa.

Sobre o Arduino foram exemplificadas algumas aplicações e suas possibilidades comumente ligadas à robótica e ao controle automatizados de máquinas.

Conforme mostrado na figura 5, apresentou-se o primeiro protótipo construído com leds coloridos o que despertou a curiosidade dos alunos e possibilitou que os mesmos manipulassem o objeto físico, saindo do campo abstrato dos modelos e imagens e colocando o aluno frente ao objeto concreto em funcionamento, recebendo dados do computador e executando-os imediatamente nos acionamentos dos leds coloridos.



Figura 5: Estudantes manipulando o construto feito com leds e microcontrolador Arduino

Na ocasião, foi mostrado como reprogramá-los, alterando trechos do algoritmo para que o acendimento ocorresse na sequência escolhida pelo aluno. Os estudantes foram introduzidos na linguagem Scratch⁵ para arduino, figura 6, onde foram mostrados os principais elementos que compõem um algoritmo, como as noções de lógica de programação, variável/memória, principais funções nativas da linguagem e a integração com a placa controladora. Momento em que, foi observado o interesse pelo objeto através do contato visual e manipulação física e lógica do constructo.

⁵ O Scratch é uma linguagem de programação visual baseada em blocos, o Scratch foi desenvolvido pelo grupo Lifelong Kindergarten no Media Lab da universidade americana MIT com o intuito de ensinar lógica de programação para crianças e adolescentes de 8 a 16 anos de idade. Disponível em: <https://planetcode.com.br/o-que-e-o-scratch/>. Acesso em: 01/02/21.

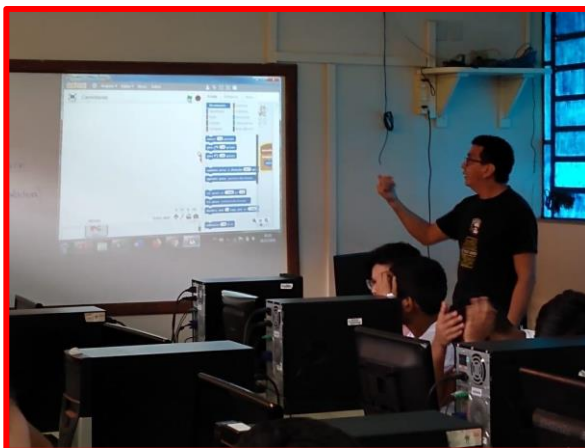


Figura 6: Apresentação sobre a utilização do microcontrolador

Piaget nos revela que em atividades como esta, o sujeito ao ser colocado frente ao objeto físico ocorre o desequilíbrio momentâneo dos esquemas cognitivos na medida em que os estímulos externos são assimilados. Assim, o mecanismo de adaptação inicia-se na tentativa de acomodar aos esquemas pré-existentes a representação simbólica do objeto.

4.5. SEGUNDA ATIVIDADE: AULA REMOTA SOBRE OS CONCEITOS INICIAIS DE FUNÇÃO

Nesta atividade tivemos que nos adaptar à nova realidade que se impôs na escola devido ao distanciamento social, imposto pela pandemia da Covid-19. As aulas estavam acontecendo, neste momento, à distância de forma remota. Assim, para que não houvesse a quebra do contrato didático causado pela interrupção das aulas e minimizar as perdas de conteúdos pelos alunos, foram utilizados pela escola diversos meios para manter a interação e algum acompanhamento dos alunos.

Redes sociais foram as mais utilizadas, grupos de WhatsApp para troca de mensagens rápidas, meio pelo qual enviamos o convite das aulas remotas. Para interação mais direta com os alunos optou-se pela videoconferência, utilizando-se o Google Meet como ambiente mais adequado para essas atividades, pois os alunos utilizavam celulares com sistema Android e sua conexão com o Meet e outros serviços online disponibilizados pelo Google mostrou-se adequado.

Esse contexto caracteriza o que Brousseau (2008, p. 19), denominou de forma simplificada de “situação”, definida pelo autor como “um modelo de interação de um sujeito com um meio específico”. Nesse caso aqui descrito, configura-se uma situação necessariamente de observação, na qual os estudantes buscam alcançar um estado favorável ao meio, sendo que para isso dependam de seus recursos cognitivos adaptáveis a situação que os levem às ações de comparar e fazer correspondências entre os acontecimentos observados e situações cotidianas.

A construção desta situação didática demandou certa preparação, devido ao cenário de distanciamento social e aulas totalmente remotas. Como parte do roteiro desta atividade, o questionário da pesquisa foi construído antecipadamente em formulário online e o link disponibilizado aos alunos no momento oportuno. O experimento foi pré-gravado em vídeo para ser exibido aos alunos no momento da interação com os mesmos.

Os alunos conectados e reunidos por videoconferência foram inicialmente instruídos que aquela seria uma aula laboratório, diferente das demais ocorridas até aquele momento. Na primeira parte, fez-se uma introdução sobre a função matemática e de como esse conceito seria abordado naquela aula através de um experimento concreto (Figura 7).



Figura 7: Aula remota por videoconferência

Seguindo a interação, foi exibido o vídeo do experimento em si, conforme Figura 8. Com duração de aproximadamente 5 minutos, o vídeo descreve o experimento do acionamento de aparelhos elétricos com comando de palmas. Após explicar o objetivo do experimento, começamos carregando o algoritmo na placa

controladora (Arduino), em seguida emitimos 2 palmas com as mãos, então o sinal sonoro é processado pela placa e a lâmpada é acionada. Na sequência, emitimos 3 palmas e novamente o sinal sonoro é processado e o ventilador é acionado. Para desligamento dos aparelhos, os mesmos comandos com as palmas são emitidos. Finalizamos o vídeo explicando como ocorre esse fluxo de dados e a associação que fazemos com uma função matemática.

A partir das observações contidas no vídeo, os alunos tiveram o primeiro contato com os conceitos de função a partir da realidade. Assim, partindo de estímulos visuais e sonoros das palmas pode-se observar a transformação dos mesmos pela placa controladora, resultando no acionamento da lâmpada e do ventilador.



Figura 8: Vídeo mostrando o experimento do sensor de palmas

Nestes contatos iniciais com as aplicações da placa controladora, alguns estudantes, embora um pouco tímidos, já conseguiram perceber algumas equivalências, e conseqüentemente, associá-las aos efeitos de uma função. Nesse ínterim, os estudantes adquirem autonomia nas decisões e alcançam um “estado favorável”; é que “algumas situações requerem aquisição “anterior” de todos os conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que dão ao sujeito a possibilidade de construir por si mesmo um novo conhecimento” (BROUSSEAU, 2008, p. 20).

Diante do êxito inicial dos estudantes, o professor pesquisador aproveitou o momento para fazer algumas perguntas (inclusive àqueles estudantes que por algum motivo não se manifestaram), acerca das relações que eles começavam a realizar, a fim de reforçar e consolidar suas descobertas. Por exemplo: O que

acontece se trocar os comandos das palmas? Usar assobios? Em qual outra aplicação podemos usar experimento semelhante?

Esse momento da interação, conforme Brousseau (2008, p. 63), caracteriza-se como um contrato de informação dialética, no qual “não se exige que os interlocutores tenham as mesmas referências (a mesma cultura, o mesmo sistema informático ...) apenas que encontrem aquelas que mantenham o propósito do momento [...]”. Assim, tal contrato leva o estudante a produzir, motivado pelo diálogo com o professor, o conhecimento necessário a seguir com segurança dentro de suas limitações culturais e intelectuais frente à situação estabelecida.

Papert (1986, p. 35) reforça que, “[...] como qualquer outro construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, de materiais que ela encontra e, mais significativamente de modelos e metáforas sugeridos pela cultura que a rodeia”. Assim, aprender é uma interpretação pessoal do mundo, ou seja, um processo ativo no qual o significado é desenvolvido com base em experiências que desafiam a mente a criar novos esquemas de assimilação e acomodação.

Nesta perspectiva, seguindo-se a relação com uma abordagem dialógica que acompanha toda a pesquisa, isto é, pautando a aprendizagem entre atividades experimentais e diálogos sobre os axiomas matemáticos presentes. Aos estudantes, foram mostrados através de slides como ocorre a atuação das funções nos conjuntos domínio e imagem e a relação de dependência entre ambos, sugerindo uma forma de como estes podem ser organizados (Figura 9).

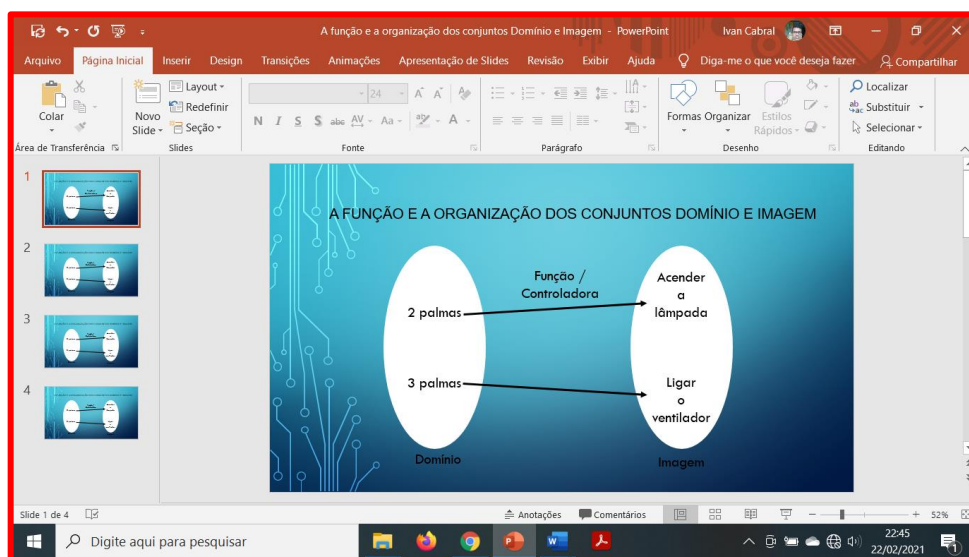


Figura 9: Slide apresentado durante a aula remota.

O objetivo de mostrar tais imagens foi de enriquecer o meio a fim de mobilizar ainda mais a atividade cognitiva dos sujeitos e ajudar na construção dos conceitos de conjuntos domínio, contradomínio e imagem, e, a partir destes chegar à noção correta de classificação e associação entre eles através de uma lei de formação, ou seja, de uma regra estabelecida que configura a função. Pois, como afirma Ramozzi-Chiarottino (1988, p. 9), “baseando-se em Piaget, as possibilidades dos seres humanos são teoricamente as mesmas; sua concretização é que dependerá das solicitações do meio. Significa dizer, que no âmbito educacional, quanto mais oportunidades forem oferecidas, maiores e melhores são as perspectivas para o estudante aprender”.

No decorrer do desenvolvimento das atividades, observamos que a cada intervenção do professor pesquisador, e conforme iam interagindo e se familiarizando com o ambiente, com o conhecimento matemático, enfim com as situações que se apresentavam, os estudantes pareciam mais motivados, curiosos e mudavam seu comportamento.

Nesse momento, introduzimos uma atividade síncrona, a fim de registrar suas produções e já partindo pra finalização da aula, disponibilizamos um link do formulário virtual e solicitamos que os alunos remotamente fizessem o acesso e respondessem um questionário online visando coletar dados para a pesquisa. As discussões relativas às respostas separamos por categorias e estão contidas nas tabelas abaixo.

As categorias apresentam-se como essenciais no processo de interpretação dos resultados do experimento, apesar das limitações de feedback e interações aplicamos o questionário com a intenção de observar no contexto das frases escritas pelos alunos, a construção das estruturas lógicas que revelam a presença dos conceitos inicialmente esperados.

Apesar de algumas delas serem curtas, buscamos através de métodos categóricos separá-las e compor um repertório conceitual no contexto das funções matemáticas.

Categoria 1: Os princípios conceituais na aprendizagem de função matemática

A categoria traz a discussão sobre como os estudantes perceberam o processo que procuramos evidenciar sobre os conceitos iniciais de função matemática. Fizemos a pergunta “Você consegue lembrar de algum conceito de função?” Apesar das respostas curtas, podemos observar os conceitos iniciais assimilados pelos estudantes e as correlações estabelecidas.

Quadro 8: Categoria 1 – Os princípios conceituais na aprendizagem de função matemática

Pergunta	Frequência
Você consegue lembrar de algum conceito de função? Quais?	9 estudantes.
He: Sim, [...] é a relação entre dois ou mais conjuntos. Ma: Algum tipo de associação entre eles [...] eu acho. Ju: Sim, Tipo um arduíno. Wi: Não. Ra: Conjunto domínio e imagem de uma função. Pa: Sim, um o comando de uma programação que o corre no sistema. Na: Quando bater 2 vezes palmas e liga o ventilador. Fe: Não compreendi. Ga: Que é um conceito que tem duas funções e algumas associação entre elas.	He, Ma, Ju, Wi, Ra, Pa, Na, Fe, Ga.

Acreditamos que no contexto desta pesquisa, com restrições a manipulação concretas dos objetos e devido as interações e posteriores feedbacks serem realizadas através de celulares, tais verbalizações feitas, pelos alunos, representam grande contribuições para análise e busca dos resultados da pesquisa.

A concepção dos estudantes de que “é a relação entre dois ou mais conjuntos” como propõe o estudante He, ou como descreve a estudante Ma “Algum tipo de associação entre eles” e também como observamos na declaração da estudante Ra “Conjunto domínio e imagem de uma função” Nossas observações são de que a percepção dos estudantes ativadas aqui por estímulos sonoros e visuais levam os estudantes a buscarem respostas ao questionamento evocando conceitos já presentes em suas estruturas prévias que remete ao conceito de coleção ou classificação de objetos reunidos em conjuntos, por um lado dos sons emitidos pelas palmas, por outro, dos equipamentos elétricos. Tais conjuntos, a princípio separados fisicamente, são associados pelo componente lógico-matemático, representado pela placa controladora.

Nesse sentido, as frases dos estudantes Ju: “Sim, [...] tipo um arduíno”, e de Pa: “Sim, um o comando de uma programação que o corre no sistema”, nos revelam que tais experimentos potencializam na mente dos sujeitos a construção de estruturas mentais que ultrapassam a percepção dos elementos físicos, no sentido da utilização de mecanismos lógicos capazes de organizar as novas informações. Na concepção piagetiana, esses mecanismos lógicos (ou pré-lógicos) encontram-se no sistema de equilíbrio.

Percebe-se, a princípio, uma ênfase maior na experiência física, ou seja, nos “observáveis” do objeto, mas que sem dúvidas, já é o início de um processo em direção à experiência lógico-matemática, visto que “esses dois componentes do processo de desenvolvimento não devem ser concebidos como estanques, mas como aspectos indissociáveis, e sempre presentes de toda experiência” (BECKER, 2010, p. 217). Nesse aspecto, Piaget afirma que

Não existe experiência física, por mais elementar que seja, sem relacionamentos ou correspondências, sem classificação, seriação ou medida etc., portanto sem um quadro concernente à experiência lógico-matemática. Reciprocamente, uma experiência de segundo tipo apoia-se sobre os objetos extraíndo da ação o essencial de suas abstrações [...], ajunta-se ao componente lógico-matemático, que permanece essencial, um segundo plano de experiência física, uma vez que o sujeito aprende ao menos que os objetos submetem-se a suas manipulações e são, portanto, logicizáveis e matematizáveis (1977, p. 387).

De fato, neste conjunto categorizados de frases, observa-se que os estímulos sonoros e visuais constituem fáceis assimilações cognitivas, que podem transforma-se posteriormente em poderosas fontes de significações simbólicas. Apesar de oferecer uma experiência física, por mais elementar que seja, de acordo com Piaget, ajusta-se em um segundo plano ao componente lógico-matemático.

Categoria 2: As aquisições pessoais de função

A categoria traz a discussão sobre como os estudantes constroem suas conclusões pessoais a respeito do conceito de função. Levando-se em conta os estímulos trazidos pelo experimento, o contexto e o meio adidático ao qual está inserido o sujeito, procurou-se determinar suas impressões através da questão “Qual a sua definição pessoal de função? A discussão evidencia a dificuldade dos

estudantes em construir conceitos de forma autônoma, entretanto os relatos nos revelam que eles identificam certas características presentes na definição formal de função matemática.

Quadro 9: Categoria 2 – As aquisições pessoais de função

Pergunta	Frequência
Qual a sua definição pessoal de função?	5 alunos. Pa, He, Na, Ma, Ga.
Pa: Cálculo matemático para associação de movimentos. He: como a relação entre dois ou mais conjuntos, estabelecida por uma lei de formação, isto é, uma regra geral. Na: é uma associação de elementos. Ma: é um dos mais importantes em toda matemática. Ga: Que é um conjunto básico [...]. Pois nela temos dois conjuntos com algum tipo de associação entre eles.	

Conforme relatos dos estudantes Pa: “Cálculo matemático para associação de movimentos” ou mesmo da aluna Na: “é uma associação de elementos” os mesmos conceitos podem ser atribuídos ao relato da aluna Ga: “[...] que nela temos dois conjuntos com algum tipo de associação entre eles”. De acordo com a concepção psicogenética, os sujeitos agem sobre os objetos não apenas extraem suas características intrínsecas como também lhe acrescenta algo com base em seu repertório de experiências. Vemos o esforço dos jovens em acrescentar significados às aquisições advindas do experimento, ainda que contendo abstrações alheias a seu repertório.

Contudo, neste questionamento sobre o entendimento pessoal de função, observa-se presentes, na verbalização, algumas abstrações fruto da ação do sujeito sobre o experimento os quais irão se agregar a esquemas anteriores e que, conseqüentemente, por processos de regulações resultam em novos esquemas, que por sua vez, se diferenciam de seus precedentes por serem mais ricos e flexíveis. Nesse processo de desequilíbrios e reequilibrações, o sujeito constrói a aprendizagem e enriquece seu repertório de esquemas os quais irão se combinar a outros, numa sucessão de níveis de equilíbrios cada vez mais flexíveis.

No relato do estudante He: “Como a relação entre dois ou mais conjuntos, estabelecida por uma lei de formação, isto é, uma regra geral”. Podemos verificar a manifestação do meio adidático, descrito por Brousseau como outro “meio” em

que o aluno atua de forma autônoma. Esta evidência é notada pois no momento desta interação as ideias sobre função ainda se encontram em vias de construção e, os termos aqui contidos ainda não foram relacionados ao contexto. Assim, a hipótese de que o estudante realizou consulta em outras fontes ao responder demonstra-se bastante alta.

Categoria 3: A definição prática de uma função

A categoria mostra na discussão como os alunos constroem, do ponto de vista prático, o conceito de função. Perguntou-se “Pra você o que representa na prática uma função matemática?” Este questionamento serviu como suporte para analisarmos como um conceito teórico pode ser inserido nos fazeres diários dos alunos e de que forma isso pode ser percebido.

Quadro 10: Categoria 3 – A definição prática de uma função

Pergunta	Frequência
Pra você o que representa na prática uma função matemática?	8 estudantes.
Pa: Um comando. Na: Quando é associado aos conjuntos. Fe: É a parte teórica de como funciona um equipamento elétrico. Ga: [...] que é dado um tipo de comando para os conjuntos funcionarem. Ka: [...] uma máquina que pode ser programada para realizar funções. Fel: Uma calculadora que uso na hora de receber meu dinheiro. Sa: Meio que a gente usa a função para calcular algo ou processar. Bi: Calcular comprimentos, área, ou volume de objetos.	Pa, Na, Fe, Ga, Ka, Fel, As, Bi.

Podemos inferir que a apreensão do conceito de função dada a partir do experimento, complementada por eventos empíricos observados pelos alunos em seu ambiente, depende fundamentalmente das construções cognitivas anteriores que o sujeito dispõe. Becker (2012, p. 33) considerando o aporte de Piaget, situa a aprendizagem humana no prolongamento do processo de desenvolvimento. “Define desenvolvimento como a construção de estruturas de assimilação, ou seja, desenvolver-se é construir estruturas de assimilação”. Dessa forma, do ponto de

vista piagetiano, caso não forem construídas estruturas capazes de assimilar conteúdos, progressivamente complexos, a aprendizagem não consegue avançar.

Algumas frases como do aluno Pa: “Umas ordens de comando”, ou no que escreveu o aluno Ka: “[...] uma máquina que pode ser programada para realizar funções”, ou no relato do aluno Sa: “Meio que a gente usa a função para calcular algo ou processar”. Tais frases nos revelam esforço dos alunos para descrever em palavras as apreensões que tiveram durante as aulas e nos experimentos aqui descritos.

No âmbito da educação, esses saberes devem ser respeitados e aproveitados como base para construção de novos conceitos. Freire (1996, p. 33) sustenta que é dever do professor e, mais amplamente da escola não só respeitar, mais sobretudo discutir com os alunos a razão de ser desses saberes; onde por meio das experiências vividas pelos sujeitos, seja possível construir conceitos e dar significado a matemática ensinada em sala de aula e, conseqüentemente, ampliar a adaptação e utilidade desses conhecimentos.

Nas respostas dos alunos ao questionamento sobre a definição prática de função, percebeu-se a tendência a um certo “controle do fluxo de dados” mediante um determinado “comando”. Ficamos esperançosos quanto aos resultados da pesquisa pois nesta fase era esperado que os alunos já fossem capazes de identificar que a função, ou melhor, esse “comando” trata-se de uma expressão matemática, denominada “lei de formação” e que pode ser programada, obrigando a função a realizar o que lhe foi concebido através do algoritmo nela embarcado.

Os dados coletados no questionário parcial na ocasião do experimento, nos permite afirmar que os alunos relacionaram o conceito de “comando” à lei de formação e que o mesmo é responsável pelo fluxo de dados e pela relação de dependência dos conjuntos, culminando posteriormente na identificação dos conjuntos domínio e imagem. Percebe-se ainda que a programação citada nas respostas esteja relacionada ao algoritmo utilizado nos experimentos e nos elementos utilizados na entrada e os resultados obtidos na saída da função.

Becker (2010, p.133) sustenta que as atividades propostas em sala de aula, muitas vezes parecem ser irrelevantes para os alunos quanto às aplicações no cotidiano, causando sérias limitações na relação da matemática teórica com as situações práticas do dia a dia que exigem tais conhecimentos; sendo este um dos fatores que contribui para que o estudante permaneça em estado de consciência

ingênua, a qual tende a interpretar os problemas ou desafios de forma simplista, pois não possui recursos cognitivos para distanciar-se suficientemente da realidade de forma a objetiva-la e criticá-la; suas conclusões são apressadas e superficiais.

Apesar das limitações descritas por Becker, as respostas reunidas nessa categoria nos permitem afirmar que o conceito prático de função foi suficientemente compreendido pelos estudantes, pois os mesmos, de forma tácita, relataram suas apreensões e que a abstração reflexionante ocorreu no momento oportuno, respondendo aos esquemas cognitivos construídos durante o experimento e posteriormente inferido no teste final.

Categoria 4: A percepção dos eventos que caracterizam uma função

Essa categoria nos remete a discussão da maneira como os alunos observaram alguns eventos que foram associados a função matemática. Provocamos os mesmos perguntando a eles “Você consegue agora relacionar função a alguma situação do seu cotidiano? Qual?” Como mostrado no quadro 4 abaixo, as respostas foram apresentadas em frases curtas, quase sempre truncadas, contudo, foi possível fazer algumas observações interessantes a partir destes dados.

Quadro 11: Categoria 4 - A percepção dos eventos que caracterizam uma função

Pergunta	Frequência
Você consegue agora relacionar função a alguma situação do seu cotidiano? Qual?	10 estudantes. Wi, Na, Ga, Ra, Ma, Jo, Ju, As, He, Vi.
Wi: Em alguns cálculos, [...] tipo pagando uma conta. Na: Sim, quando eu ligo a lâmpada. Ga: Talvez ao ligar as luzes de casa. Ra: Como função matemática. Ma: Agora não. Jo: Quando vou colocar créditos na minha carteirinha. Ju: Velocidade de um carro, tempo. Sa: Ao processar algo, ver quanto tempo dá pra fazer algo. He: Ao fazer cálculos com ela para determinar quanto vou comprar de algo. Vi: Quando vou no mercado, quantas frutas e verduras eu vou comprar e quanto vou pagar por elas.	

No âmbito da pesquisa, este questionamento foi elaborado em complemento a questão discutida na categoria anterior. Aqui o foco é na presença da função nos fazeres cotidianos do aluno. Em termos cognitivos, possivelmente as estruturas construídas nesta etapa do processo de aprendizagem serviram de suporte as respostas elaboradas neste e no momento anterior.

Dessa forma, alguns estudantes como Wi, que escreveu: “Em alguns cálculos, [...] tipo pagando uma conta”, ou outros semelhantes, como Jo: “Quando vou colocar créditos na minha carteirinha” ou da estudante Vi que respondeu: “Quando vou no mercado, quantas frutas e verduras eu vou comprar e quanto vou pagar por elas”. Eles relacionaram a função às operações envolvidas nas práticas comerciais, muito válido, pois tais eventos fazem parte dos seus cotidianos. No entanto, não detalharam quais operações são invocadas ou de que forma ocorre esta relação.

Outros como Na, que respondeu: “Sim, quando eu ligo a lâmpada”, ou como Ga, que escreveu: “Talvez ao ligar as luzes de casa”, acreditamos que foram tomados pela ideia de que a função é fruto da relação entre causa e efeito ou pela ideia inicial fincada no processo de “entrada e saída”. Com efeito, tais conceitos estão de acordo com a definição formal de função matemática, o que nos leva a crer que processo cognitivo de adaptação, nestes casos, ocorrera como esperado.

Em termos epistemológicos, as influências do meio acontecem na mesma proporção em que houver maturação suficiente das estruturas cerebrais construídas mediante ação e coordenação das ações, para que o sujeito individual possa assimilar as contribuições do meio (BECKER, 2010, p. 251). Portanto a mediação pelos dispositivos técnicos proporciona, mas não determina que os alunos sofram as mesmas acomodações, na medida em que, o estado cognitivo de cada sujeito depende das estruturas de assimilação disponíveis e dispostas a apropriar-se do conteúdo.

Ainda sob o aporte de Becker (2012, p. 49), considera-se

A fala como instrumento, por excelência, de troca entre sujeitos. E para a epistemologia genética, a fala é sempre, na sua espontaneidade, ação de segundo grau. Ela é sempre ação sobre alguma ação anterior, [...]. A fala é, por excelência, construtora de conhecimento – como conteúdo, mas também como forma, estrutura, organização ou capacidade – e, como tal, constitutiva do sujeito.

Nesse sentido, compreende-se que a fala, aqui traduzida em frases, sugere um trabalho pedagógico pautado na relação entre a matemática teórica ensinada em sala de aula e a prática do dia a dia, que favoreça a interação contínua e consciente entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, com ênfase na dialogicidade e na ação dos estudantes.

4.6. TERCEIRA ATIVIDADE: EXPLORANDO A FUNÇÃO AFIM E A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Na ocasião desta atividade, a escola havia aderido ao modelo híbrido, no qual aproveitou-se o retorno das aulas presenciais com os alunos para que a interação pudesse ocorrer de forma aproximada, mantendo-se a segurança sanitária exigida naquele momento.

O experimento consistiu na montagem da trajetória em um tubo de PVC e a instalação de sensores que captavam a passagem do objeto em queda. Os dados eram enviados instantaneamente para a placa Arduino, na qual podiam ser tratados de acordo com as necessidades do usuário, dentro do algoritmo de programação construído no ambiente de desenvolvimento específico (IDE do arduino).

Este experimento foi de importância fundamental neste estudo, pois nos permitiu gerar dados de observação empírica do comportamento de um objeto em queda próximo à superfície terrestre, a qual sabemos, é influenciado pela aceleração da gravidade.

Tal fenômeno, embora conhecido pelos estudantes, gerou bastante interesse pois proporcionou a oportunidade de observá-lo e, paralelamente, realizar a inferência do tempo de queda do objeto. A motivação gerada pela afetividade envolvida no processo de aprendizagem, pode determinar o sucesso ou fracasso nesse tipo de proposta pedagógica.

Becker (2012, p. 39) reitera que “o gatilho de uma ação é a afetividade [...] para o sujeito dirigir-se – sentir necessidade ou atração afetiva – a um conteúdo, ele precisa de estruturas prévias capazes de dar conta desse conteúdo.” Isso significa que não há sentimento, atração afetiva ou motivação por qualquer conteúdo sem que haja uma estrutura de assimilação previamente construída, derivada dos interesses pessoais e afetivos do aluno.

Essa premissa foi determinante nesse momento de experimentação, pois observamos que os alunos estavam motivados pelo interesse que o tema despertou. A complexidade e a extensão dessa situação didática, exigiu que fossem necessárias 3 aulas com 50 minutos cada, para o cumprimento das etapas planejadas.

Na primeira aula, levamos o construto pré-montado para sala de aula, pois o laboratório de informática, na ocasião, estava interditado pela direção da escola por questões de segurança sanitária. Após uma breve explanação sobre o funcionamento do mesmo, convidamos alguns alunos para finalizar a montagem na presença dos demais, o que causou certa admiração pela simplicidade da montagem do objeto. A parte que mais demandou concentração foram nas conexões dos fios e os ajustes na programação, sendo que esta também foi construída antes.

Os alunos reunidos em trios, foram convidados a fazerem a manipulação do experimento, os quais podiam repeti-lo quantas vezes quisessem, em seguida, era feita a higienização do objeto para manter a segurança dentro dos protocolos da Fundação de Vigilância Sanitária – FVS-AM, e assim, outra equipe de alunos era então convidada a realizar o experimento, acompanhando os resultados na tela ampliada pelo Datashow. A figura 10 mostra a atividade sendo aplicada em sala de aula.

Após as equipes fazerem a manipulação do experimento, realizamos uma sessão de perguntas e respostas, feitas em rodadas de conversas informais. Os alunos eram incentivados a responderem questionamentos referentes as observações que haviam feito momentos antes.

Esse momento, conforme Brousseau (2008, p. 32), se caracteriza como uma “situação dialética” onde o sujeito pode progredir, de tal modo que a gênese de um conhecimento pode ser o fruto de uma sucessão (espontânea ou não) de novas perguntas e respostas. Nesse processo, as sucessões de situações de ação conjugam-se para acelerar as aprendizagens.



Figura 10: Alunos manipulando o construto que mede do tempo de queda livre. (Fonte: Autor)

A cada rodada de perguntas, o diálogo produzia o efeito de ensino, na qual a relação entre o funcionamento dos conhecimentos dos alunos e as características da situação – relações essas manifestadas nos comportamentos dos alunos – causava o efeito desejado pelo professor, reforçando-o em momentos de problematização que eram introduzidos a cada resposta dada, operando no sentido das assimilações e acomodações que novamente eram reforçados em novas rodadas de perguntas em um movimento espiral progressivo, descrito por Piaget.

Avançando na aula, sugerimos que os alunos observassem a variação da velocidade em função do tempo, os mesmos logo perceberam que os sensores captaram uma certa diminuição no tempo de queda, comparando os intervalos. A figura 11 mostra os tempos medidos dos dois intervalos na trajetória de queda do objeto, coletados na experimentação com os alunos.

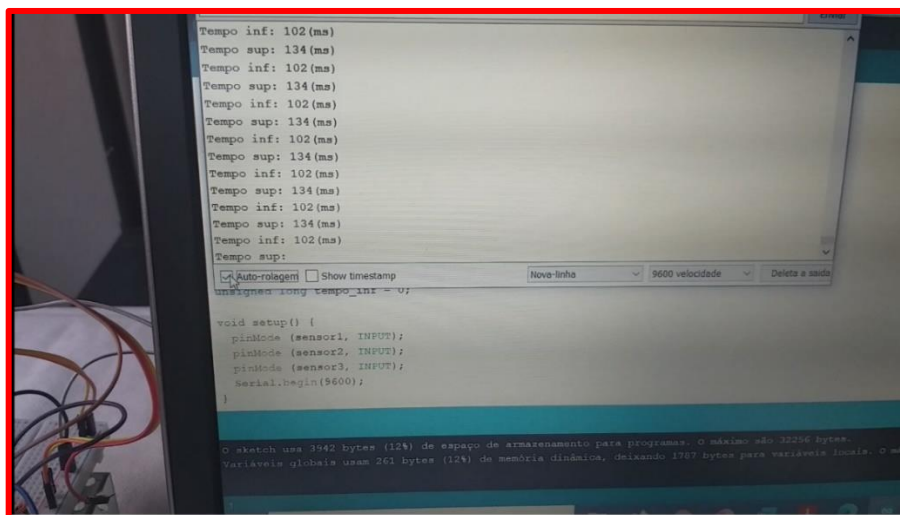


Figura 11: Intervalos de tempos medidos pelos sensores na tela do computador. (Fonte: Autor)

Podemos observar na figura 11 que no primeiro intervalo, denominado “int sup” (intervalo superior) o tempo foi de 124 ms (milissegundos), portanto maior que no “int inf” (intervalo inferior) de 102 ms. Os alunos logo observaram que, apesar dos espaços serem iguais, o objeto percorreu em menor tempo a segunda parte da queda. Por que isso ocorreu? Perguntamos. Responderam que a causa era o efeito da aceleração, isto é, o objeto foi acelerado pela ação da gravidade terrestre. Vale ressaltar que, para efeito de simplificação, não foi considerado o atrito do corpo com a parede do tubo.

A partir dos conceitos espontâneos e da estrutura cognitiva construída até esse momento, foi possível prosseguir no processo de construção dos conceitos de função afim e função quadrática. Por exemplo, na medição do tempo naturalmente culmina no conceito de velocidade, definida pela razão do espaço s , pelo tempo t , isto é, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Na segunda aula, deixamos os alunos á vontade para agirem sobre o construto, operando várias medições em rodadas que se repetiam para obterem a medição que julgassem mais adequada.

A simplicidade do experimento, não permitiu inferir uma quantidade maior de medições. Apesar das limitações, organizamos juntamente com alunos, os dados no quadro 12 mostrado abaixo:

Intervalos	A	B	C	D
Espaço entre sensores (cm)	0,0	5,5	20,5	25,5
Tempo t captado (ms)	0	65	124	102

Intervalos	A	B	C	D
Velocidade obtida (cm/ms)	0,00	0,08	0,17	0,25

Quadro 12: Dados obtidos na experimentação real e inserido artificial

Sugerimos aos alunos fazerem uma pesquisa sobre a forma mais amigável de mostrar esses dados e que a compartilhasse no drive da turma.

Na terceira aula, baixamos o arquivo com o resultado das atividades dos alunos e seguimos na discussão. Como era esperado, percebemos que os alunos haviam pensado nos gráficos como a melhor maneira de tratar as informações. Outros alunos, usaram seus smartphones para fazer uma busca rápida em sites da internet sobre a forma mais adequada de construí-los.

Observamos que os alunos haviam utilizado o software Excel, para construção da tabela de dados obtidos na experimentação da aula anterior, e assim, construíram a planilha mostrada na figura 12 e o gráfico mostrado em detalhes na figura 13.

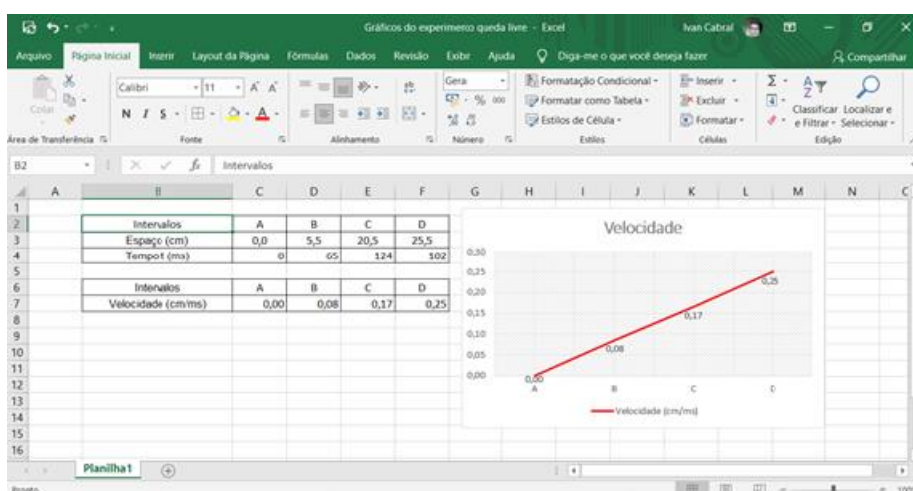


Figura 12: Planilha e gráfico construídos pelos alunos com os dados obtidos.

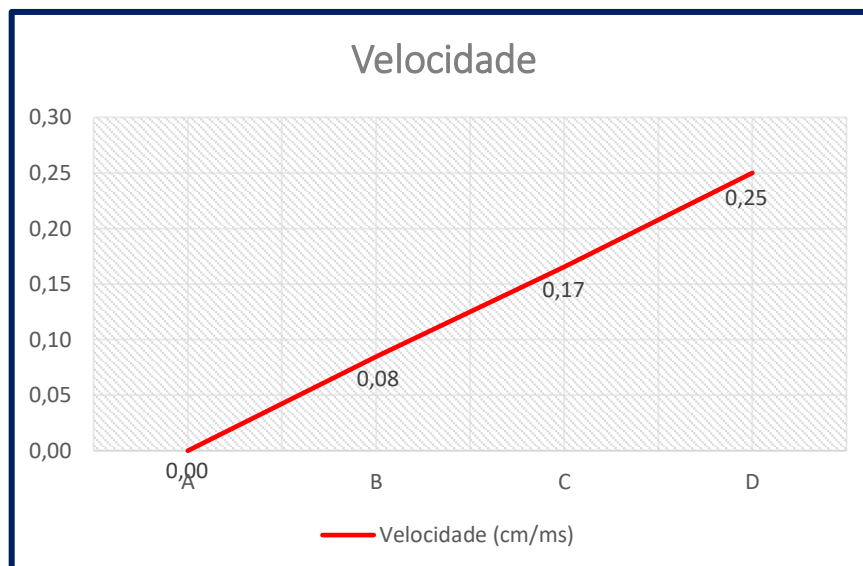


Figura 13: Gráfico da velocidade do objeto em queda

Ao observarem a construção gráfica, ficou evidente que se tratava de uma reta, e que caracterizava uma função linear, no qual, a velocidade partia do zero e que, num determinado intervalo temporal, crescia linearmente, somente interrompida com o objeto atingindo o solo.

Neste cenário, seguimos a aula e apresentamos uma sequência de oito slides, mostrados nas figuras 14 a 17, cujo objetivo foi ampliar a definição do tema e entrar na dimensão formal dessas classes de função.

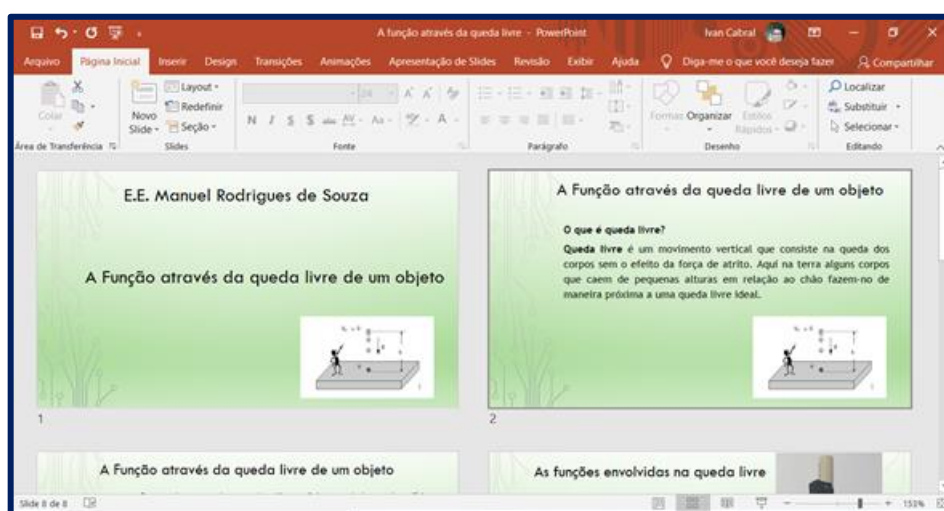


Figura 14: Slide da discussão teórica sobre o experimento. (Fonte: Autor)

Segundo Piaget, o rigor intelectual é exercido em duas dimensões: da formalização e da experimentação, que se complementam no fazer científico. Uma proposta pedagógica construtivista pressupõe que a ciência progride nesses dois movimentos combinados, e a intencionalidade do professor deve convergir no sentido de amenizar o conflito entre os saberes espontâneos que derivam da experimentação e a axiomatização dos resultados (BECKER, 2012, p. 133).

Com efeito, mostramos nos slides das figuras 15 e 16 como essas relações podem ser escritas como expressões matemáticas, que em última análise, são as representações formais das funções.

Detalhamos, por exemplo, que num cenário de queda livre as relações:

- | | | |
|------------------------|----------------------|-------------------------|
| 1) velocidade x tempo | $v = g.t$ | (função linear) |
| 2) altura x tempo | $h = \frac{gt^2}{2}$ | (função quadrática) |
| 3) velocidade x altura | $v^2 = 2gh$ | (equação de Torricelli) |

São expressões representativas das grandezas que se evidenciam no fenômeno do movimento de queda próximo à superfície terrestre, e como tal, fazem parte da interrelação entre a matemática e a Física. Demonstrando, assim, uma dimensão interdisciplinar deste estudo.

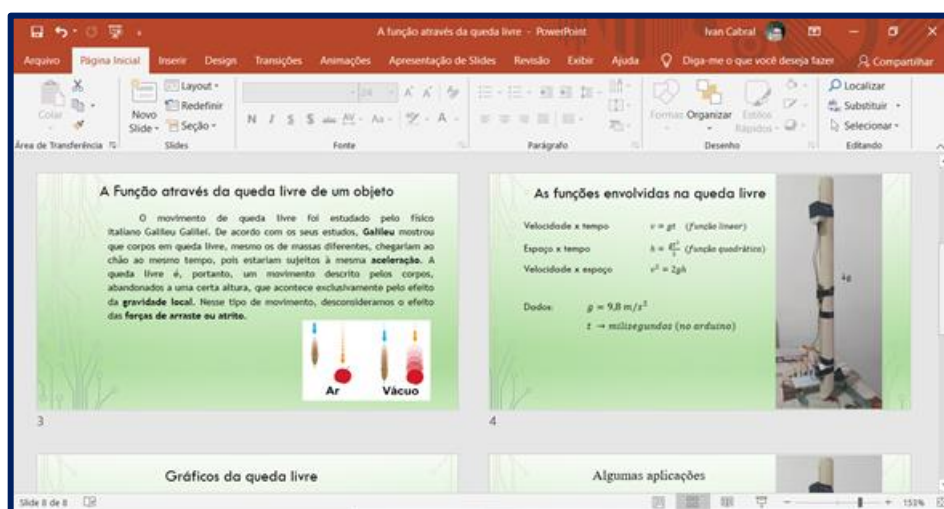


Figura 15: Slide sobre as funções envolvidas no experimento. (Fonte: Autor)

Nos slides da figura 16 entramos na dimensão representativa das funções entendida na construção gráfica das equações da velocidade e espaço percorrido,

ambas em função do tempo. Este diálogo foi possível em decorrência das aquisições empíricas abstraídas no experimento desenvolvido na aula anterior, posteriormente, complementado com as reflexões da atividade de construção do gráfico que os alunos realizaram.

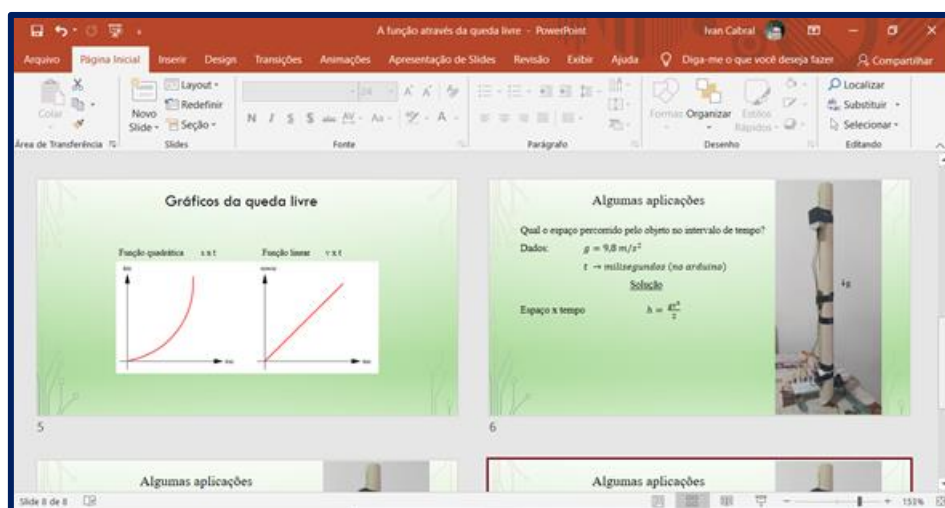


Figura 16: Slide abordando os gráficos $s(t)$ e $v(t)$. (Fonte: Autor)

A forma natural que aconteceram os diálogos, neste momento da aula, demonstrou a pertinência teórica de Piaget, quando revela que um determinado conhecimento não pode ser antecipado aos esquemas de ação que o sujeito dispõe. Assim sendo, a receptividade das assimilações ocorre de forma natural pois o estudante já dispõe de recursos cognitivos responsáveis em integrar o conhecimento ao seu repertório. Tudo isso ocorre de acordo as relações gerais entre assimilação e acomodação (BECKER, 2012, p. 109).

Partindo para a parte final da aula, seguimos com as discussões, pautadas no conteúdo dos slides e nos diálogos que eram observados entre os alunos e o professor pesquisador. Nos slides da figura 17, podemos observar o momento final da abordagem teórica, quando sugerimos dois exemplos de aplicação, baseados nas questões que segue: 1) Qual o espaço percorrido pelo objeto no intervalo total de tempo? e 2) Qual a velocidade do objeto no instante que toca o solo?

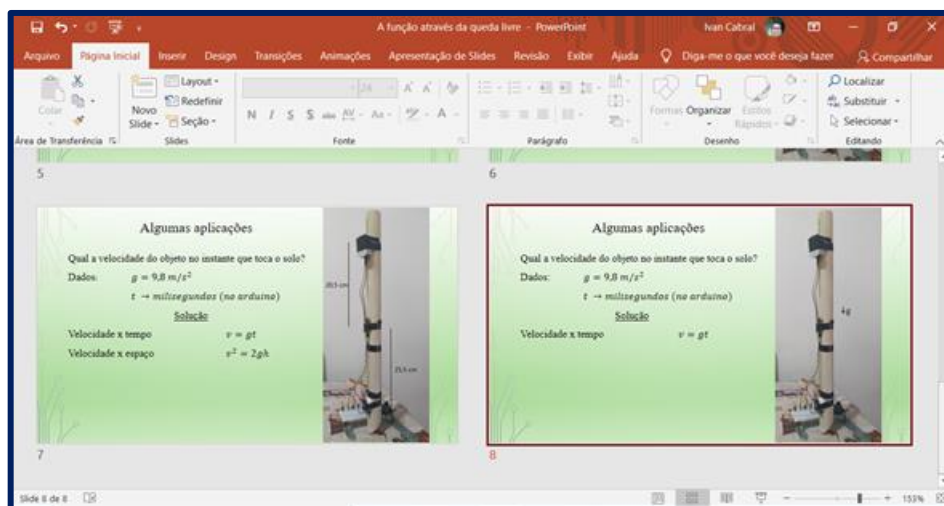


Figura 17: Slide com exemplos de aplicações simples. (Fonte: Autor)

Inicialmente, esperamos as respostas espontâneas dos alunos, em seguida, sugerimos que observassem as expressões matemáticas das funções anteriormente obtidas. Assim, logo perceberam que poderiam obter o resultado com a aplicação dos dados empíricos nas equações matemáticas do espaço e da velocidade discutidas anteriormente.

Com esta atividade, concluímos o momento da aplicação experimental do modelo pedagógico descrito neste trabalho. As observações realizadas juntamente com os dados coletados durante essa fase, forneceu elementos que nos permitiram determinar o alcance desta pesquisa dentro da realidade e das possibilidades que nos fora permitida naquele momento. O próximo tópico faremos a discussão dos resultados finais deste trabalho.

4.7 RESULTADOS DA PESQUISA E DISCUSSÃO

A estratégia utilizada mostrou-se adequada ao cenário de distanciamento social que se desenhou no decorrer da pesquisa. Escolas fechadas e aulas presenciais reduzidas à metade da capacidade dos ambientes escolares, transformou-se em um desafio sem precedentes para as autoridades educacionais, professores, pais e alunos. Diante desse quadro, nossa preocupação foi coletar elementos que contribuíssem de forma propositiva para os resultados deste trabalho.

No momento de finalização deste estudo, aplicamos o questionário final, cujos resultados são mostrados abaixo. A partir dos questionamentos feitos aos participantes, foi possível determinar um quadro comparativo sobre a evolução da aprendizagem dos alunos quanto aos conceitos, classificação e aplicação das funções matemáticas num cenário de mediação por microcontrolador digital.

O quadro 13 mostra os dados coletado pelo questionário inicial. Vale salientar a superficialidade desse tipo de quadro avaliativo sobre a estruturas previamente construídas pelos alunos. Sua realização serviu como um recorte das estruturas prévias trazidas por aqueles que participaram desta pesquisa. No entanto, são fundamentais para formar a base educacional do aluno, aquilo que Piaget denominou “conhecimentos prévios”, tal repertório serviu como ancoradouro aos novos estímulos que se esperou contemplar ao longo deste trabalho.

Em seguida, o quadro 14 apresenta os resultados do questionário final. Vale ressaltar que ambos continham perguntas semelhantes, de forma a fornecer maiores subsídios para a discussão dos resultados do estudo.

Quadro 13: Respostas individuais dos alunos no questionário inicial

Ordem	Estudante	Questões									Total de acertos	Percentual de acertos %
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	Na	a	b	a	A	a	b	a	a	c	4	44,4
2	Is	c	b	b	A	b	a	b	c	c	3	33,3
3	Isa	c	a	b	C	b	b	a	b	c	6	66,7
4	Wi	c	b	b	C	b	a	b	a	c	3	33,3
5	Ma	c	b	a	A	a	b	a	b	c	3	33,3
6	Vi	c	b	b	C	c	c	a	b	c	3	33,3
7	Sam	a	a	c	B	a	b	b	a	c	5	55,6
8	Lu	a	b	b	A	a	a	b	a	c	2	22,2
9	Pa	a	b	c	B	a	b	b	a	b	3	33,3
10	Le	c	b	a	A	a	a	a	b	c	2	22,2
11	Ra	b	b	a	A	b	c	b	b	c	2	22,2
12	Wa	c	b	a	A	c	a	b	c	a	1	11,1
13	We	c	b	c	A	b	b	a	c	b	5	55,6
14	He	a	a	c	C	b	b	a	a	c	8	88,9
15	Er	a	c	a	B	c	c	a	a	b	2	22,2
16	Ev	b	b	a	A	b	b	a	b	c	4	44,4
17	Gi	b	a	a	C	c	a	a	c	c	5	55,6
18	Ale	a	c	a	B	c	b	a	c	b	4	44,4
19	Gle	c	c	c	C	a	a	a	a	c	4	44,4

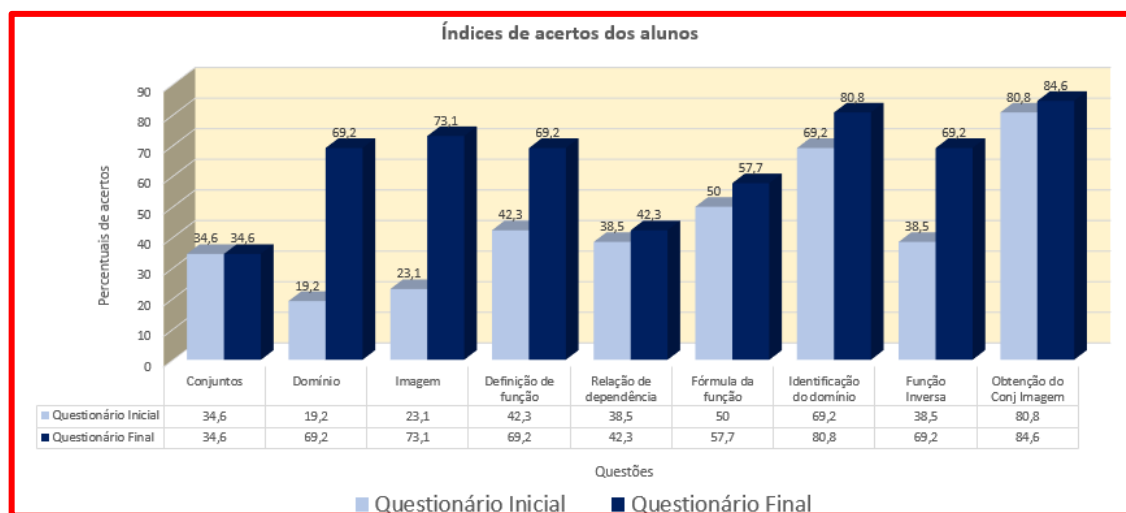
20	Jo	a	b	a	A	a	b	a	b	c	4	44,4
21	Ju	b	b	a	C	b	a	a	c	c	5	55,6
22	Fe	c	a	c	C	b	b	a	c	c	8	88,9
23	Ga	c	b	b	C	b	b	a	c	c	6	66,7
24	Ka	a	c	a	A	a	c	a	C	c	4	44,4
25	Le	c	b	a	C	a	a	b	B	c	2	22,2
26	Su	c	b	b	C	a	b	a	C	c	5	55,6
Total de acertos		9	5	6	11	10	13	18	10	21		
Percentual de acertos		34,6	19,2	23,1	42,3	38,5	50,0	69,2	38,5	80,8		

Quadro 14: Respostas individuais dos alunos no questionário final

Ordem	Estudante	Questões									Total de acertos	Percentual de acertos %
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	Na	c	a	c	c	b	b	a	C	c	8	88,9
2	Is	c	b	c	c	b		b	C	c	5	55,6
3	Isa	c	a	c	c	a	b	b	C	c	6	66,7
4	Wi	b	a	c	c	b	b	a	C	c	8	88,9
5	Ma	c	a	c	b	b	b	a	c	c	7	77,8
6	Vi	c	a	c	b	c	b	a	c	c	6	66,7
7	Sam	a	a	c		a	b	a	c	c	7	77,8
8	Lu	a	a	c	c	a	a	a	b	c	6	66,7
9	Pa	a	b	a	c	b	a	a	c	c	6	66,7
10	Le	c	b	a	c	a	b	a	b	b	3	33,3
11	Ra	b	b	b	c	b	c	b	b	b	2	22,2
12	Wa	c	b	a	c	c	b	a	c	a	4	44,4
13	We	b	a	c	c	b	a	a	c	c	7	77,8
14	He	a	a	c	c	b	b	a	b	c	8	88,9
15	Er	b	b	c	c	b	a	a	a	c	5	55,6
16	Ev	c	b	a	b	b	b	a	b	c	4	44,4
17	Gi	a	a	c	c	a	a	a	c	c	7	77,8
18	Ale	a	b	a	c	a	b	a	c	c	6	66,7
19	Gle	b	a	c	c	a	a	b	b	c	4	44,4
20	Jo	c	a	c	a	a	b	b	c	c	5	55,6
21	Ju	c	a	a	c	a	b	a	c	b	5	55,6
22	Fe	c	a	c	a	b	b	a	c	c	7	77,8
23	Ga	c	a	c	a	a	b	a	c	c	6	66,7
24	Ka	a	a	c	a	a	c	a	c	c	6	66,7
25	Le	a	a	c	c	a	a	a	b	c	6	66,7
26	Su	a	a	c	C	a	c	a	c	c	7	77,8
Total de acertos		9	18	19	18	11	15	21	18	22		
Percentual de acertos		34,6	69,2	73,1	69,2	42,3	57,7	80,8	69,2	84,6		

No quadro 15 abaixo, apresentamos um panorama comparativo dos desempenhos dos alunos, quando se faz o confronto da aprendizagem demonstrada nas respostas aos questionários em dois momentos distintos. No início, quando os mesmos mostram fragmentos de conteúdos previamente construídos em ambientes diversos, formais ou informais. E no final da pesquisa, quando os mesmos foram submetidos ao modelo pedagógico aqui descrito.

Quadro 15: Gráfico dos percentuais de acertos, por questão, nos questionários inicial e final



Podemos observar no gráfico do quadro 15 que o nível de conhecimento sobre as funções matemáticas apresentou melhora significativa na comparação dos momentos distintos avaliados. Neste gráfico, apesar do cuidado que esse tipo de estudo demanda quanto a comparações percentuais, podemos observar evolução quantitativa na aprendizagem dos participantes.

Nos resultados aqui descritos, temos ciência que essa métrica representa uma linha tênue entre os conceitos assimilados e/ou acomodados decorrentes diretamente da metodologia desenvolvida ou, simplesmente refere-se aos conceitos construídos espontaneamente nos diversos meios em que o aluno se submeteu, sejam eles didáticos ou adidáticos.

Sabemos como variam as aprendizagens espontâneas de um sujeito ao outro, em particular em função do meio em que vive. No rastro dessa compreensão, os conceitos apresentados explícitos ou tácitos nos permite afirmar que a metodologia esteve coerente e, dentro de um cenário de limitações físicas e

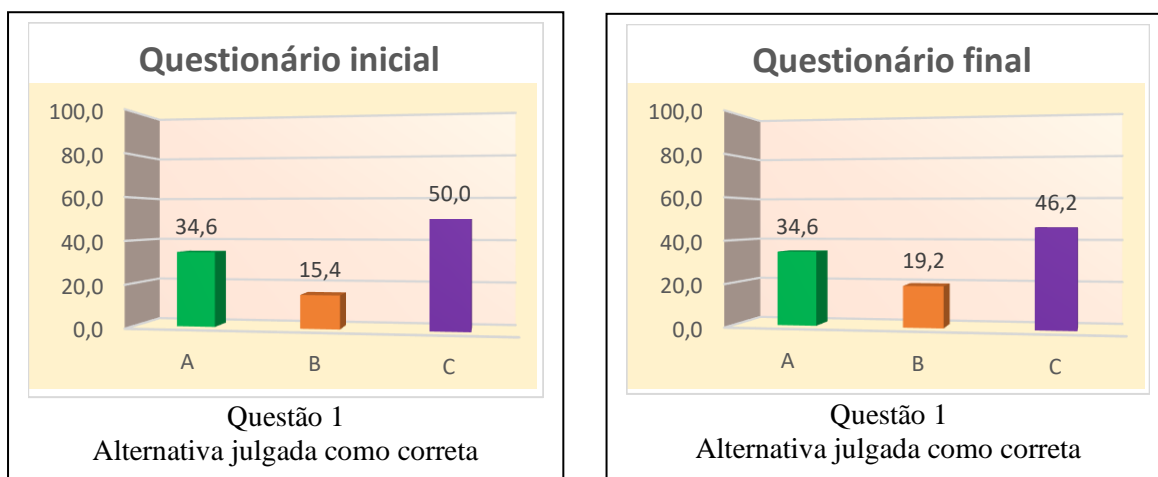
pedagógicas e, mostrou-se bastante honesto quanto aos resultados apresentados.

Vale ressaltar que os temas contidos nas perguntas versavam sobre os conceitos inicialmente abstratos sobre funções, e que foram sendo construídos no decorrer da pesquisa, a partir de estímulos extraídos experimentalmente do modelo físico baseado no microcontrolador. Além disso, as definições, conjuntos e classes de funções foram determinadas pelas situações didáticas que condicionaram o meio propício para o surgimento de tais conceitos, dentro de um determinado meio controlado ou não pelo professor.

Abaixo apresentamos as perguntas dos questionários inicial e final, onde podemos observar como os temas que foram questionados aos alunos. Para facilitar a comparação, as alternativas corretas, do ponto de vista científico, estão sublinhadas.

1) Do ponto de vista da Matemática, qual a melhor definição para **conjunto**?

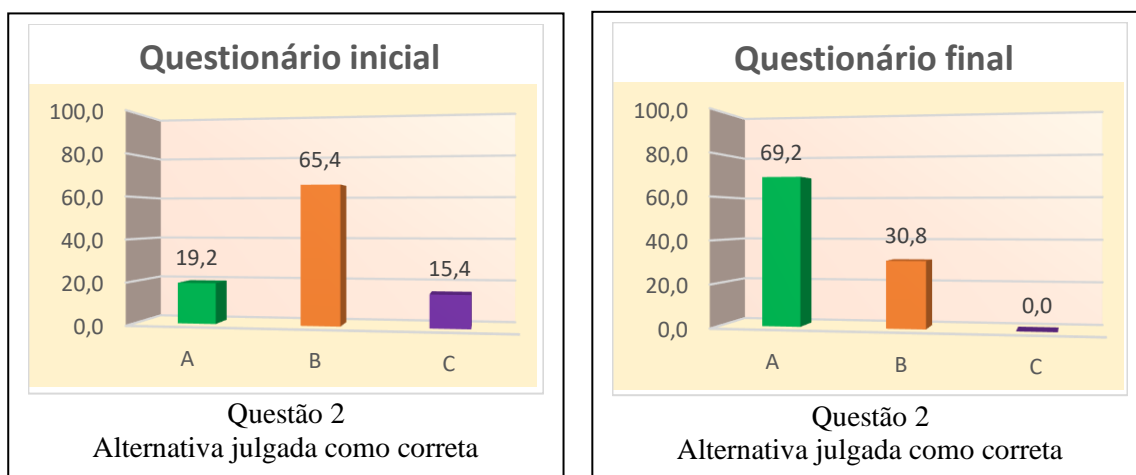
- a) Coleção de elementos que possuem a mesma característica.
- b) Coleção de elementos que têm boas relações.
- c) Reunião de elementos com intuito ficarem mais evidentes.



Quadro 16: Percentuais das respostas na questão 1

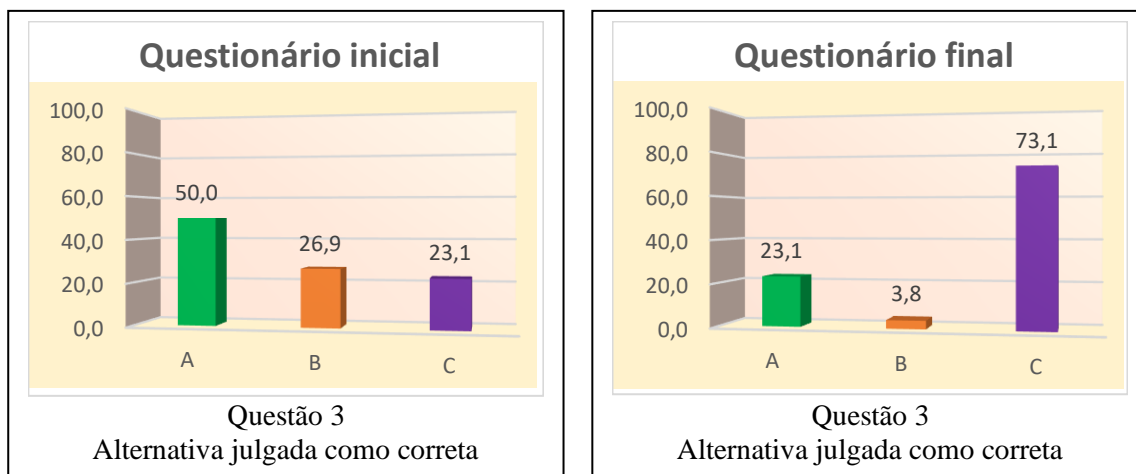
2) Para que servem os elementos do **Conjunto Domínio**?

- a) Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
- b) São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.
- c) A função NÃO usa os elementos desse conjunto.



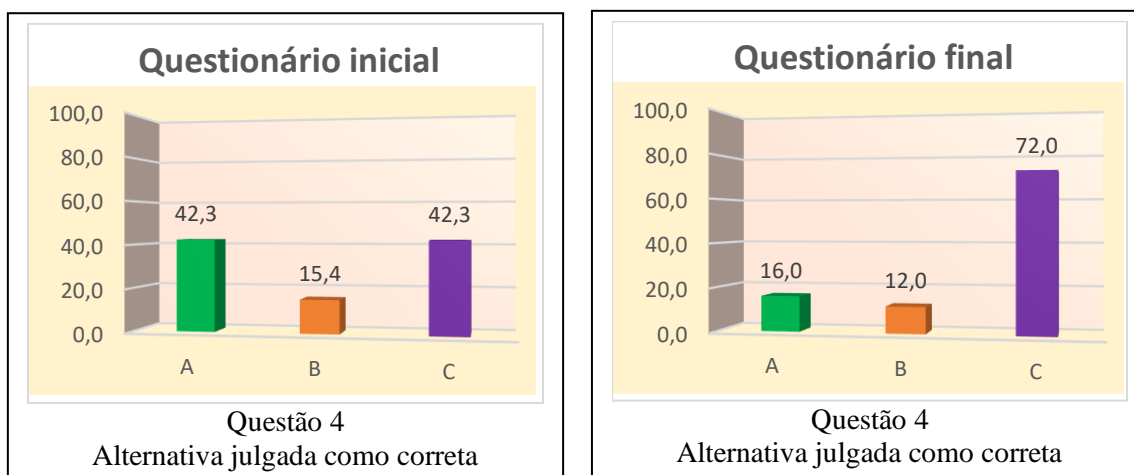
Quadro 17: Percentuais das respostas na questão 2

- 3) Para que servem os elementos do **Conjunto Imagem**?
- São elementos extras, caso necessário podem ser usados pela função.
 - Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
 - São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.



Quadro 18: Percentuais das respostas na questão 3

- 4) Quando você ouve o termo "função matemática" qual ideia surge na sua mente?
- De fracionar algo, dividir em partes iguais.
 - Medir comprimento, área ou volume de objetos.
 - Que determina uma relação entre elementos de dois conjuntos.



Quadro 19: Percentuais das respostas na questão 4

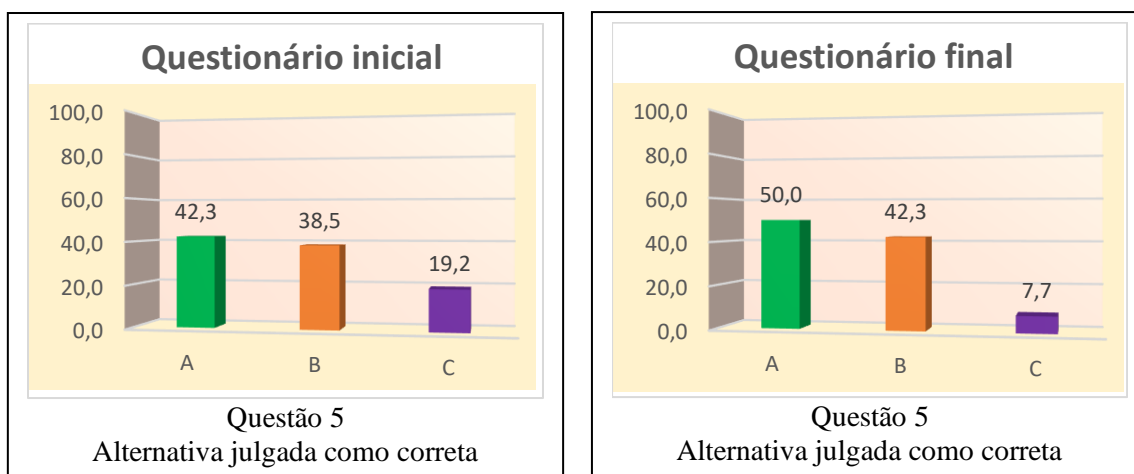
Para as questões 5 a 9 considere a situação abaixo:

Quando você vai a um posto de venda de Passe Estudantil, encontra fixado no quichê uma tabela semelhante à mostrada abaixo:

Quant	Valor	Quant	Valor
1	R\$ 1,50	6	R\$ 9,00
2	R\$ 3,00	7	R\$
3	R\$ 4,50	8	R\$
4	R\$	9	R\$
5	R\$	10	R\$

5) A frase que melhor representa a situação abaixo é:

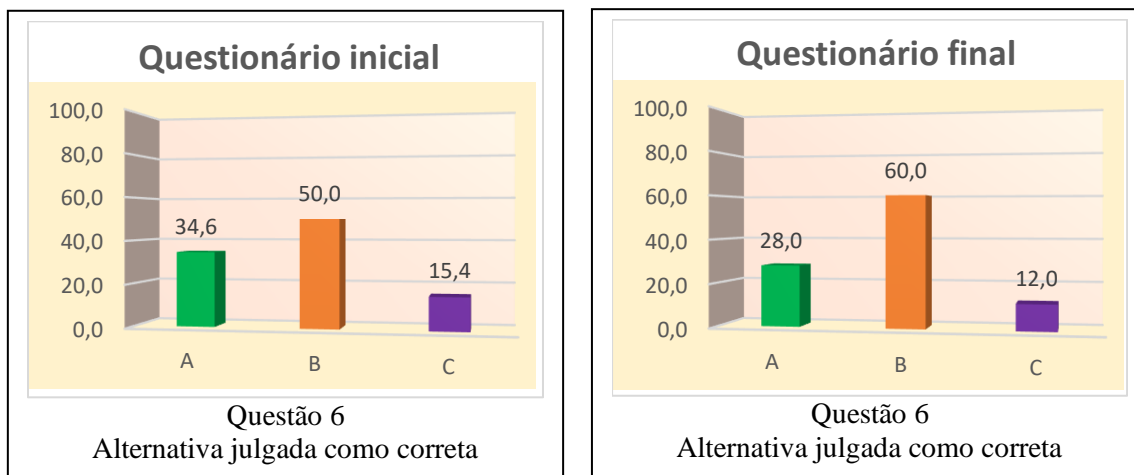
- A quantidade de créditos em função do valor a pagar.
- O valor a pagar em função da quantidade de créditos.
- O valor a pagar em função da tarifa inteira.



Quadro 20: Percentuais das respostas na questão 5

6) Usando x para representar a **quantidade**, qual fórmula abaixo você usaria para determinar o **valor** e completar a tabela?

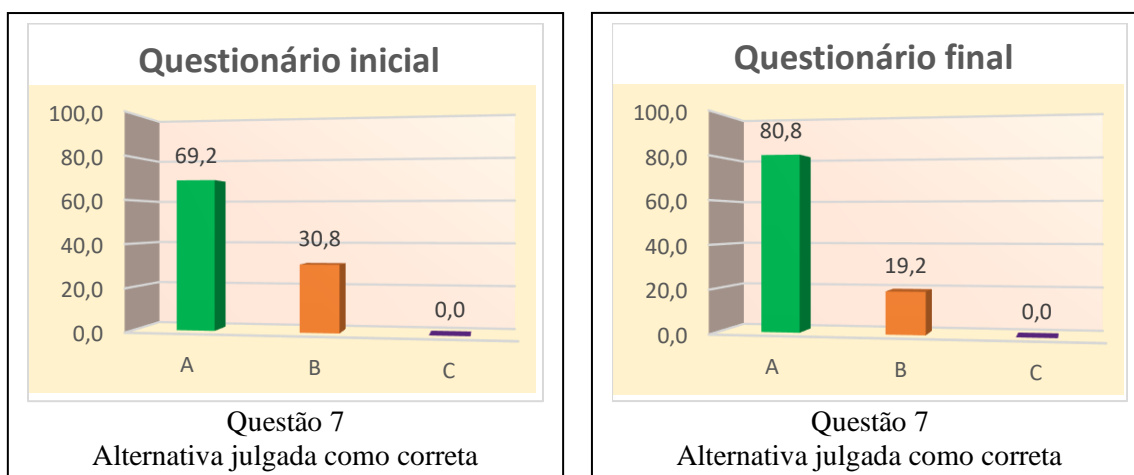
- a) $x + 1,50$
 b) $1,50 \cdot x$
 c) $\frac{x}{1,50}$



Quadro 21: Percentuais das respostas na questão 6

7) Nesta tabela, a coluna que melhor representa o conjunto **Domínio** é:

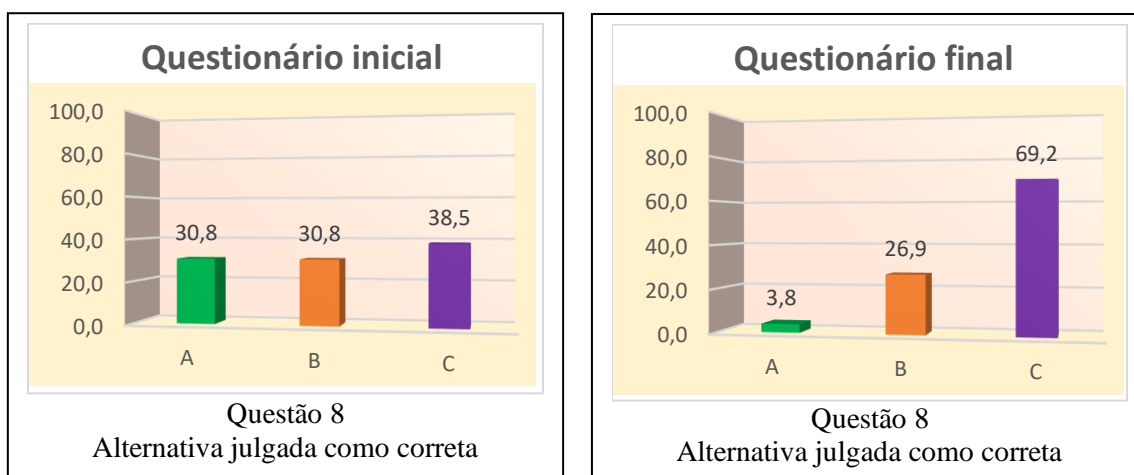
- a) Quantidade
 b) Valor
 c) Troco



Quadro 22: Percentuais das respostas na questão 7

8) Quando você possui uma certa quantia em dinheiro e gostaria de determinar a quantidade de créditos que pode comprar. Por exemplo, com R\$ 45,00 quantos créditos posso comprar? Nessa situação você está usando o conceito de ...

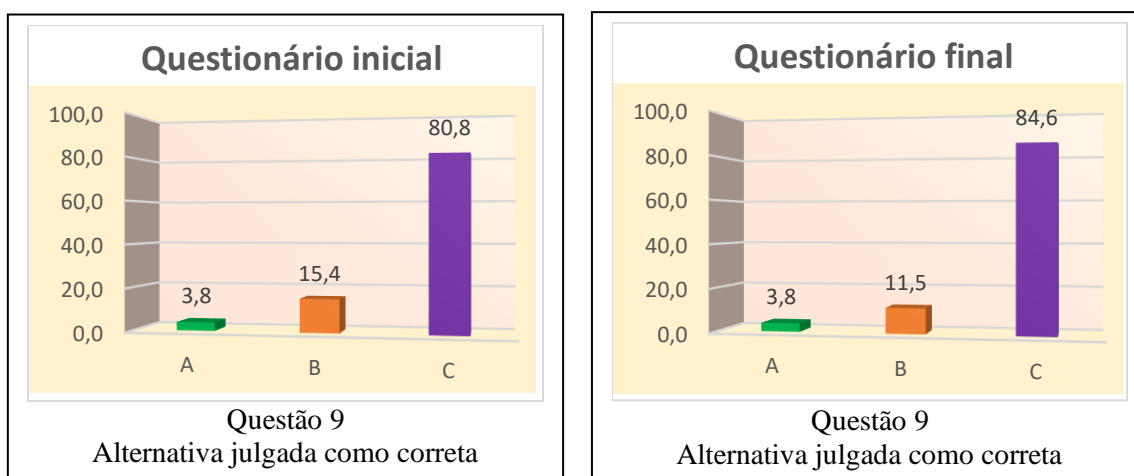
- a) função par
 b) função composta
 c) função inversa



Quadro 23: Percentuais das respostas na questão 8

9) Imagine que você possa criar uma máquina de dobrar os números. Assim, os números que saem são dados em função dos números que entram na máquina e saem com o dobro dos valores que entraram. Caso entre os números 2, 4, 5 e 10, quais números devem sair?

- a) 2, 4, 5 e 10
- b) 10, 5, 4, e 2
- c) 4, 8, 10 e 20



Quadro 24: Percentuais das respostas na questão 9

A partir do cenário favorável que a metodologia demonstrou, pontuamos alguns comentários sobre os resultados deste trabalho. A pertinência sobre a aprendizagem dos conceitos trabalhados no decorrer do estudo decorre dos aspectos das aquisições cognitivas demonstradas espontaneamente pelos alunos.

As estruturas mentais referem-se aos esquemas de ação que o sujeito construiu no decorrer deste estudo, mediante demonstração de ações dialógicas

ou motoras capazes de dar solução aos questionamentos quando submetido a esse tipo de avaliação.

Relembramos a discussão dos resultados que os alunos demonstraram no experimento do “Comando de palmas”, quando na ocasião, foram abstraídos os conceitos iniciais de função. As respostas foram classificadas em quatro categorias, as quais desenvolvemos na mente dos estudantes estruturas lógicas capazes de transformar seus esquemas assimiladores (acomodação), possibilitando, então, construir novos significados aos estímulos conceituais e a agir com mais competência sobre os experimentos posteriores, e assim por diante.

Demonstramos através dos gráficos e, essencialmente, de forma qualitativa pelas tabelas de respostas categorizadas que os resultados da aprendizagem dos conceitos de função foram bem sucedidos nas suas gêneses construtivas. Os temas desenvolvidos na proposta: “Definição formal de função matemática”; “Conjuntos domínio e imagem”; “Fórmula ou Lei da função; Função Inversa; “Função Afim” e “Função quadrática” apresentaram o nível de aprendizagem coerente com o esperado nesta pesquisa.

Enfatizamos que os dados apresentados neste estudo levam em conta aspectos fundamentais quando se pretende demonstrar o nível de aprendizagem dos alunos. Cuidados éticos, aprovados pelo Conselho de Ética da UFAM, foram levados em conta quando submetíamos os estudantes a testes objetivos de aprendizagem, visto que, as respostas poderiam não revelar o real desempenho cognitivo dos mesmos.

Ademais, as observações dos diálogos espontâneos entre os alunos e nas suas respostas subjetivas, foram capazes de convencer-nos do acentuado êxito nos resultados desta pesquisa. Isto foi observado no momento de experimentação remota, quando oportunamente submetemos os alunos a perguntas abertas sobre a temática daquelas aulas. No cenário ali desenvolvido foi possível, através da classificação categórica das respostas, construir a narrativa do processo bem sucedido de internalização dos conceitos de função abstraídos do construto tecnológico.

Assim, foi demonstrado que o desenvolvimento de experimentos que possibilitam a assimilação ativa, constitui um meio rico na produção de estímulos que levam naturalmente os alunos a envolver-se com o objeto de aprendizagem,

possibilitando integrar outras áreas de conhecimento ao processo de desenvolvimento cognitivo do aluno.

Nessa perspectiva, de acordo com Becker (2012, p. 180), o fazer científico exige a abertura de fronteiras que possibilitam construir uma certa objetividade no emprego de métodos quer dedutivos (lógico-matemáticos) quer experimentais. As ações do sujeito podem ser compreendidas também sob o ponto de vista de seus níveis, sejam elas de primeiro grau, isto é, as ações práticas (que constituem a maior parte das nossas ações) ou de segundo grau, que se debruçam sobre as ações de primeiro grau, extraíndo delas, por abstração reflexionante, suas coordenações.

Esta distinção esteve presente ao longo de todo este estudo, pela concepção piagetiana da experiência como ação, e abstração reflexionante a partir dessa ação. Cultivamos nesse processo a visão da experiência física como meio de agir sobre os objetos e retirar deles suas qualidades; experiência logico-matemática, e partir daí retirar qualidades não mais dos objetos, mas das coordenações das ações, isto é, retirar qualidades do mundo endógeno que o sujeito construiu até o momento.

Nesse trabalho, a cultura dialógica entre os dados empíricos retirados dos números frios representados no gráficos de aprendizagem e a construção dos conceitos demonstrados nas frases subjetivas aqui categorizadas, permitiu ao final desse processo construir um cenário que nos dá suporte em afirmar de forma propositiva que tivemos êxito em definir um processo de ensino que integrasse a ação do sujeito a uma arquitetura pedagógica de maneira assimilar de forma ativa conceitos de função matemática em níveis de abstrações mais próximos da realidade, sem comprometer o formalismo necessário.

Dessa forma, concluímos este trabalho enfatizando sua natureza epistemológica compreendida nas aquisições ativas dos sujeitos, que se fazem entre si, com o professor e com o mundo, e que são capazes de realizar ações que superam a postura passiva do modelo de ensino vigente, baseado, quase sempre, na repetição.

Desde a concepção da arquitetura pedagógica, da tecnologia e das situações didáticas produzidas, tivemos como objetivo conceber aos estudantes ações que superam as rotinas do ensino tradicional que limitam o potencial criativo do sujeito. Procuramos introduzir na microcultura deste projeto atividades

experimentais que valorizam as habilidades e competências que ampliam o conhecimento e preparam o sujeito para os novos desafios e representações do mundo moderno.

No próximo capítulo faremos as considerações finais deste trabalho.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da premissa da teoria piagetiana que coloca o aluno como sujeito dotado de autonomia e que se distancia da dualidade epistemológica, que denota o antagonismo pedagógico, amplamente discutido atualmente. De um lado, encontramos a postura que afirma que o sujeito está predeterminado (apriorismo) pela herança genética: tudo o que ele será está predeterminado, de alguma forma, nos seus genes, na sua bagagem hereditária, e todo seu potencial inteligível nasce consigo, bastando ativar determinadas área da mente para que exerça sua plena capacidade.

Do outro lado, encontramos os que afirmam que o sujeito é tábula rasa e que ele será determinado pelo meio social: toda a sua aprendizagem será resultado apenas dos estímulos externos. De qualquer forma, esses extremos se caracterizam por um elemento comum: a passividade do sujeito.

O que fazer então? A herança genética e o meio social não têm importância? Ao contrário, ao longo deste trabalho percebemos que no momento da aprendizagem, é difícil não exagerar a importância de um ou outro fator. Partimos da premissa piagetiana de que essa importância não se dá espontaneamente ou automaticamente. Ela depende de um elemento mediador que é decisivo. A ação do sujeito. A ação é o componente fundamental na construção do ser.

Em certos momentos deste estudo uma determinada tendência prevaleceu sobre a outra, e desse confronto de ideias emergiram as respostas que esperávamos quando iniciamos este trabalho. O cenário desafiador e a forma dialética que procuramos conduzir o trabalho nos forneceu ótimos parâmetros que ajudaram a construir os resultados anteriormente apresentados.

Obviamente, temos ciência das limitações da metodologia proposta. A mediação da aprendizagem com o recurso tecnológico representou o cerne deste

trabalho, porém não foi suficiente para alcançar e manter o engajamento da totalidade dos alunos durante o cenário descrito.

As limitações estruturais e financeiras das nossas escolas públicas aliada à carência social dos alunos mostraram que, propostas com mediação tecnológica de baixo custo e que visam trazer às salas de aulas das periferias das grandes cidades são muito bem vindas, mas outras propostas que complementem o estudo aqui apresentado e que visem proporcionar interações ricas em estímulos que reduza o déficit cognitivo que determinados jovens são submetidos no meio social em que vivem.

6. REFERÊNCIAS

- ARAÚJO**, Ives S. Modelos Computacionais no Ensino-Aprendizagem de Física: Um Referencial de Trabalho. Revista Investigações em Ensino de Ciências, V. 17, p. 341-366. 2012.
- BACICH**, Lilian et al. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação Porto Alegre: Penso, 2015.
- BACICH**, Lilian; **MORAN**, José. Aprender e ensinar com foco na educação híbrida, Revista Pátio, nº 25, p. 45-47, junho, 2015.
- _____. (Org). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BARDIN**, Laurence. Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70. 2011.
- BECKER**, Fernando. O caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire: da ação à operação. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.
- _____. Educação e construção do conhecimento. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.
- BROUSSEAU**, Guy. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
- BRITO**, Luiz Carlos Cerquinho de. Adolescência, sociabilidade e construção do conhecimento. Manaus: Valer, 2018.
- CHRISTENSEN**, C. M.; **HORN**, M. B.; **STAKER**, H. Ensino híbrido: uma inovação disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos. [S. l: s. n], 2013. Disponível em: <https://www.christenseninstitute.org/publications/ensino-hibrido/>. Acesso em: 10/02/2021.
- D'AMBRÓSIO**, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.
- DEWEY** John. The child and the curriculum,. In: Middle works of John Dewey, v. 2, Southern Illinois University. 1902.
- DOERR**, H. M. Experiment, Simulation and Analysis: An Integrated Instructional Approach to the Concept of Force. International Journal of Science Education, London, 19 (3), p. 265-282. 1997.
- GOMES**, Cristiane G. et al. A Robótica como Facilitadora do Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental. Org. Pirola, Nelson A. Ensino de Ciências e Matemática IV tema de investigação, São Paulo: Editora UNESP. 2010. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/bpkng/pdf/pirola-9788579830815-11.pdf>. Acesso em 18/04/2019.
- KENSKI**, V. M. Tecnologias e ensino presencial e à distância. 7 ed. Brasileira. Campinas: Papirus, 2003.
- LORENZATO**, Sergio (org). O laboratório de matemática na formação de professores. Campinas, Autores Associados, 2010.
- MAGARINUS**, Renata. Uma Proposta para o Ensino de Funções Através de Objetos de Aprendizagem. 100 p. Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional – PROFMAT, Universidade Federal de Santa Maria, RS. 2013.
- MORAES**, Roque. **GALIAZZI**, Maria do C. Análise Textual Discursiva, 3ª ed. ed. Ijuí: Ed. Unijuí. 2007.
- MORAN**, José. Metodologias ativas: Como ensinar ativamente para engajar os alunos. Brasília, Soluções Moderna, 09 ago. 2020. Ação formativa do projeto Aprova Brasil. Entrevista concedida a Damaris Silva. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=NE9CNTj88eM&list=PLIUtsSsEPAPUoEXa0uwerUxeJIHnmBExt&index=8>. Acesso em: 05/02/2021.

PAPERT, Seymour. *A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática*. Porto Alegre: Artmed. 2008.

_____. *LOGO: Computadores e Educação*. São Paulo: Brasiliense, 1986.

_____. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Nova York: Basic Books. 1980.

PIAGET, Jean. *Epistemologia Genética*. Tradução de Álvaro Cabral. 3. Ed. São Paulo: Martins Fontes. 2007.

_____. *A Equilibração das Estruturas Cognitivas: Problema Central do desenvolvimento*; tradução Profa. Dra. Marion Merlone dos S. Penna. Rio de Janeiro: Zahar Editores. 1976

_____. *Biologia e Conhecimento: Ensaio Sobre as Relações entre as Regulações Orgânicas e os Processos Cognoscitivos*; tradução de Francisco M. Guimarães. Petrópolis: Vozes. 1973.

_____. *A tomada de consciência*. Tradução Edson B. de Souza. São Paulo: Edusp, 1977.

POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático*. Rio de Janeiro: Interciência. 1995.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Zélia. *Psicologia e epistemologia genética de Jean Piaget*. São Paulo: EPU, 1988.

REGINALDO, Carla C.; **SHEID**, Neusa J. **GULLICH**, Roque I. da C. O Ensino de Ciências e a Experimentação. In: IX ANPED SUL. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul. RS, 2012. p. 1-12.

ROSA, Milton e **OREY**, Daniel C. A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático. *Revista Boletim de Educação Matemática – Bolema*. São Paulo, v. 26, n. 42A, p. 261-290, abril: 2012.

SANTOS, Elio Molisani F. *Arduino: Uma Proposta para Aquisição de Dados, Controle e Automação de Experimentos de Óptica em Laboratório Didático de Física no Ensino Médio*. 192 p. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

Bessa, Selma et al. Utilizando Scratch e Arduino como Recurso para o Ensino de Matemática, VI Congresso Brasileiro de Informática na Educação – CBIE: Anais do XXIII Workshop de Informática na Escola, p. 538-547, Fortaleza, 2017.

SILVA, Fábio A. de A. Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação e experimentação matemática para o ensino de conceitos de matrizes, Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação Ensino de Ciências, IFSP, 2017.

TOLEDO, Marília; **TOLEDO**, Mauro. *Didática de Matemática: como dois e dois*. São Paulo: FTD, 1997.

TRIGO, Carmen E. C.; **NUNES**, Wallace W. *Experimentos Didáticos no Ensino de Matemática. Orientações Pedagógicas*. Rio de Janeiro: IFRJ, 2011.

VALENTE, José A. *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. Campinas: Gráfica da UNICAMP. 1993.

ZABALA, Antoni. *A Prática Educativa: Como Ensinar*, Porto Alegre: Artmed, 2010.

7. OBRAS CONSULTADAS

GUIMARÃES, Flávio. Canal Brincando com Ideias, Disponível em: https://www.youtube.com/channel/UCcGk83PAQ5aGR7IVID_cBaw, Acesso em: 01/03/21.

MOÇAMBITE, Nixon da S. Situações Didáticas na Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Construção do Conhecimento. 217 p. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas, 2016.

MUNARI, Alberto; Jean Piaget, tradução e organização: Daniele Saheb. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

PAAVOLA, S., **HAKKARAINEN**, K. Three Abductive Solutions to the Meno Paradox – with Instinct, Inference, and Distributed Cognition. *Stud Philos Educ* 24, 235–253 (2005). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11217-005-3846-z>. Acesso em: 03/02/21.

8. APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIOS

QUESTIONÁRIO INICIAL

Qual o seu nome? _____ Turma _____

Parte I – Questões sobre conceitos de função matemática.

- 1) Do ponto de vista da Matemática, qual a melhor definição para **conjunto**?
 - a) Coleção de elementos que possuem a mesma característica.
 - b) Coleção de elementos que têm boas relações.
 - c) Reunião de elementos com intuito ficarem mais evidentes.

- 2) Para que servem os elementos do **Conjunto Domínio**?
 - a) Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
 - b) São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.
 - c) A função NÃO usa os elementos desse conjunto.

- 3) Para que servem os elementos do **Conjunto Imagem**?
 - a) São elementos extras, caso necessário podem ser usados pela função.
 - b) Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
 - c) São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.

- 4) Quando você ouve o termo "função matemática" qual ideia surge na sua mente?
 - a) De fracionar algo, dividir em partes iguais.
 - b) Medir comprimento, área ou volume de objetos.
 - c) Que determina uma relação entre elementos de dois conjuntos.

Para as questões 5 a 9 considere a situação abaixo:

Quando você vai a um posto de venda de Passe Estudantil, encontra fixado no guichê uma tabela semelhante à mostrada abaixo:

Quant	Valor	Quant	Valor
1	R\$ 1,50	6	R\$ 9,00
2	R\$ 3,00	7	R\$
3	R\$ 4,50	8	R\$
4	R\$	9	R\$
5	R\$	10	R\$

- 5) A frase que melhor representa a situação abaixo é:
 - a) A quantidade de créditos em função do valor a pagar.
 - b) O valor a pagar em função da quantidade de créditos.
 - c) O valor a pagar em função da tarifa inteira.

- 6) Usando x para representar a **quantidade**, qual fórmula abaixo você usaria para determinar o **valor** e completar a tabela?
 - a) $x + 1,50$
 - b) $1,50 \cdot x$
 - c) $\frac{x}{1,50}$

- 7) Nesta tabela, a coluna que melhor representa o conjunto **Domínio** é:
- a) Quantidade
 - b) Valor
 - c) Troco
- 8) Quando você possui uma certa quantia em dinheiro e gostaria de determinar a quantidade de créditos que pode comprar. Por exemplo, com R\$ 45,00 quantos créditos posso comprar? Nessa situação você está usando o conceito de ...
- a) função par
 - b) função composta
 - c) função inversa
- 9) Imagine que você possa criar uma máquina de dobrar os números. Assim, os números que saem são dados em função dos números que entram na máquina e saem com o dobro dos valores que entraram. Caso entre os números 2, 4, 5 e 10, quais números devem sair?
- a) 2, 4, 5 e 10
 - b) 10, 5, 4, e 2
 - c) 4, 8, 10 e 20

Parte II – Questões abertas sobre funções.

- 10) Quais situações do seu cotidiano você consegue relacionar a uma função matemática?

- 11) Cite os conceitos que você conhece sobre função matemática.

- 12) Pra você o que representa na prática uma função matemática?

- 13) Qual sua opinião sobre o uso de recursos tecnológicos nas aulas?

- a) Adequado
- b) Pouco adequado
- c) Inadequado

QUESTIONÁRIO FINAL

Qual o seu nome? _____ Turma _____

Parte I – Questões sobre conceitos de função matemática.

1) Do ponto de vista da Matemática, qual a melhor definição para **conjunto**?

- a) Coleção de elementos que possuem a mesma característica.
- b) Coleção de elementos que têm boas relações.
- c) Reunião de elementos com intuito ficarem mais evidentes.

2) Para que servem os elementos do **Conjunto Domínio**?

- a) Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
- b) São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.
- c) A função NÃO usa os elementos desse conjunto.

3) Para que servem os elementos do **Conjunto Imagem**?

- a) São elementos extras, caso necessário podem ser usados pela função.
- b) Elementos que a função utiliza como entrada de dados.
- c) São os elementos de saída da função, ou seja, são os resultados dos dados processados.

4) Quando você ouve o termo "função matemática" qual ideia surge na sua mente?

- a) De fracionar algo, dividir em partes iguais.
- b) Medir comprimento, área ou volume de objetos.
- c) Que determina uma relação entre elementos de dois conjuntos.

Para as questões 5 a 9 considere a situação abaixo:

Quando você vai a um posto de venda de Passe Estudantil, encontra fixado no guichê uma tabela semelhante à mostrada abaixo:

Quant	Valor	Quant	Valor
1	R\$ 1,50	6	R\$ 9,00
2	R\$ 3,00	7	R\$
3	R\$ 4,50	8	R\$
4	R\$	9	R\$
5	R\$	10	R\$

5) A frase que melhor representa a situação abaixo é:

- a) A quantidade de créditos em função do valor a pagar.
- b) O valor a pagar em função da quantidade de créditos.
- c) O valor a pagar em função da tarifa inteira.

6) Usando x para representar a **quantidade**, qual fórmula abaixo você usaria para determinar o **valor** e completar a tabela?

- a) $x + 1,50$
- b) $1,50 \cdot x$
- c) $\frac{x}{1,50}$

- 7) Nesta tabela, a coluna que melhor representa o conjunto **Domínio** é:
- a) Quantidade
 - b) Valor
 - c) Troco
- 8) Quando você possui uma certa quantia em dinheiro e gostaria de determinar a quantidade de créditos que pode comprar, por exemplo, com R\$ 45,00 quantos créditos posso comprar? Nessa situação você está usando o conceito de ...
- a) função par
 - b) função composta
 - c) função inversa
- 9) Imagine que você possa criar uma máquina de dobrar os números. Assim, os números que saem são dados em função dos números que entram na máquina e saem com o dobro dos valores que entraram. Caso entrem os números 2, 4, 5 e 10, quais números devem sair?
- a) 2, 4, 5 e 10
 - b) 10, 5, 4, e 2
 - c) 4, 8, 10 e 20

Parte II – Questões abertas sobre funções.

- 10) Quais situações do seu cotidiano você consegue relacionar a uma função matemática?

- 11) Descreva aqui os conceitos que você aprendeu sobre função matemática

- 12) Pra você o que representa na prática uma função matemática?

- 13) Qual sua opinião sobre o recurso tecnológico utilizado nessas aulas?

- a) Adequado
- b) Pouco adequado
- c) Inadequado

- 14) Qual sua opinião sobre as aulas de Matemática após essas abordagens?

- a) mudou para melhor
- b) mudou para pior
- c) permanece a mesma

QUESTIONÁRIO DO EXPERIMENTO DE QUEDA LIVRE

Qual o seu nome? _____ Turma _____

Questões sobre o experimento realizado na aula

1) Quais grandezas ou variáveis você observou neste experimento? (pode marcar mais de um item)

espaço (distância percorrida)

tempo

massa

velocidade

volume

aceleração

área

2) Qual par de grandezas estão sendo associadas neste experimento?

a) Volume x tempo

b) aceleração x tempo

c) massa x tempo

d) velocidade x tempo

3) Você consegue identificar a ocorrência de uma função neste experimento?

a) sim

b) não

4) Os elementos do **conjunto Domínio** estão representados aqui por qual grandeza?

a) tempo

b) espaço

c) volume

d) massa

5) Os elementos do **conjunto Imagem** estão representados aqui por qual grandeza?

a) volume

b) tempo

c) espaço

d) massa

6) A qual tipo de função você associa as observações feitas neste experimento quanto a determinação da velocidade?

a) função inversa

b) função quadrática

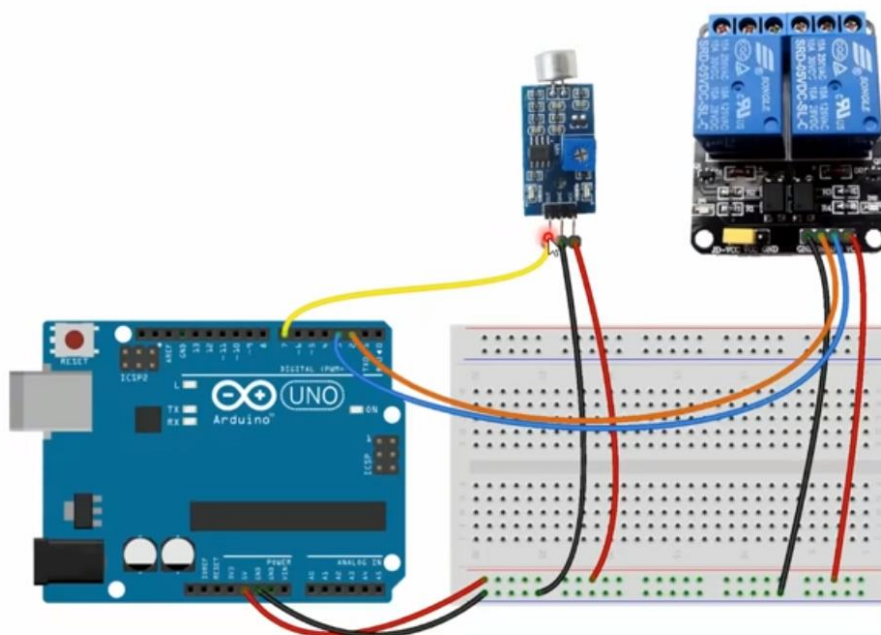
c) função linear

d) função composta

9. ANEXOS

MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR

ANEXO A – ESQUEMA DE LIGAÇÃO DO SENSOR DE PALMAS



ANEXO B – ALGORITMO EM LINGUAGEM C++ DO SENSOR DE PALMAS

```

#define pinSom 7
#define pinRele1 2
#define pinRele2 3
#define tempoMaximoDeUmaPalma 150 //milisegundos
#define tempoMaximoEntrePalmas 500 //milisegundos

int contaPalmas = 0;
long tempoEspera = 0;
long tempoEsperaEntrePalmas = 0;

void executarAcao();

void setup() {
  pinMode(pinSom, INPUT);
  pinMode(pinRele1, OUTPUT);
  pinMode(pinRele2, OUTPUT);
}

void loop() {

  // verifica o estado do sensor de som (ele fica normalmente com a porta ligada,
  quando houver uma palma, ele desliga momentaneamente a porta)

  int sensorSom = digitalRead(pinSom);

  // se o sensor detectou palmas

  if (sensorSom == LOW) {

    // espera um tempo para nao detectar a mesma palma mais de uma vez

    if (tempoEspera == 0) {
      tempoEspera = tempoEsperaEntrePalmas = millis();
      contaPalmas++;
    } else if ((millis() - tempoEspera) >= tempoMaximoDeUmaPalma) {
      tempoEspera = 0;
    }
  }

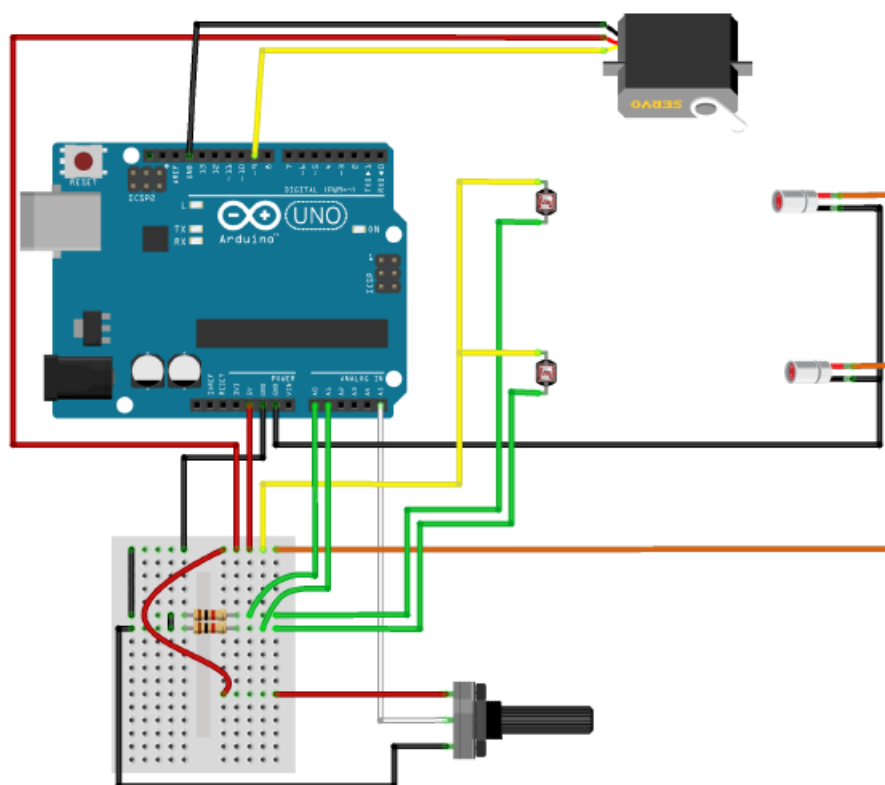
  // caso exceda o tempo maximo entre palmas, zera o contador de palmas

  if ( (contaPalmas != 0) && ((millis() - tempoEsperaEntrePalmas) > 500) ) {
    executarAcao();
    contaPalmas = 0;
    tempoEsperaEntrePalmas = millis();
  }
}

```

```
void executarAcao()
{
  switch (contaPalmas) {
    case 2:
      digitalWrite(pinRele1, !digitalRead(pinRele1));
      break;
    case 3:
      digitalWrite(pinRele2, !digitalRead(pinRele2));
      break;
  }
}
```

ANEXO C – ESQUEMA DE LIGAÇÃO DO SENSOR DE QUEDA LIVRE



ANEXO D – ALGORITMO EM LINGUAGEM C++ DO SENSOR DE QUEDA LIVRE

```

#define sensor1 A0 // sensor superior
#define sensor2 A1 // sensor medio
#define sensor3 A2 // sensor inferior

int med_sensor1 = 0;
int med_sensor2 = 0;
int med_sensor3 = 0;

float som = 7;

unsigned long tempo1_s = 0;
unsigned long tempo2_s = 0;
unsigned long tempo3_s = 0;
unsigned long tempo_sup = 0;
unsigned long tempo_inf = 0;

void setup() {

  pinMode (sensor1, INPUT);
  pinMode (sensor2, INPUT);
  pinMode (sensor3, INPUT);
  Serial.begin(9600);

}

void loop() {

med_sensor1 = digitalRead(sensor1);
med_sensor2 = digitalRead(sensor2);
med_sensor3 = digitalRead(sensor3);

  if (med_sensor1 < 1) {
    tempo1_s = millis();      // medir em milisegundos
    tone (som, 440,50);
    delay (100);              // espera 100 milisegundos entre sensores
    noTone(som);
  }

  if (med_sensor2 < 1) {
    tempo2_s = millis();      // medir em milisegundos
    tone (som, 1040,50);
    delay (100);              // espera 100 milisegundos entre sensores
    noTone(som);
  }

  if (med_sensor3 < 1) {

```

```
tempo3_s = millis();           // medir em milisegundos
tone (som, 1040,50);
delay (100);                   // espera 100 milisegundos entre sensores

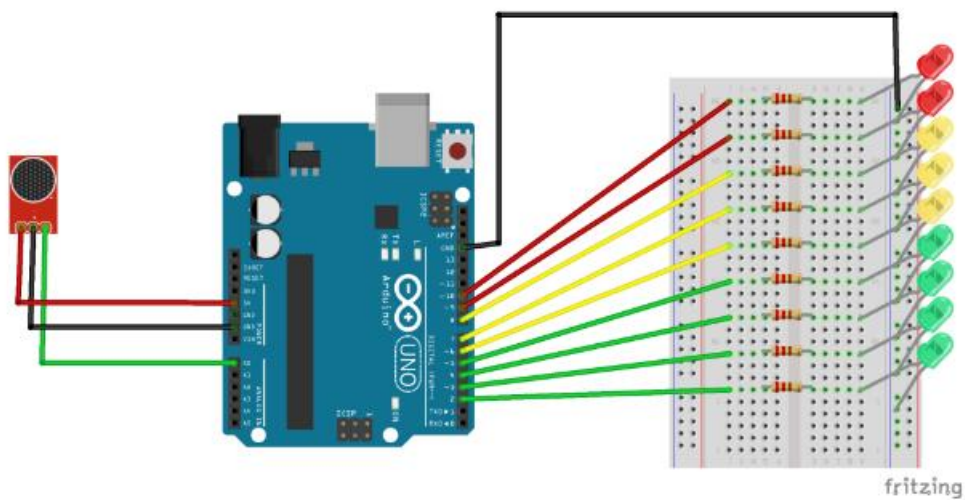
noTone(som);
}

// cálculos dos intervalos de tempos
tempo_sup = tempo2_s - tempo1_s;
tempo_inf = tempo3_s - tempo2_s;

Serial.print("Tempo sup: ");
Serial.print(tempo_sup);
Serial.println("(ms) ");
Serial.print("Tempo inf: ");
Serial.print(tempo_inf);
Serial.println("(ms) ");

}
```

ANEXO E – ESQUEMA DE LIGAÇÃO DO CONTRÔLE DE LEDS



ANEXO F – ALGORITMO EM LIGUAGEM C++ DO CONTRÔLE DE LEDS

```
// definição dos pinos

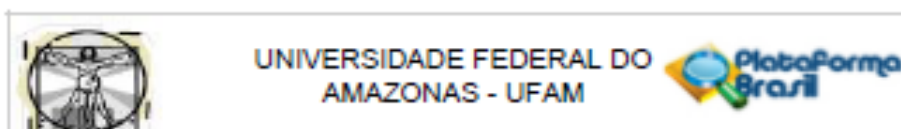
#define pinLed1 2
#define pinLed2 3
#define pinLed3 4
#define pinLed4 5
#define pinLed5 6
#define pinLed6 7
#define pinLed7 8
#define pinLed8 9
#define pinLed9 10
#define pinLed10 11

void setup() {
  pinMode(pinLed1, OUTPUT);
  pinMode(pinLed2, OUTPUT);
  pinMode(pinLed3, OUTPUT);
  pinMode(pinLed4, OUTPUT);
  pinMode(pinLed5, OUTPUT);
  pinMode(pinLed6, OUTPUT);
  pinMode(pinLed7, OUTPUT);
  pinMode(pinLed8, OUTPUT);
  pinMode(pinLed9, OUTPUT);
  pinMode(pinLed10, OUTPUT);
}

void loop() {
  int valorLido = analogRead(A0);

  digitalWrite(pinLed1, valorLido > 0);
  digitalWrite(pinLed2, valorLido > 20);
  digitalWrite(pinLed3, valorLido > 40);
  digitalWrite(pinLed4, valorLido > 60);
  digitalWrite(pinLed5, valorLido > 80);
  digitalWrite(pinLed6, valorLido > 100);
  digitalWrite(pinLed7, valorLido > 120);
  digitalWrite(pinLed8, valorLido > 140);
  digitalWrite(pinLed9, valorLido > 160);
  digitalWrite(pinLed10, valorLido > 180);
}
```

ANEXO G – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS DE FUNÇÃO POR MEIO DE SITUAÇÕES DIDÁTICAS COM MICROCONTROLADORES DIGITAIS

Pesquisador: IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 32615820.7.0000.5020

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.094.504

Apresentação do Projeto:

Resumo: Este trabalho descreve uma abordagem associada a construção, pelos educandos, de conceitos de função por meio de situações didáticas baseados em microcontroladores digitais. O principal objetivo é descrever um processo de ensino-aprendizagem dos conceitos de funções visando reduzir a abstração e garantindo o formalismo e o rigor necessário. Os procedimentos metodológicos utilizam como suporte as ideias Construtivistas de Jean Piaget associado ao Construcionismo do "aprender fazendo" de Seymour Papert. A principal contribuição desse trabalho é o desenvolvimento de uma nova alternativa metodológica para o ensino de funções matemáticas diminuindo o nível de abstração das aulas, levando os alunos à associação de fatos reais do cotidiano ao formalismo algébrico necessário.

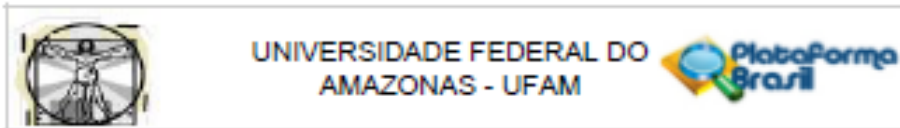
Critério de Inclusão: Está matriculado na instituição de ensino escolhido. Está cursando o 9º ano ensino fundamental

Critério de Exclusão: Mais de 50% de faltas nas aulas de matemática do professor participante. Ser repetente de série.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário: Definir um processo de ensino-aprendizagem dos conceitos de funções visando

Endereço: Rua Taraxá, 495	CEP: 69.057-070
Bairro: Adrianópolis	
UF: AM	Município: MANAUS
Telefone: (92)3305-1181	E-mail: cep.ufam@gmail.com



Contribuição do Pesquisador: 4.094.004

reduzir a abstração e garantindo o formalismo e o rigor necessário.

Objetivo Secundário: *Desenvolver o arcabouço tecnológico baseado em microcontrolador digital como representação de função matemática; *Criar sequências didáticas que promovam estímulos para o aprendizado dos conceitos função; *Avaliar os resultados experimentais para verificação da aprendizagem dos conceitos formais desenvolvidos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: Durante as atividades, entrevistas e aplicação dos questionários pode haver fadiga dos alunos participantes.

Benefícios: Visa despertar nos alunos a aprendizagem de conceitos envolvidos nas funções pelo viés experimental com uso de microcontroladores como representação física das mesmas.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

1 versão

Mestrado em Ciências e Matemática

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

FOLHA DE ROSTO: Adequada

TERMO DE ANUÊNCIA: Adequado

PROJETO DE PESQUISA BÁSICO: Adequado

RISCOS: Adequado

BENEFÍCIOS: Adequado

TCLE: Adequado

CRITÉRIOS DE INCLUSÃO: Adequado

CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO: Adequado

INSTRUMENTOS DA PESQUISA: Adequado

CRONOGRAMA: Adequado

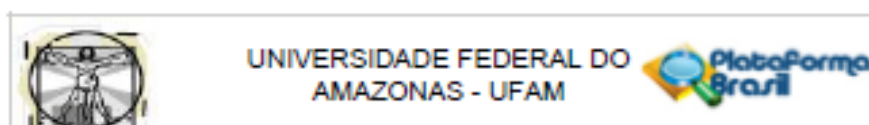
ORÇAMENTO: Adequado

CV LATTES: adequado

Recomendações:

O pesquisador somente poderá iniciar a coleta de dados (pesquisa de campo), após análise e aprovação pelo CEP

Endereço: Rua Teresina, 495	CEP: 69.057-070
Bairro: Adrianópolis	
UF: AM	Município: MANAUS
Telefone: (92)3305-1101	E-mail: cep.ufam@gmail.com



Contribuição do Parecer: 4.094.004

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Diante do exposto, somos de parecer pela **APROVAÇÃO** do referido Projeto, pois o pesquisador cumpriu integralmente com as determinações da Resolução 466/12 no que concerne aos termos de apresentação obrigatória, acima mencionados.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1559253.pdf	25/05/2020 18:49:09		Aceito
Outros	RoteiroDeObservacaoEmSalaDeAula.docx	25/05/2020 18:47:46	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Outros	RoteiroDeEntrevista.docx	25/05/2020 18:46:39	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Outros	QuestionarioDiagnostico.docx	25/05/2020 18:45:41	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoMestradoDetalhado.doc	25/05/2020 18:43:46	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Outros	CartaDeAnuencia_ivan.pdf	25/05/2020 18:42:57	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_ivan.docx	25/05/2020 18:40:06	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermoDeAssentimento_ivan.docx	25/05/2020 18:38:38	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Outros	TermoDeConfidencialidadeESigilo_ivan.pdf	25/05/2020 18:36:07	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto_ivan.pdf	21/05/2020 22:59:13	IVAN HIPOLITO FONSECA CABRAL	Aceito

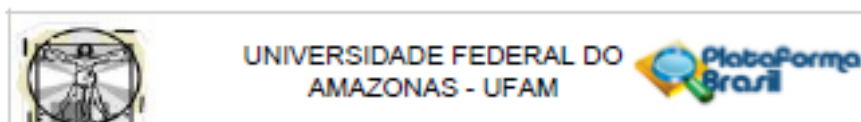
Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Aprovação da CONEP:

Não

Endereço: Rua Teresina, 495
 Bairro: Adrianópolis CEP: 69.057-070
 UF: AM Município: MANAUS
 Telefone: (92)3305-1101 E-mail: cep.ufam@gmail.com



Contribuição do Pensar: 4.094.554

MANAUS, 17 de Junho de 2020

Assinado por:
Eliana Maria Pereira da Fonseca
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Tereza, 495
Bairro: Adrianópolis CEP: 69.057-070
UF: AM Município: MANAUS
Telefone: (62)3305-1101 E-mail: cep.ufam@gmail.com