



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APÓIO À PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE MODERNAS PARA MITIGAR
INSTABILIDADE EM SISTEMAS DE MICRO REDE CC**

Marenice Melo de Carvalho

MANAUS-AM

2022

Marenice Melo de Carvalho

INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE MODERNAS PARA MITIGAR
INSTABILIDADE EM SISTEMAS DE MICRO REDE CC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestra em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas na linha de pesquisa Sistemas de Controle e Automação Modernos.

Orientador: Dr. Renan Landau Paiva de Medeiros

Coorientador: Dr. Florindo Antônio de Carvalho Ayres Júnior

MANAUS-AM

2022

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

C331i Carvalho, Marenice Melo de
Investigação de técnicas de controle modernas para mitigar instabilidade em sistemas de micro rede CC. / Marenice Melo de Carvalho . 2022
92 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Renan Landau Paiva de Medeiros.
Coorientador: Florindo Antônio de Carvalho Ayres Júnior.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Micro rede CC. 2. Carga de potência constante. 3. Inequações de matrizes lineares. 4. Critério de Middlebrook. 5. Controle robusto. I. Medeiros., Renan Landau Paiva de. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

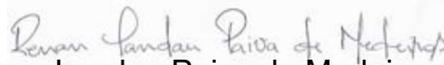
MARENICE MELO DE CARVALHO

**INVESTIGAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE MODERNAS
PARA MITIGAR INSTABILIDADE EM SISTEMAS DE MICRO
REDE CC.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Aprovada em 15 de março de 2022.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Renan Landau Paiva de Medeiros, Presidente
Universidade Federal do Amazonas



Prof. Dr. José Rubem Sicchar Vilchez, Membro
Universidade Estadual do Amazonas



Prof. Dr. Vicente Ferreira de Lucena Junior, Membro
Universidade Federal do Amazonas

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à meus pais, Éllen e Domingos, por sempre me apoiarem e guiarem para o melhor caminho possível.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas da UFAM que acumulei ao longo da graduação e do mestrado.

Agradeço a meus amigos que acompanham minha trajetória desde o ensino médio.

Agradeço ao Prof. Renan Landau por todos os ensinamentos, conselhos, orientações, suporte ao longo da graduação e mestrado.

Agradeço à instituição que fomenta esta pesquisa: FAPEAM.

Agradeço finalmente a toda a equipe de professores PPGEE/UFAM que ajudaram a sedimentar essa formação.

*"Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é
senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria
menor se lhe faltasse uma gota"*

(Madre Teresa de Calcutá)

Resumo

As micro redes (MR) CC vem ganhando destaque devido sua alta eficiência e também devido ao crescimento dos sistemas de distribuição renováveis como solar e eólica. Estes sistemas são compostos por diversos dispositivos chaveados, utilizados para regular o nível de tensão entre fontes e cargas. Tais dispositivos, quando estritamente regulados, apresentam comportamentos como de cargas de potência constante (CPL), e podem levar o sistema a instabilidade devido seu efeito de impedância incremental negativa, que pode evoluir o sistema a uma condição de instabilidade. Há diversos critérios de análise para se verificar a estabilidade de micro-redes CC, no entanto, ainda não se utilizou estes critérios como síntese para desenvolvimento de um projeto de controle que garanta estabilidade e desempenho dos sistema. Neste sentido, este trabalho apresenta uma proposta de controle robusto por realimentação de estados baseado em LMI. A proposta é formulada como um problema de otimização, onde a função custo a ser minimizada é obtida por meio do critério de análise de Middlebrook. Desta forma quatro problemas de otimização são formulados, variando-se os critérios de restrição de cada um. Tais restrições são obtidas a partir dos índices H_2 , H_∞ e uma região fechada e convexa para alocação de polos aplicadas em dois tipos de modelagens matemática: o modelo do sistema utilizando a potência como perturbação e um modelo de incertezas paramétricas. Os controladores propostos foram avaliados por meio de testes simulados e experimentais e comparados com método clássico de controle de Lyapunov. Nos testes de variação de tensão de entrada e variação de potência da CPL, foi observado que dentre os métodos propostos, aqueles em que se utiliza a modelagem da potência da CPL como distúrbio mostrou-se mais eficiente que aqueles modelados por incertezas paramétricas. E todos os métodos garantiram tanto a estabilidade do sistema quanto desempenho, e foram significativamente superiores ao método de Lyapunov.

Palavras-chave: Micro rede CC, Carga de potência constante, Inequações de matrizes lineares, Critério de Middlebrook, Controle robusto

Abstract

The DC microgrids, it has gained prominence due to their high efficiency and also due to the growth of renewable distribution systems such as solar and wind generation. The systems are composed of several switching devices, used for the regular level of voltage between sources and loads. These devices, when are strictly regulated, present themselves as constant power loads (CPL) and can lead to instability in the system due to their negative incremental impedance effect, which reduces system damping and may cause instability in the system. There are several analysis criteria to verify the stability of DC micro-grids, however, these criteria are not yet used to design a control methodology that guarantees stability and performance of the system. In this sense, this work presents a proposal for robust state feedback control based on LMI. The proposal is formulated as an optimization problem, where the cost function is to be minimized and obtained through the Middlebrook analysis criterion. In this way, four optimization problems are formulated, varying the restriction criteria of each one. These constraints are modified from the indices H_2 , H_∞ and convex region is delimited for pole allocation applied in two types of mathematical modeling: the system model using power as a perturbation and a model of parametric uncertainty. The proposed controllers were evaluated through simulated and experimental tests and are compared with the classical Lyapunov control method. In the tests of input voltage variation and power variation of the CPL, it was observed that the proposed methods, when using modeling of the CPL power variation as a disturbance, is better than the methodology that use the CPL power variation as parametric uncertainties. All methods ensured stability and performance and outperforms the Lyapunov's method.

Keywords: DC Microgrid, Constant power load, Linear matrix inequalities, Middlebrook criterion, Robust control

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | MR CC. | 7 |
| 2.2 | (a) Circuito do sistema Buck. (b) Sistema Buck para chave on. (c) Sistema Buck para chave off. | 8 |
| 2.3 | (a) Circuito simplificado da CPL. (b) Curva do comportamento da CPL. | 11 |
| 2.4 | Sistema em cascata dos dois conversores. | 12 |
| 2.5 | Região delimitada pelo critério de Middlebrook. | 13 |
| 2.6 | Região delimitada pelo critério de margem de ganho e margem de fase. | 14 |
| 2.7 | Circuito com múltiplas cargas. | 15 |
| 2.8 | Região delimitada pelo critério do argumento oposto. | 15 |
| 2.9 | Região delimitada pelo critério do consórcio das fontes de energia. Fonte: Adaptada de (Riccobono and Santi, 2014) | 16 |
| 2.10 | Região LMI $\mathcal{S}_{(\alpha,r,\theta)}$. Fonte: Adaptada de (Duan and Yu, 2013) | 21 |
| 3.1 | Diagrama em blocos do controle robust tracking aumentado | 27 |
| 3.2 | Esquemático do conversor buck com a corrente de saída sinalizada. | 36 |
| 4.1 | Sistema com múltiplas fontes e cargas utilizado para simulação e validação da proposta de controle. | 41 |
| 4.2 | Sistema em cascata de conversores buck com carga CPL e carga resistiva utilizado para experimento prático. | 42 |
| 4.3 | Ambiente de experimentação. | 43 |
| 4.4 | Diagrama do sistema indicando as impedâncias totais de entrada e saída, Z_{outT} e Z_{inT} | 44 |
| 4.5 | Delimitação da D-região convexa. | 49 |
| 4.6 | Fluxograma simplificado que apresenta a metodologia proposta aplicada ao problema da MR CC. | 51 |
| 5.1 | Tensão do barramento para o teste de compartilhamento de carga. | 56 |
| 5.2 | Correntes da fonte 1 e fonte 2 para o teste de compartilhamento de carga. | 57 |
| 5.3 | Tensão no barramento para o teste de variação de tensão de alimentação. | 58 |
| 5.4 | Corrente no indutor do primeiro conversor para o teste de variação de tensão. | 59 |
| 5.5 | Sinal de controle para o teste de variação de tensão. | 59 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.6 | Avaliação quantitativa dos índices de desempenho do sistema, quando submetido a variação da tensão de alimentação. (a) Índices normalizados para $\Delta V_i = +3$ V simulado. (b) Índices normalizados para $\Delta V_i = +3$ V experimental. (c) Índices normalizados para $\Delta V_i = -3$ V simulado. (d) Índices normalizados para $\Delta V_i = -3$ V experimental. | 60 |
| 5.7 | Impedâncias de entrada Z_F e saída Z_{CPL} para teste de variação de tensão. | 63 |
| 5.8 | Tensão de saída para teste de variação de potência | 64 |
| 5.9 | Corrente do indutor do conversor de alimentação do teste de variação de potência. | 65 |
| 5.10 | Ciclo de trabalho do conversor de alimentação para o teste de variação de potência. | 66 |
| 5.11 | Avaliação quantitativa dos índices de desempenho do sistema, quando submetido a variação da tensão de alimentação. (a) Índices normalizados para $\Delta P_o = +0,4$ p.u. simulado. (b) Índices normalizados para $\Delta P_o = +0,4$ p.u. experimental. (c) Índices normalizados para $\Delta P_o = -0,4$ p.u. simulado. (d) Índices normalizados para $\Delta P_o = -0,4$ p.u. experimental. | 67 |
| 5.12 | Impedância de saída Z_F do conversor de alimentação e impedância de entrada Z_{CPL} do conversor carga. | 69 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 4.1 | Parâmetros do conversor-fonte da MR CC utilizados para simulação e experimento. | 42 |
| 4.2 | Valores das resistências de <i>droop</i> para cada fonte. | 43 |
| 4.3 | Limitantes para a \mathbb{D} -região convexa de desempenho desejada. | 50 |
| 4.4 | Ganhos e mínimos obtidos para cada método de controle | 50 |
| 4.5 | Ganhos dos estados, K_1 e K_2 , e ganho do integrador, K_3 | 52 |
| 4.6 | Valores de tensão para cada instante de variação. | 53 |
| 4.7 | Valores de potência para cada instante de variação. | 53 |
| 5.1 | Valores dos índices para cada método e intervalo de variação da tensão de entrada. | 61 |
| 5.2 | T_{MLG} ao longo do teste de variação de tensão. | 62 |
| 5.3 | Valores dos índices para cada método e intervalo de variação da potência da CPL. | 68 |
| 5.4 | T_{MLG} ao longo do teste de variação de potência. | 70 |

Lista de Abreviaturas e Siglas

| | |
|-------------|---|
| CC | corrente constante |
| CA | corrente alternada |
| MG | microgrid |
| DCMG | <i>direct curent microgrid</i> |
| ACMG | <i>alternating curent microgrid</i> |
| DG | <i>distributed generation</i> |
| ESS | <i>energy storage system</i> |
| CPL | <i>constant power load</i> |
| CKR | teorema dos retângulos de Kharitonov |
| CCS | teorema da esfera de Chebyshev |
| PI | proporcional-integral |
| PID | proporcional-integral-derivativa |
| LMI | <i>linear matrix inequality</i> |
| ZN | Ziegler-Nichols |
| TS | Takagi-Sugeno |
| ZIP | impedância, corrente e potência constante |
| SISO | <i>Single-Input Single-Output</i> |
| MIMO | <i>Multiple-Input Multiple-Output</i> |
| MLG | <i>minor loop gain</i> |
| H_2 | índice H_2 |
| H_∞ | índice H_∞ |
| MGMF | margem de ganho e margem de fase |
| MG | margem de ganho |
| MF | margem de fase |
| AO | argumento oposto |
| UAFE | união de análises de fontes de energia |
| SPE | semi-plano esquerdo |
| SPD | semi-plano direito |
| MA | malha aberta |

| | |
|-------------|---|
| MF | malha fechada |
| LQR | <i>linear-quadratic regulator</i> |
| MCC | modo de condução contínua |
| MDC | modo de condução descontínua |
| ID | índice de desempenho |
| ISE | integral do erro quadrático |
| ITSE | integral do erro quadrático multiplicado pelo tempo |
| ITAE | integral do erro absoluto multiplicado pelo tempo |
| ISSC | integral do sinal de controle quadrático |
| MCL | método clássico de Lyapunov |

Lista de Símbolos

| | |
|---------------------------------|--|
| i_L | corrente através do indutor |
| v_{C_b} | tensão no capacitor |
| \dot{i}_L | derivada da corrente através do indutor |
| $v_{C_b}^{\cdot}$ | derivada da tensão no capacitor |
| x | variáveis de estado |
| \dot{x} | deriva das variáveis de estado |
| d | entrada de controle do conversor |
| $\delta(\cdot)$ | variável de desvio |
| P_{CPL} | potência da CPL |
| i_{CPL} | corrente da CPL |
| v_{CPL} | tensão da CPL |
| T_{MLG} | menor ganho de malha |
| Z_{out_A} | impedância de saída do conversor fonte |
| Z_{in_B} | impedância de entrada do conversor carga |
| Z_{ieq} | impedância equivalente das cargas |
| $A(\delta(t))$ | matriz com dinâmica do sistema com distúrbios |
| $\Delta A(\delta(t))$ | matriz de perturbação |
| A_0 | matriz do sistema nominal |
| A_i | matrizes que representam vértices do sistema |
| w | sinal de perturbação |
| r | sinal de referência |
| u | sinal da entrada de controle |
| $(\cdot)_p$ | matrizes para modelagem da potência como perturbação |
| $(\cdot)_i$ | vértices para modelagem de incerteza paramétrica |
| $(\cdot)_2$ | matriz para restrição com norma H_2 |
| $(\cdot)_\infty$ | matriz para restrição com norma H_∞ |
| $(\cdot)_D$ | matriz para o restrição de região dos polos |
| $(\cdot)_o$ | ponto de operação |
| $\frac{\partial f}{\partial t}$ | derivada parcial |
| T | período de chaveamento |

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 1.1 | Motivação e justificativa | 4 |
| 1.2 | Objetivo geral | 4 |
| 1.3 | Objetivos específicos | 4 |
| 1.4 | Organização do trabalho | 4 |
| 2 | Fundamentos teóricos: MRs CC e Controle | 6 |
| 2.1 | Sistema de MR CC | 6 |
| 2.1.1 | Modelagem matemática do conversor Buck | 7 |
| 2.1.1.1 | Parâmetros para o modo de condução contínua | 8 |
| 2.1.1.2 | Modelo dinâmico | 10 |
| 2.1.2 | Sistema cascata do tipo Buck-Buck | 11 |
| 2.2 | CrITÉRIOS de estabilidade da MR CC | 12 |
| 2.2.1 | CrITÉRIO de Middlebrook | 13 |
| 2.2.2 | CrITÉRIO da margem de ganho e margem de fase | 13 |
| 2.2.3 | CrITÉRIO do Argumento aposto | 14 |
| 2.2.4 | CrITÉRIO do consÓrcio das fontes de energia | 16 |
| 2.3 | Abordagem de controle por LMI | 17 |
| 2.3.1 | Equações de análise de controle H_2 e H_∞ | 17 |
| 2.3.1.1 | Condições LMI para índice H_2 | 17 |
| 2.3.1.2 | Condições LMI para índice H_∞ | 18 |
| 2.3.2 | CrITÉRIOS de restrições em LMI | 20 |
| 2.4 | Controle <i>Droop</i> | 21 |
| 2.5 | Conclusão | 22 |
| 3 | Integração de crITÉRIOS de estabilidade de MR CC em abordagem LMI | 23 |
| 3.1 | CrITÉRIO de estabilidade | 23 |
| 3.2 | Abordagem LMI | 24 |
| 3.3 | Modelagem | 25 |
| 3.3.1 | Sistema aumentado com estrutura de controle <i>Robust Tracking</i> | 27 |
| 3.3.2 | FamÍlias de sistemas | 29 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.3.3 | Modelagem de uma MR CC com carga CPL | 30 |
| 3.3.4 | Modelagem da MR CC considerando a variação de potência da CPL como perturbação | 30 |
| 3.3.4.1 | Síntese de controlador utilizando a norma H_2 | 32 |
| 3.3.4.2 | Síntese de controlador utilizando a norma H_∞ | 32 |
| 3.3.4.3 | Síntese de controlador considerando a região de desempenho desejada | 32 |
| 3.3.5 | Modelagem da MR CC considerando incertezas paramétricas | 33 |
| 3.3.5.1 | Família de sistemas de incertezas paramétricas | 34 |
| 3.3.5.2 | Síntese de controlador utilizando a norma H_2 | 34 |
| 3.3.5.3 | Síntese de controlador utilizando a norma H_∞ | 35 |
| 3.3.5.4 | Síntese de controlador para a região de desempenho delimitada | 35 |
| 3.3.6 | Definição da impedância da MR CC no formato de LMI | 35 |
| 3.4 | Conclusão | 39 |
| 4 | Parâmetros da MR CC e dos Problemas de Otimização | 40 |
| 4.1 | Micro rede CC | 40 |
| 4.1.1 | Definição dos parâmetros | 42 |
| 4.1.1.1 | Resistência de <i>Droop</i> | 43 |
| 4.1.2 | Modelagem da MR CC | 43 |
| 4.2 | Problema de minimização aplicado no contexto da MR CC | 44 |
| 4.3 | Delimitação da D-região de desempenho | 49 |
| 4.4 | Carga CPL | 52 |
| 4.5 | Breve descrição dos testes realizados. | 52 |
| 4.6 | Desenvolvimento da análise dos resultados | 53 |
| 4.7 | Conclusão | 54 |
| 5 | Análise e discussão dos resultados | 55 |
| 5.1 | Teste 1 - Compartilhamento de carga | 55 |
| 5.2 | Teste 2 - Variação de tensão da alimentação (V_i) | 57 |
| 5.2.1 | Resposta temporal | 57 |
| 5.2.2 | Índices de desempenho | 59 |
| 5.2.3 | Análise de estabilidade | 62 |
| 5.3 | Teste 3 - Variação da potência da carga CPL (P_o) | 63 |
| 5.3.1 | Resposta temporal | 63 |
| 5.3.2 | Índices de desempenho | 66 |
| 5.3.3 | Análise de estabilidade | 68 |
| 5.4 | Conclusão | 70 |
| 6 | Conclusão | 71 |
| 6.1 | Trabalhos Futuros | 72 |
| | Referências Bibliográficas | 73 |

| | |
|------------------------------------|-----------|
| A Artigos | 76 |
| A.1 Trabalhos publicados | 76 |
| B Scripts do Matlab | 77 |

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas de micro rede (MR) em corrente contínua (CC) são sistemas compostos por conjuntos de unidades de geração distribuída (GD), unidades de sistemas de armazenamento de energia (SAE), por diversos tipos de cargas, e também por um sistema de controle para garantir o bom funcionamento da MR CC (Sahoo et al., 2018), (Kumar et al., 2019). As unidades de GD, SAE e cargas precisam adequar seus níveis de tensão de saída para as fontes ou entrada para as cargas aos níveis praticados no barramento comum CC.

Este barramento comum CC possui o nível de tensão regulado, neste sentido, os dispositivos que tornam as MRs CC possíveis são os conversores de energia CC (Kumar et al., 2019). Os conversores, quando estritamente controlados, se tornam cargas de potência constante (CPL, do inglês *constant power load*), que exibem uma impedância incremental negativa, possibilitando em alguns casos específicos a condução do sistema a instabilidade, em decorrência da redução do amortecimento efetivo do sistema (Singh et al., 2017; Mosskull, 2018; Xu et al., 2019; Lucas et al., 2019a).

A estabilidade das MR CC com CPL foi pesquisada em diversos estudos. Em (Xu et al., 2019), foi proposto um controlador não linear utilizando um algoritmo *backstepping* para aplicação direta em MRs com CPLs conectadas à rede elétrica, com este controle, a estabilidade global do sistema foi obtida frente a grandes variações de potência da CPL, bem como uma rápida resposta dinâmica do sistema. Em (Lucas et al., 2019a) foram investigados métodos de controles robustos para mitigar oscilações decorrentes de variações de potência da CPL em MR CC.

Em (Lucas et al., 2019a), duas metodologias de projeto de controladores foram avaliadas, sendo a primeira baseada no Teorema de Kharitonov (CKR) e a segunda baseada no Teorema da esfera de Chebyshev (CCS), ambos foram projetados por meio de um processo de otimização linear. Ao comparar o método robusto proposto de controle CCS com método de controle robusto CKR e o controle clássico baseado em alocação de polos, observou-se que o método proposto oferece desempenho e estabilidade robusta à MR CC frente a variação de potência de CPL.

Em (Jebali Ben Ghorbal et al., 2021), foi realizado uma comparação entre duas técnicas de controle distintas. A primeira foi um método de controle linear baseado em reguladores proporcional-integral (PI) em cascata, enquanto a segunda foi um método de controle não linear que possui duas malhas de controle.

Para a malha de saída de energia do capacitor, o controle foi baseado em achatamento um, ao passo que para a malha de corrente interna foi utilizado um controle de modo deslizante. A análise de estabilidade para ambos os controladores foi realizada por meio de simulações e estudos analíticos realizados em testes em ambiente experimental, sendo estes: variação da tensão de entrada e variação da potência de carga. Os resultados mostraram que o modelo não linear apresentou maior estabilidade no barramento de tensão do sistema.

Na literatura, encontra-se a aplicação de LMIs em sistemas de conversores para o projeto de controladores. Em (Mahmoudi and Safari, 2019), um controlador robusto por realimentação de estados baseado em LMI foi proposto e implementado em um sistema de conversores para o gerenciamento de potência e garantia de estabilidade do sistema. O qual era composto por dois conversores, um buck-boost e um boost, arranjos de forma a configurar um sistema de conversor CC com múltiplas entradas e saídas. Por meio de simulações no MATLAB os autores comparam a proposta com um controlador PID convencional. Os resultados mostraram que o controlador proposto alcançou melhor desempenho, tanto transitório quanto estacionário.

A ferramenta LMI também foi utilizada para o projeto de controladores robustos de tensão de MR em corrente alternada (CA) ilhadas (Armin et al., 2018), (Armin et al., 2020). No primeiro trabalho, foi projetado um controlador PID para um sistema de MR CA monofásica utilizando uma abordagem baseada em LMI. O método proposto foi comparado com um método clássico de Ziegler-Nichols (ZN) por meio de diversos testes simulados. Os quais avaliavam os métodos em diversos cenários de incertezas, como: cargas harmônicas, cargas não lineares, cargas dinâmicas, cargas de máquinas assíncronas e cargas desconhecidas. A proposta de controle além de garantir estabilidade ao sistema, apresentou excelente robustez, rápido transitório, e erro nulo em estado estacionário, mostrando-se superior quando comparado ao método de ZN.

Diferente da proposta anterior, em (Armin et al., 2020), os autores utilizam tanto o sistema monofásico quanto trifásico para aplicar sua estrutura de controle em LMI que possui robustez em um espectro maior que o projeto de controle H_∞ convencional. A estrutura foi formulada levando-se em consideração diversas variáveis de controle, tensão, corrente e potência, reduzindo a complexidade do sistema, e com um único controlador garante qualidade a todas as variáveis.

A proposta em (Armin et al., 2020) foi avaliada por meio de testes simulados para diferentes incertezas, como cargas harmônicas, cargas não lineares, cargas desconhecidas, além disso o controlador proposto foi comparado com o controlador regulador linear quadrático (LQR, do inglês *linear quadratic regulator*) e o controlador gaussiano linear quadrático (LQG, do inglês *linear quadratic gaussian*). Os resultados mostraram que a proposta apresentou um melhor desempenho de rastreamento, além de apresentar menos erros que os demais métodos de controle comparados.

Além de serem utilizadas em conversores e MRs CA, as LMIs também foram aplicadas para solucionar problemas em MRs CC, quando estas possuem cargas do tipo CPL conectadas a rede elétrica, como pode ser verificado em (Sadabadi et al., 2018; Mardani et al., 2019; Shafiee-Rad et al., 2021). Em (Sadabadi et al., 2018), o problema de instabilidade e deterioração de desempenho em malha fechada em sistemas de MR CC ilhada com operação de *Plug-and-Play* (PnP) de GD foi reformulado como um problema de

otimização convexa com restrições em LMI.

Os autores de (Sadabadi et al., 2018) utilizaram sistemas de incertezas politópicas, tanto para modelar o sistema quanto para o projeto do controlador, desta forma, foi desenvolvido uma estrutura robusta de controle de tensão descentralizada para a estabilidade robusta e confiabilidade para operação de modo ilhado. A proposta foi avaliada por meio de simulações utilizando o software MATLAB e apresentou diversas vantagens, como: o controle de tensão descentralizado sem *link* de comunicação, melhor desempenho, garantiu a estabilidade do sistema no transitório, capacidade de PnP das DGs, entre outros.

Em Mardani et al. (2019), um modelo não linear de um sistema de MR CC com múltiplas CPLs foi representado por um modelo Fuzzy de Takagi-Sugeno (TS) e utilizando a teoria de D-estabilidade quadrática para obter as condições de restrições LMI que garantissem estabilidade e desempenho transitório em malha fechada. Como resultado, os autores encontraram uma abordagem simples e sistematizada para modelar sistemas não lineares e além disso, o projeto do controlador por espaço de estados apresentou robustez e melhora significativa em relação ao tempo de acomodação e as oscilações da resposta de saída quando comparado com outros trabalhos apresentados no seu estado da arte.

Por fim, em (Shafiee-Rad et al., 2021), também é proposto uma nova abordagem de controle de tensão robusto para MR CC ilhada composta de múltiplas unidades de GDs com diferentes topologias. Neste trabalho, cada topologia de GD é composta por uma carga local ZIP incerta (Z - impedância constante, I - corrente constante, P - potência constante). O sistema foi modelado por meio do modelo médio em espaço de estados considerando as entradas de interações e as cargas dinâmicas desconhecidas como distúrbios. O controle é formulado como um problema de otimização baseado em LMI. Em que todos os objetivos do problema são escritos em LMI. Os resultados foram avaliados por meio de simulações em vários estudos de caso e todos mostraram que a proposta é fortemente robusta, que garante estabilidade e desempenho do sistema em malha fechada.

Uma detalhada e descritiva apresentação dos principais critérios de análise de estabilidade, bem como diversas técnicas de estabilização de MR CC conectadas a CPLs, foram apresentadas em (Singh et al., 2017), que também contribuiu com uma discussão relacionada a aplicação dos critérios em dois tipos de sistemas: SISO (*Single-Input Single-Output*) e MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*). Alguns trabalhos realizaram os projetos de controle objetivando mitigar a instabilidade das MR CC com CPL, e para analisar a estabilidade da proposta avaliaram o menor ganho de malha (MLG, do inglês *minor loop gain*). Em Liu et al. (2018) é utilizado o MLG para avaliar a resposta do sistema no domínio da frequência, assim como em Bessa et al. (2020) que utiliza o critério de Middlebrook para uma análise de estabilidade online enquanto fazendo um paralelo com a margem de estabilidade do sistema. Embora diversos estudos apresentem métodos diferentes de controle para mitigar a instabilidade da MR CC causada pelas variações de potência da CPL, no melhor entendimento dos autores, ainda não se investigou integrar critérios de análise de estabilidade aos requisitos de projeto do controlador, de modo a garantir a estabilidade das MRs CC recorrendo a conceitos de inequações de matrizes lineares (LMI, do inglês *linear matrix inequalities*).

1.1 Motivação e justificativa

De posse do estado da arte, conforme apresentado, este trabalho tem como motivação integrar os principais critérios de análise de estabilidade de MR CC no processo de síntese dos controladores desse sistema. Esta proposta visa garantir a estabilidade e desempenho do sistema frente a variações de potência das CPL, melhorando a robustez. Este resultado será obtido por meio do projeto de controle robusto utilizando as ferramentas de LMI, permitindo a inserção de restrições de maneira facilitada para garantir o desempenho e a estabilidade robusta do sistema, mesmo frente a oscilações ocasionadas por variações de potência da carga. Com esta proposta, o controlador será projetado atendendo aos critérios de estabilidade que são comumente utilizados apenas para a análise, proporcionando maior robustez e confiabilidade ao sistema.

1.2 Objetivo geral

O objetivo geral deste estudo foi uma metodologia de projeto de controle robusto que integre critérios de estabilidade de MR CC, visando garantir a estabilidade e desempenho robusto frente variações de potência de CPL conectadas à MR.

1.3 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste estudo foram:

- Desenvolver o modelamento matemático paramétrico de uma MR CC, quando CPLs estão conectadas a ela, considerando a variação de potência das CPLs como uma incerteza paramétrica;
- Desenvolver o modelamento matemático de uma MR CC, quando CPLs estão conectadas a ela, considerando a variação de potência das CPLs como um distúrbio;
- Desenvolver um projeto de controle de otimização robusta baseado em LMI integrando os critérios de estabilidade de MRs CC, considerando a variação de potência como variação paramétrica e como distúrbio;
- Desenvolver um simulador em ambiente computacional, para avaliar o sistema de MR CC;
- Desenvolver uma plataforma experimental para o desenvolvimento dos testes experimentais;
- Comparar a robustez e desempenho do sistema para cada tipo de modelagem matemática;
- Comparar os resultados simulados com os experimentais.

1.4 Organização do trabalho

O restante deste trabalho está organizado conforme apresenta a seguinte estrutura:

- Capítulo 2: Nesse capítulo foram apresentados os conceitos teóricos que fundamentam as MRs CC, assim como os critérios para análise de estabilidade. Também foram apresentados os conceitos dos controles de otimização H_2 e H_∞ baseados em LMI.
- Capítulo 3: Esse capítulo visa discutir a integração do critério de análise de Middlebrook para a síntese do controlador por realimentação de estados. A relação de impedâncias obtida pelo critério de Middlebrook foi utilizada como a função que será minimizada em um problema de otimização. Foi apresentado também duas diferentes formas de modelagem para a MR CC com CPL que foram utilizadas para descrever as condições em LMI para o índice H_2 , índice H_∞ , e também a região convexa de alocação de polos que foram utilizadas como restrição do problema de otimização.
- Capítulo 4: Nesse capítulo apresenta a descrição dos procedimentos metodológicos realizados para dimensionamento dos aspectos construtivos da MR, a definição de cada problema de otimização, assim como o resultados dos ganhos obtidos, os parâmetros necessários para o ambiente de simulação, a descrição dos testes simulados e a metodologia de análise.
- Capítulo 5: Nesse capítulo foram abordados e discutidos todos os resultado obtidos das simulações realizadas e dos testes experimentais executados.
- Capítulo 6: Nesse capítulo foram apresentadas as principais conclusões desde trabalho.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos: MRs CC e Controle

Este capítulo apresenta a base conceitual teórica dos principais tópicos teóricos que versam sobre este estudo. Os quais são necessários para a compreensão e desenvolvimento deste trabalho. Dentre eles, foram apresentados os conceitos de MRs CC, conversores, modelagem matemática do conversor buck e suas formas de funcionamento, critérios de estabilidade de MRs CC e desenvolvimento de projeto de controle baseado em LMI.

2.1 Sistema de MR CC

Um sistema de MR é um agrupamento de unidades de GD, SAE, cargas, e de um sistema de controle, conforme apresentado na Figura 2.1 (Sahoo et al., 2018; Kumar et al., 2019). Dentro dos tipos de MR existentes, tem-se as MR CA, e as MR CC, e também, o sistema híbrido CA-CC. As MRs CC vem sendo amplamente usadas, devido as suas vantagens em relação as MRs CA. Dentre estas vantagens tem-se que não é necessário realizar controle de potência reativa e nem de frequência elétrica, não havendo problemas quanto ao sincronismo dos dispositivos conectados à rede, com exceção da observação de seus níveis de tensão CC (Sahoo et al., 2018).

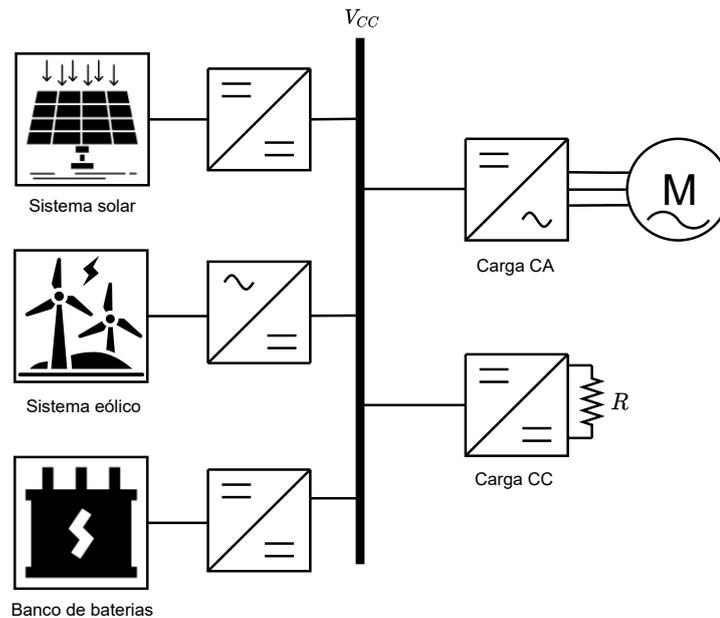


Figura 2.1: MR CC.

Além disso, não há problema com corrente *inrush*, devido a ausência de transformador, entre outros problemas específicos para MR CA. Porém, há algumas desvantagens que também precisam ser salientadas, bem como algumas particularidades quanto ao seu funcionamento, dentre estas desvantagens, tem-se a necessidade de construção de linhas de distribuição CC, desafios em relação a proteção e a estabilidade da tensão que é afetada por fluxos de potência individual (Sahoo et al., 2018).

2.1.1 Modelagem matemática do conversor Buck

Os elementos-chave de uma MR CC são os dispositivos conversores de potência, os quais são mecanismos chaveados, responsáveis por modificar o nível de tensão da saída em relação a entrada. Devido a sua utilização para adequar o nível de tensão dos diversos dispositivos da MR CC ao nível do barramento comum, este é regulado a um nível de tensão específico, além de adequar a tensão requerida por cada carga. Há diversas configurações de conversores CC, as mais comuns são o conversor buck, o boost, o buck-boost (Barbi, 2015).

O conversor buck é um dispositivo chaveado em que seu funcionamento baseia-se em baixar o nível de tensão de entrada. Esta mudança de tensão, deve-se graças ao controle do dispositivo chaveado (Hart, 2011). Quanto maior for o tempo da chave em nível lógico alto, maior é transferência de energia do conversor, por consequência, tem-se um maior valor de tensão na saída. A variável que realiza esse controle é denominada de ciclo de trabalho, do inglês *duty cycle*, d , e varia entre a seguinte faixa $[0, 1]$ (Erickson and Maksimović, 2004).

O conversor buck é constituído por meio de um indutor, L , capacitor, C_b , diodo, D , chave estática, Q , e a carga, R , conforme apresentado na Figura 2.2(a). Quando a chave estática esta ativada, ela se comporta como um curto circuito, e o diodo se encontra inversamente polarizado, então a corrente da entrada se desloca pelo indutor e se divide entre o capacitor e a resistor, conforme apresentado na Figura

2.2(b). E quando a chave está no modo desligado, ela se comporta como um circuito aberto e a corrente elétrica circula pelo diodo diretamente polarizado, nesta situação observa-se uma descarga dos elementos armazenadores de energia (Barbi, 2015)(Hart, 2011)(Erickson and Maksimović, 2004).

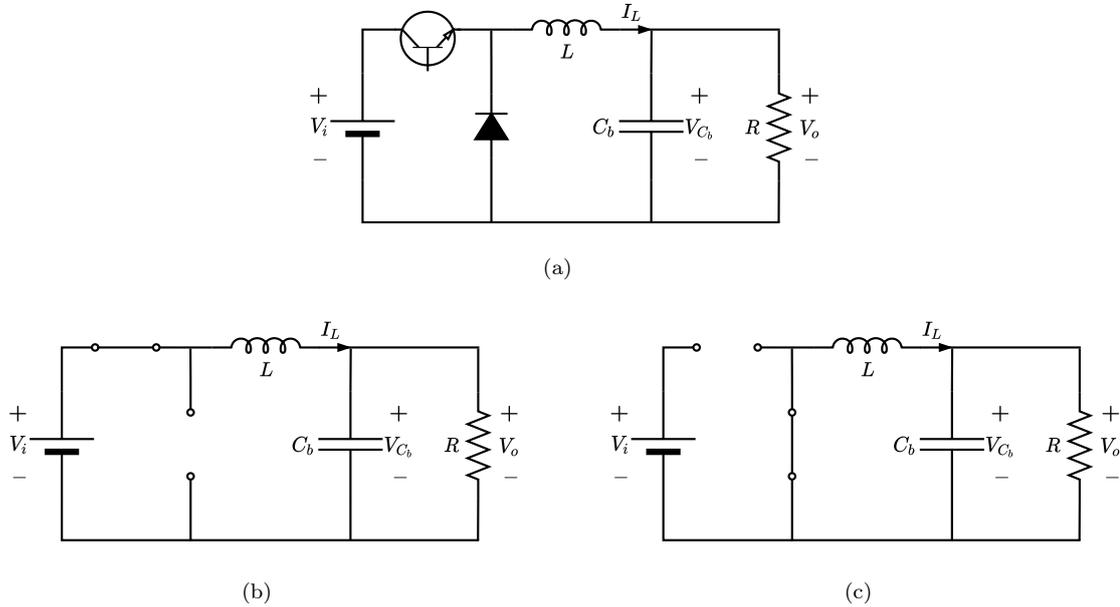


Figura 2.2: (a) Circuito do sistema Buck. (b) Sistema Buck para chave on. (c) Sistema Buck para chave off.

Ressalta-se que para a operação de conversores de potência, estes podem operar em três configurações distintas, como segue (Hart, 2011):

- **Condução contínua:** a corrente elétrica que percorre o indutor em nenhum momento do período de chaveamento se anula;
- **Condução descontínua:** a corrente elétrica que percorre o indutor é anulada antes de finalizar o período de chaveamento;
- **Condução crítica:** a corrente elétrica que percorre o indutor é anulada no mesmo momento em que o período de chaveamento finaliza.

2.1.1.1 Parâmetros para o modo de condução contínua

Para definição dos parâmetros construtivos deste circuito uma análise é realizada observando-se o comportamento da tensão e corrente no indutor para quando a chave está fechada e para quando a chave está aberta. Nesta análise considera-se que o circuito opera no estado estacionário, que a corrente é contínua e permanece sempre positiva através do indutor, o período de chaveamento é T , e os componentes são ideais.

A partir destas condições, quando a chave está fechada a mudança de corrente é calculada da seguinte forma (Hart, 2011):

$$(\Delta i_L)_{on} = - \left(\frac{V_o}{L} \right) (1 - d)T. \quad (2.1)$$

Para quando a chave está aberta a mudança de corrente é calculada da seguinte forma:

$$(\Delta i_L)_{off} = \left(\frac{V_i - V_o}{L} \right) dT. \quad (2.2)$$

Sendo a corrente total durante um período igual a zero, a partir da soma $(\Delta i_L)_{off} + (\Delta i_L)_{on} = 0$, tem-se:

$$V_o = dV_i. \quad (2.3)$$

Conhecendo o comportamento de mudança de corrente no indutor, é possível determinar seu máximo e mínimo a partir de (2.2) e (2.1) como:

$$\begin{aligned} I_{max} &= I_L + \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= V_o \left(\frac{1}{R} + \frac{1-d}{2Lf} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} I_{min} &= I_L - \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= V_o \left(\frac{1}{R} - \frac{1-d}{2Lf} \right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

em que $f = 1/T$ é a frequência de chaveamento.

Para o modo de condução contínua a corrente deve ser sempre positiva, para isto, basta verificar se I_{min} é positiva. Para o projeto do conversor buck, a variação pico-a-pico de corrente no indutor será utilizada como critério para determinação da indutância. Combinando (2.2) com (2.3), tem-se

$$L = \left(\frac{V_i - V_o}{\Delta i_L f} \right) = \frac{V_o(1-d)}{\Delta i_L f} \quad (2.6)$$

Para definição da capacitância do sistema analisa-se a variação de tensão de saída, ou *ripple*, a partir da relação tensão-corrente do capacitor. Da definição de capacitância, tem-se

$$\begin{aligned} Q &= C_b V_o \\ \Delta Q &= C_b \Delta V_o \\ \Delta V_o &= \frac{\Delta Q}{C_b}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

A mudança na carga ΔQ é

$$\Delta Q = \frac{T \Delta i_L}{8}. \quad (2.8)$$

Usando a equação (2.1) para i_L , (2.8) e expressando a capacitância desejada, tem-se o seguinte resultado

$$C_b = \frac{1-d}{8L(\Delta V_o/V_o)f^2}. \quad (2.9)$$

Se o *ripple* não for largo, assumir que a tensão de saída é constante é razoável e esta análise é essencialmente válida.

2.1.1.2 Modelo dinâmico

O modelo matemático dinâmico não linear do conversor de potência é obtido em espaço de estados. Para isto, são necessários dois conjuntos de equações: um para quando a chave está fechada (Figura 2.2(b)), e outra para quando a chave está aberta (Figura 2.2(c)). A equação final é obtida a partir da média calculada com relação ao período de chaveamento (Hart, 2011).

Em espaço de estados o sistema obtido a partir da Figura 2.2(b) é

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_{C_b} \end{bmatrix}_{T_{on}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_i. \quad (2.10)$$

Já para o sistema obtido a partir da Figura 2.2(c) é

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_{C_b} \end{bmatrix}_{T_{off}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

A equação que representa o período completo é obtido por meio média sobre o período de chaveamento. Para a chave fechada o tempo dT e para a chave aberta o tempo $(1-d)T$, desta forma a média ponderada é apresentada

$$\dot{x}_{Total} = \dot{x}_{T_{on}}d + \dot{x}_{T_{off}}(1-d). \quad (2.12)$$

Desta maneira, a equação (2.13) apresenta o modelo matemático não linear no modo de condução contínua.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_{C_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_i \\ v_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.13)$$

O sistema em 2.13 pode ser linearizado fazendo-se uso da expansão de Taylor. Considerando $v_i = V_i$, constante, e supondo os pequenos desvios δx e δd , em torno dos pontos de operações x^o e d^o , tem-se.

$$\begin{aligned} x &= x^o + \delta x \\ d &= d^o + \delta d \end{aligned} \quad (2.14)$$

Como resultado da linearização tem-se (2.15).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \delta \dot{i}_L \\ \delta \dot{v}_{C_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta i_L \\ \delta v_{C_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \delta d \\ \delta v_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta i_L \\ \delta v_{C_b} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

A partir do sistema em espaços de estados (2.15), pode-se obter a função de transferência linearizada

do sistema, $G(s)$, que relaciona a saída sobre a entrada, d , (Bessa et al., 2020).

$$G(s) = \frac{\delta v_o(s)}{\delta d(s)} = \frac{\frac{V_i}{LC_b}}{s^2 + \frac{1}{RC_b}s + \frac{1}{LC_b}} \quad (2.16)$$

2.1.2 Sistema cascata do tipo Buck-Buck

Uma forma simples de representar uma MR CC é por meio do sistema de dois conversores em cascata, como o sistema buck-buck. O primeiro conversor atua como um alimentador para a MR, ou seja, ele é responsável por manter o nível de tensão fornecida para o sistema regulada. Esta tensão na entrada do conversor fonte pode ser fornecida por sistema renováveis, como: energia solar, energia eólica, baterias, ou qualquer tipo de fonte geradora de energia contínua ou alternada. Já o segundo conversor atua como uma carga, visto que ele atua para regular o consumo de potência do sistema, deste modo este conversor sob determinadas características, é observado como uma CPL, conforme apresentado em (Mosskull, 2018; Lucas et al., 2019b; Bessa et al., 2020).

Conhecendo as características dinâmicas das CPLs, e segundo Bessa et al. (2020), essas cargas, sob determinadas condições podem apresentar uma característica de impedância negativa, o que pode levar o sistema a instabilidade. Esse comportamento ocorre no instante em que ocorre variação de potência da carga CPL, a qual promove oscilações indesejáveis no barramento de tensão CC regulável. Essas oscilações promovem uma redução da margem de estabilidade do sistema e podem conduzir o sistema a instabilidade, como ser observado na Figura 2.3.

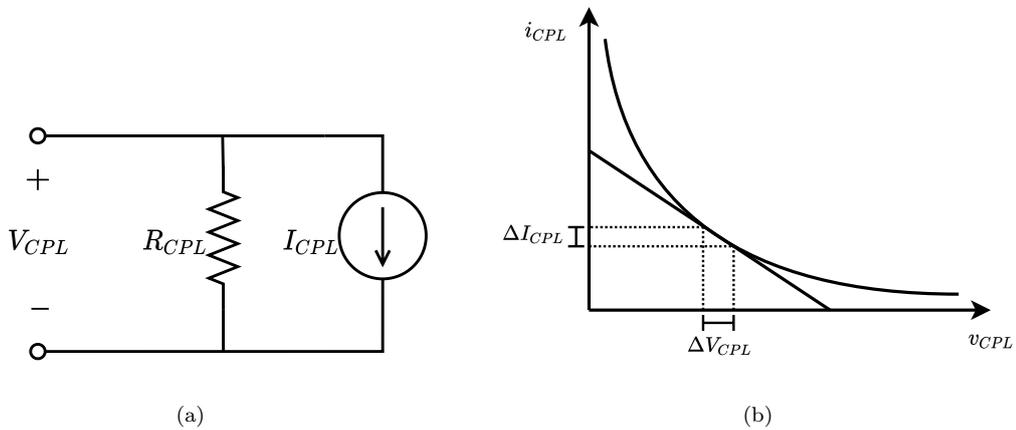


Figura 2.3: (a) Circuito simplificado da CPL. (b) Curva do comportamento da CPL.

Na Figura 2.3 é observado que para manter a potência constante uma pequena variação positiva de tensão corresponde a uma variação negativa de corrente. O consumo de potência da CPL é dado por (2.17).

$$p_{CPL} = v_{CPL} i_{CPL} \quad (2.17)$$

Linearizando a corrente instantânea dada uma variação instantânea de potência devido a uma variação instantânea de tensão, tem-se

$$i_{CPL} = \frac{p_{CPL}}{v_{CPL}}$$

$$i_{CPL} = \frac{\delta i_{CPL}}{\delta v_{CPL}} v_{CPL} + \frac{\delta i_{CPL}}{\delta p_{CPL}} p_{CPL}$$

$$i_{CPL} = \left(-\frac{P_o}{V_{CPLo}} \right) v_{CPL} + \left(\frac{1}{V_{CPLo}} \right) p_{CPL}. \quad (2.18)$$

A equação 2.18 descreve uma reta da corrente em função da tensão com coeficiente angular $-\frac{P_o}{V_{CPLo}} = \frac{1}{R_o}$, e coeficiente linear $\frac{P_{CPL}}{V_{CPLo}} = I_{CPL}$. Tal reta é tangente a curva que descreve o comportamento da CPL mostrada na Figura 2.3(b).

2.2 Critérios de estabilidade da MR CC

Na literatura, os principais critérios de estabilidade para sistemas de distribuição CC são o critério de Middlebrook, o critério da margem de ganho e margem de fase (MGMF), critério do argumento oposto (AO) e o critério do consórcio das fontes de energia. Para aplicar esses critérios de estabilidade afim de avaliar a estabilidade de uma MR CC é necessário entender o conceito do menor ganho de malha, em inglês *Minor Loop Gain* (T_{MLG}) (Riccobono and Santi, 2014).

O sistema de MR CC pode ser separado em dois subsistemas. Os quais são a fonte de energia e a carga, conforme mostrado na Figura 2.4 (Dragičević et al., 2016). A partir disso pode-se obter a função de transferência global, G_{AB} , conforme apresentado em (2.19).

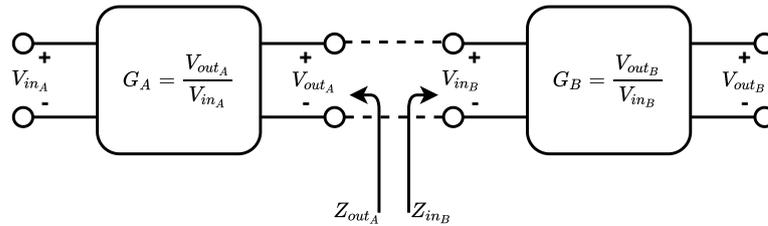


Figura 2.4: Sistema em cascata dos dois conversores.

$$G_{AB} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_{out}} G_A G_B \quad (2.19)$$

Reorganizando as impedâncias em (2.19), pode-se obter a seguinte relação de *minor loop gain*, T_{MLG} , conforme apresentado a seguir.

$$G_{AB} = \frac{1}{1 + \frac{Z_{out}}{Z_{in}}} G_A G_B$$

$$T_{MLG} = \frac{Z_{out}}{Z_{in}} \quad (2.20)$$

Se e somente se G_A e G_B forem estáveis então a estabilidade geral do sistema vai depender de T_{MLG} , desta forma, os critérios estão voltados para a análise dessa razão (Dragičević et al., 2016). Nas seguintes subseções é apresentado em maiores detalhes os critérios de estabilidade.

2.2.1 Critério de Middlebrook

O critério de Middlebrook parte do princípio que se conhece a impedância de entrada da carga, e deseja-se determinar a impedância de saída a partir do projeto de um filtro de entrada. Com isto, o critério de Middlebrook garante estabilidade ao sistema se o módulo da impedância de saída sobre o módulo da impedância de entrada for muito menor que 1, conforme apresentado na equação (2.21) (Riccobono and Santi, 2014; Dragičević et al., 2016).

$$T_{MLG} \frac{\|Z_{out}\|}{\|Z_{in}\|} \ll 1 \quad (2.21)$$

De acordo com o critério de Nyquist o sistema é estável se a resposta em frequência deste não circular o ponto crítico -1 na análise da frequência. Como a região definida tem o raio muito menor que 1, então o sistema será estável dentro dessa região, fora da circunferência não é possível garantir estabilidade do sistema, contudo, nada se pode afirmar sobre a estabilidade, deste modo este critério possui a tendência de ser mais conservador do que os demais (Dragičević et al., 2016).

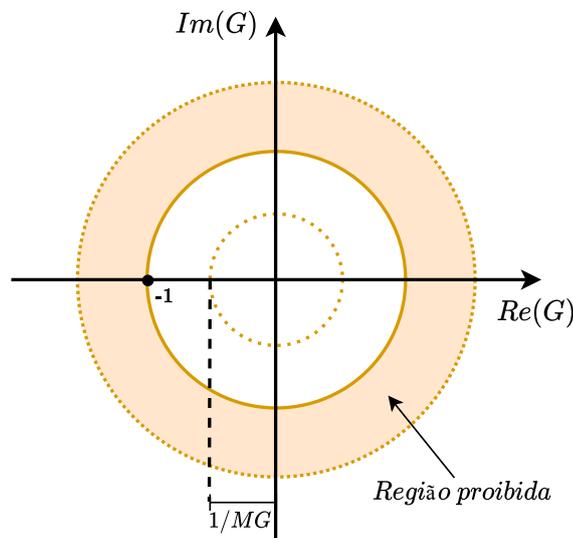


Figura 2.5: Região delimitada pelo critério de Middlebrook.

2.2.2 Critério da margem de ganho e margem de fase

No critério anterior, tinha-se apenas acesso aos módulos da impedância, neste critério a impedância de saída vai ser baseada em um critério de margem de ganho e margem de fase, as quais podem ser apresentadas por meio das equações (2.22) e (2.23) (Dragičević et al., 2016)(Riccobono and Santi, 2014).

$$\frac{\|Z_{out}\|}{\|Z_{in}\|} \leq \frac{1}{MG} \quad (2.22)$$

$$\|\angle Z_{out} - \angle Z_{in}\| = 180 - MF \quad (2.23)$$

Nessas expressões, a margem de ganho, MG , e margem de fase, MF , são determinadas pelo projetista, e de posse dessas considerações é possível aumentar a região de estabilidade e reduzir a região proibida, a qual é apresentada por meio da Figura 2.6 (Dragičević et al., 2016; Riccobono and Santi, 2014). Observa-se que este critério é menos conservador que o critério de Middlebrook, no entanto, utiliza-se a mesma base de análise que o anterior, de modo que garante-se a estabilidade do sistema dentro da região designada, contudo fora dessa região não se pode afirmar sobre a estabilidade do sistema.

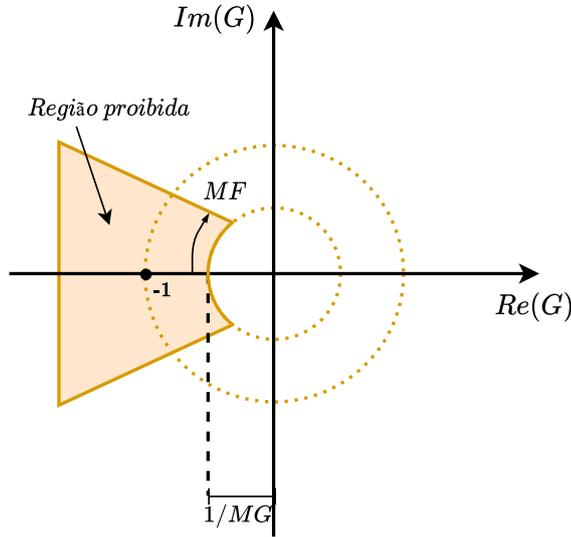


Figura 2.6: Região delimitada pelo critério de margem de ganho e margem de fase.

2.2.3 Critério do Argumento aposto

Este critério é similar ao critério de $MGMF$, porém, ele tem a vantagem de permitir analisar o sistema para diversas cargas, uma vez que tem-se projetado o filtro de entrada a partir da determinação de uma impedância de saída (Dragičević et al., 2016; Riccobono and Santi, 2014). Deste modo, é possível calcular a impedância equivalente dessas n cargas por meio da seguinte relação:

$$\frac{1}{Z_{ieq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{Z_{ij}} \quad (2.24)$$

Esse critério utiliza a equação (2.25), a qual utiliza apenas a parte real da relação de impedâncias. No plano complexo, isso representa uma reta vertical, onde todo semiplano direito da linha vertical delimita a estabilidade, entretanto o semiplano esquerdo nada pode ser afirmado quanto a sua condição de estabilidade (Dragičević et al., 2016)(Riccobono and Santi, 2014).

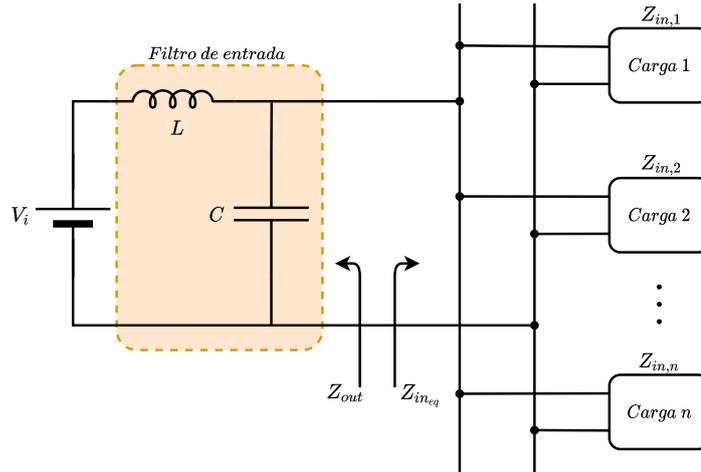


Figura 2.7: Circuito com múltiplas cargas.

$$\operatorname{Re}\left(\frac{Z_{out}}{Z_{ieq}}\right) \leq -\frac{1}{MG} \quad (2.25)$$

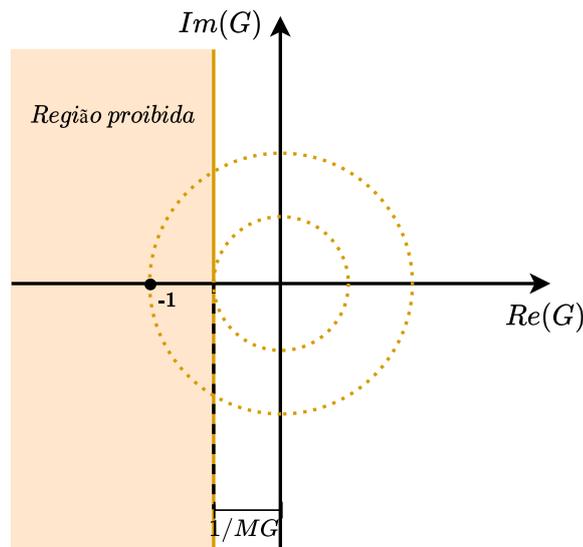


Figura 2.8: Região delimitada pelo critério do argumento oposto.

Verifica-se que no critério do argumento oposto é possível assim como nos critérios anteriores, desenvolver uma análise por meio da alimentação de pelo menos uma das cargas. Deste modo, sabendo que cada potência das cargas é representado por meio da equação (2.26) (Dragičević et al., 2016; Riccobono and Santi, 2014). Além disso, pode-se determinar a potência que a alimentação entrega para o barramento, conforme apresenta a equação (2.27).

$$P_{ij} = \frac{V_{bus}^2}{\operatorname{Re}(Z_{ij})} \quad (2.26)$$

$$P_o = \frac{V_{bus}^2}{\text{Re}(Z_{out})} \quad (2.27)$$

Dessa forma, utilizando a equação das potência e o critério da equação (2.25) é possível se fazer uma análise de estabilidade local a partir da equação (2.28) (Dragičević et al., 2016; Riccobono and Santi, 2014).

$$\text{Re} \left(\frac{Z_{out}}{Z_{ieq}} \right) < -\frac{1}{MG} \frac{P_{in}}{P_o} \quad (2.28)$$

2.2.4 Critério do consórcio das fontes de energia

É o mais complexo dos critérios de análise de estabilidade, e é o critério que delimita a menor região proibida. Possui a maior área que garante que o sistema seja estável. Este critério funciona a partir de uma determinação de *MGMF* (Dragičević et al., 2016; Riccobono and Santi, 2014). A principal premissa do critério é determinar um volume de região proibida, conforme pode ser verificado na Figura 2.9.

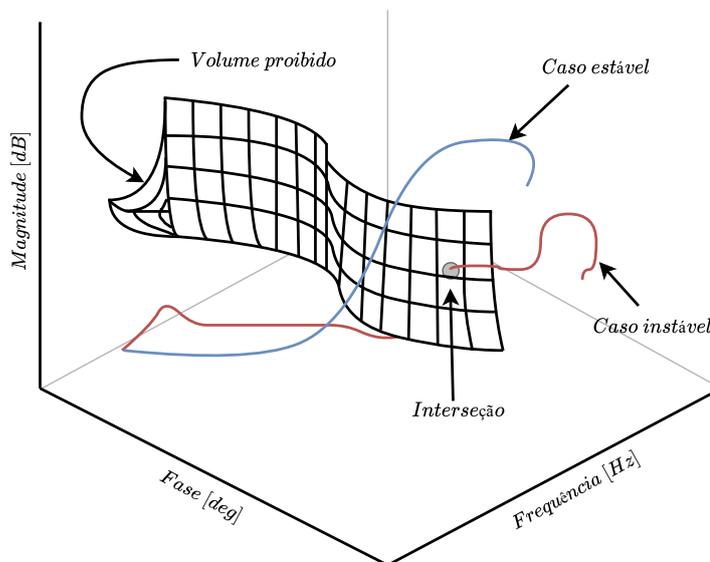


Figura 2.9: Região delimitada pelo critério do consórcio das fontes de energia. Fonte: Adaptada de (Riccobono and Santi, 2014)

A Figura 2.9 mostra a construção dessa região proibida, em que a curva de impedância é formada a partir de três eixos. Se essa curva interceptar esse volume proibido não se pode garantir a estabilidade para o sistema. E se a trajetória não interceptar a curva, significa dizer que o sistema é estável, para maiores detalhes sobre o critério consultar (Riccobono and Santi, 2014).

2.3 Abordagem de controle por LMI

2.3.1 Equações de análise de controle H_2 e H_∞

Considerando o sistema em espaço de estados apresentado em (2.29) a função de transferência da saída, $y(t)$, em relação a entrada, $u(t)$, pode ser observada em (2.30) (Duan and Yu, 2013).

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.29)$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.30)$$

2.3.1.1 Condições LMI para índice H_2

Para encontrar a norma H_2 considera-se, $D = 0$, de modo que não ocorra a interação da entrada diretamente na saída do sistema. Deste modo, o problema da norma H_2 pode ser escrito conforme apresenta a inequação (2.30) com $D = 0$, esta por sua vez é limitada a uma variável, γ , (Duan and Yu, 2013).

$$\|C(sI - A)^{-1}B\|_2 < \gamma \quad (2.31)$$

onde, $\gamma > 0$ é um escalar. Deste modo, pode-se escrever o primeiro teorema, como segue.

Teorema 2.3.1. *Seja $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, e $\gamma > 0$ sendo um dado valor escalar. Então, (2.31) é atendida se e somente se uma das declarações seguintes for verdadeira (Duan and Yu, 2013):*

1. $\exists X > 0$, s.t.

$$AX + X^T A + BB^T < 0, \text{tr}(CXC^T) < \gamma^2. \quad (2.32)$$

2. $\exists Y > 0$, s.t.

$$A^T Y + Y A + C^T C < 0, \text{tr}(B^T Y B) < \gamma^2. \quad (2.33)$$

Baseado no Teorema 2.3.1, o problema de encontrar o menor escalar, γ , o qual satisfaça a condição apresentada pela equação (2.31), que pode ser convertido em LMI sendo equivalente a equação (2.34) ou (2.35), conforme apresentado em (Duan and Yu, 2013).

$$\begin{cases} \min & \rho \\ \text{s.t.} & AX + X^T + BB^T < 0 \\ & \text{tr}(CXC^T) < \rho \\ & X > 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\begin{cases} \min & \rho \\ \text{s.t} & A^T Y + Y A + C^T C < 0 \\ & \text{tr}(B^T Y B) < \rho \\ & Y > 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

onde, $\gamma = \sqrt{\rho}$.

Além da escrita do problema de otimização, conforme apresentado na equação (2.34) ou (2.35), é possível tornar o sistema mais relaxado, tornando a variável X ou Y independente, ou seja, sem estar acompanhada da matriz A do sistema. Desta forma, baseado na equação (2.31), tem-se o próximo teorema, conforme apresentado em (Duan and Yu, 2013).

Teorema 2.3.2. *Dado um escalar positivo γ , a função de transferência $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$ satisfaz $\|G(s)\|_2 < \gamma$ se e somente se existir as matrizes simétricas Z, P e a matriz V tal que (Duan and Yu, 2013)*

$$\begin{cases} \text{tr}(Z) < \gamma^2 \\ \begin{bmatrix} -Z & C \\ C^T & -P \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} -(V + V^T) & V^T A + P & V^T B & V^T \\ A^T V + P & -P & 0 & 0 \\ B^T V & 0 & -I & 0 \\ V & 0 & 0 & -P \end{bmatrix} < 0, \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\begin{cases} \text{tr}(Z) < \gamma^2 \\ \begin{bmatrix} -Z & B^T \\ B & -P \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} -(V + V^T) & V^T A^T + P & V^T C^T & V^T \\ AV + P & -P & 0 & 0 \\ CV & 0 & -I & 0 \\ V & 0 & 0 & -P \end{bmatrix} < 0, \end{cases} \quad (2.37)$$

2.3.1.2 Condições LMI para índice H_∞

Considerando que a norma H_∞ da função (2.30), seja limitada por um certo valor de γ , como apresentado na equação (2.38) (Duan and Yu, 2013).

$$\|G(s)\|_\infty < \gamma \quad (2.38)$$

Considerando o sistema em espaço de estados, o qual pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bw \\ y = Cx + Dw \end{cases} \quad (2.39)$$

Sabendo que $y(s) = G(s)w(s)$, então observando (2.38), pode-se concluir de forma prática que quanto menor for γ , menor será a interferência de $w(s)$ na saída do sistema, sendo assim, tem-se o próximo teorema descrito a seguir (Duan and Yu, 2013).

Teorema 2.3.3. *Dado, $G(s)$, a partir de (2.30). Então $\|G(s)\|_\infty < \gamma$, se e somente se, existir uma matriz $P > 0$, tal que uma das inequações seguintes seja atendida ((2.40) ou (2.41)) (Duan and Yu, 2013).*

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.40)$$

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma^2 I & D^T \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.41)$$

Fazendo uso das equações anteriormente apresentadas, e organizando e reescrevendo o problema como um problema de otimização, especificamente um problema de minimização, de modo que as LMIs utilizadas pelo Teorema 2.3.3, o qual tem-se o problema de minimização (2.42) e (2.43) com restrições de LMI (Duan and Yu, 2013):

$$\begin{cases} \min & \gamma \\ \text{s.t} & P > 0 \\ & \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

$$\begin{cases} \min & \rho \\ \text{s.t} & P > 0 \\ & \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\rho I & D^T \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

onde, $\gamma = \sqrt{\rho}$.

Assim como na norma H_2 é possível deixar a variável de Lyapunov P livre, deixando o sistema mais relaxado, então de forma alternativa pode-se fazer uso do seguinte teorema (Duan and Yu, 2013):

Teorema 2.3.4. *Dado um escalar γ , fazendo uso da função da transferência $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$, de modo a satisfazer a seguinte relação $\|G(s)\|_\infty < \gamma$, se e somente se existir uma matriz simétrica X , e uma matriz V tal que obedeça a seguinte inequação (Duan and Yu, 2013):*

$$\begin{bmatrix} -V - V^T & V^T A^T + X & V^T C^T & V^T & 0 \\ AV + X & -X & 0 & 0 & B \\ CV & 0 & \gamma I_m & 0 & D \\ V & 0 & 0 & -X & 0 \\ 0 & B^T & D^T & 0 & \gamma I_r \end{bmatrix} < 0 \quad (2.44)$$

2.3.2 Critérios de restrições em LMI

O problema de otimização escrito como um problema de minimização, o qual foi apresentado na seção anterior, tanto para norma H_2 quanto para norma H_∞ , garante apenas que seja encontrado o menor valor de γ que mantenha o sistema estável, contudo este não garante desempenho. Para tal, torna-se necessário incluir os critérios de restrição de desempenho, para uma \mathbb{D} -região LMI, tal região é denominada de \mathbb{D} -região que garante uma \mathbb{D} -estabilidade e um determinado desempenho desejado (Duan and Yu, 2013).

Teorema 2.3.5. *Seja $\mathbb{D} = \mathbb{D}_{(L,M)}$ uma região do espaço delimitado por LMIs, tal que a função característica é definida por*

$$F_{\mathbb{D}} = L + sM + \bar{s}M^T.$$

Então para uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é $\mathbb{D}_{(L,M)}$ -estável se e somente se existir uma matriz P simétrica que satisfaça a equação (2.45), onde \otimes é o produto de Kronecker (Duan and Yu, 2013).

$$R_{\mathbb{D}}(A, P) = L \otimes P + M \otimes (AP) + M^T \otimes (AP)^T < 0 \quad (2.45)$$

A equação (2.45) é a forma geral de definir a região LMI do conjunto de restrições do problema de otimização. Entretanto, é possível definir uma região, o qual compreende a intercessão de outras regiões, de forma que tem-se como resultado uma região convexa, como mostrado na Figura 2.10, e assim garantindo as condições de desempenho desejadas (Duan and Yu, 2013).

Então, tendo uma matriz A especificada em malha fechada, de modo que o sistema seja $\mathbb{S}_{(\alpha,r,\theta)}$ -estável, se e somente se, existir uma matriz simétrica P que satisfaça as três regiões delimitadas pelas LMI, simultaneamente (Duan and Yu, 2013):

$$2\alpha P + AP + PA^T < 0, \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} -rP & AP \\ PA^T & -rP \end{bmatrix} < 0, \quad (2.47)$$

$$\begin{bmatrix} (AP + PA^T) \sin(\theta) & (AP - PA^T) \cos(\theta) \\ (PA^T - AP) \cos(\theta) & (AP + PA^T) \sin(\theta) \end{bmatrix} < 0, \quad (2.48)$$

A região $\mathbb{S}_{(\alpha,r,\theta)}$ pode ser representada pela intercessão das três regiões como dito anteriormente, e apresentado por meio da equação (2.49) (Duan and Yu, 2013).

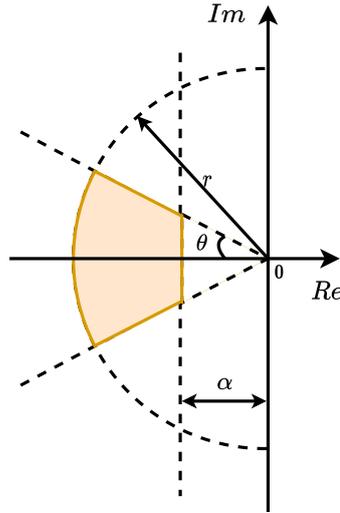


Figura 2.10: Região LMI $\mathbb{S}_{(\alpha, r, \theta)}$. Fonte: Adaptada de (Duan and Yu, 2013)

$$\mathbb{S}_{(\alpha, r, \theta)} = \mathbb{H}_\alpha \cap \mathbb{H}_r \cap \mathbb{H}_\theta \quad (2.49)$$

Em que as funções características destas regiões são dadas pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} F_{\mathbb{H}_\alpha} &= L_1 + sM_1 + \bar{s}M_1^T, \\ F_{\mathbb{H}_r} &= L_2 + sM_2 + \bar{s}M_2^T, \\ F_{\mathbb{H}_\theta} &= L_3 + sM_3 + \bar{s}M_3^T, \end{aligned} \quad (2.50)$$

onde,

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\alpha, & M_1 &= 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, & M_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= 0, & M_3 &= \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

2.4 Controle *Droop*

O sistema apresentado anteriormente possui apenas uma fonte e uma carga, no entanto, a estratégia de controle pode ser usada para sistemas com múltiplas fontes em paralelo. Para evitar que haja sobrecarga em algumas das fontes é necessário definir quanto de potência cada uma irá fornecer para uma ou mais cargas (Tahim et al., 2015). Esta coordenação é feita por meio de um controle chamado de controle de *droop*. Este é utilizado para a administração do compartilhamento de carga de múltiplas fontes em MRs (Lu et al., 2014).

Este controle é realizado por meio da variação linear a tensão de referência do controle da primeira

camada a medida que ocorre o aumento ou diminuição da corrente de saída do conversor da fonte (Lu et al., 2014). Esta variação é implementada com uma resistência virtual, R_d , que seria o elemento físico capaz de limitar a passagem de corrente por um condutor. Neste sentido, a tensão de referência do barramento é dada por (2.52).

$$v_{dc_i} = V_{ref} - R_d * I_o \quad (2.52)$$

onde, v_{dc_i} é a tensão de saída de cada fonte, V_{ref} é tensão referência para a tensão de saída da fonte, R_d é a resistência virtual, I_o é a corrente de saída da fonte, e v_{bus} é a tensão do barramento.

A resistência virtual deve ser definida de forma que não ultrapasse o máximo desvio tensão permitido. Esta resistência é descrita em (2.53), conforme apresentado em (Tahim et al., 2015).

$$R_{d_i} = \frac{V_{ref}^2 (1 - \delta)^2}{P_{c_i}} \quad (2.53)$$

onde, V_{ref} é a tensão de referência do barramento, δ é o máximo desvio de tensão permitido em porcentagem, e P_{c_i} é a capacidade de potência de cada fonte controlada, o subíndice $i = 1, 2, \dots, n$, depende da quantidade de fontes na MR.

2.5 Conclusão

Neste capítulo foi abordado e discutido aportes teóricos fundamentais para o desenvolvimento deste estudo, principalmente no desenvolvimento de conceitos de MRs CC, quanto a base necessária de controle avançado. O próximo capítulo discutirá um pouco da metodologia proposta por este estudo, visando realizar a integração dos critérios de estabilidade de MRs no projeto de controladores que almejam garantir o desempenho e a estabilidade destes sistemas.

Capítulo 3

Integração de critérios de estabilidade de MR CC em abordagem LMI

Como visto no capítulo anterior, uma MR CC depende do uso de diversos conversores, e sob determinadas condições de funcionamento estes podem se comportar como cargas de potência constante, podendo causar oscilações indesejáveis ao barramento comum de tensão regulada, que pode ocasionar instabilidade ao sistema. No trabalho (Xu et al., 2021), são apresentadas diversas propostas para solucionar este problema ocasionada pelas CPLs, entre eles tem-se os métodos de controladores não lineares que utilizam a ferramenta de Inequações Matriciais Lineares (LMI), possibilitando garantir desempenho e estabilidade para o sistema. Desta forma, este capítulo visa apresentar os procedimentos para aplicar os conceitos do controle robusto baseados em LMI, com a integração de um dos critérios de análise de estabilidade de MR CC, objetivando mitigar as oscilações decorrentes da operação integrada das CPLs nas MRs CC, garantindo o bom funcionamento do sistema, bem como sua estabilidade.

3.1 Critério de estabilidade

Como já visto anteriormente, sabe-se que os critérios de estabilidade de MGCC avaliam a relação da impedância de saída do conversor fonte, Z_{out} , e a impedância de entrada do conversor alimentador, Z_{in} , o qual deve ser muito menor que 1, conforme apresenta a seguinte relação.

$$\frac{\|Z_{out}\|}{\|Z_{in}\|} \ll 1 \quad (3.1)$$

onde, tem-se $Z_{out} \ll Z_{in}$, desta forma, caso Z_{in} seja conhecida ela se torna um limitante superior para a determinação da impedância de saída do conversor fonte. Considerando o sistema da equação (3.2), pode-se observar a função de transferência que relaciona a saída com a entrada, o que equivale a uma relação de impedância, conforme apresentado na equação (3.3).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_f x(t) + B_2 i_o(t) \\ v_o(t) = C_f x(t) + D_2 i_o(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$T_{v_o i_o} = C_f (sI - A_f)^{-1} B_2 \quad (3.3)$$

Considerando que $T_{v_o i_o} = \frac{v_o}{i_o}$ e que esta relação equivale a Z_{out} , tem-se a inequação $T_{v_o i_o} \ll Z_{in}$. A norma de $\|Z_{out}\|$ é apresentada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \|Z_{out}\|_2 &= \text{trace} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_F(jw) Z_F^H(jw) \right)^{1/2} \\ \|Z_{out}\|_2 &= \text{trace} \left(\int_0^{\infty} C_f e^{At} B_2 B_2^T e^{A_f^T t} C_f^T dt \right)^{1/2} \\ \|Z_{out}\|_2 &= \text{trace}(C_f X C_f^T)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde, X é a solução da equação da matriz de Lyapunov. Desta forma, a inequação (3.5) equivale ao critério de Middlebrook para garantir estabilidade de MGCC.

$$\begin{aligned} \text{trace}(C_f X C_f^T)^{1/2} &\ll \|Z_{in}\| \\ \text{trace}(C_f X C_f^T) &\ll \|Z_{in}\|^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.2 Abordagem LMI

Para resolver um problema de otimização convexa de forma mais rápida e eficiente, é possível utilizar a ferramenta matemática de inequações de matrizes lineares (LMI). As LMIs são utilizadas como restrições durante a solução de um problema de otimização, dentre os problemas padrões tem-se as seguintes classificações:

- **Problema de viabilidade:** o objetivo é encontrar a solução, $x \in \mathbb{R}^n$, que satisfaça a restrição LMI no seguinte formato:

$$A(x) \prec B(x),$$

onde, x é o vetor variável de decisão.

- **Problema de minimização convexa:** dada uma função convexa, $f(x)$, o objetivo também é encontrar, $x \in \mathbb{R}^n$, porém a solução tem que levar a função $f(x)$ para o valor mínimo satisfazendo a seguinte restrição:

$$A(x) \prec B(x).$$

$$\begin{cases} \min & f(x) \\ \text{s.t.} & A(x) \prec B(x). \end{cases} \quad (3.6)$$

- **Problema do autovalor generalizado:** o objetivo é encontrar a solução, $x \in \mathbb{R}^n$, no qual λ seja mínimo, satisfazendo as seguintes restrições de LMI:

$$\begin{cases} \min & \lambda \\ \text{s.t.} & A(x) \prec \lambda B(x) \\ & B(x) \succ 0 \\ & C(x) \prec 0, \end{cases} \quad (3.7)$$

onde, x é o vetor ou escalar variável de decisão.

3.3 Modelagem

Conhecendo os problemas escrito no formato de LMI, torna-se necessário modelar o sistema de forma que seja possível implementar as restrições necessárias para alcançar os objetivos desejados. Deseja-se implementar um controlador robusto que mantenha a saída do sistema estável, em uma região de \mathbb{D} -estabilidade para diferentes níveis de distúrbios.

Um sistema robusto pode ser alcançado, quando se trabalha com sistemas de famílias, em que essas famílias formam um conjunto convexo em que o sistema será estável não apenas em seu estado nominal, mas também em todos os pontos deste conjunto. Uma grande vantagem dos sistemas convexos é que não é necessário analisar todos os pontos do conjunto para garantir estabilidade robusta ao sistema, basta garantir que o sistema é estável em suas bordas, ou seja, nos extremos do conjunto, reduzindo assim o esforço computacional para solucionar o problema.

Essas famílias de sistema, são ditas de sistemas incertos em que para o caso de sistemas de tempo contínuo, possuem a seguinte forma $\dot{x} = A(\delta(t))x(t)$, de modo que a matriz, $A(\delta(t))$, que representa a dinâmica do sistema considerando as variações paramétricas que tornam este sistema incerto, e possui a seguinte forma:

$$A(\delta(t)) = A_0 + \Delta A(\delta(t)), \quad (3.8)$$

onde, $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz que representa o sistema nominal, enquanto $\Delta A(\delta(t))$ é a matriz de parâmetros incertos do sistema e forma um sistema politópico dado pela seguinte forma:

$$\Delta A(\delta(t)) = \delta_1(t)A_1 + \delta_2(t)A_2 + \dots + \delta_k(t)A_k \quad (3.9)$$

onde,

- $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 1, 2, \dots, k$, são matrizes que representam a direção das variações paramétricas;;
- $\delta_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, k$, são funções que representam os parâmetros incertos no sistema;
- $\delta(t) = [\delta_1(t) \ \delta_2(t) \ \dots \ \delta_k(t)]^T$ é o vetor de incertezas paramétricas que está inserido em um conjunto convexo e compacto Δ .

Considerando que a escrita do problema é dado por meio do uso de um sistema a parâmetros intervalares, os quais alguns parâmetros do sistema variam em torno de uma determinada faixa de valores, de modo que no espaço das incertezas as incertezas paramétricas assumem a forma de um poliedro regular, este sistema pode ser dado da seguinte forma:

$$\Delta_I = \{ \delta(t) | \delta_i(t) \in [\delta_i^-, \delta_i^+], i = 1, 2, \dots, k \}. \quad (3.10)$$

As variações paramétricas no sistema podem ser interpretados como qualquer variação indesejada e/ou inesperada nos valores dos parâmetros do sistema, que por sua vez causam variações no comportamento dinâmico e na saída do sistema. Pode-se observar estas variações por dois pontos de vista diferentes, sendo: a primeira forma é modelar esta variação como uma variação paramétrica, e o outro é modelar tal variação como um sinal perturbação, ambos os modelos matemáticos interferem no sinal de saída.

$$A(\delta(t)) = A_0 + A_1(\delta_1^-) + A_1(\delta_1^+) + \dots + A_k(\delta_k^-) + A_1(\delta_k^+) \quad (3.11)$$

Cada um dos elementos da equação (3.11) é um vértice do conjunto dos sistemas incertos. Para os sistemas intervalares as funções incertas são compostas daqueles elementos que podem variar, como: resistores, indutores, capacitores, níveis de tensão, desgaste, variação de massa entre outros. Desta forma, os vértices podem ser formados a partir de uma combinação das variações desses elementos, levando em conta seus valores máximos e mínimos, considerando a incerteza como intervalar.

O número de vértices corresponde a 2^v , onde v corresponde a quantidade de parâmetros variáveis. Para um sistema que possui três parâmetros, como por exemplo, resistência ($[R^-, R^+]$), indutância ($[L^-, L^+]$) e capacitância ($[C^-, C^+]$), há $2^3 = 8$ vértices, constituindo o seguinte conjunto de sistemas, em que v_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, são os vértices do politopo.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = A_1(R^-, L^-, C^-) \\ v_2 = A_2(R^-, L^-, C^+) \\ v_3 = A_1(R^-, L^+, C^-) \\ v_4 = A_2(R^-, L^+, C^+) \\ v_5 = A_1(R^+, L^-, C^-) \\ v_6 = A_2(R^+, L^-, C^+) \\ v_7 = A_1(R^+, L^+, C^-) \\ v_8 = A_2(R^+, L^+, C^+) \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Considerando o modelo matemático onde a variação é um distúrbios em forma de perturbação para o sistema, também há um intervalo de variação, porém não trata-se de variação dos parâmetros do sistema e sim de um sinal de entrada que varia ao longo do tempo, dentro de um certo intervalo de máximo e mínimo.

Dada uma MR CC é desejado controlar o nível de tensão que as unidades de geração alimentam o barramento. Deste modo, a forma que o sistema é modelado resulta em diferentes resultados para fins de projeto de controle. Para o projeto de um controle robusto aplicado a uma MR CC, existe a abordagem de

incertezas paramétricas, em que as variáveis importantes para avaliação do sistema variam entre valores de máximo e mínimo. Então, tem-se a construção de um politopo, o qual é uma região convexa para garantir a estabilidade em toda a região, bastando analisar os vértices dos politopos. Outra forma de modelagem é considerar o parâmetro que varia como uma perturbação para o sistema, e assim encontrar os ganhos que permitam que a interferência desta perturbação seja a menor possível.

3.3.1 Sistema aumentado com estrutura de controle *Robust Tracking*

A partir do modelo matemático escolhido, com distúrbio ou incertezas paramétricas, o sistema é aumentado em uma ordem devido a inserção de um integrador na entrada do sistema, o objetivo desta ação é obter erro nulo da tensão do barramento CC e assim obter um rastreamento robusto (do inglês, *Robust Tracking*) da tensão de referência. Para o sistema linear em espaços de estados apresentado em (3.13).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ z(t) = Cx(t) + D_u u(t) + D_w w(t) \end{cases} \quad (3.13)$$

onde, $x \in \mathbb{R}^n$, $z \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}^r$ e $w \in \mathbb{R}^p$ são, respectivamente, o vetor de estados, a saída controlada, a entrada controlada ou lei de controle e o sinal de perturbação. Já os elementos A , B_u , B_w , C , D_u e D_w são as matrizes de coeficientes do sistema com dimensões apropriadas.

Uma lei de controle da forma $u = Kx + v$ pode ser utilizada para resolver o problema de *robust tracking*, ou seja, possibilitar que a saída de controle $z(t)$ siga uma referência $r(t)$ desejada de forma robusta. Para garantir que este rastreo tenha erro nulo um integrador é incluído na entrada $v(t)$ do sistema, elevando a ordem do sistema de n para $n + 1$. A Figura 3.1 mostra a implementação deste integrador.

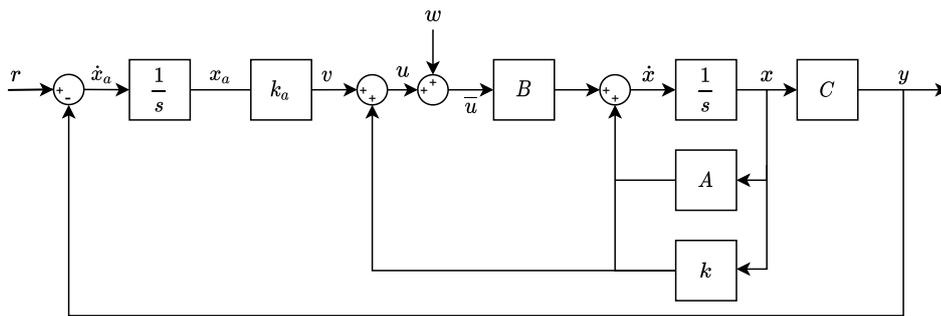


Figura 3.1: Diagrama em blocos do controle robust tracking aumentado

É possível reorganizar (3.13) para a seguinte forma

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\bar{u}(t) \\ z(t) = Cx(t) + D\bar{u}(t) \end{cases} \quad (3.14)$$

Em que $B = \begin{bmatrix} B_u & B_w \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} D_u & D_w \end{bmatrix}$ e $\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$.

A partir da Figura 3.1 temos que a nova lei de controle que surge devido a inserção do integrador é da forma

$$\begin{aligned} v &= K_a x_a \\ u(t) &= Kx + v \end{aligned} \quad (3.15)$$

Substituindo a equação (3.15) no sistema (3.14) temos

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_u(Kx + K_a x_a) + B_w w \\ \dot{x} &= (A + B_u K)x + B_u K_a x_a + B_w w \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} z &= Cx + D_u(Kx + K_a x_a) + D_w w \\ z &= (C + D_u K)x + D_u K_a x_a + D_w w \end{aligned} \quad (3.17)$$

Em que a derivada de x_a é

$$\dot{x}_a = -Cx + r \quad (3.18)$$

A partir das equações (3.16), (3.17) e (3.20) o sistema aumentado é apresentado em (3.20).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A + B_u K & B_u K_a \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{A_a} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & B_w \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{B_a} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \\ z(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C + D_u K & D_u K_a \end{bmatrix}}_{C_a} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & D_w \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_a} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Reorganizando, tem-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{A_a} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{u_a}} \underbrace{\begin{bmatrix} K & K_a \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & B_w \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{B_{w_a}} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \\ z(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C + D_u K & D_u K_a \end{bmatrix}}_{C_a} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & D_w \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_a} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Em que A_a , B_a , C_a , e D_a são as matrizes de coeficiente do sistema aumentadas devido a inclusão do integrador.

3.3.2 Famílias de sistemas

Os problemas de D-estabilização quadrática são classificados como uma categoria de problemas com multi objetivos, em que os objetivos são garantir estabilidade em malha fechada e desempenho para uma região definida por um conjunto de condições LMI. Esta categoria de problemas tem a característica de que vários requisitos de projeto são atendidos por um conjunto de condições LMI com variáveis de decisão comuns.

Para o sistema considerado neste estudo, o projeto robusto visando minimizar simultaneamente os índices H_2, H_∞ , bem como delimitar a região de polos desejadas, considera-se o seguinte sistema linear incerto:

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \Delta A)x + (B_1 + \Delta B_1)u + B_2w \\ z_\infty = C_\infty x + D_{\infty,1}u + D_{\infty,2}w \\ z_2 = C_2x + D_{2,1}u \end{cases} \quad (3.21)$$

onde,

- $x \in \mathbb{R}^n$ e $z_2 \in \mathbb{R}^m, z_\infty \in \mathbb{R}^l$ são os vetor de estados e vetores de saída, respectivamente;
- $w \in \mathbb{R}^p$ e $u \in \mathbb{R}^r$ são o vetor de distúrbio e o vetor da entrada de controle;
- $A, B_1, B_2, C_\infty, C_2, D_{\infty,1}, D_{\infty,2}$ e $D_{2,1}$ são sistemas de coeficientes de matrizes com dimensões apropriadas;
- ΔA e ΔB são funções de matrizes que representam a variação dos parâmetros incertos

Para o sistema (3.21) a lei de controle para o projeto de realimentação de estados é dada pela seguinte relação:

$$u = Kx, \quad (3.22)$$

e o sistema em malha fechada é obtido, como segue:

$$\begin{cases} \dot{x} = [(A + \Delta A) + (B_1 + \Delta B_1)K]x + B_2w \\ z_\infty = (C_\infty + D_{\infty,1}K)x + D_{\infty,2}w \\ z_2 = (C_2x + D_{2,1}K)x \end{cases} \quad (3.23)$$

Os dois vetores de saída z_2 e z_∞ possuem as seguintes funções de transferência em relação ao vetor de perturbação w ,

$$\tilde{G}_{z_\infty w}(s) = (C_\infty + D_{\infty,1}K)(sI - [(A + \Delta A) + (B_1 + \Delta B_1)K])^{-1}B_2 + D_{\infty,2} \quad (3.24)$$

e

$$\tilde{G}_{z_2 w}(s) = (C_2 + D_{2,1}K)(sI - [(A + \Delta A) + (B_1 + \Delta B_1)K])^{-1}B_2 \quad (3.25)$$

Então os desempenhos H_2 e H_∞ necessários são respectivamente,

$$\|\tilde{G}_{z_2 w}(s)\|_2 \prec \gamma_2, \quad (3.26)$$

e

$$\|\tilde{G}_{z_\infty w}(s)\|_\infty \prec \gamma_\infty. \quad (3.27)$$

Problema 3.3.1. Para o sistema linear de (3.21) a lei de controle (3.21) do projeto de realimentação de estados tem que ser tal que

1. O desempenho H_2 seja satisfeito ou desempenho H_2 e H_∞ sejam satisfeitos simultaneamente;
2. Os autovalores em malha fechada estão alocados dentro da região \mathbb{D} ;
3. O critério de Middlebrook seja satisfeito (3.21).

3.3.3 Modelagem de uma MR CC com carga CPL

Como já se sabe o modelo de espaço médio do conversor buck com uma carga resistiva, conforme apresentado na Figura (2.2) pode ser representado pelo seguinte equacionamento:

$$\begin{cases} \dot{i}_L(t) = -\frac{1}{L}v_{C_b}(t) + \frac{V_i}{L}d(t) \\ \dot{v}_{C_b}(t) = \frac{1}{C_b}i_L(t) - \frac{1}{RC_b}v_{C_b}(t) \\ y(t) = v_{C_b}(t). \end{cases}$$

No entanto, além da carga resistiva a MR CC estudada, também possui uma carga CPL que é representada em função da sua potência por P_{CPL}/Cv_C , ao ser incluída tem-se o modelo não linear, conforme mostrado em (3.28), o qual servirá de base para as próximas etapas da modelagem proposta.

$$\begin{cases} \dot{i}_L(t) = -\frac{1}{L}v_{C_b}(t) + \frac{V_i}{L}d(t) \\ \dot{v}_{C_b}(t) = \frac{1}{C_b}i_L(t) - \frac{1}{RC_b}v_{C_b}(t) - \frac{P_{CPL}(t)}{C_b v_{C_b}(t)} \\ y(t) = v_{C_b}(t) \end{cases} \quad (3.28)$$

3.3.4 Modelagem da MR CC considerando a variação de potência da CPL como perturbação

A modelagem da carga CPL considera que a variação da potência da carga CPL, implica em um sinal de perturbação, $w(t)$, este por sua vez afeta a dinâmica e o desempenho do sistema. Utilizando o modelo não linear do sistema apresentado em (3.28), em seguida modificando as variáveis de corrente e tensão para os estados, x_1 e x_2 , respectivamente, e a potência P_{CPL} para, $w(t)$, tem-se a seguinte relação (3.29).

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\frac{1}{L}x_2(t) + \frac{V_i}{L}d(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_b}x_1(t) - \frac{1}{RC_b}x_2(t) - \frac{w(t)}{C_b x_2(t)} \\ y(t) = x_2(t) \end{cases} \quad (3.29)$$

Além disso, pode-se representar o sistema não linear escrito em (3.29), conforme apresenta a seguinte relação:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = h_1(x_1(t), x_2(t), d(t), w(t), t) \\ \dot{x}_2(t) = h_2(x_1(t), x_2(t), d(t), w(t), t) \\ y(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), d(t), w(t), t) \end{cases} \quad (3.30)$$

Devido a sua não linearidade deve-se utilizar uma metodologia de linearização ao em torno de um determinado ponto de operação, deste modo, faz-se usa da expansão em séries de Taylor para linearizar conforme apresenta a relação (3.31). Considerando que a entrada e os estados são ligeiramente perturbados ao entorno do ponto de operação $\dot{x}_o = h_o(x_o, d_o, w_o)$, tal que $\delta d(t)$ e $\delta \dot{x}(t)$ são os desvios de perturbação e dos estados do sistema, respectivamente, deste modo tem-se as seguintes relações.

$$\begin{cases} d(t) = d_o + \delta d(t) \\ \dot{x}(t) = \dot{x}_o + \delta \dot{x}(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

Desta forma o sistema com a potência da CPL como perturbação é descrito como em (3.32), onde P_o e x_{2o} são a potência da CPL e a tensão no barramento no ponto de operação, respectivamente.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} + \frac{P_o}{C x_{2o}^2} \end{bmatrix}}_{A_p} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{1p}} \delta d + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C x_{2o}} \end{bmatrix}}_{B_{2p}} \delta w \\ \delta V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_p} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.32)$$

Para garantir que o sistema siga uma dada referência, r , e possua erro nulo, um integrador foi inserido no sistema, de modo a aumentar a ordem do sistema para $n = 3$. Com o novo integrador $\dot{x}_a = r - Cx$ o sistema aumentado é apresentado em (3.33).

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \dot{x}_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{A}_p} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{1p} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_{1p}} \delta d + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{2p} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_{2p}} \delta w + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_r} r \\ \delta V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}_p} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.33)$$

onde, todas as matrizes com chapéu, " $\hat{\ }"$, representam matrizes aumentadas. Considerando a realimen-

tação de estados e que a lei de controle aplicada é da forma $\delta d = \delta v + K\delta x$, onde $\delta v = K_a\delta x_a$, deste modo, pode-se obter o seguinte modelo matemático.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \dot{x}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_p + B_{1p}K) & B_{1p}K_a \\ -C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{2p} \\ 0 \end{bmatrix} \delta w + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\ \delta V_o = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.34)$$

3.3.4.1 Síntese de controlador utilizando a norma H_2

Dado o sistema (3.34) e seguindo o Teorema 2.3.1, o qual existe um K em que $\|G_{v,w}\|_2 < \gamma_2$ é válido, isso ocorre se e somente se existir uma matriz, Z_2 , e duas matrizes simétricas, J_2 e X_2 , que satisfaça as seguintes inequações.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{A}_p X_2 + \hat{B}_{1p} Z_2 + (\hat{A}_p X_2 + \hat{B}_{1p} Z_2)^T & \hat{B}_{2p} \\ & \hat{B}_{2p}^T \\ & & -I \end{bmatrix} < 0 \\ \begin{bmatrix} -J_2 & \hat{C}_p X_2 \\ X_2 \hat{C}_p^T & -X_2 \end{bmatrix} < 0 \\ \text{tr}(J_2) < \gamma_2^2 \end{cases} \quad (3.35)$$

3.3.4.2 Síntese de controlador utilizando a norma H_∞

Dado o sistema (3.34) e seguindo o Teorema 2.3.3 existe um valor de K em que $\|G_{v,w}\|_\infty < \gamma_\infty$ é válido, se e somente se existir uma matriz Z_∞ e uma matriz simétrica $X_\infty > 0$ que satisfaça a seguinte LMI.

$$\begin{bmatrix} (\hat{A}_p X_\infty + \hat{B}_{1p} W)^T + \hat{A}_p X_\infty + \hat{B}_{1p} W_\infty & \hat{B}_{2p} & \hat{C}_p X_\infty \\ & \hat{B}_{2p}^T & 0 \\ & \hat{C}_p X_\infty & -\gamma_\infty I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.36)$$

3.3.4.3 Síntese de controlador considerando a região de desempenho desejada

Dado sistema (3.32) e seguindo o teorema 2.3.5 as condições de alocação de polos são válidas, se e somente se existir uma matriz Z_D e $X_D > 0$ que satisfaça a seguinte inequação:

$$L \otimes X_D + M \otimes (\hat{A}_p X_D + \hat{B}_{1p} W_D) + M^T \otimes (\hat{A}_p X_D + \hat{B}_{1p} W_D)^T < 0 \quad (3.37)$$

onde,

$$L = \text{diag}(L_1, L_2, L_3), \quad M = \text{diag}(M_1, M_2, M_3),$$

$$\begin{aligned}
L_1 &= 2\alpha_1, & M_1 &= 1 \\
L_2 &= -2\alpha_2, & M_2 &= -1 \\
L_3 &= 0, & M_3 &= \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

3.3.5 Modelagem da MR CC considerando incertezas paramétricas

Diferentemente da modelagem da MR apresentada na seção anterior, no qual a variação da potência da CPL era considerada como um sinal de perturbação, neste caso, a potência da carga será observada como uma variação paramétrica de um dos parâmetros do modelo matemático. Modificando as variáveis de corrente e tensão para os estados x_1 e x_2 em (3.28) e mantendo a potência como um parâmetro do sistema, pode-se representar a equação (3.38), para maiores detalhes da modelagem do sistema consultar Lucas et al. (2019a).

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\frac{1}{L}x_2(t) + \frac{V_i}{L}d(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_b}x_1(t) - \frac{1}{RC_b}x_2(t) - \frac{P_{CPL}(t)}{C_b x_2(t)} \\ y(t) = x_2(t) \end{cases} \quad (3.38)$$

Além disso, pode-se representar o sistema não linear da equação (3.38), conforme apresenta a relação (3.39), este modelo matemático é diferente da seção anterior, onde não se considera a variação de potência da CPL como um sinal de perturbação, $w(t)$, e sim como uma variação paramétrica dos parâmetros do próprio sistema.

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = h_1(x_1(t), x_2(t), d(t), t) \\ \dot{x}_2(t) = h_2(x_1(t), x_2(t), d(t), t) \\ y(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), d(t), t) \end{cases} \quad (3.39)$$

Desta forma o sistema linearizado é apresentado em (3.40), onde P_o e x_{2o} são a potência da CPL e a tensão no barramento no ponto de operação.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} + \frac{P_o}{x_{2o}^2 C_b} \end{bmatrix}}_{A_i} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_i} \delta d \\ V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_i} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.40)$$

Como na seção anterior, para garantir que o sistema siga um dada referência, r , e possua erro nulo em regime permanente, um integrador foi inserido no sistema, aumentando sua ordem para $n = 3$. Com o novo integrador, $\dot{x}_a = r - C_i x$, o sistema aumentado é apresentado em (3.41), em que a lei de controle que será aplicada é da forma $d = v + Kx$, em que $v = K_a x_a$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \dot{x}_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{A}_i} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_i} \delta d + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_r} r \\ \delta V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}_i} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.41)$$

onde, todas as variáveis com chapéu, " \wedge ", representam matrizes aumentadas. Considerando que a lei de controle que será aplicada na forma $\delta d = \delta v + K\delta x$, onde $\delta v = K_a\delta x_a$, apresentando o sistema em malha fechada com a realimentação de estados conforme descrito na relação (3.42).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \delta \dot{x} \\ \delta \dot{x}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_i + B_i K) & B_i K_a \\ -C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\ \delta V_o = \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta x_a \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.42)$$

3.3.5.1 Família de sistemas de incertezas paramétricas

A partir do modelo em espaços de estados, conforme apresentado em (3.42), foram obtidos outros quatro sistemas em espaços de estados, os quais possuem os seguintes parâmetros incertos, $V_i \in [\underline{V}_i, \overline{V}_i]$ e $P_o \in [\underline{P}_o, \overline{P}_o]$, onde apresenta-se a faixa de variação de cada parâmetro do sistema em questão, deste modo obtém-se uma família de sistemas incertos.

Conforme apresentado anteriormente, pode-se obter 4 sistemas que são considerados os vértices do politopo ($2^2 = 4$ vértices), em decorrência de ser considerado dois parâmetros incertos no modelo matemático. Estes vértices por sua vez compõem os extremos de uma região fechada em que o sistema nominal está inserido. A família de sistemas de incertezas paramétricas é constituída pelas seguintes combinações de variações dos parâmetros incertos, conforme apresenta a seguinte relação.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vértice 1} \rightarrow A_1(\underline{V}_i, \underline{P}_o), \quad B_1(\underline{V}_i) \\ \text{Vértice 2} \rightarrow A_2(\underline{V}_i, \overline{P}_o), \quad B_2(\underline{V}_i) \\ \text{Vértice 3} \rightarrow A_3(\overline{V}_i, \underline{P}_o), \quad B_3(\overline{V}_i) \\ \text{Vértice 4} \rightarrow A_4(\overline{V}_i, \overline{P}_o), \quad B_4(\overline{V}_i) \end{array} \right. \quad (3.43)$$

3.3.5.2 Síntese de controlador utilizando a norma H_2

Dado o sistema (3.40) e seguindo o teorema 2.3.1, existe um K tal que $\|G_{v_o w}\|_2 < \gamma_2$ é válido, se e somente se, existir uma matriz Z_2 e duas matrizes simétricas J_2 e X_2 que satisfaçam a seguinte LMI.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\hat{A}_i X_2 + \hat{B}_i Z_2 + (\hat{A}_i X_2 + \hat{B}_i Z_2)^T \right] \prec 0 \\ \left[\begin{array}{cc} -J_2 & \hat{C}_2 X_2 \\ X_2 \hat{C}_2^T & -X_2 \end{array} \right] \prec 0 \\ tr(J_2) \prec \gamma_2^2 \end{array} \right. \quad \forall i = 1, 2, 3, 4. \quad (3.44)$$

onde, todos os vértices do politopo são verificados, de modo que $i = 1, 2, 3$ e 4 .

3.3.5.3 Síntese de controlador utilizando a norma H_∞

Dado o sistema (3.40) e seguindo o teorema 2.3.3, existe um K tal que $\|G_{v,w}\|_\infty \prec \gamma_\infty$ é válido, se e somente se, existir uma matriz Z_∞ e uma matriz simétrica, $X_\infty \succ 0$, que satisfaça a seguinte LMI:

$$\left\{ \left[\begin{array}{ccc} (\hat{A}_i X_\infty + \hat{B}_i W)^T + \hat{A}_i X_\infty + \hat{B}_i W_\infty & 0 & \hat{C}_\infty X_\infty \\ 0 & -\gamma_\infty I & 0 \\ \hat{C}_\infty X_\infty & 0 & -\gamma_\infty I \end{array} \right] \prec 0 \quad \forall i = 1, 2, 3, 4. \right. \quad (3.45)$$

onde, todos os vértices do politopo são verificados.

3.3.5.4 Síntese de controlador para a região de desempenho delimitada

Dado o sistema (3.40) e seguindo o teorema 2.3.5 as condições de alocação de polos são válidas, se e somente se, existir uma matriz Z_D e $X_D \succ 0$ que satisfaça a seguinte relação:

$$L \otimes X_D + M \otimes (\hat{A}_i X_D + \hat{B}_i W_D) + M^T \otimes (\hat{A}_i X_D + \hat{B}_i W_D)^T \prec 0, \quad \forall i = 1, 2, 3, 4. \quad (3.46)$$

onde,

$$L = \text{diag}(L_1, L_2, L_3), \quad M = \text{diag}(M_1, M_2, M_3),$$

$$L_1 = 2\alpha_1, \quad M_1 = 1$$

$$L_2 = -2\alpha_2, \quad M_2 = -1$$

$$L_3 = 0, \quad M_3 = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$$

3.3.6 Definição da impedância da MR CC no formato de LMI

Para se obter uma relação de impedância de saída do conversor buck, o qual alimenta o barramento CC, Z_{out_A} (conforme apresentado na Figura 2.4), torna-se necessário desenvolver um modelo matemático que evidencie a corrente de saída do sistema, I_o , conforme apresentado na Figura 3.2, este modelo pode ser descrito utilizando a seguinte relação (3.47).

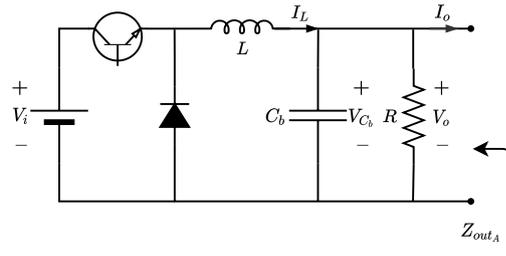


Figura 3.2: Esquemático do conversor buck com a corrente de saída sinalizada.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_{C_b} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_1} d + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_b} \end{bmatrix}}_{B_2} i_o \\ V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C_b} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.47)$$

A impedância de saída do conversor fonte é obtida pela razão da tensão de saída, V_o , pela corrente de saída, I_o , do alimentador. A partir de (3.47) deseja-se obter a função que representa a saída, V_o , em relação a corrente, I_o , a qual é representada por $T_{v_o i_o}$, considerando a aplicação de um sistema com estados realimentados, de modo que a lei de controle é do tipo $d = Kx$, então tem-se a seguinte relação.

$$T_{v_o i_o} = \frac{v_o}{i_o} = C(Is - A_f)^{-1} B_2 \quad (3.48)$$

onde, Z_F é a impedância do conversor *feeder*, e $A_f = A + B_1 K$ representando a matriz do sistema em malha fechada realimentado pelos estados.

No entanto, os sistemas em que deseja-se incluir Z_F são escritos no formato aumentado, devido a inclusão de um integrador na entrada do sistema, para que a saída siga o valor da referência, r , e proporcione erro nulo em regime permanente. Com isto realiza-se o mesmo procedimento no sistema apresentado em (3.47). Considerando $\dot{x}_a = r - Cx$, tem-se o sistema apresentado em (3.49), onde \hat{A} , \hat{B}_1 , \hat{B}_2 , \hat{B}_r e \hat{C} são as matrizes aumentadas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{A}} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_1} d + \underbrace{\begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_2} i_o + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_r} r \\ V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.49)$$

Ao aplicar a lei de controle, $d = v + Kx$, onde $v = K_a x_a$, tem-se o seguinte resultado.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A + B_1 K & B_1 K_a \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{A}_f} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_2} i_o + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_r} r \\ V_o = \begin{bmatrix} -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Deste modo, a matriz de transferência $T_{v_o i_o}$ em malha fechada pode ser expressa conforme apresentado na (3.51), considerando a matriz $\hat{D} = 0$ e condições iniciais nulas.

$$T_{v_o i_o} = \hat{C}(sI - \hat{A}_f)^{-1} \hat{B}_2 \quad (3.51)$$

Verifica-se que, quando \hat{A} é estável e $\hat{D} = 0$, ao considerar que $T_{v_o i_o} = Z_F$, então a norma de Z_F , pode ser obtida da seguinte forma.

$$\begin{aligned} \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_F(j\omega) Z_F^H(j\omega) \right)^{1/2} \\ \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\int_0^{\infty} \hat{C} e^{\hat{A}_f t} \hat{B}_2 \hat{B}_2^T e^{\hat{A}_f^T t} \hat{C}^T dt \right)^{1/2} \\ \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\hat{C} X \hat{C}^T \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.52)$$

onde, X é a única solução da equação da matriz de Lyapunov, e pode ser computado como segue:

$$X = \int_0^{\infty} e^{\hat{A}_f t} \hat{B}_2 \hat{B}_2^T e^{\hat{A}_f^T t} dt \quad (3.53)$$

De forma paralela, a solução do problema dual pode ser apresentada considerando que \hat{A} é estável e $\hat{D} = 0$, deste modo tem-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_F^H(j\omega) Z_F(j\omega) \right)^{1/2} \\ \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\int_0^{\infty} \hat{B}_2^T e^{\hat{A}_f^T t} \hat{C}^T \hat{C} e^{\hat{A}_f t} \hat{B}_2 dt \right)^{1/2} \\ \|Z_F\|_2 &= \text{tr} \left(\hat{B}_2^T Y \hat{B}_2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.54)$$

onde, Y é a única solução da equação da matriz de Lyapunov, e pode ser computado como segue:

$$Y = \int_0^{\infty} e^{\hat{A}_f^T t} \hat{C}^T \hat{C} e^{\hat{A}_f t} dt \quad (3.55)$$

Considerando o critério de Middlebrook, que visa avaliar a estabilidade de MRs CC, deseja-se que $\|Z_F\|_2 < \|Z_{CPL}\|_2$, assumindo que o valor da impedância $\|Z_{CPL}\|_2$ é conhecido, e representado seu valor

por γ , tem-se que:

$$\text{tr}(\hat{C}X\hat{C}^T) < \gamma^2 \quad (3.56)$$

ou

$$\text{tr}(\hat{B}_2^T Y \hat{B}_2) < \gamma^2 \quad (3.57)$$

Desta forma, objetivando inserir $\|Z_F\|_2$ ao problema de LMI para o projeto do controlador aplicado a MR CC, torna-se necessário transformar (3.56) ou (3.57) em LMI para minimizá-lo ou usá-la como restrição do problema. Para tal, primeiramente substituí-se $\hat{C}X\hat{C}^T$ ou $\hat{B}_2^T Y \hat{B}_2$ por J , uma matriz simétrica, de modo a obter as seguintes relações, para o problema direto ou dual:

$$\begin{cases} (\hat{A} + \hat{B}_1 \hat{K})X + X(\hat{A} + \hat{B}_1 \hat{K})^T + \hat{B}_2 \hat{B}_2^T \prec 0 \\ \hat{C}X\hat{C}^T \prec J \\ \text{tr}(J) \prec \gamma^2 \end{cases} \quad (3.58)$$

$$\begin{cases} (\hat{A} + \hat{B}_1 \hat{K})^T Y + Y(\hat{A} + \hat{B}_1 \hat{K}) + \hat{C}^T \hat{C} \prec 0 \\ \hat{B}_2^T Y \hat{B}_2 \prec J \\ \text{tr}(J) \prec \gamma^2 \end{cases} \quad (3.59)$$

Aplicando o lema do complemento de Schur, em seguida definindo $Z = \hat{K}X$ ou $Z = \hat{K}Y$ tem-se as seguintes relações para o dois problemas:

$$\begin{cases} \hat{A}X + \hat{B}_1 Z + (\hat{A}X + \hat{B}_1 Z)^T + \hat{B}_2 \hat{B}_2^T \prec 0 \\ \begin{bmatrix} -J & \hat{C}X \\ X\hat{C}^T & -X \end{bmatrix} \prec 0 \\ \text{tr}(J) \prec \rho \end{cases} \quad (3.60)$$

$$\begin{cases} (Y\hat{A} + \hat{B}_1 Z)^T + Y\hat{A} + \hat{B}_1 Z + \hat{C}^T \hat{C} \prec 0 \\ \begin{bmatrix} -J & \hat{B}_2^T Y \\ Y\hat{B}_2 & -Y \end{bmatrix} \prec 0 \\ \text{tr}(J) \prec \rho \end{cases} \quad (3.61)$$

onde, $\gamma = \sqrt{\rho}$ para evitar não linearidades, possibilitando que os ganhos do controlador sejam computados da seguinte forma:

$$\hat{K} = ZX^{-1} \quad (3.62)$$

$$\hat{K} = ZY^{-1} \quad (3.63)$$

O conjunto de equações definido em (3.60) ou (3.61), podem ser convertidos em um projeto de controlador para resolver o problema de factibilidade em LMI. De outro modo, pode-se escrever o problema

de otimização, onde a solução deste problema de otimização é dado da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \rho \\ s.a. \quad \hat{A}X + \hat{B}_1Z + (\hat{A}X + \hat{B}_1Z)^T + \hat{B}_2\hat{B}_2^T \prec 0 \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} -J & X\hat{C}^T \\ \hat{C}^T X & -X \end{bmatrix} \prec 0 \\ \quad \quad \quad tr(J) \prec \rho \end{array} \right. \quad (3.64)$$

3.4 Conclusão

Este capítulo apresentou o critério de análise de estabilidade de Middlebrook como um critério de restrição para a síntese de controlador robusto aplicado em MRs CC. Também foi apresentado duas abordagens matemáticas diferentes para se resolver o problema de instabilidade causado pelas cargas CPL. Além disso, foi mostrado que o problema pode ser resolvido utilizando a ferramenta de LMI por meio do problema de viabilidade em que se busca uma solução que atenda a todas as restrições simultaneamente, ou por meio do problema de minimização convexa o qual se busca uma solução que seja a menor possível que também atenda a todos os conjuntos de restrições ao mesmo tempo.

Capítulo 4

Parâmetros da MR CC e dos Problemas de Otimização

Esta seção apresenta os procedimentos metodológicos realizados para o desenvolvimento dos controladores propostos. As propostas baseiam-se na solução de um problema de otimização convexa via LMI em que o termo minimizado é a impedância de saída do conversor fonte, Z_F . Dado este problema de otimização, duas regiões convexas são avaliadas em duas modelagens matemáticas distintas, resultando em quatro projetos de controle diferentes. As regiões convexas são obtidas por meio das condições de restrições impostas para cada controlador, dentre elas a norma H_2 , a norma H_∞ , e uma \mathbb{D} -região selecionada para garantir desempenho robusto. Quanto as distintas modelagens, tem-se uma abordagem em que a variação de potência da carga CPL foi vista como uma perturbação, e em uma outra abordagem por incertezas paramétricas, em que os parâmetros considerados foram a tensão de entrada do alimentador da MR CC, V_i , e a potência da CPL, P_o . Desta maneira as próximas partes deste capítulo apresentam a seguinte estrutura: primeiramente a estrutura de MR CC proposta foi reapresentada, em seguida foram obtidos os parâmetros de capacitância, indutância e resistência do conversor buck como fonte, com estes parâmetros os quatro controladores foram apresentados e descritos como problema de otimização. Finalmente, um breve descritivo de como foram realizados os testes simulados e experimentais para a avaliação dos controladores, seguido de como foram realizados as análises dos resultados obtidos.

4.1 Micro rede CC

O sistema de MR CC possui uma configuração de distribuição em que o consumidor pode prover sua própria energia e em determinado momento este sistema opera de forma ilhada. Neste sentido, a proposta de controle foi avaliada no ambiente de simulação `MATLAB/Simulink` em um sistema composto por um barramento principal com duas fontes de alimentação e três cargas. As fontes deste sistema podem ser qualquer fonte de energia renovável, como fazenda solar ou/e eólica, enquanto uma das cargas é linear, representada por uma resistência e as outras duas são não-lineares, definidas pela carga CPL. Além disso cada unidade deste sistema possui um conversor para interfaceamento, exceto a carga resistiva.

Em resumo, a MR utilizada para validação da proposta de controle possui as seguintes condições:

- MR de distribuição;
- Opera de forma isolada;
- Consumidor gera própria energia;
- Possui cargas variantes com elementos ativos, como CPL;
- Possui cargas passivas;
- Tudo que é gerado é consumido ou armazenado por meio de baterias.

A Figura 4.1 mostra a arquitetura deste sistema.

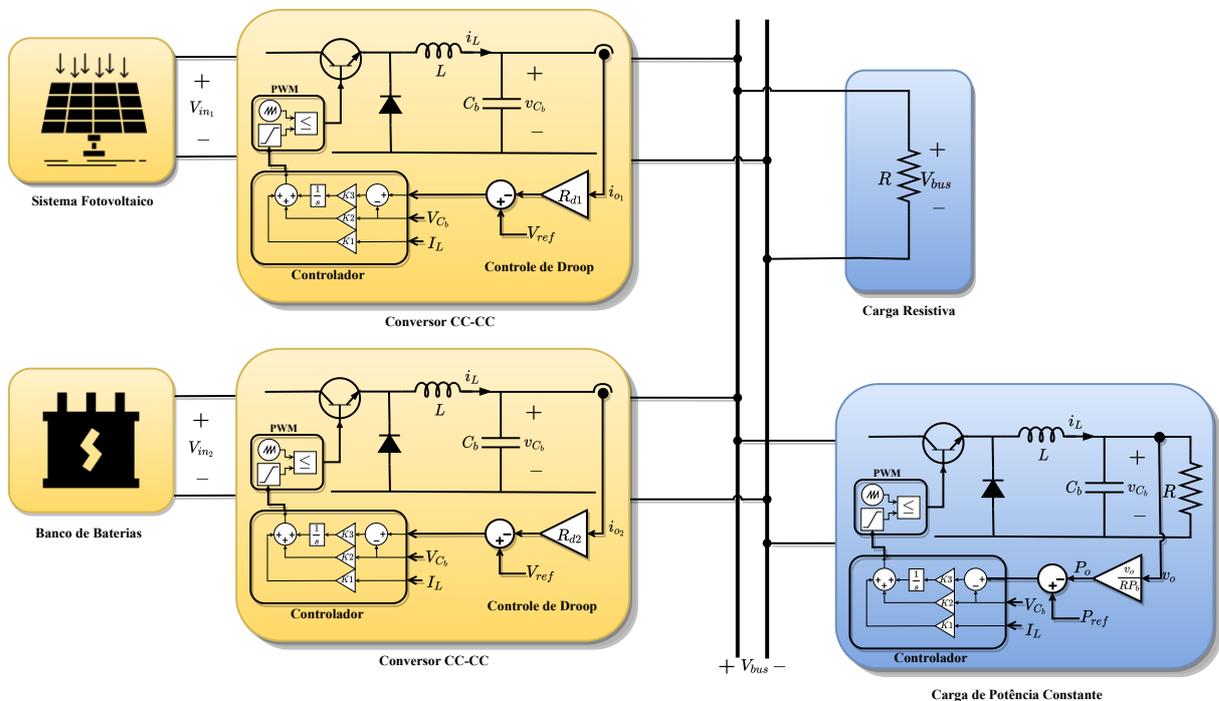


Figura 4.1: Sistema com múltiplas fontes e cargas utilizado para simulação e validação da proposta de controle.

Para a realização de um estudo de caso prático um sistema de MR composto por uma fonte e duas cargas foi construído para a implementação do controle proposto. A fonte está conectada ao conversor de alimentação, enquanto uma das cargas é resistiva e outra uma carga de potência constante. Este sistema pode ser representado por dois conversores do tipo buck em cascata. Em que o primeiro é o conversor conectado a fonte de alimentação do sistema e por esta razão é chamado de conversor-fonte e o segundo é o conversor conectado a carga CPL, nomeado conversor-CPL, conforme mostra a Figura 4.2.

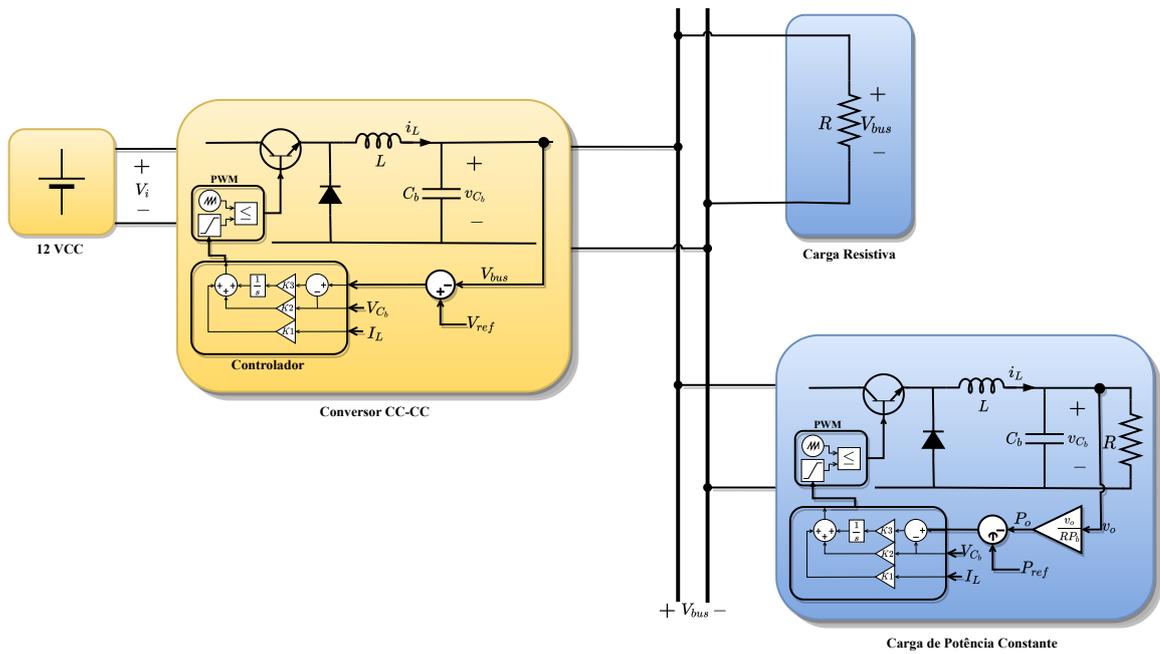


Figura 4.2: Sistema em cascata de conversores buck com carga CPL e carga resistiva utilizado para experimento prático.

4.1.1 Definição dos parâmetros

Para definição dos parâmetros do conversor buck utilizado na MR CC foram utilizadas as seguintes considerações:

- Fonte de tensão de $V_{inA} = 12 \text{ V}$;
- Tensão de saída de $V_{outA} = 8 \text{ V}$;
- Que o *ripple* de corrente seja $\Delta I_{LA} < 1 \text{ A}$;
- Que o *ripple* de tensão seja $\frac{\Delta V_{oA}}{V_{oA}} < 10\%$;
- Frequência de chaveamento de 20 kHz.

Resultando no dimensionamento do conversor buck apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros do conversor-fonte da MR CC utilizados para simulação e experimento.

| Parâmetros | Valor | Variação | Unidade | Descrição |
|------------|--------|-----------|----------|---------------------------|
| V_i | 12 | ± 3 | V | Tensão de entrada |
| d | 0,6667 | - | - | Ciclo de trabalho |
| V_{bus} | 8 | - | V | Tensão de saída |
| R | 4,0 | - | Ω | Resistência de carga |
| L | 1,0 | - | mH | Indutância |
| C_b | 2,2 | - | mF | Capacitância |
| f | 20 | - | kHz | Frequência de chaveamento |
| f_a | 5 | - | kHz | Frequência de amostragem |
| P_o | 6,4 | $\pm 6,4$ | W | Potência da CPL |

A Figura 4.3 apresenta o sistema experimental montado e usado para realização dos testes, conforme realizado em (Bessa et al., 2020). Na imagem há um notebook mais a esquerda, responsável pela interface do sistema, ao lado tem-se a placa com o microcontrolador, o qual foi embarcado o controlador, há também três placas de circuito impresso que representam da esquerda para a direita: o circuito com octoacopladores para isolar o sistema de controle do sistema de força, o circuito dos conversores, e por fim uma placa formada apenas por resistores.

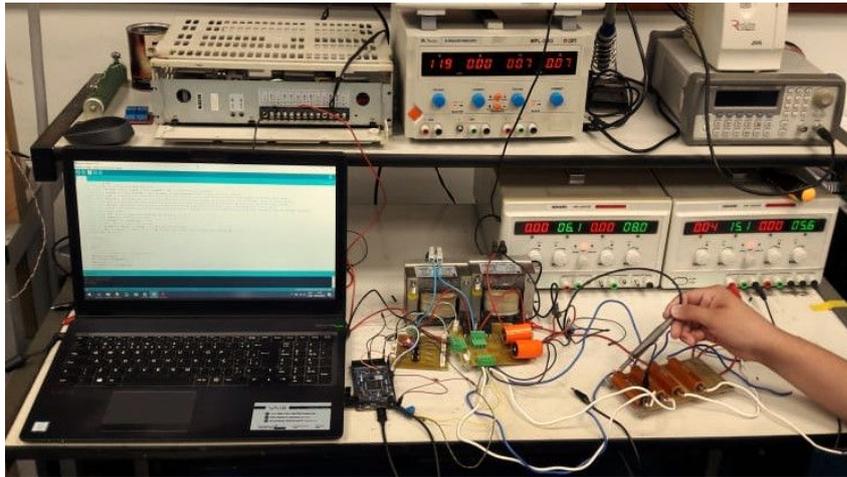


Figura 4.3: Ambiente de experimentação.

4.1.1.1 Resistência de *Droop*

Para realizar o gerenciamento do compartilhamento de carga quando há N fontes foi utilizado o controle de *droop*, descrito por Tahim et al. (2015). Este controle é baseado em uma queda na tensão de referência resultante do produto de uma resistência de *droop*, R_{d_i} , pela corrente fornecida pela fonte. Desta forma, a fonte que possuir mais capacidade de potência terá uma resistência de *droop* menor que aquela fonte de menor potência, evitando, assim, sobrecargas.

Neste sentido, a escolha das resistências R_{d_i} , em que o índice i representa a unidade da fonte, é feita com base na potência de cada unidade de geração, conforme apresentado em (2.53). Em que o subíndice é $i = 1$ e 2 , para o sistema apresentado na Figura 4.1. A Tabela 4.2 mostra as resistências obtidas para uma tolerância de 90% de desvio de tensão e $V_{ref} = 8$ [V].

| i | P_{c_i} [W] | R_{d_i} [Ω] |
|-----|---------------|------------------------|
| 1 | 16,0 | 0,040 |
| 2 | 16,0 | 0,040 |

Tabela 4.2: Valores das resistências de *droop* para cada fonte.

4.1.2 Modelagem da MR CC

Dado o paralelismo entre as fontes e cargas (Figura 4.4), a impedância total de entrada é o inverso da soma dos inversos das impedâncias de saída de cada fonte, conforme (4.1).

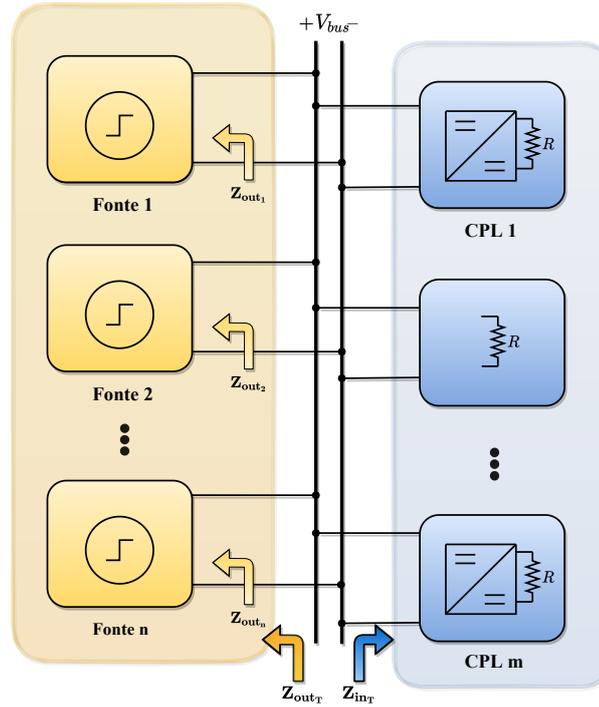


Figura 4.4: Diagrama do sistema indicando as impedâncias totais de entrada e saída, Z_{out_T} e Z_{in_T}

$$Z_{out_T} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{out_1}} + \frac{1}{Z_{out_2}} + \dots + \frac{1}{Z_{out_n}}} \quad (4.1)$$

Neste sentido, o valor da impedância total tende ao valor de menor impedância. Então este trabalho modela o circuito para uma fonte de entrada com um conversor buck para encontrar o menor valor de impedância que garante a estabilidade do sistema de MR CC. Os modelos utilizados são os mesmos apresentados em (3.34) e (3.42).

4.2 Problema de minimização aplicado no contexto da MR CC

Com os aspectos construtivos da MR definidos, o projeto de controle foi realizado com a estrutura de realimentação de estados, onde os ganhos do controlador foram obtidos por meio da solução de um problema de otimização baseado em LMI, os quais foram apresentados no capítulo 3.

O problema de otimização visa encontrar o máximo ou o mínimo valor de uma dada função, em que a escolha entre o máximo e mínimo depende do objetivo do problema. Vimos que a estabilidade de uma MR CC depende do valor das impedâncias de saída e entrada do seu sistema. E a norma da relação dessas impedâncias deve ser muito menor que um, ou ainda, $|Z_{out}| \ll |Z_{in}|$. Neste sentido, deseja-se que Z_{out} seja o menor valor possível, dada uma impedância conhecida de Z_{in} .

Neste sentido, o problema de minimização foi realizado utilizando Z_{out} como função custo para encontrar o menor valor possível para Z_{out} . A equação que expressa a norma-2 desta impedância foi retomada em (4.2). A norma-2 foi utilizada devido a representação de sistema do equacionamento, no entanto, a impedância é apenas um valor numérico e o resultado equivale ao da norma para sinal, visto que trata-se

apenas de uma mudança de perspectiva.

$$\|Z_{out}\|_2 = \text{tr} \left(\hat{C}X\hat{C}^T \right)^{1/2} = \|G_{v_o i_o}\|_z \quad (4.2)$$

Além do objetivo de minimização, o projeto inclui alguns critérios de restrições, transformando o projeto em um problema com multiobjetivo, visando robustez e desempenho. As restrições são definidas a partir de um dos modelos matemáticos apresentados anteriormente em (3.34) e (3.42), em que uma considera a variação de potência da(s) CPL(s) como uma perturbação, e a outra como uma variação paramétrica. A norma H_2 é aplicada para limitar o quanto de energia o sistema irá fornecer para uma dada entrada. Cujo limitante é γ_2 , um valor real positivo que representa a energia máxima no sistema.

A norma H_∞ é utilizada para limitar o efeito de uma entrada indesejada na saída do sistema. Ou seja, limitar o efeito de uma perturbação na saída. O limitante nesta norma é γ_∞ , um valor real positivo que representa o pico da magnitude da resposta em frequência da saída sobre a entrada de distúrbio. E para atender aos requisitos de desempenho de *overshoot* e tempo de acomodação uma região convexa é definida e incluída como critério de restrição do problema de otimização com multiobjetivo.

Este problema de otimização da norma da impedância de saída da MR CC com as restrições foi implementado utilizando a ferramenta de Inequações de Matrizes Lineares no MATLAB/Simulink. A minimização de Z_{out} foi realizada em quatro abordagens diferentes. Nestas abordagens a função objetivo da minimização é a mesma (equação (4.2)), o que muda é o modelo matemático utilizado para implementar cada condição de restrição, e quais restrições serão utilizadas.

Neste sentido, quatro problemas foram descritos, assim como, as suas respectivas soluções. O *software* irá buscar o menor valor de Z_{out} enquanto atende simultaneamente cada uma das restrições, visto que as restrições formam um conjunto fechado e convexo. Deseja-se que todas as soluções satisfaçam as condições de desempenho, por isto, a região de D-estabilidade será incluída em todas os problemas.

Assim como a critério da norma H_2 , que limita a energia fornecida pelo sistema. Já a norma H_∞ será inserida apenas em dois dos quatro problemas, cada um deles utilizando uma modelagem do sistema diferente. Este critério permite avaliar o efeito da perturbação na saída, no entanto, tende a apresentar ganhos muito elevados, por isto, foi realizado um problema com e sem esta norma.

Os dois primeiros problemas serão descritos a partir do sistema linearizado em espaço de estados da MR para o modelo matemático da potência como perturbação reapresentado em (4.3) em que os valores das constantes foram apresentados na Tabela 4.1 e $x_{2o} = 8$ V representa a tensão do barramento no ponto de operação do sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \\ \delta \dot{x}_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} + \frac{P_o}{C_b x_{2o}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{A}_p} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_{1p}} \delta d + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_b x_{2o}} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_{2p}} \delta w + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{B}_r} r \\ \\ \delta V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{C}_p} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_a \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Problema 4.2.1. Dado o sistema linear da equação (4.3), projetar uma lei de controle de realimentação de estados $d = \hat{K}\hat{x}$, tal que obedeça as seguintes condições:

- 1 $\|G_{v_o i_o}\|_z \prec \gamma_z$, sendo γ_z um escalar positivo;
- 2 O desempenho H_2 seja satisfeito;
- 3 Os autovalores em malha fechada estejam dentro da \mathbb{D} -região previamente definida.

Solução 4.2.1. O problema possui uma solução se e somente se existir uma matriz W e duas matrizes simétricas X e J , que satisfaçam as seguintes condições, quando se minimiza $\rho_z = \gamma_z^2$, conforme apresenta a relação a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \rho_z \\ \text{s.a.} \quad \text{eq. (3.64)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.35)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.37)} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Quando o par W e X são encontrados a solução para o problema é dada por

$$\hat{K} = WX^{-1}. \quad (4.5)$$

Problema 4.2.2. Dado o sistema linearizado em torno de um ponto de operação, conforme apresentado na equação (4.3), deseja-se projetar uma lei de controle de realimentação de estados, dada por $d = \hat{K}\hat{x}$, tal que deve-se obedecer as seguintes condições:

- 1 $\|G_{v_o i_o}\|_z \prec \gamma_z$, sendo γ_z um escalar positivo;
- 2 O desempenho H_2 seja satisfeito;
- 3 O desempenho H_∞ seja satisfeito;
- 4 Os autovalores em malha fechada estejam dentro da \mathbb{D} -região definida.

Solução 4.2.2. O problema possui uma solução se e somente se existir uma matriz W e duas matrizes simétricas X e J , que satisfaçam as seguintes condições quando se minimiza $\rho_z = \gamma_z^2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \rho_z \\ \text{s.a.} \quad \text{eq. (3.64)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.35)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.36)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.37)} \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Quando o par W e X são encontrados a solução para o problema é dada por

$$\hat{K} = WX^{-1}. \quad (4.7)$$

Dado o sistema linearizado em espaço de estados da MR para o modelo matemático de incertezas paramétricas rerepresentado em (4.8)

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_a \end{array} \right] = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C_b} & -\frac{1}{RC_b} + \frac{P_o}{x_{2o}^2 C_b} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right]}_{\hat{A}_i} \left[\begin{array}{c} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_a \end{array} \right] + \underbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{V_i}{L} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right]}_{\hat{B}_i} \delta d + \underbrace{\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right]}_{\hat{B}_r} r \\ \\ V_o = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \end{array} \right]}_{\hat{C}_i} \left[\begin{array}{c} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (4.8)$$

em que os valores das constantes foram apresentadas na Tabela 4.1 e $x_{2o} = 8$ V representa a tensão do barramento no ponto de operação do sistema.

Problema 4.2.3. Dado o sistema linearizado em torno de um ponto de operação, conforme apresentado na equação (4.8), deseja-se projetar uma lei de controle de realimentação de estados dada por $d = \hat{K}\hat{x}$, tal que deve-se obedecer as seguintes condições:

- 1 $\|G_{v_o i_o}\|_z \prec \gamma_z$, sendo γ_z um escalar positivo;
- 2 O desempenho H_2 seja satisfeito;
- 3 Os autovalores em malha fechada estejam dentro da \mathbb{D} -região definida.

Solução 4.2.3. O problema possui uma solução se e somente se existir uma matriz W e duas matrizes simétricas X e J , que satisfaçam as seguintes condições quando se minimiza $\rho_z = \gamma_z^2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \rho_z \\ \text{s.a.} \quad \text{eq. (3.64)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.44)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.46)} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Problema 4.2.4. Dado o sistema linearizado em torno do ponto de operação, conforme apresenta a equação (4.8), deseja-se projetar uma lei de controle de realimentação de estados, dada por $d = \hat{K}\hat{x}$, tal que deve-se obedecer as seguintes condições:

- 1 $\|G_{v_o i_o}\|_z \prec \gamma_z$, sendo γ_z um escalar positivo;
- 2 O desempenho H_2 seja satisfeito;
- 3 O desempenho H_∞ seja satisfeito;
- 4 Os autovalores em malha fechada estejam dentro da \mathbb{D} -região definida.

Solução 4.2.4. O problema possui uma solução se e somente se existir uma matriz W e duas matrizes simétricas X e J , que satisfaçam as seguintes condições quando se minimiza $\rho_z = \gamma_z^2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \rho_z \\ \text{s.a.} \quad \text{eq. (3.64)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.44)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.45)} \\ \quad \quad \text{eq. (3.46)} \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Para facilitar a identificação de cada método proposto foram definidos acrônimos para cada problema. Desta forma o problema 4.2.1 será identificado pelo acrônimo $LMI - D - H_2$, que refere-se ao problema de minimização em LMI que implementa as restrições \mathbb{D} -região e norma H_2 utilizando o modelo matemático que considera a potência como um distúrbio. Já o problema 4.2.2 pelo acrônimo $LMI - D - H_\infty$, refere-se ao problema de minimização em LMI que implementa as restrições \mathbb{D} -região, norma H_2 e também a norma H_∞ utilizando o modelo matemático que considera a potência como um distúrbio.

Enquanto para o problema 4.2.3 segue o acrônimo $LMI - P - H_2$, que refere-se ao problema de minimização em LMI que implementa as restrições \mathbb{D} -região e norma H_2 utilizando o modelo matemático que considera a potência como variação paramétrica. $LMI - P - H_\infty$ para o problema 4.2.4, refere-se ao problema de minimização em LMI que implementa as restrições \mathbb{D} -região, norma H_2 e também a norma H_∞ utilizando o modelo matemático que considera a potência como variação paramétrica. Além disso, de forma a comparar os métodos propostos, o MCL apresenta os ganhos para o método de Lyapunov implementado em LMI que utiliza a mesma região de desempenho para alocação dos polos (Khalil, 2002; Duan and Yu, 2013), essa abordagem se torna útil para comparação pois também apresenta robustez. As abordagens propostas foram sumarizado na lista seguinte:

- Controle por LMI minimizando a norma da impedância Z_F com as restrições de \mathbb{D} -Região e norma H_2 implementadas com a modelagem matemática que considera a potência da CPL como perturbação (**LMI - D - H₂**);
- Controle por LMI minimizando a norma da impedância Z_F com as restrições de \mathbb{D} -Região, norma H_2 e norma H_∞ implementadas com a modelagem matemática que considera a potência da CPL como perturbação (**LMI - D - H_∞**);
- Controle por LMI minimizando a norma da impedância Z_F com as restrições de \mathbb{D} -Região e norma H_2 implementadas com a modelagem matemática que considera a potência da CPL e V_i como incertezas paramétricas (**LMI - P - H₂**);

- Controle por LMI minimizando a norma da impedância Z_F com as restrições de D-Região, norma H_2 e norma H_∞ implementadas com a modelagem matemática que considera a potência da CPL e tensão de alimentação como incertezas paramétricas (**LMI – P – H $_\infty$**);
- Controle por LMI, em que se verifica a factibilidade do sistema para o método de Lyapunov com a restrição de D-Região (**MCL**) (Khalil, 2002; Duan and Yu, 2013).

4.3 Delimitação da D-região de desempenho

A região de estabilidade é previamente definida pela condição de Hurwitz estabilidade, o qual configura que se os todos os autovalores do sistema estejam localizados no semiplano esquerdo (SPE) do plano- s é caracterizado como estável, do contrário se pelo menos um autovalor estiver localizado no semiplano direito (SPD) do plano- s o sistema é dito como instável. Deste modo, levando em consideração a definição de Hurwitz estabilidade e fazendo uma intersecção de uma região \mathbb{D} , localizada no SPE do plano- s , na qual esta pode ser especificada dependendo das condições de desempenho temporal desejadas para o sistema, bem como garantindo a estabilidade do mesmo, estas condições de desempenho utilizadas, são: o tempo de acomodação, $t_s = 150 \text{ ms}$, e sobressinal máximo inferior a 10 %. A partir destas condições é definido uma região de faixa e outra região do tipo cone, formando uma região convexa, conforme apresenta a Figura 4.6.

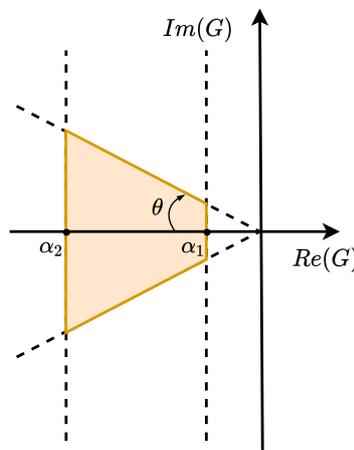


Figura 4.5: Delimitação da D-região convexa.

Considerando que $t_s = -\frac{4}{\zeta\omega_n}$ levando em conta o critério de 2 % para o erro, além de considerar que o máximo sobressinal é de 10%, tem-se que $\zeta \cong 0.6$, realizando as substituições adequadas, verifica-se que $\omega_n = 44.44$. Deste modo, a região da faixa é obtida por meio de um limite inferior, α_1 , e um limite superior, α_2 , conforme identificado na Figura 4.6. O limite inferior é definido por $\alpha_1 = \zeta\omega_n$, de forma que os polos sejam alocados sempre a esquerda deste semiplano atendendo a restrição do tempo de acomodação, e o limite superior foi definido como aproximadamente 20 vezes maior que α_1 , limitando os polos a direita desse valor, de modo a evitar valores dos ganhos do controlador muito elevados. Já a região de cone, é delimitada a partir do ângulo θ , esta por sua vez é definida pela expressão $\zeta = \cos(\theta)$.

A Tabela 4.3 apresenta os parâmetros definidos para a delimitação da D-região convexa desejada.

| Limitante | Valor |
|------------|----------|
| α_1 | 30.6667 |
| α_2 | 600.0000 |
| θ | 0.9383 |

Tabela 4.3: Limitantes para a D-região convexa de desempenho desejada.

Os ganhos obtidos para cada uma das abordagens de controle foram apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Ganhos e mínimos obtidos para cada método de controle

| Método | K1 | K2 | K3 | J_z | γ_z |
|----------------------|-------------------|------------------|------------------|----------|------------|
| $LMI - D - H_2$ | -0.06315718969815 | 0.01397913020725 | 2.18911833367093 | 410.0377 | 20.2494 |
| $LMI - D - H_\infty$ | -0.06315805860986 | 0.01397606577162 | 2.18911666917968 | 410.0281 | 20.2492 |
| $LMI - P - H_2$ | -0.06254232751708 | 0.03651824399169 | 1.79929364808774 | 529.5084 | 23.0110 |
| $LMI - P - H_\infty$ | -0.06254241089564 | 0.03651937349449 | 1.79923685966720 | 529.4990 | 23.0108 |
| MCL | -0.05426537210370 | 0.05403624002125 | 1.04771576409202 | - | - |

A Figura 4.6 apresenta um fluxograma simplificado que descreve todos os passos da metodologia proposta aplicado ao problema da MR CC.

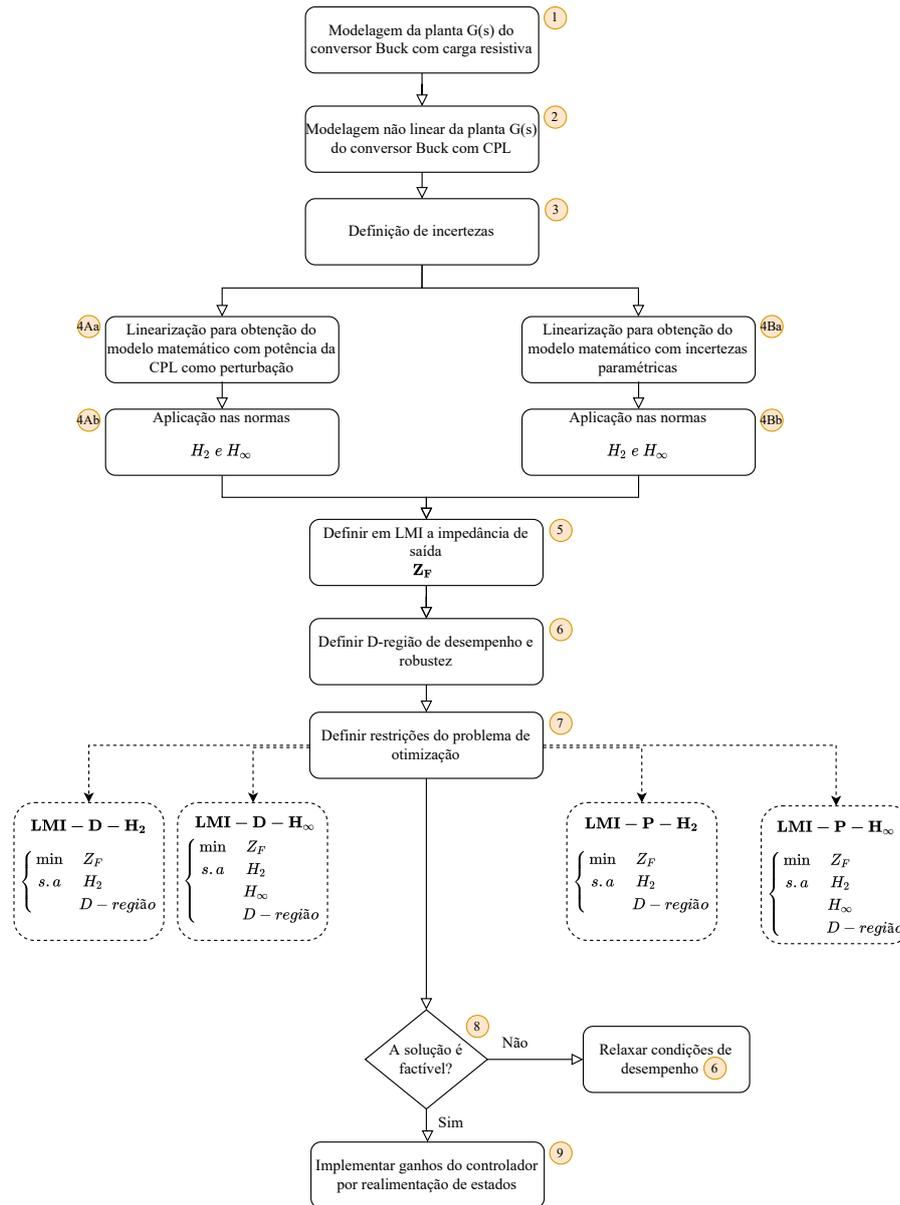


Figura 4.6: Fluxograma simplificado que apresenta a metodologia proposta aplicada ao problema da MR CC.

Verifica-se na Figura 4.6, que o passo 1 trata-se da modelagem do conversor buck com carga resistiva em que se obtém os valores dos aspectos construtivos do conversor. Em seguida a planta não linear do conversor com carga CPL é obtida no passo 2. A definição da variação das incertezas é realizada no passo 3. O processo de linearização pode ser realizado de duas maneiras, no passo 4A, a linearização é feita de forma que a potência da CPL seja considerada como uma perturbação para o sistema, em seguida aplica-se as normas H_2 e H_∞ neste modelo. Já no passo 4B, o sistema não linear do conversor com carga CPL é linearizado considerando-se o modelo de incertezas paramétricas, cujos parâmetros incertos são a tensão de entrada V_i e a potência P_o , neste sentido, enfim as normas H_2 e H_∞ são aplicadas neste modelo. No passo 5 é obtida a impedância de saída Z_F , conforme descrito na seção 3.3.6, a região para alocação de polos é obtida no passo 6, e os problemas de otimização são formulados no passo 7,

verifica-se a factibilidade de cada problema no passo 8, caso não seja factível é necessário retornar ao passo 6 e relaxa-se as condições de desempenho. Caso seja factível, no passo 9, os ganhos obtidos podem ser implementados no controlador.

4.4 Carga CPL

O controle da carga CPL foi realizado por um controle por realimentação de estados utilizando a ferramenta de LMI para avaliar a factibilidade do sistema apenas para uma \mathbb{D} -região de estabilidade. Tal região, foi construída conforme apresentado em 2.10, de forma que os critérios de desempenho de tempo de acomodação menor de 20 ms, sobressinal máximo de 10%, e o critério de 1% de erro fossem atendidos. Desta forma os ganhos obtidos para a CPL foram apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Ganhos dos estados, K_1 e K_2 , e ganho do integrador, K_3 .

| | K_1 | K_2 | K_3 |
|--------|--------------------|-------------------|----------------|
| Ganhos | -0.087049263888907 | 0.071283579592534 | 61,90474107095 |

4.5 Breve descrição dos testes realizados.

O objetivo do desenvolvimento dos controladores propostos foi manter o sistema estável, atendendo aos requisitos de desempenho previamente especificados, ou seja, que a tensão no barramento do sistema se mantivesse regulada em 8 V para qualquer oscilação decorrente da variação de potência de cargas do tipo CPL, ou variação da tensão de alimentação do sistema. E para avaliar a eficiência dos controladores foram realizados três testes no sistema de MR CC, o primeiro foi o teste de gerenciamento de carga realizado apenas em ambiente computacional para o sistema apresentado na Figura 4.1. O segundo e terceiro teste foram realizados tanto por meio de simulação quanto experimental, são eles a variação da tensão da fonte de alimentação e variação da potência de referência da carga CPL. Todas as simulações foram realizadas no *software* MATLAB/Simulink, com o passo variável de simulação de $1e-6$ s, e o solver ode45 (Dormand-Prince) enquanto os experimentos práticos foram desenvolvidos no ambiente experimental apresentado na Figura 4.3 (Bessa et al., 2020). A realização de cada teste é brevemente descrita como segue:

- **Teste 1** (Controle de *Droop*): este teste visou avaliar o sistema para múltiplas fontes. Neste caso, faz-se necessário o controle do compartilhamento de corrente para evitar sobrecargas das fontes. Neste sentido, para este teste, realizado somente no ambiente de simulação, foi utilizado o sistema de MR CC apresentado na Figura 4.1. Dada as fontes, com suas respectivas resistências de *droop*, inicialmente $R_{d_1} = R_{d_2} = 0,04 \Omega$, compartilhando 50% de suas capacidades cada, no instante 1 segundo as resistências R_{d_1} e R_{d_2} foram alteras para $\pm 20\%$ de 0,04, e em 5 segundos para $\pm 30\%$ de 0,04, finalmente retornando para $R_{d_1} = R_{d_2} = 0,04 \Omega$ em 9 segundos.
- **Teste 2** (Variação da fonte de alimentação): este teste visou variar a tensão de entrada, avaliando qualquer tipo de fonte geração de tensão CC, que por ventura pode variar ao longo do dia, fontes intermitentes, como por exemplo, energia solar e/ou energia eólica, em que suas gerações eletricidade

dependem das condições climáticas. Para o desenvolvimento deste teste, manteve-se a potência da carga constante em 6,4 W, enquanto a tensão de entrada variou de 12V a 15V, correspondendo a uma variação de $\pm 25\%$ em relação a tensão de entrada nominal de 12 V. A variação da tensão de entrada é sumarizado na Tabela 4.6;

Tabela 4.6: Valores de tensão para cada instante de variação.

| t_i | Tempo [s] | V_i [V] | P_o [p.u.] | P_o [W] |
|-------|-----------|-----------|--------------|-----------|
| t_0 | 0.0 | 12.0 | 0.4 | 6,4 |
| t_1 | 1.0 | 15.0 | 0.4 | 6,4 |
| t_2 | 1.5 | 12.0 | 0.4 | 6,4 |

- **Teste 3** (Variação da potência da carga CPL): este teste visou avaliar a variação da potência da carga CPL, a qual pode ocasionar oscilações indesejadas no barramento de tensão regulado, ocasionando oscilações indesejadas ao sistema. Deste modo, a metodologia de controle proposta dispôs-se garantir a estabilidade do sistema, mesmo frente a tais oscilações de tensão indesejadas, além disso, deseja-se que a metodologia proposta proporcione um aumento da margem de estabilidade do sistema, bem como melhore o desempenho deste, possibilitando a mitigação destas oscilações de forma mais rápida e efetiva. Para o desenvolvimento deste teste, o sistema foi levado ao seu ponto de operação de 8,0 V, para a tensão do barramento e 0.4 p.u. de potência, para a CPL. Em seguida variou-se a potência da carga CPL de 0.4 p.u. a 0.8 p.u (o que corresponde a uma variação de 6,4 W até 12,8 W) e depois, retornou-se a potência nominal de 0.4 p.u. (6,4 W). A variação da potência da carga realizada conforme é sumarizado na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Valores de potência para cada instante de variação.

| t_i | Tempo [s] | V_i [V] | P_o [p.u.] | P_o [W] |
|-------|-----------|-----------|--------------|-----------|
| t_0 | 0.0 | 12.0 | 0.4 | 6,4 |
| t_1 | 1.0 | 12.0 | 0.8 | 12,8 |
| t_2 | 1.5 | 12.0 | 0.4 | 6,4 |

4.6 Desenvolvimento da análise dos resultados

Para realizar a análise dos resultados de forma quantitativa, para cada teste, e levando em conta todas as estratégias de controle, foram determinados os índices de desempenho integral, afim de proporcionar um indicador quantitativo ao desenvolvimento desta análise, para tal utilizou-se os seguintes índices de desempenho: integral do erro quadrático (ISE), integral do erro quadrático multiplicado pelo tempo (ITSE), integral do erro absoluto multiplicado pelo tempo (ITAE) e integral do sinal de controle quadrático (ISSC), todos estes índices podem ser calculados, como apresenta em (4.11).

$$\begin{aligned}
\text{ISE} &= \int_0^t e^2 dt \\
\text{ITSE} &= \int_0^t te^2 dt \\
\text{ITAE} &= \int_0^t t|e| dt \\
\text{ISSC} &= \int_0^t u^2 dt
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde, $e = V_{ref} - V_o$ é o sinal de erro utilizado para calcular cada índice. Cada umas das equações em (4.11) será plotada em relação a variação proposta, contemplando uma janela temporal da variação de 150 ms, o que corresponde a um quantitativo de 150.000 amostras. No entanto, será plotado também sob uma outra perspectiva, em que veremos o resultado de todos os índices em uma única janela para uma certa taxa de variação, ou de tensão ou de potência, especificamente considerando o pior caso, ou seja o de máxima variação de cada teste.

Cada índice será plotado em uma das direções dos eixos do plano cartesiano, normalizados pelo valor máximo de cada índice em relação aos diferentes métodos para cada taxa de variação. Como resultado, as curvas assemelharam a losangos, uma mais interna que a outra, o resultado que estiver mais externo representa que houve um maior acúmulo de erros, ou maior esforço em relação ao sinal de controle, e assim sendo, o controlador menos desejado. Por outro lado, o losango que estiver mais interno no gráfico, representa que houve um menor acúmulo de erros, ou menor esforço do sinal de controle, avaliando qual é o melhor controlador entre os métodos analisados.

4.7 Conclusão

Este capítulo apresentou os procedimentos metodológicos para a elaboração do projeto de controle por realimentação de estados formulado a partir um problema de otimização. A função custo do problema foi definida baseada no critério de Middlebrook, sendo então, utilizada a impedância de saída do conversor fonte da MR. Utilizando dois modelos matemáticos diferentes para este sistema quatro problemas de otimização foram definidos, onde a função custo utilizada foi a mesma para os quatro problemas diferenciando os critérios de restrições utilizado em cada um.

Capítulo 5

Análise e discussão dos resultados

Esta seção visa apresentar os resultados simulados e os resultados experimentais dos testes realizados para cada abordagem de controle. Tais testes foram implementados para avaliar e comparar a capacidade de cada controlador manter o sistema estável, mesmo frente a variações de tensão da alimentação, variações da potência da CPL, ou ainda compartilhamento de carga para MR CC com múltiplas fontes. Esses testes foram aplicados em cada uma das cinco abordagens de controle, dentre elas, quatro são propostas neste trabalho e a quinta trata-se da metodologia clássica de Lyapunov (Khalil, 2002; Duan and Yu, 2013).

Cada uma dessas abordagens apresentou um resultado para os ganhos de realimentação de estados e um valor de mínimo foi obtido para cada problema de minimização. As abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, cujas restrições são implementadas usando o modelo matemático da potência da CPL como uma perturbação, apresentaram os menores mínimos de impedância com os valores de $\gamma_z = 20,2494$, e $\gamma_z = 20,2492$, respectivamente. Enquanto as abordagens $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$, que usavam os parâmetros de tensão e potência como variação paramétrica no modelo matemático das restrições, apresentaram os mínimos de impedância de $\gamma_z = 23,0110$, e $\gamma_z = 23,0108$, respectivamente.

5.1 Teste 1 - Compartilhamento de carga

Esta seção apresenta os resultados para o teste de compartilhamento de carga para múltiplas fontes. Neste sistema considera-se duas fontes CC e duas cargas, uma resistiva e uma CPL (Figura 4.1). Para a realização do teste tanto a potência da CPL quanto a tensão de entrada foram mantidas constante em seus valores nominais de 0,4 p.u. (6,4 W) e 12 V, enquanto o compartilhamento de carga entre as fontes variou conforme descrito na seção 4.5. Neste sentido, as Figuras 5.1 e 5.2 apresentam a tensão no barramento do sistema, e as correntes que cada fonte de alimentação forneceu às cargas.

Ao variar as resistências R_{d_1} e R_{d_2} em $\pm 20\%$ e $\pm 30\%$ para o compartilhamento de carga das fontes do sistema, observou-se que todas as abordagens de controle foram capazes de gerenciar o compartilhamento de corrente (Figura 5.2), mantendo a tensão no barramento com uma queda de 0,08 V, o que corresponde a uma queda de 10% em relação a tensão de referência 8 V do barramento (Figura 5.1). Esta queda de

tensão já era esperada, visto que há uma diferença de potencial na resistência de *droop* que é subtraída da tensão de referência do barramento.

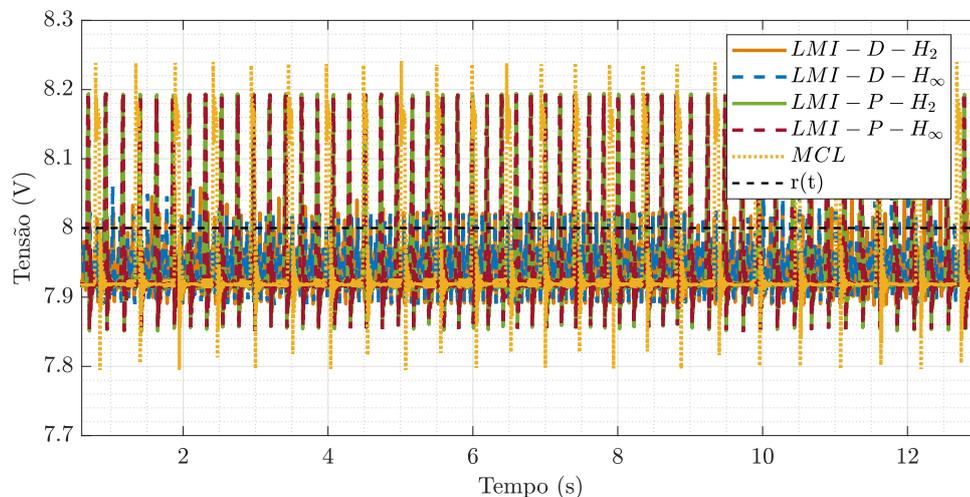


Figura 5.1: Tensão do barramento para o teste de compartilhamento de carga.

Na Figura 5.2 é possível observar o comportamento das correntes i_{Lf_1} e i_{Lf_2} ao longo do tempo. Inicialmente as resistências de *droop* são iguais, o que corresponde a 50% de corrente de cada fonte, correspondendo a aproximadamente 1,4 A cada, ou um fornecimento total de 2,8 A.

No instante de tempo de 1 segundo, R_{d_1} tem um aumento de 20% ao contrário de R_{d_2} que tem uma queda de 20%, isto resulta em uma variação no compartilhamento de corrente das duas fontes, a primeira passou a fornecer 20% menos corrente em relação ao valor anterior, ou seja 1,14 A. Enquanto a segunda passou a fornecer 20% mais corrente em relação ao valor anterior, ou seja 1,66 A. Mantendo o fornecimento total de corrente em 2,8 A.

Já no instante de 5 segundos, a resistência R_{d_1} aumentou em 30% de 0,04 Ω , enquanto R_{d_2} diminuiu em 30% de 0,04 Ω , resultando em uma corrente i_{Lf_1} ainda menor de aproximadamente 0,96 A e uma corrente i_{Lf_2} maior de aproximadamente 1,84 A, visto que quanto maior R_d , menor será a corrente fornecida pela fonte e vice versa. Por fim, em 9 segundos, o sistema volta para seu estado inicial, retornando para as resistências *droop* de 0,04 Ω para cada fonte.

Por meio do teste de compartilhamento de carga, observou-se que as correntes fornecidas por duas fontes distintas foi gerenciada de acordo com as resistências do controle de *droop* em detrimento de uma pequena queda na tensão do barramento. Este gerenciamento já foi realizado em outros estudos que mostraram resultados similares em relação a queda de tensão e ao compartilhamento de carga (Lu et al. (2014); Tahim et al. (2015)).

O gerenciamento das correntes acontece devido o controle por meio das resistências virtuais, R_{d_1} e R_{d_2} de cada fonte limitarem ou não a passagem de corrente e tal controle pode ser implementado para quantas fontes houverem no sistema Tahim et al. (2015). Embora as análises mostrem que o gerenciamento de energia tenha sido eficaz em coordenar as duas fontes distintas, o tempo necessário para alcançar os níveis de corrente em cada instante do teste foi lento devido ao controle utilizado na primeira camada. Neste sentido, observamos que o método *MCL* foi o lento demorando cerca de 5 segundos para efetivar

o compartilhamento, enquanto $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ demoraram cerca de 3,5 segundos.

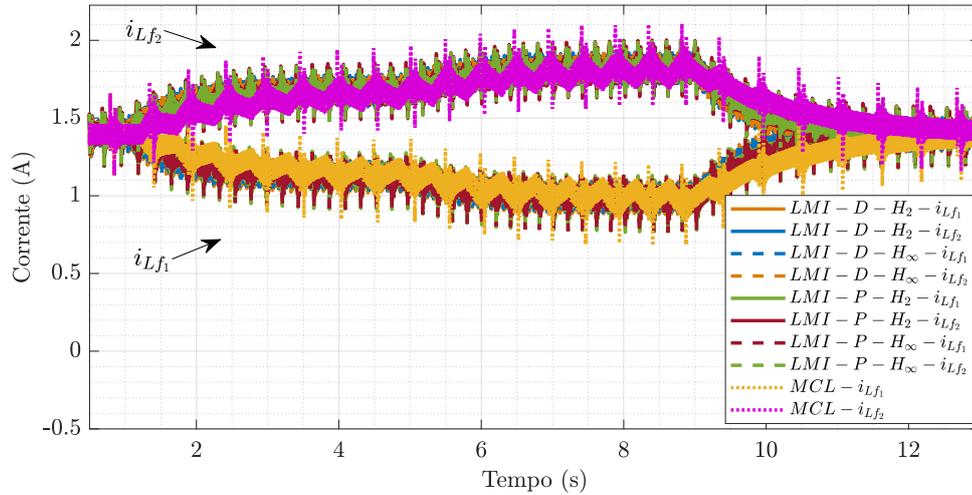


Figura 5.2: Correntes da fonte 1 e fonte 2 para o teste de compartilhamento de carga.

5.2 Teste 2 - Variação de tensão da alimentação (V_i)

Para este e o teste seguinte considerou-se o sistema com uma única fonte e duas cargas, conforme apresentado na Figura 4.2. Nesta seção, a tensão de alimentação da fonte de entrada V_i foi variada de seu valor nominal de 12 V para 15 V, retornando em seguida para 12 V, enquanto a potência da CPL e os demais parâmetros mantiveram-se constantes. Os resultados apresentam tanto o teste simulado quanto o experimental, os quais foram divididos em resposta temporal, índices de desempenho e análise de estabilidade. O primeiro grupo mostra os gráficos da tensão do barramento, a corrente no indutor e o sinal de controle, ao longo do tempo, do conversor fonte. O segundo apresenta os quatro índices de desempenho para uma avaliação comparativa de todos os controladores. Por fim, o terceiro mostra uma análise de estabilidade ao avaliar as impedâncias de entrada e saída do sistema.

5.2.1 Resposta temporal

Nesta seção observou-se que todas as abordagens de controle foram capazes de manter o sistema estável no seu ponto de operação, tanto para os resultados simulados quanto para os experimentais, conforme pode ser verificado na Figura 5.3. Nota-se que para o teste simulado (Figura 5.3 (a)) todos os controladores apresentaram um tempo de acomodação inferior que 150 ms, sendo rápidos em reestabelecer a tensão nominal do barramento, no entanto, observa-se também que houve uma elevada oscilação decorrente da variação de nível de tensão da fonte de alimentação, bem como observa-se que a metodologia MCL apresentou o pior comportamento em comparação as demais metodologias.

Para a primeira variação, os controladores $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ apresentaram uma elevação de tensão de 22,8%, enquanto $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$ apresentaram 31,4% e MCL apresentou maior sensibilidade a variação, resultando em 54,4% de oscilação de tensão em relação a referência. Já na segunda variação, em que ocorre o retorno para a tensão nominal, os controladores foram menos

sensíveis, mas ainda assim com variações superiores a 15%. Neste sentido, os controladores $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ apresentaram variação de aproximadamente 17,0%, enquanto $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$ apresentaram 22,8% e MCL apresentou maior sensibilidade a variação, resultando em uma queda de 33,6%.

Já no resultado experimental (Figura 5.3 (b)) as abordagens acomodaram-se no instante próximo de 150 ms, exceto o MCL que atingiu o tempo de aproximadamente 200 ms. Na primeira variação observa-se um aumento de aproximadamente 26,4% para a abordagem MCL e aproximadamente 20,7% para as demais abordagens de controle. Durante a retirada de tensão de alimentação do conversor, observa-se uma queda na tensão do barramento de aproximadamente 17,1%, 19,4%, 23,5% nas abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$, e MCL , respectivamente.

Por meio da análise temporal da tensão no barramento para o teste de variação da tensão de alimentação, observou-se o resultado experimental (Figura 5.3 (b)) foi bem satisfatório em relação ao que foi obtido na simulação (Figura 5.3 (a)). As propostas de controle apresentaram uma oscilação menor frente as variações da tensão de alimentação retornando rapidamente para o ponto de operação. Enquanto o método MCL mostrou-se como o mais lento de todas as abordagens.

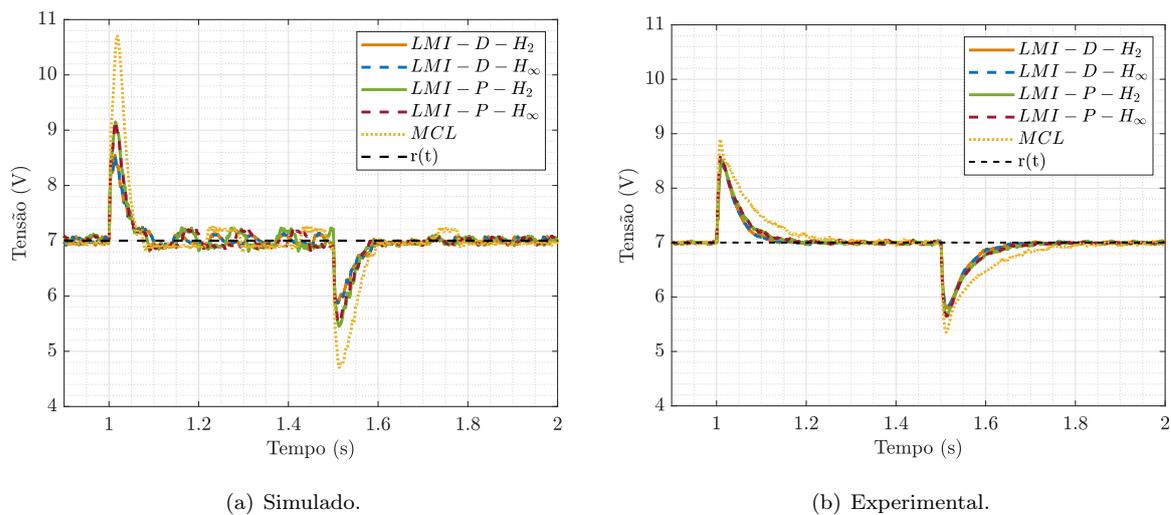


Figura 5.3: Tensão no barramento para o teste de variação de tensão de alimentação.

Todos os métodos apresentaram modo de condução contínuo (MCC), ou seja, com valor de corrente sempre superior a zero durante todo o período de chaveamento, vide a Figura 5.4 (a) e (b). Além disso, observa-se o tempo de acomodação inferior a 50 ms e oscilação superior a 50% para todas as simulações. Já nos testes experimentais, estas oscilações foram inferiores a 31% com acomodação de aproximadamente 150 ms.

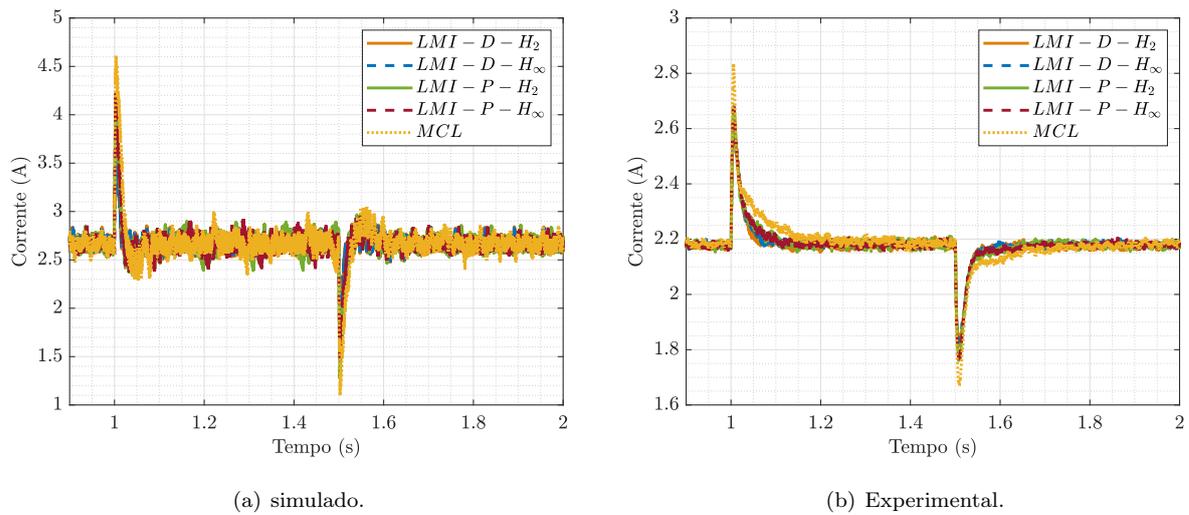


Figura 5.4: Corrente no indutor do primeiro conversor para o teste de variação de tensão.

Embora as variações apresentem oscilações elevadas devido a variação da tensão de entrada, o sinal de controle de todos os controladores foram adequados, não apresentando nenhuma saturação, conforme pode ser visto na Figura 5.5 (a) e (b). Nota-se que a metodologia MCL apresentou um maior esforço de controle durante o período de oscilação, tanto no resultado simulado, quanto no experimental, o que contribuiu para a elevação do nível da oscilação decorrente da variação paramétrica do nível de tensão da fonte CC, as demais abordagens apresentaram um esforço de controle bem similar.

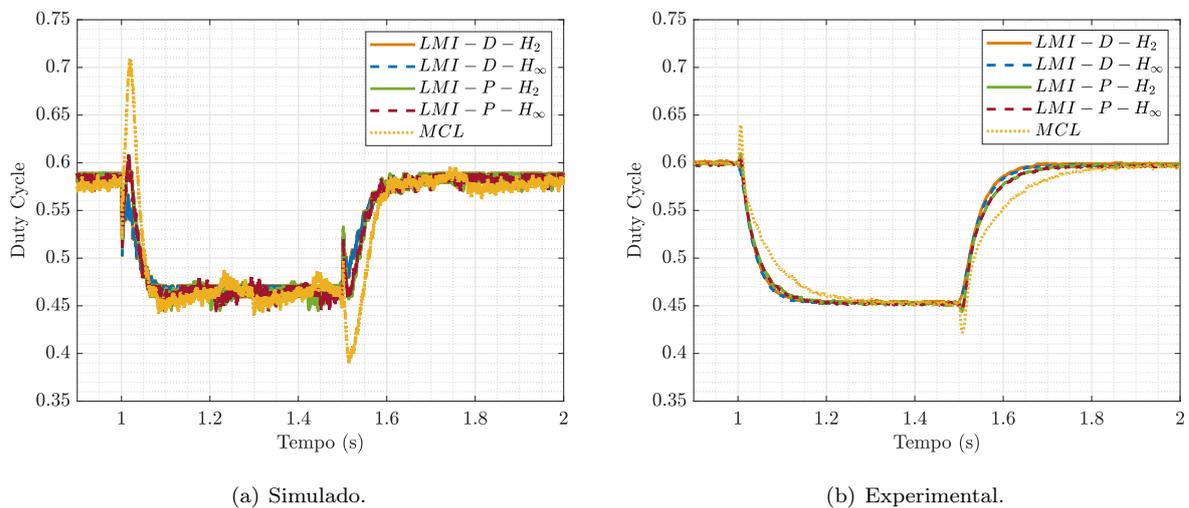


Figura 5.5: Sinal de controle para o teste de variação de tensão.

5.2.2 Índices de desempenho

A seção anterior apresentou resultados qualitativos, ou seja, seus valores foram analisados em termos de tempo de acomodação e oscilações decorrentes da variação aplicada. No entanto, para uma análise comparativa dos controladores, os resultados quantitativos tornam-se mais interessante para esta avaliação. A Figura 5.6 apresenta os índices normalizados para cada variação, tanto para o resultado simulado,

quanto para o resultado experimental. Mostrando uma visão geral de todos os índices para cada instante de mudança da tensão de alimentação da fonte CC.

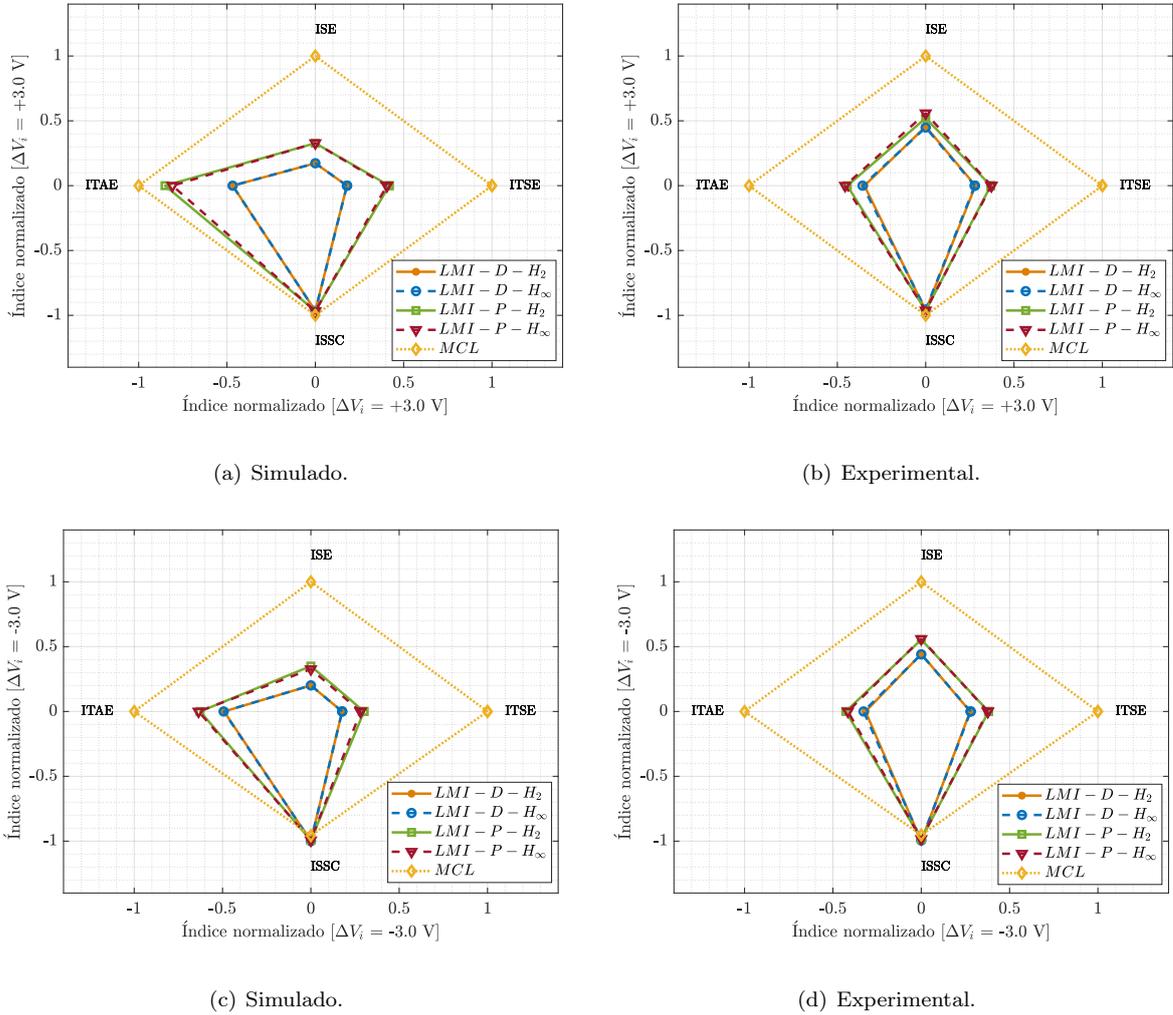


Figura 5.6: Avaliação quantitativa dos índices de desempenho do sistema, quando submetido a variação da tensão de alimentação. (a) Índices normalizados para $\Delta V_i = +3$ V simulado. (b) Índices normalizados para $\Delta V_i = +3$ V experimental. (c) Índices normalizados para $\Delta V_i = -3$ V simulado. (d) Índices normalizados para $\Delta V_i = -3$ V experimental.

Observou-se que as metodologias $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ obtiveram resultados similares, ao ponto de as curvas ficarem sobrepostas, o mesmo é observado para as $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$. De modo geral, as abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ apresentaram os menores valores no acúmulo de erro nos índices ISE, ITSE e ITAE, indicando que foram mais rápidas em retornar ao ponto de referência após as variações de tensão, tanto na simulação quanto no experimento. Quanto ao esforço de controle, no índice ISSC, estes controladores usaram menos energia para a variação positiva, no entanto, na variação negativa foi o que mais se esforçou comparando-se com as demais abordagens. A Tabela 5.1 apresenta os valores numéricos de cada índice para a variação positiva ou negativa de cada controlador. A partir desta tabela foi possível comparar quanto um controlador foi mais eficaz com outro.

Nos valores simulados, verificou-se que as abordagens $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$, apresentaram

Tabela 5.1: Valores dos índices para cada método e intervalo de variação da tensão de entrada.

| Índices simulados. | | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Método | ΔV_i | ISE(1e+5*) | ITSE(1e+3*) | ITAE(1e+4*) | ISSC(1e+5*) |
| <i>LMI - D - H₂</i> | | 0,5605 | 1,6475 | 0,8816 | 1,1153 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | | 0,5612 | 1,6532 | 0,8822 | 1,1153 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | +3,0 | 1,0628 | 3,8551 | 1,6037 | 1,1155 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | | 1,0652 | 3,7374 | 1,5250 | 1,1167 |
| <i>MCL</i> | | 3,2453 | 9,2164 | 1,8851 | 1,1544 |
| <i>LMI - D - H₂</i> | | 0,3843 | 1,0260 | 0,5254 | 1,6444 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | | 0,3848 | 1,0277 | 0,5279 | 1,6443 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | -3,0 | 0,6698 | 1,7432 | 0,6706 | 1,6336 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | | 0,6242 | 1,6320 | 0,6800 | 1,6343 |
| <i>MCL</i> | | 1,9138 | 5,7966 | 1,0696 | 1,5742 |
| Índices experimentais. | | | | | |
| Método | ΔV_i | ISE | ITSE | ITAE | ISSC |
| <i>LMI - D - H₂</i> | | 299,2009 | 7,4082 | 18,6848 | 543,7505 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | | 294,2693 | 7,3134 | 19,2428 | 539,9339 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | +3,0 | 341,7090 | 9,6870 | 23,8915 | 545,2957 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | | 366,4320 | 9,7822 | 24,5718 | 543,6984 |
| <i>MCL</i> | | 656,0167 | 26,2999 | 53,8429 | 565,2639 |
| <i>LMI - D - H₂</i> | | 247,7330 | 7,1724 | 20,2115 | 859,7788 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | | 246,3769 | 7,2528 | 20,9237 | 854,7687 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | -3,0 | 309,9192 | 9,8796 | 27,3569 | 847,0919 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | | 312,7168 | 9,7684 | 26,6191 | 845,7454 |
| <i>MCL</i> | | 559,1325 | 25,9079 | 64,0866 | 819,3219 |

maior acúmulo de erro em relação a $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, tanto para $\Delta V_i = -3V$ quanto $\Delta V_i = +3V$. Para o ISE, na variação negativa observou-se um acúmulo de 74% mais erro e para a variação positiva 90%. Porcentagens aproximadas são observadas para os índices ITSE e ITAE. Neste sentido, os controladores $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$ tiveram um pior desempenho para $\Delta V_i = +3V$ em relação a variação negativa desta mesma abordagem, isso pode ser observado também em ISSC, visto que nesta variação o controlador esforçou-se menos.

As quatro propostas foram comparadas com o método de Lyapunov, e ao avaliar os quatro índices de desempenho observa-se que as quatro foram superiores nos índices ISE, ITSE e ITAE. Quanto ao esforço de controle observou-se que o *MCL* apresentou um menor gasto energético para a variação negativa ao passo que na variação positiva foi o que apresentou o maior esforço de controle conforme apresenta a Tabela 5.1.

Já para os índices experimentais apresentados na Figura 5.6 (b) e (d) verificou-se que as abordagens de controle propostas mostraram-se superiores ao *MCL* neste teste de variação de tensão. O *MCL* utilizado acumulou mais erro quadrático, ratificando os gráficos de resposta temporal em que foi observado maiores valores de oscilação para esta abordagem.

Além disso, nos índices que multiplicam o erro quadrático ou o erro absoluto pelo tempo ITSE e ITAE, observou-se também um maior acúmulo de erro, sinalizando que esta abordagem foi mais lenta no seu papel de mitigar o erro. Já o ISSC, que avalia a energia do sinal de controle usada para manter o sistema na referência, mostrou-se superior para a variação negativa de 3 V, e inferior para a variação positiva de 3 V.

Ao se analisar os valores numéricos dos índices experimentais apresentados na Tabela 5.1, verificou-se

que as abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ destacaram-se ao acumular menos erro em relação as $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$. Avaliando o ISE, $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ apresentaram cerca de 12,4%, 19,7% menos erro que $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$, respectivamente, na variação positiva de 3 V, e cerca de 20% menos erro na variação negativa. Para os índices ITSE e ITAE as metodologias de controle $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ também foram superiores, de modo que foram os mais rápidos em mitigar o erro ocasionado pelo variação. Quanto ao ISSC, as quatro abordagens propostas tiveram aproximadamente o mesmo esforço de controle.

Por meio da análise dos índices de desempenho, observou-se que os projetos de controle propostos foram superiores ao método de Lyapunov. E as abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ alcançaram os melhores desempenhos tanto na simulação quanto no experimento.

5.2.3 Análise de estabilidade

Esta seção apresenta as impedância de entrada do conversor carga, Z_{CPL} , e a impedância de saída do conversor fonte, Z_F , para o teste simulado e experimental. Pode-se observar, que conforme desejado, Z_F é menor que Z_{CPL} , como mostra a Figura 5.7. Observa-se que Z_F simulado gira em torno de aproximadamente 2,55 Ω , e Z_{CPL} simulado em torno de 7,70 Ω , enquanto Z_F experimental esteve em torno de 3,20 Ω e Z_{CPL} experimental em torno 16,00 Ω .

A Tabela 5.2 apresenta a razão dessas impedâncias para cada variação. T_{MLG_1} é o ganho para primeira variação de tensão, T_{MLG_2} é o ganho para a segunda variação, e $T_{MLG_{media}}$ é o ganho referente a razão da média de Z_F pela média de Z_{CPL} . Ao avaliar a tabela, verificou-se que todos apresentaram ganho muito menor que 1, sendo capazes de manter a estabilidade do sistema para o teste de variação da tensão de alimentação, ao serem analisados pelo critério de Middlebrook. Embora tenham mantido a estabilidade a abordagem MCL apresentou o pior desempenho em relação as metodologias analisadas.

Tabela 5.2: T_{MLG} ao longo do teste de variação de tensão.

| Simulados. | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| Método | T_{MLG_1} | T_{MLG_2} | $T_{MLG_{media}}$ |
| <i>LMI - D - H₂</i> | 0,2724 | 0,3018 | 0,2862 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | 0,2725 | 0,3097 | 0,2897 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | 0,2611 | 0,2885 | 0,2739 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | 0,2613 | 0,3092 | 0,2830 |
| <i>MCL</i> | 0,2152 | 0,3111 | 0,2537 |
| Experimentais. | | | |
| Método | T_{MLG_1} | T_{MLG_2} | $T_{MLG_{media}}$ |
| <i>LMI - D - H₂</i> | 0,1871 | 0,2035 | 0,1949 |
| <i>LMI - D - H_∞</i> | 0,2045 | 0,1426 | 0,1964 |
| <i>LMI - P - H₂</i> | 0,1869 | 0,2057 | 0,1957 |
| <i>LMI - P - H_∞</i> | 0,2056 | 0,1453 | 0,1954 |
| <i>MCL</i> | 0,1793 | 0,2128 | 0,1943 |

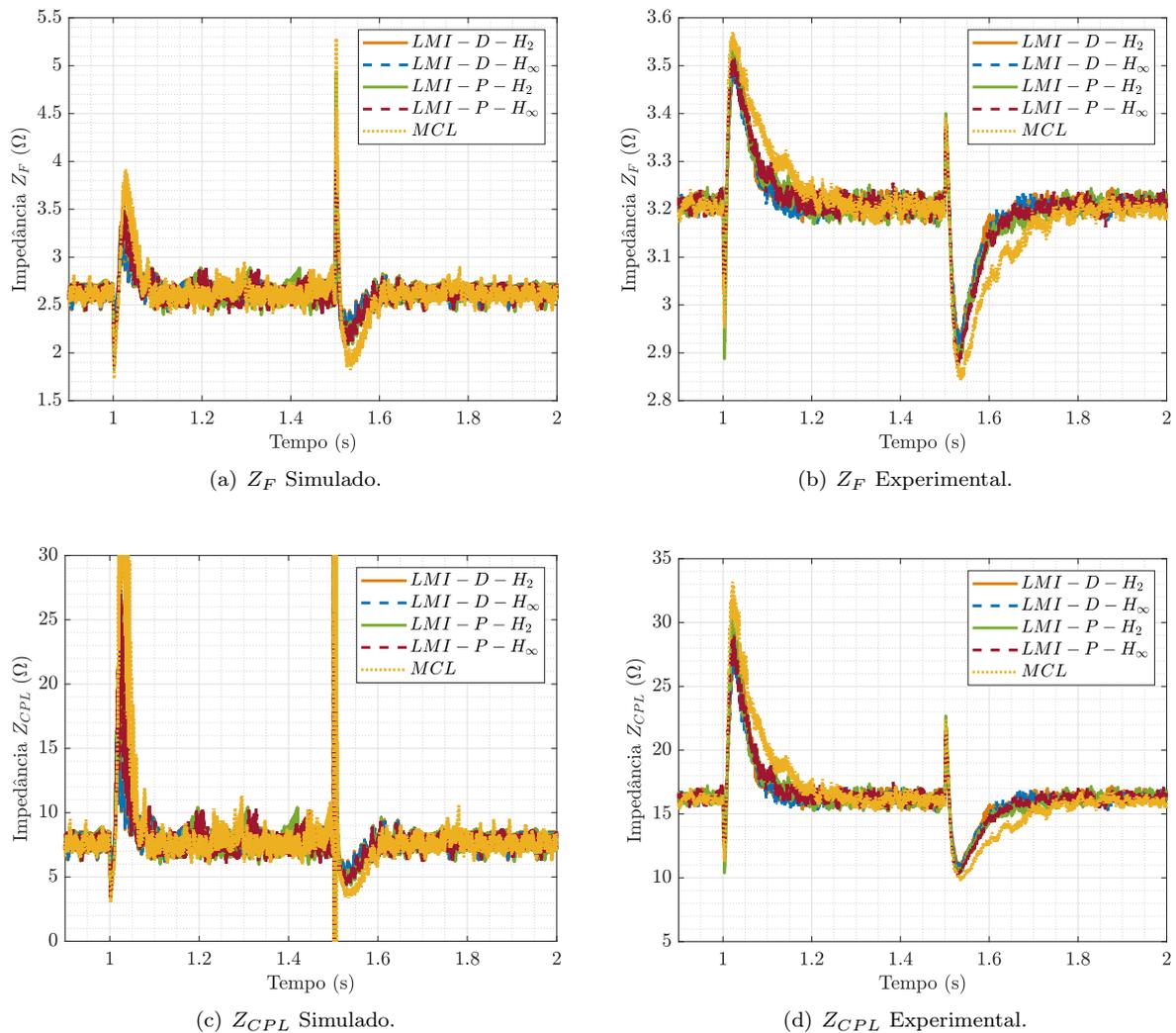


Figura 5.7: Impedâncias de entrada Z_F e saída Z_{CPL} para teste de variação de tensão.

5.3 Teste 3 - Variação da potência da carga CPL (P_O)

Esta seção mostra os resultados para o teste de variação de potência da carga CPL, e neste caso, a tensão de entrada é mantida constante. A potência nominal da CPL é de 0,4 p.u., ou seja, a carga de potência constante consome 6,4 W de potência, e por possuir a característica de potência constante, ela apresenta um efeito de uma impedância incremental negativa durante a sua variação, que pode levar o sistema a instabilidade. Neste sentido, avaliar a capacidade dos controladores manterem o sistema estável diante deste tipo de variação é extremamente importante.

5.3.1 Resposta temporal

A resposta temporal da tensão no barramento para a variação de potência da CPL é apresentada na Figura 5.8 (a) para o resultado simulado e na Figura 5.8 (b) para o resultado experimental. Verifica-se que todos os controladores foram capazes de manter a estabilidade do sistema frente a uma variação de +0,4 p.u., seguida de uma variação de -0,4 p.u.

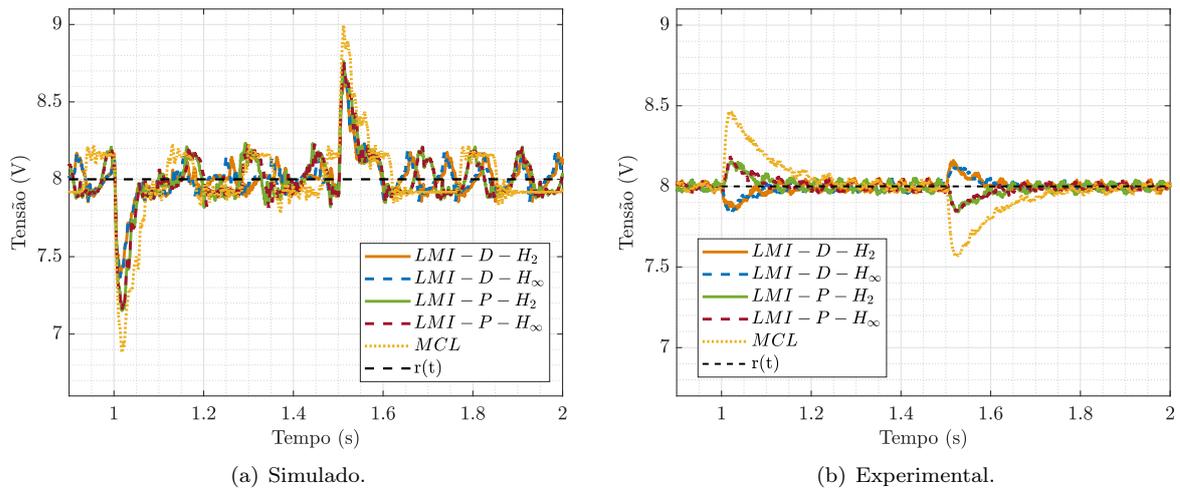


Figura 5.8: Tensão de saída para teste de variação de potência

No resultado simulado (Figura 5.8 (a)) observou-se que no instantes de variação positiva ocorreu uma queda de aproximadamente 6,9%, 10%, 17,5% na tensão em relação a referência para os controladores $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$, e MCL , respectivamente. Esta queda era esperada visto que neste instante o sistema está consumindo mais corrente, e para manter a potência constante ocorre uma queda na tensão.

Por outro lado, quando a potência varia negativamente, tem-se um alívio de carga, e conseqüentemente um aumento na tensão, resultando em uma variação de aproximadamente 12,5% para MCL e 10% para os demais controladores na tensão do barramento. Embora o sistema tenha apresentado uma queda ou uma elevação na tensão devido as variações de potência, em ambas as situações os controladores foram capazes de retornar o nível de tensão em um tempo de acomodação inferior a 150 ms.

Já no resultado simulado (Figura 5.8 (b)) observou-se que na primeira variação em que $\Delta P_o = +0,4$, a carga está consumindo mais corrente e conseqüentemente espera-se que ocorra uma queda de tensão para que a potência de mantenha constante, foi o que ocorreu com as abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, verificou-se também uma queda de aproximadamente 1,9%, tais abordagens continuaram demonstrando o comportamento esperado na variação negativa de potência, quando há o alívio de carga a tensão irá elevar-se, e neste caso ouve um aumento de também 1,9%.

Por outro lado, as três abordagens restantes apresentaram um comportamento fora do esperado. Na primeira taxa de variação ao invés de exibir uma queda de tensão, todas as três apresentam uma elevação de tensão, sendo de aproximadamente 2,3% para $LMI - P - H - 2$ e $LMI - P - H - 2$ e 5,7% para MCL , ou seja, ocorreu uma inversão de fase nestes três controladores. O mesmo ocorreu para variação negativa de potência, ao invés de um aumento, houve uma queda de aproximadamente 1,9% para $LMI - P - H - 2$ e $LMI - P - H - 2$ e 5,3% para MCL .

Embora os resultados simulados tenham apresentado o comportamento esperado para o teste de variação de potência (Figura 5.8 (a)), o modelo utilizado não foi capaz de representar todas diversas dinâmicas existentes no sistema físico, contudo apesar da inversão de fase todas as metodologias de

controle conseguiram garantir a estabilidade e apresentaram um melhor desempenho dinâmico que a metodologia MCL.

A Figura 5.9 (a) apresenta a corrente simulada do indutor do conversor fonte, enquanto a Figura 5.9 (b) apresenta a corrente experimental do indutor. Em ambos os resultados o conversor esteve em MCC, de modo que não houve anulação da corrente do indutor em nenhum momento da operação do sistema. Pode-se verificar uma diminuição da corrente no resultado experimental em relação ao simulado, isso pode ser explicado pelas perdas de corrente existentes no sistema físico que não foram incluídas no modelo matemático da simulação.

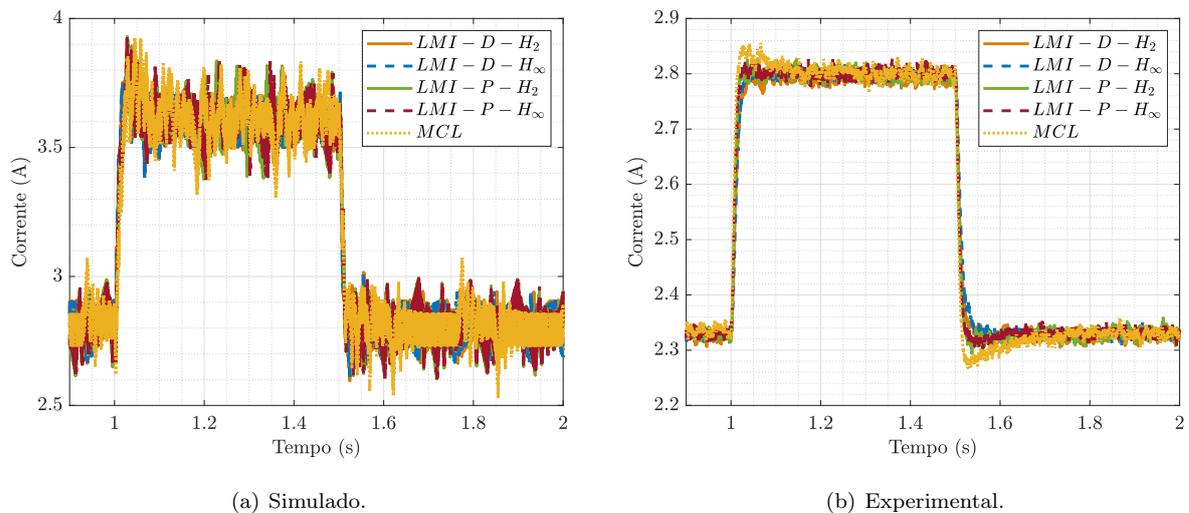


Figura 5.9: Corrente do indutor do conversor de alimentação do teste de variação de potência.

A Figura 5.10 (a) mostra o ciclo de trabalho simulado, enquanto a Figura 5.10 (b) mostra o ciclo de trabalho experimental. Na variação positiva da potência observa-se no resultado experimental que o ciclo de trabalho apresentou uma elevação para poder manter a tensão no barramento constante em 8 V. Uma possível explicação para isto é que devido ao aumento no consumo de corrente, resultou em uma queda de tensão na entrada, sendo necessário que o ciclo de trabalho fosse maior. Embora o resultado experimental não tenha seguido a resposta esperada, conforme visto na simulação, todos os métodos mantiveram o sinal de controle sem saturações.

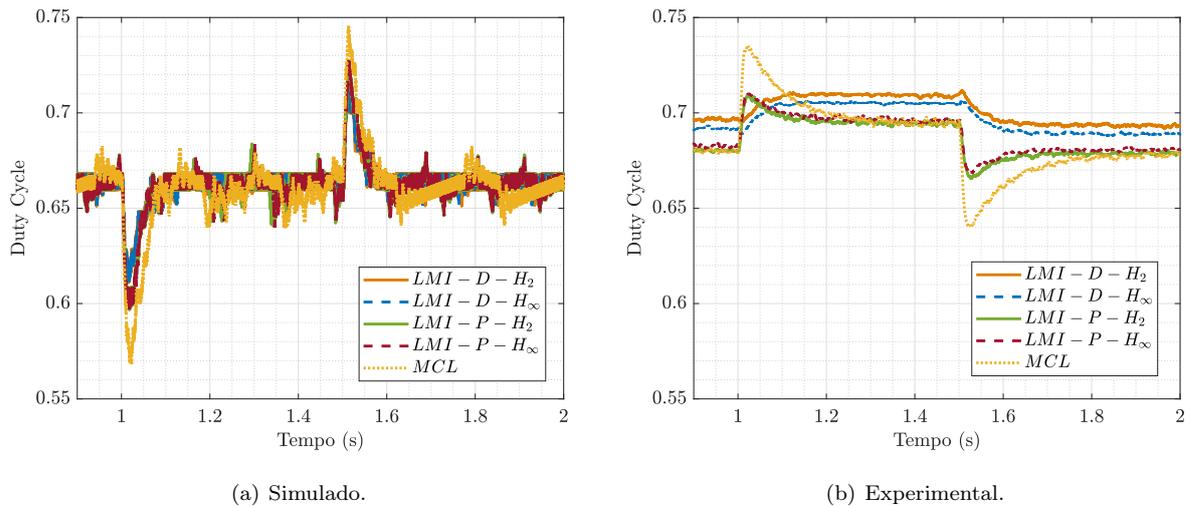


Figura 5.10: Ciclo de trabalho do conversor de alimentação para o teste de variação de potência.

5.3.2 Índices de desempenho

As Figuras 5.11 (a) e (c) apresentam os índices simulados de desempenho ISE, ITSE, ITAE e ISSC normalizados para a variação positiva e negativa de potência da CPL, respectivamente, já as Figuras 5.11 (b) e (d) tanto o simulado quanto o experimental. Nos resultados simulados é possível verificar que as curvas das abordagens $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ estão mais internas indicando que obtiveram o melhor desempenho, ao passo que a metodologia MCL obteve o pior desempenho para o teste de variação de potência (Figuras 5.11 (a) e (c)).

Já nos resultados experimentais, verifica-se que $LMI - D - H_2$ apresentou melhor desempenho dentre as cinco abordagens para a variação de $\Delta P_o = +0,4$ p.u., visto que é a curva mais interna da Figura 5.11 (b), seguido por $LMI - D - H_\infty$ e $LMI - P - H_2$, depois $LMI - P - H_\infty$ e por fim MCL. Já para a variação de $\Delta P_o = -0,4$ p.u. (Figura 5.11 (d)) as curvas mais internas foram $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, seguidos por $LMI - P - H_\infty$, depois $LMI - P - H_2$ e por fim MCL. Conseqüentemente, o controlador que obteve melhor desempenho frente aos dois tipos de variação foi $LMI - D - H_2$, enquanto o MCL continuou mostrando um pior desempenho.

Uma avaliação por outra perspectiva indica que $LMI - D - H_2$ apresentou melhor desempenho dentre as cinco abordagens para a variação de $\Delta P_o = +0,4$ p.u., visto que é a curva mais interna da Figura ?? (a), seguido por $LMI - D - H_\infty$ e $LMI - P - H_2$, depois $LMI - P - H_\infty$ e por fim MCL. Já para a variação de $\Delta P_o = -0,4$ p.u. as curvas mais internas foram $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, seguidos por $LMI - P - H_\infty$, depois $LMI - P - H_2$ e por fim MCL. Conseqüentemente, o controlador que obteve melhor desempenho frente aos dois tipos de variação foi $LMI - D - H_2$.

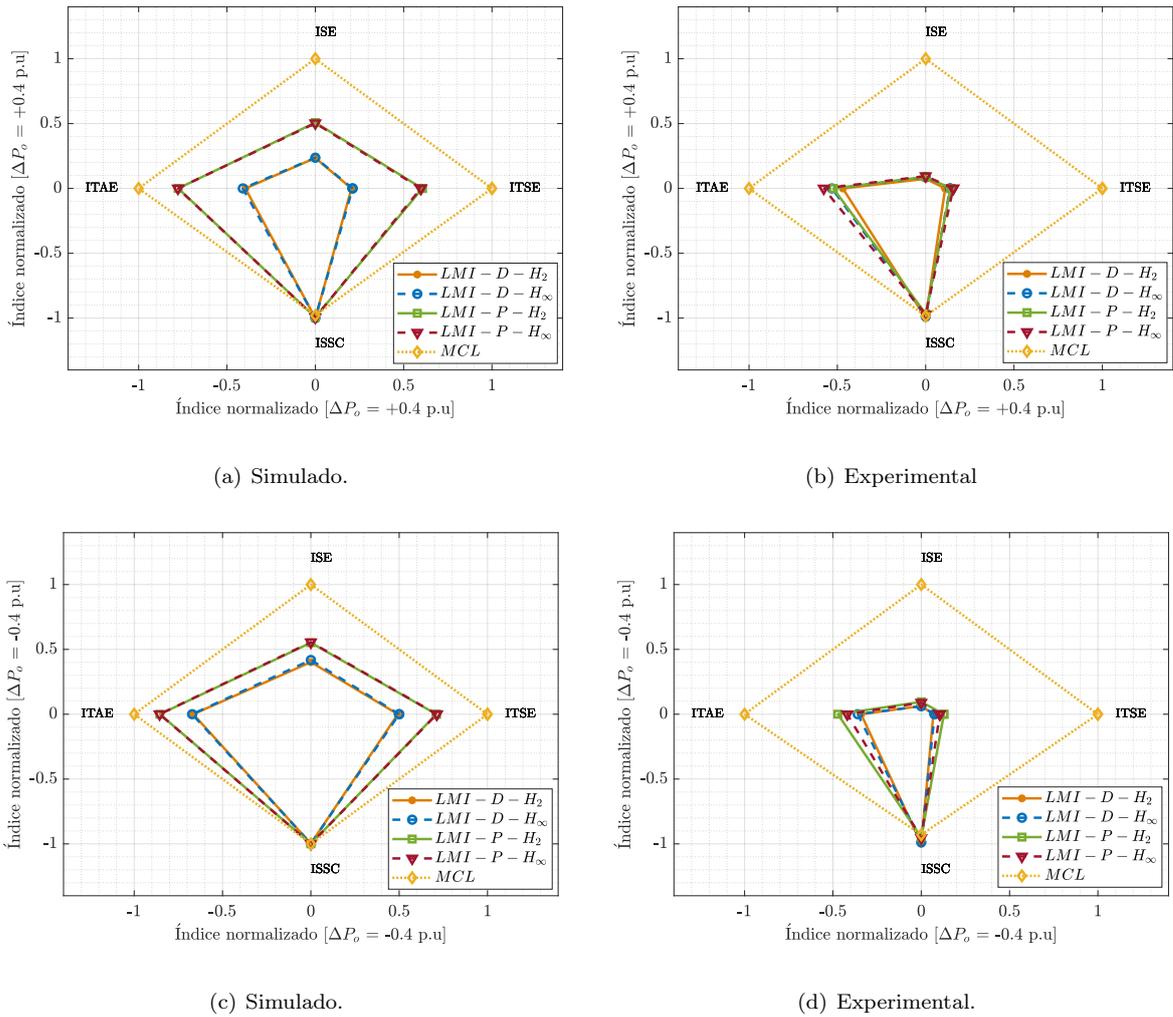


Figura 5.11: Avaliação quantitativa dos índices de desempenho do sistema, quando submetido a variação da tensão de alimentação. (a) Índices normalizados para $\Delta P_o = +0,4$ p.u. simulado. (b) Índices normalizados para $\Delta P_o = +0,4$ p.u. experimental. (c) Índices normalizados para $\Delta P_o = -0,4$ p.u. simulado. (d) Índices normalizados para $\Delta P_o = -0,4$ p.u. experimental.

A Tabela 5.3 apresenta os valores dos índices para cada controlador em cada período de variação. Dados os índices simulados na Tabela 5.3, os controladores $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ obtiveram os menores índices de ISE, ITSE e ITAE, indicando que acumularam menos erro ao longo do tempo, e que foram mais rápidos em mitigá-lo também. Já para a energia do sinal de controle no índice ISSC apresentaram um maior esforço de controle em relação aos demais controladores.

Quanto as abordagens $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$ verifica-se que para $\Delta P_o = -0,4$, houve um aumento de aproximadamente 37% em relação as abordagens com os menores índices, e um aumento de 116% para $\Delta P_o = +0,4$ no ISE. Para os índices ITSE e ITAE, vê-se o mesmo movimento dos índices, ou seja, para a variação positiva houve um acúmulo bem maior do erro. No entanto, estes controladores esforçaram-se cerca de 0,6% menos que $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ para manter o sistema estável.

O controlador que obteve o menor desempenho foi o MCL que exibiu o maior acúmulo de erro em ambas as variações de potência. Porém, no que diz respeito ao esforço de controle do conversor de

alimentação, afim de manter o barramento de tensão regulado, pode-se observar que o método *MCL* foi o que apresentou menor esforço de controle, seguido das demais abordagens. É importante ressaltar que nenhuma metodologia de controle apresentou saturação.

Já os para os índices experimentais na Tabela 5.3, observa-se que o ISE para a metodologia *MCL* apresentou um acúmulo de erro expressivamente maior, cerca de 1478% em relação a $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ que apresentaram os menores valores de ISE. Já $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$ apresentaram um acúmulo de aproximadamente 20% de erro em relação a $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, para $\Delta P_o = -0,4$ p.u. e 8% $\Delta P_o = +0,4$ p.u.

De forma geral, a abordagem *MCL* mostrou-se mais lenta para mitigar o erro provocado pelas variações de potência. Diferente do ocorrido nas simulações as abordagens que usam o mesmo modelo matemático para implementação das restrições não se sobrepuseram, como $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, ou $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$. Neste sentido a abordagem $LMI - D - H_2$ foi a que mitigou o erro mais rapidamente em relação as demais abordagens. Por outro lado, esta mesma abordagem exibiu o maior esforço de controle, seguido por $LMI - D - H_\infty$.

Tabela 5.3: Valores dos índices para cada método e intervalo de variação da potência da CPL.

| Índices simulados. | | | | | |
|------------------------|--------------|-----------|------------|------------|------------|
| Método | ΔP_o | ISE(1e4*) | ITSE(1e3*) | ITAE(1e4*) | ISSC(1e5*) |
| $LMI - D - H_2$ | | 0,9428 | 0,5278 | 0,5671 | 2,1762 |
| $LMI - D - H_\infty$ | | 0,9501 | 0,5437 | 0,5877 | 2,1762 |
| $LMI - P - H_2$ | +0,4 | 2,0375 | 1,5608 | 1,1119 | 2,1632 |
| $LMI - P - H_\infty$ | | 2,0184 | 1,5405 | 1,1140 | 2,1638 |
| <i>MCL</i> | | 4,0135 | 2,5777 | 1,4328 | 2,1318 |
| $LMI - D - H_2$ | | 1,2101 | 0,9753 | 0,8821 | 2,2204 |
| $LMI - D - H_\infty$ | | 1,2592 | 0,9900 | 0,8902 | 2,2212 |
| $LMI - P - H_2$ | -0,4 | 1,6611 | 1,4066 | 1,1322 | 2,2224 |
| $LMI - P - H_\infty$ | | 1,6719 | 1,4118 | 1,1346 | 2,2226 |
| <i>MCL</i> | | 3,0118 | 1,9801 | 1,3250 | 2,2242 |
| Índices experimentais. | | | | | |
| Método | ΔP_o | ISE | ITSE | ITAE | ISSC(1e3*) |
| $LMI - D - H_2$ | | 4,3915 | 0,3742 | 12,1042 | 1,2540 |
| $LMI - D - H_\infty$ | | 5,1986 | 0,4689 | 13,6935 | 1,2385 |
| $LMI - P - H_2$ | +0,4 | 5,3121 | 0,4802 | 13,4952 | 1,2128 |
| $LMI - P - H_\infty$ | | 5,6117 | 0,5281 | 14,8874 | 1,2195 |
| <i>MCL</i> | | 59,0795 | 3,3873 | 25,7997 | 1,2342 |
| $LMI - D - H_2$ | | 3,5889 | 0,2383 | 9,0449 | 1,2092 |
| $LMI - D - H_\infty$ | | 3,4820 | 0,2616 | 9,5530 | 1,1942 |
| $LMI - P - H_2$ | -0,4 | 5,3953 | 0,4440 | 12,5549 | 1,1471 |
| $LMI - P - H_\infty$ | | 5,0385 | 0,3633 | 11,1383 | 1,1542 |
| <i>MCL</i> | | 56,6350 | 3,4590 | 26,5908 | 1,1242 |

5.3.3 Análise de estabilidade

Esta seção apresenta as impedância de entrada do conversor carga, Z_{CPL} , e a impedância de saída do conversor fonte, Z_F , quando a potência da carga é variada do seu valor nominal de 0.4 p.u. até 0.8 p.u. e depois retorna para 0.4 p.u.. Pode-se observar que as impedâncias acompanharam a variação de carga mantendo Z_F (Figura 5.12 (a) e (c)) inferior a Z_{CPL} (Figura 5.12 (b) e (d)). A Tabela 5.4 apresenta

razão dessas impedâncias para cada variação em cada abordagens de controle. T_{MLG_1} mostra a razão para quando a carga passa a consumir mais corrente, e T_{MLG_2} para quando há o alívio de carga. Já $T_{MLG_{media}}$ é a razão da média de Z_F sobre a média de Z_{CPL} .

Por meio da análise de estabilidade utilizando o critério de Middlebrook, verificou-se que todas as metodologias apresentaram T_{MLG} muito menor que 1 e garantiu estabilidade ao sistema mesmo frente a variações de potência da CPL. O que diferenciou as abordagens propostas do MCL foi o desempenho do sistema para as perturbações ou variações paramétricas do sistemas, neste sentido a seção de índices de desempenho apresentou quantitativamente essas diferenças.

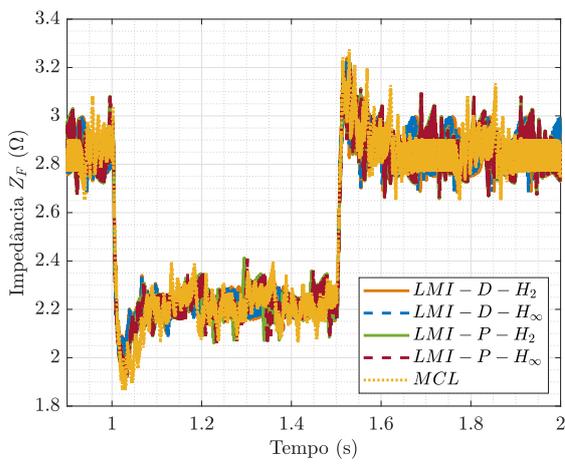
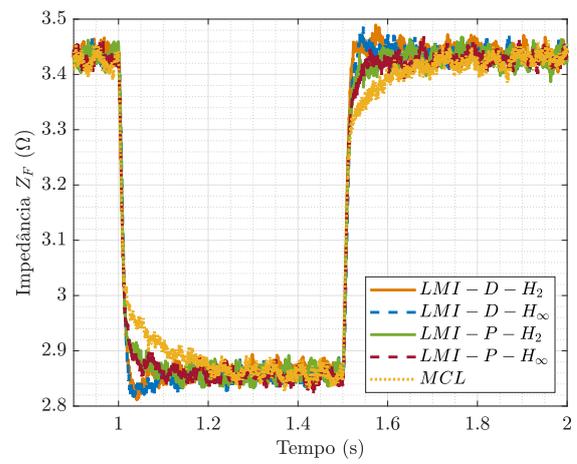
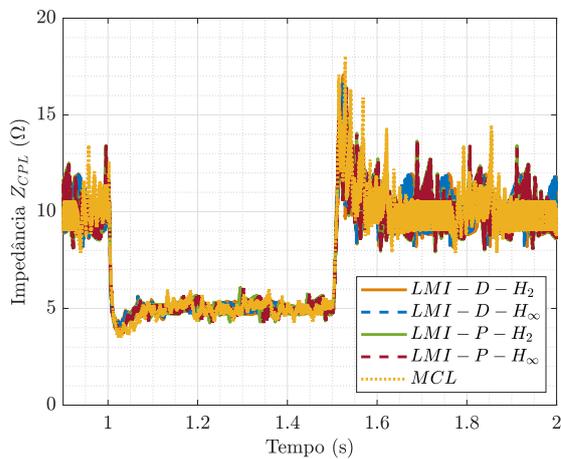
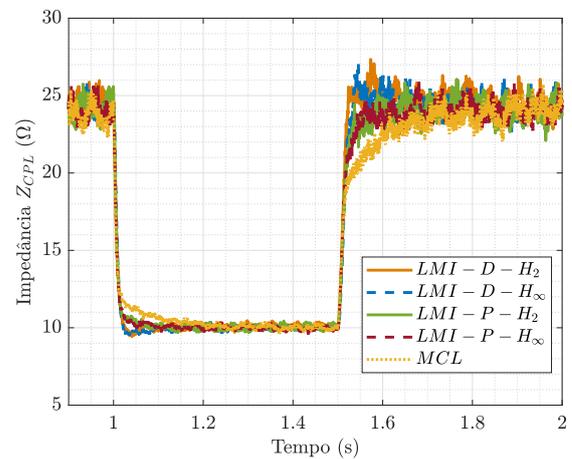
(a) Z_F Simulado.(b) Z_F Experimental.(c) Z_{CPL} Simulado.(d) Z_{CPL} Experimental.

Figura 5.12: Impedância de saída Z_F do conversor de alimentação e impedância de entrada Z_{CPL} do conversor carga.

Tabela 5.4: T_{MLG} ao longo do teste de variação de potência.

| Simulado. | | | |
|----------------------|-------------|-------------|-------------------|
| Método | T_{MLG_1} | T_{MLG_2} | $T_{MLG_{media}}$ |
| $LMI - D - H_2$ | 0,4448 | 0,2826 | 0,3360 |
| $LMI - D - H_\infty$ | 0,2815 | 0,2823 | 0,3358 |
| $LMI - P - H_2$ | 0,4442 | 0,2819 | 0,3353 |
| $LMI - P - H_\infty$ | 0,4442 | 0,2818 | 0,3353 |
| MCL | 0,4457 | 0,2799 | 0,3339 |
| Experimental. | | | |
| Método | T_{MLG_1} | T_{MLG_2} | $T_{MLG_{media}}$ |
| $LMI - D - H_2$ | 0,2803 | 0,1414 | 0,1826 |
| $LMI - D - H_\infty$ | 0,2815 | 0,1426 | 0,1840 |
| $LMI - P - H_2$ | 0,2794 | 0,1448 | 0,1857 |
| $LMI - P - H_\infty$ | 0,2805 | 0,1453 | 0,1863 |
| MCL | 0,2757 | 0,1488 | 0,1887 |

5.4 Conclusão

Este capítulo apresentou os resultados simulados e experimentais obtidos para avaliar a capacidade dos controladores propostos garantirem a estabilidade do sistema mesmo frente a variação da tensão de entrada ou da potência da CPL. O teste simulado de gerenciamento de carga mostrou que os controladores foram capazes de realizar e coordenar as correntes para uma MR CC com múltiplas fontes. Já os testes de variação de tensão e variação de potência foram realizados tanto de forma simulada, quanto de forma prática. Devido a uma limitação para obtenção dos dados durante os testes práticos, a referência de tensão do barramento para os testes de variação de tensão foi ajustada para 7 V. Nesta condição o sistema foi avaliado e verificou-se que a estabilidade foi garantida e os resultados práticos foram similares ao esperado na simulação. No teste de variação de potência a referência do barramento foi retomada para 8 V e verificou-se também que todos os controladores mantiveram o sistema estável. No entanto, os resultados práticos apresentaram uma inversão de fase inesperada para as abordagens $LMI - P - H_2$, $LMI - P - H_\infty$ e MCL , uma inversão que não foi reproduzida durante as simulações, uma possível explicação para este acontecimento deve-se ao fato da impossibilidade do modelo matemático representar todas as dinâmicas existentes em um sistema físico. Por fim, as abordagem que apresentaram o melhor desempenho em todos os testes realizados foram $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$, tornando-se uma ótima opção de controle para MR CC com cargas CPL.

Capítulo 6

Conclusão

Este trabalho propôs-se a apresentar quatro projetos de controle aplicados a MRs CC para mitigar a instabilidade decorrente de variações de potência ocasionadas por cargas CPL conectadas à MR CC. Neste sentido, as quatro propostas alcançaram o objetivo proposto além de apresentarem um melhor desempenho em relação ao método de Lyapunov utilizado como método comparativo. Para o desenvolvimento da metodologia proposta, utilizou-se conceitos baseados em LMI para solucionar um problema de otimização convexa, o qual tratou-se da minimização da impedância Z_F , de modo a garantir a observância de um critério de análise de estabilidade de MR CC, denominado de critério de Middlebrook.

Além disso, foi utilizado as normas H_2 e H_∞ como critérios de restrições dos problemas de otimização, bem como garantir o desempenho robusto deste controlador, definindo uma região de \mathbb{D} estabilidade e desempenho. Em duas das quatro propostas de controle mencionadas, foi realizada uma modelagem matemática em que a potência da carga CPL foi definida como uma perturbação, enquanto que as outras duas propostas, o modelo matemático considera a potência da CPL como uma incertezas paramétricas, e considera também a tensão de entrada do sistema.

As quatro propostas foram comparadas com uma metodologia de projeto de controladores clássica, o qual baseia-se no projeto de controladores utilizando a metodologia de Lyapunov *MCL*, onde a \mathbb{D} -região foi considerada como o critério de restrição desejado. Nestas cinco abordagens de controle foram realizados três testes, um teste de compartilhamento de carga, um de variação de tensão de entrada e um para variação da potência da CPL. O primeiro foi realizado apenas em ambiente computacional, visto que para este teste o sistema possuía múltiplas fontes. O segundo e o terceiro foram realizados tanto em simulação quanto experimentalmente. Dentre os resultados encontrados, o método de Lyapunov obteve menor desempenho para as condições de testes propostas, e dentre os métodos de minimização os modelos com a potência como perturbação propostos apresentam um o melhor desempenho dinâmico em comparação as demais abordagens.

No teste simulado para gerenciamento de carga, foi verificado a capacidade do sistema de coordenar o quanto de corrente cada sistema iria fornecer para a carga, com o objetivo de evitar sobrecargas a qualquer uma das fontes. Para este gerenciamento foi implementado um controle de *droop*, o qual trata-se de uma resistência virtual que funciona como se fosse uma resistência física, ou seja um limitador de corrente.

Neste sentido, cada fonte possui sua própria resistência, e o aumento ou diminuição da mesma determina o quanto de corrente cada fonte pode fornecer. Como resultado, os controladores mostraram-se capazes de realizar o gerenciamento de carga conforme descrito no teste realizado.

Nos testes de variação do nível de tensão da fonte de alimentação foi observado qual controlador seria mais efetivo em rejeitar distúrbios referentes a esta variação. Por meio das análises quantitativas dos índices de desempenhos observamos que os resultados para as metodologias $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ foram os que apresentaram menos erros de modo geral. Uma possível explicação para isso pode ser que este modelo apresentou menos conservadorismo, encontrando uma solução com o custo mínimo garantido (γ) menor que as abordagens $LMI - P - H_2$ e $LMI - P - H_\infty$. Embora as análises tenham mostrado que a metodologia $LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$ apresentaram um excelente comportamento para as variações no nível de tensão da fonte de alimentação, o modelo matemático não considerou tal variação como perturbação. Conseqüentemente, novos estudos incluindo a variação da tensão de entrada do sistema como um parâmetro de perturbação podem ser conduzidos para uma avaliação do desempenho do sistema com este tipo de perturbação.

Nos testes de variação de potência da CPL, a potência foi variada de modo que fosse possível avaliar qual o método seria mais eficiente em mitigar os efeitos da impedância negativa incremental. Os índices de desempenho indicaram que os modelos com distúrbio de potência mostraram-se mais eficazes ($LMI - D - H_2$ e $LMI - D - H_\infty$), tanto simulado quanto experimental. Esse resultado pode ser explicado pelo fato de que este modelo considera apenas o sinal de potência como perturbação e pode ser mais relaxado do que os outros métodos com modelo de incertezas paramétricas, que possuem quatro equações de condição apenas para o modelo. Além disso, os experimentos práticos apresentaram uma inversão de fase para os modelos que consideraram a potência e tensão como variação paramétrica e também o método de Lyapunov, estima-se que tal situação decorra do fato de que a planta física possui dinâmicas que não são consideradas durante a modelagem do sistema em sua plenitude. Embora os resultados tenham mostrado resultados satisfatórios, novos estudos com abordagens de LMI mais relaxadas podem ser realizados.

6.1 Trabalhos Futuros

Para uma continuação desta pesquisa, novas fontes de incertezas devem ser consideradas, como variação da topologia da MR CC, mudanças dos tipos de conversores, operação de *plug-and-play*, além disso, considerar que a MR CC opera também de forma conectada à rede, de forma que se tenha um projeto de controle mais robusto a estas possíveis variações do sistema. Deve-se também buscar relaxar as condições de restrições que envolvem as normas H_2 e H_∞ , de forma que o projeto de controle possa alcançar outros valores de mínimos.

Referências Bibliográficas

- A. Riccobono and E. Santi, “Comprehensive review of stability criteria for DC power distribution systems,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 5, pp. 3525–3535, Sep. 2014.
- G.-R. Duan and H.-H. Yu, *LMI in Control Systems Analysis, Design and Applications*, 1st ed. CRC Press, 2013.
- S. K. Sahoo, A. K. Sinha, and N. K. Kishore, “Control techniques in ac, dc, and hybrid ac–dc microgrid: A review,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 738–759, 2018.
- J. Kumar, A. Agarwal, and V. Agarwal, “A review on overall control of dc microgrids,” *Journal of Energy Storage*, vol. 21, pp. 113–138, 2019. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352152X18302019>
- S. Singh, A. R. Gautam, and D. Fulwani, “Constant power loads and their effects in DC distributed power systems: A review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 72, pp. 407 – 421, 2017.
- H. Mosskull, “Constant power load stabilization,” *Control Engineering Practice*, vol. 72, pp. 114 – 124, 2018.
- Q. Xu, C. Zhang, C. Wen, and P. Wang, “A novel composite nonlinear controller for stabilization of constant power load in dc microgrid,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 1, pp. 752–761, 2019.
- K. E. Lucas, D. A. Plaza, W. B. Jr, R. L. P. Medeiros, E. M. Rocha, D. Benavides, S. J. Ríos, and E. V. Herrera, “Novel robust methodology for controller design aiming to ensure DC microgrid stability under CPL power variation,” *IEEE Access*, vol. 1, no. 7, pp. 1–16, May 2019.
- M. Jebali Ben Ghorbal, S. Moussa, J. Arbi Ziani, and I. Slama-Belkhodja, “A comparison study of two dc microgrid controls for a fast and stable dc bus voltage,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 184, pp. 210–224, 2021, eLECTRIMACS 2019 ENGINEERING - Modelling and computational simulation for analysis and optimisation in electrical power engineering. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378475420300471>
- M. Mahmoudi and A. Safari, “Lmi based robust control design for multi-input–single-output dc/dc converter,” *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 7, 03 2019.

- M. Armin, P. N. Roy, S. K. Sarkar, and S. K. Das, “Lmi-based robust pid controller design for voltage control of islanded microgrid,” *Asian Journal of Control*, vol. 20, no. 5, pp. 2014–2025, 2018. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/asjc.1710>
- M. Armin, M. Rahman, M. M. Rahman, S. K. Sarker, S. K. Das, M. R. Islam, A. Z. Kouzani, and M. A. P. Mahmud, “Robust extended h_∞ control strategy using linear matrix inequality approach for islanded microgrid,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 135 883–135 896, 2020.
- M. S. Sadabadi, Q. Shafiee, and A. Karimi, “Plug-and-play robust voltage control of dc microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 6, pp. 6886–6896, 2018.
- M. M. Mardani, N. Vafamand, M. H. Khooban, T. Dragičević, and F. Blaabjerg, “Design of quadratic d-stable fuzzy controller for dc microgrids with multiple cpls,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 6, pp. 4805–4812, 2019.
- M. Shafiee-Rad, M. S. Sadabadi, Q. Shafiee, and M. R. Jahed-Motlagh, “Robust decentralized voltage control for uncertain dc microgrids,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 125, p. 106468, 2021. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520315350>
- J. Liu, W. Zhang, and G. Rizzoni, “Robust stability analysis of dc microgrids with constant power loads,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 851–860, Jan 2018.
- I. Bessa, R. Landau, I. Bessa, F. Ayres, A. Menezes, G. Torres, and J. E. Filho, “Comparative study of control strategies for stabilization and performance improvement of dc microgrids with a cpl connected,” *Energies*, vol. 13, p. 1, 05 2020.
- I. Barbi, *Modelagem de conversores CC-CC empregando modelo médio em espaços de estados*, edição do autor ed., 2015.
- D. W. Hart, *Power Eletronics*. McGraw Hill, 2011.
- R. W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Eletronics*, 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- K. E. Lucas, D. A. Plaza, W. Barra, R. L. P. Medeiros, E. M. Rocha, D. Vaca, and F. G. Nogueira, “Interval robust controller to minimize oscillations effects caused by constant power load in a DC multi-converter buck-buck system,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 26 324–26 342, February 2019.
- T. Dragičević, X. Lu, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero, “Dc microgrids—part i: A review of control strategies and stabilization techniques,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 7, pp. 4876–4891, 2016.
- A. P. N. Tahim, D. J. Pagano, E. Lenz, and V. Stramosk, “Modeling and stability analysis of islanded dc microgrids under droop control,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 8, pp. 4597–4607, 2015.

- X. Lu, J. M. Guerrero, K. Sun, and J. C. Vasquez, “An improved droop control method for dc microgrids based on low bandwidth communication with dc bus voltage restoration and enhanced current sharing accuracy,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 4, pp. 1800–1812, 2014.
- Q. Xu, N. Vafamand, L. Chen, T. Dragičević, L. Xie, and F. Blaabjerg, “Review on advanced control technologies for bidirectional dc/dc converters in dc microgrids,” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 9, no. 2, pp. 1205–1221, 2021.
- H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd ed. Prentice Hall, 2002.

Apêndice A

Artigos

A.1 Trabalhos publicados

1. Carvalho, M. M., Bessa, I. V., Medeiros, R. L. P, Silva, L. E. S., Junior, F. A. C. A., Junior, V. F. L., "**Comparative Study of Control Methodologies and PLL Topologies to Enhance the Performance of the Synchronization of Grid-Tied PV System**", In: 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), Agosto de 2021, São Paulo.
2. Bessa, I. V., Medeiros, R. L. P, Torres, G., Bessa, I. V., Junior, F. A. C. A., Carvalho, M. M., Junior, V. F. L., "**Estabilização de Reguladores de Tensão Da Topologia Buck Conectado a Uma CPL Utilizando Técnicas de Controle Baseadas Em LMI**", In: 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), Agosto de 2021, São Paulo.
3. Farias, N. J. S., Medeiros, R. L. P, Filho, J. E. C., Carvalho, M. M., Bessa, I. V., Junior, F. A. C. A., "**Investigação Da Aplicação De Controle Robusto De Corrente Em Um Circuito Conversor CC-CC Buck Aplicado a Um Emulador De Sistema De Hidrogeração De Energia Elétrica**", In: 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), Agosto de 2021, São Paulo.
4. Carvalho, M. M., Medeiros, R. L. P, Junior, F. A. C. A., Junior, Bessa, I. V., V. F. L., "**Comparação de técnicas de controle via LMI aplicadas em microrredes CC com CPL**", In: Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), Outubro de 2021

Apêndice B

Scripts do Matlab

Listing B.1: Parâmetros do sistema

```
%% Parameters of Source Converter (Feeder Buck)
Vif = 12;      % Voltage input [V]
Vof = 8;       % Voltage output [V]
df = Vof/Vif;  % Duty cycle []
ff = 20e3;     % Frequency of operation [Hz]
Rf = 4;        % Resistance [Ohm] ou 6?
Lf = 1e-3;     % Indutance [H]
Cf = 2.2e-3;   % Capacitor [F]
Po = 0.4*(Vof^2/Rf); % Nominal Power of CPL
Ro = -((Vof^2)/Po);
```

```
%% Uncertain parameters of Source Converter (Feed Buck)
Vif_up = Vif*1.15; % Voltage input upper with +15% [V]
Vif_lo = Vif*0.85; % Voltage input lower with -15% [V]
Rf_up = Rf*1.50;   % Resistance upper +50% [Ohm] ou 6?
Rf_lo = Rf*0.50;   % Resistance lower -50%[Ohm] ou 6?
Lf_up = Lf*1.10;   % Indutance upper +10% [H]
Lf_lo = Lf*0.90;   % Indutance lower -10% [H]
Cf_up = Cf*1.10;   % Capacitor upper +10% [F]
Cf_lo = Cf*0.90;   % Capacitor lower -10% [F]
Po_up = Po*1.25;
Po_lo = Po*0.75;
Ro_up = -(Vof^2)/Po_lo;
Ro_lo = -(Vof^2)/Po_up;
```

```
%% Nominal plant of Source Converter (Feeder Buck)
Af_0 = [0 -1/Lf; 1/Cf (-1/(Rf*Cf)+Po/(Cf*Vof^2))];
Bf_0 = [Vif/Lf; 0];
```

```
Cf_0 = [0 1];
```

```
%% Desempenho
```

```
Mp = 0.10;           % overshoot de 10%
ts = 0.15;           % tempo de acomodacao em 150ms
zeta = -(log(Mp))/sqrt(pi^2+(log(Mp))^2);
es = 0.02;
alpha = -log(es)/ts;
alpha2 = 600;
theta = acos(zeta);
```

Listing B.2: Implementação da abordagem LMI-D-H₂

```

%% LMI-D-H2
setlmis([]);
Jp1 = lmivar(1,[1 1]);
X = lmivar(1,[3 1]);
Z = lmivar(2,[1 3]);
Jz1 = lmivar(1,[1 1]);
% Impedancia
zf1 = newlmi;
lmiterm([zf1 1 1 X],Az,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 Z],B1z,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 0],B2z*B2z');
zf2 = newlmi;
lmiterm([zf2 1 1 Jz1],-1,1);
lmiterm([zf2 1 2 X],C,1);
lmiterm([zf2 2 2 X],-1,1);
% Norma H2
h21 = newlmi;
lmiterm([h21 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 0],B2p*B2p');
h22 = newlmi;
lmiterm([h22 1 1 Jp1],-1,1);
lmiterm([h22 1 2 X],C,1);
lmiterm([h22 2 2 X],-1,1);
% (AX+BuW)^T + AX+BuW < -2gminX
lmifaixa1 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa1 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([lmifaixa1 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa1 1 1 X],-2*alpha,1);
% (AX+BuW)^T - AX+BuW < 2gmaxX
lmifaixa5 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa5 1 1 X],Ap,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa5 1 1 Z],B1p,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa5 1 1 X],2*alpha2,1);
% Restricao de cone
lmicone1 = newlmi;
lmiterm([lmicone1 1 1 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 1 Z],B1p,sin(theta),'s');

```

```
lmiterm([lmicone1 1 2 X],Ap,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 X],-1,Ap'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 Z],B1p,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 -Z],-1,B1p'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 2 2 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 2 2 Z],B1p,sin(theta),'s');
lmis1 = getlmis;

c = mat2dec(lmis1,0,0,[0 0 0],1);
[copt,xopt] = mincx(lmis1,c,[0.0001 0 0 0]);
Jp1 = dec2mat(lmis1,xopt,1);
X = dec2mat(lmis1,xopt,2);
Z = dec2mat(lmis1,xopt,3);
Jz1 = dec2mat(lmis1,xopt,4);
K1 = Z*inv(X)
```

Listing B.3: Implementação da abordagem LMI-D- H_∞

```

%% LMI-D-Hinf
setlmiis([]);
Jp2 = lmivar(1,[1 1]);
X = lmivar(1,[3 1]);
Z = lmivar(2,[1 3]);
rho = lmivar(1,[1 1]);
Jz2 = lmivar(1,[1 1]);

% Impedancia
zf1 = newlmi;
lmiterm([zf1 1 1 X],Az,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 Z],B1z,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 0],B2z*B2z');
zf2 = newlmi;
lmiterm([zf2 1 1 Jz2],-1,1);
lmiterm([zf2 1 2 X],C,1);
lmiterm([zf2 2 2 X],-1,1);

% Norma H2
h21 = newlmi;
lmiterm([h21 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 0],B2p*B2p');
h22 = newlmi;
lmiterm([h22 1 1 Jp2],-1,1);
lmiterm([h22 1 2 X],C,1);
lmiterm([h22 2 2 X],-1,1);

% Norma Hinf
hinf = newlmi;
lmiterm([hinf 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([hinf 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([hinf 2 1 0],B2p');
lmiterm([hinf 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf 3 2 0],0);
lmiterm([hinf 3 3 rho],-1,1);

% (AX+BuW)^T + AX+BuW < -2gminX
lmifaixa1 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa1 1 1 X],Ap,1,'s');

```

```

lmiterm([lmifaixa1 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa1 1 1 X],-2*alpha,1);
% -(AX+BuW)^T - AX+BuW < 2gmaxX
lmifaixa5 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa5 1 1 X],Ap,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa5 1 1 Z],B1p,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa5 1 1 X],2*alpha2,1);
% Restricao de cone
lmicone1 = newlmi;
lmiterm([lmicone1 1 1 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 1 Z],B1p,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 2 X],Ap,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 X],-1,Ap'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 Z],B1p,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 -Z],-1,B1p'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 2 2 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 2 2 Z],B1p,sin(theta),'s');
lmis1 = getlmis;

c = mat2dec(lmis1,0,0,[0 0 0],0,1);
[copt,xopt] = mincx(lmis1,c,[0.00001 0 0 0 0]);
Jp2 = dec2mat(lmis1,xopt,1);
X = dec2mat(lmis1,xopt,2);
Z = dec2mat(lmis1,xopt,3);
Jrho = dec2mat(lmis1,xopt,4);
Jz2 = dec2mat(lmis1,xopt,5);
K2 = Z*inv(X)

```

Listing B.4: Implementação da abordagem LMI-P-H₂

```

setlmis([]);
Ji1 = lmivar(1,[1 1]);
X = lmivar(1,[3 1]);
Z = lmivar(2,[1 3]);
Jz3 = lmivar(1,[1 1]);
% Impedancia
zf1 = newlmi;
lmiterm([zf1 1 1 X],Az,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 Z],Blz,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 0],B2z*B2z');
zf2 = newlmi;
lmiterm([zf2 1 1 Jz3],-1,1);
lmiterm([zf2 1 2 X],C,1);
lmiterm([zf2 2 2 X],-1,1);
% Norma H2
h2j = newlmi;
lmiterm([h2j 1 1 Ji1],-1,1);
lmiterm([h2j 1 2 X],C,1);
lmiterm([h2j 2 2 X],-1,1);
h20 = newlmi;
lmiterm([h20 1 1 X],Ai0,1,'s');
lmiterm([h20 1 1 Z],Bli0,1,'s');
lmiterm([h20 1 1 0],B2i*B2i');
h21 = newlmi;
lmiterm([h21 1 1 X],Ai1,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 Z],Bli1,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 0],B2i*B2i');
h22 = newlmi;
lmiterm([h22 1 1 X],Ai2,1,'s');
lmiterm([h22 1 1 Z],Bli2,1,'s');
lmiterm([h22 1 1 0],B2i*B2i');
h23 = newlmi;
lmiterm([h23 1 1 X],Ai3,1,'s');
lmiterm([h23 1 1 Z],Bli3,1,'s');
lmiterm([h23 1 1 0],B2i*B2i');
h24 = newlmi;
lmiterm([h24 1 1 X],Ai4,1,'s');
lmiterm([h24 1 1 Z],Bli4,1,'s');

```

```

lmiterm([h24 1 1 0],B2i*B2i');
% (AX+BuW)^T + AX+BuW < -2gminX
lmifaixa0 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa0 1 1 X],Ai0,1,'s');
lmiterm([lmifaixa0 1 1 Z],Bli0,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa0 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa1 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa1 1 1 X],Ai1,1,'s');
lmiterm([lmifaixa1 1 1 Z],Bli1,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa1 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa2 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa2 1 1 X],Ai2,1,'s');
lmiterm([lmifaixa2 1 1 Z],Bli2,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa2 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa3 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa3 1 1 X],Ai3,1,'s');
lmiterm([lmifaixa3 1 1 Z],Bli3,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa3 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa4 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa4 1 1 X],Ai4,1,'s');
lmiterm([lmifaixa4 1 1 Z],Bli4,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa4 1 1 X],-2*alpha,1);
% (AX+BuW)^T - AX+BuW < 2gmaxX
lmifaixa50 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa50 1 1 X],Ai0,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa50 1 1 Z],Bli0,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa50 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa5 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa5 1 1 X],Ai1,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa5 1 1 Z],Bli1,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa5 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa6 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa6 1 1 X],Ai2,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa6 1 1 Z],Bli2,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa6 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa7 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa7 1 1 X],Ai3,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa7 1 1 Z],Bli3,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa7 1 1 X],2*alpha2,1);

```

```

lmifaixa8 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa8 1 1 X],Ai4,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa8 1 1 Z],Bli4,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa8 1 1 X],2*alpha2,1);
% Restricao de cone
lmicone0 = newlmi;
lmiterm([lmicone0 1 1 X],Ai0,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 1 1 Z],Bli0,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 1 2 X],Ai0,cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 X],-1,Ai0'*cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 Z],Bli0,cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 -Z],-1,Bli0'*cos(theta));
lmiterm([lmicone0 2 2 X],Ai0,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 2 2 Z],Bli0,sin(theta),'s');
lmicone1 = newlmi;
lmiterm([lmicone1 1 1 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 1 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 2 X],Ai1,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 X],-1,Ai1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 Z],Bli1,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 -Z],-1,Bli1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 2 2 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 2 2 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmicone2 = newlmi;
lmiterm([lmicone2 1 1 X],Ai2,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone2 1 1 Z],Bli2,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone2 1 2 X],Ai2,cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 X],-1,Ai2'*cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 Z],Bli2,cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 -Z],-1,Bli2'*cos(theta));
lmiterm([lmicone2 2 2 X],Ai2,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone2 2 2 Z],Bli2,sin(theta),'s');
lmicone3 = newlmi;
lmiterm([lmicone3 1 1 X],Ai3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 1 1 Z],Bli3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 1 2 X],Ai3,cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 X],-1,Ai3'*cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 Z],Bli3,cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 -Z],-1,Bli3'*cos(theta));

```

```
lmiterm([lmicone3 2 2 X],Ai3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 2 2 Z],Bli3,sin(theta),'s');
lmicone4 = newlmi;
lmiterm([lmicone4 1 1 X],Ai4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 1 1 Z],Bli4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 1 2 X],Ai4,cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 X],[-1,Ai4'*cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 Z],Bli4,cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 -Z],[-1,Bli4'*cos(theta));
lmiterm([lmicone4 2 2 X],Ai4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 2 2 Z],Bli4,sin(theta),'s');
lmis1 = getlmis;

c = mat2dec(lmis1,0,0,[0 0 0],1); %obtendo o vetor c
[copt,xopt] = mincx(lmis1,c,[0.0001 0 0 0 0]); % resolvendo o problema de otimizacao
Ji1 = dec2mat(lmis1,xopt,1);
X = dec2mat(lmis1,xopt,2); % extraindo a matriz X
Z = dec2mat(lmis1,xopt,3); % extraindo a matriz Z
Jz3 = dec2mat(lmis1,xopt,4);
K3 = Z*inv(X) % obtendo o ganho de realimentacao
```

Listing B.5: Implementação da abordagem LMI-P- H_∞

```

setlmis([]);
Ji2 = lmivar(1,[1 1]);
X = lmivar(1,[3 1]);
Z = lmivar(2,[1 3]);
rho = lmivar(1,[1 1]);
Jz4 = lmivar(1,[1 1]);
% Impedancia
zf1 = newlmi;
lmiterm([zf1 1 1 X],Az,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 Z],Blz,1,'s');
lmiterm([zf1 1 1 0],B2z*B2z');
zf2 = newlmi;
lmiterm([zf2 1 1 Jz4],-1,1);
lmiterm([zf2 1 2 X],C,1);
lmiterm([zf2 2 2 X],-1,1);
% Norma H2
h2j = newlmi;
lmiterm([h2j 1 1 Ji2],-1,1);
lmiterm([h2j 1 2 X],C,1);
lmiterm([h2j 2 2 X],-1,1);
h20 = newlmi;
lmiterm([h20 1 1 X],Ai0,1,'s');
lmiterm([h20 1 1 Z],Bli0,1,'s');
lmiterm([h20 1 1 0],B2i*B2i');
h21 = newlmi;
lmiterm([h21 1 1 X],Ai1,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 Z],Bli1,1,'s');
lmiterm([h21 1 1 0],B2i*B2i');
h22 = newlmi;
lmiterm([h22 1 1 X],Ai2,1,'s');
lmiterm([h22 1 1 Z],Bli2,1,'s');
lmiterm([h22 1 1 0],B2i*B2i');
h23 = newlmi;
lmiterm([h23 1 1 X],Ai3,1,'s');
lmiterm([h23 1 1 Z],Bli3,1,'s');
lmiterm([h23 1 1 0],B2i*B2i');
h24 = newlmi;
lmiterm([h24 1 1 X],Ai4,1,'s');

```

```
lmiterm([h24 1 1 Z],B1i4,1,'s');
lmiterm([h24 1 1 0],B2i*B2i');
% Norma Hinf
hinf0 = newlmi;
lmiterm([hinf0 1 1 X],Ai0,1,'s');
lmiterm([hinf0 1 1 Z],B1i0,1,'s');
lmiterm([hinf0 2 1 0],B2i');
lmiterm([hinf0 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf0 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf0 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf0 3 2 0],0);
lmiterm([hinf0 3 3 rho],-1,1);
hinf1 = newlmi;
lmiterm([hinf1 1 1 X],Ai1,1,'s');
lmiterm([hinf1 1 1 Z],B1i1,1,'s');
lmiterm([hinf1 2 1 0],B2i');
lmiterm([hinf1 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf1 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf1 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf1 3 2 0],0);
lmiterm([hinf1 3 3 rho],-1,1);
hinf2 = newlmi;
lmiterm([hinf2 1 1 X],Ai2,1,'s');
lmiterm([hinf2 1 1 Z],B1i2,1,'s');
lmiterm([hinf2 2 1 0],B2i');
lmiterm([hinf2 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf2 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf2 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf2 3 2 0],0);
lmiterm([hinf2 3 3 rho],-1,1);
hinf3 = newlmi;
lmiterm([hinf3 1 1 X],Ai3,1,'s');
lmiterm([hinf3 1 1 Z],B1i3,1,'s');
lmiterm([hinf3 2 1 0],B2i');
lmiterm([hinf3 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf3 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf3 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf3 3 2 0],0);
lmiterm([hinf3 3 3 rho],-1,1);
```

```

hinf4 = newlmi;
lmiterm([hinf4 1 1 X],Ai4,1,'s');
lmiterm([hinf4 1 1 Z],Bli4,1,'s');
lmiterm([hinf4 2 1 0],B2i');
lmiterm([hinf4 2 2 0],-1);
lmiterm([hinf4 3 1 X],C,1);
lmiterm([hinf4 3 1 Z],D1,1);
lmiterm([hinf4 3 2 0],0);
lmiterm([hinf4 3 3 rho],-1,1);
% (AX+BuW)^T + AX+BuW < -2gminX
lmifaixa0 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa0 1 1 X],Ai0,1,'s');
lmiterm([lmifaixa0 1 1 Z],Bli0,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa0 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa1 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa1 1 1 X],Ai1,1,'s');
lmiterm([lmifaixa1 1 1 Z],Bli1,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa1 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa2 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa2 1 1 X],Ai2,1,'s');
lmiterm([lmifaixa2 1 1 Z],Bli2,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa2 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa3 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa3 1 1 X],Ai3,1,'s');
lmiterm([lmifaixa3 1 1 Z],Bli3,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa3 1 1 X],-2*alpha,1);
lmifaixa4 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa4 1 1 X],Ai4,1,'s');
lmiterm([lmifaixa4 1 1 Z],Bli4,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa4 1 1 X],-2*alpha,1);
% -(AX+BuW)^T - AX+BuW < 2gmaxX
lmifaixa50 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa50 1 1 X],Ai0,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa50 1 1 Z],Bli0,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa50 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa5 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa5 1 1 X],Ai1,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa5 1 1 Z],Bli1,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa5 1 1 X],2*alpha2,1);

```

```

lmifaixa6 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa6 1 1 X],Ai2,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa6 1 1 Z],Bli2,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa6 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa7 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa7 1 1 X],Ai3,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa7 1 1 Z],Bli3,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa7 1 1 X],2*alpha2,1);
lmifaixa8 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa8 1 1 X],Ai4,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa8 1 1 Z],Bli4,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa8 1 1 X],2*alpha2,1);
% Restricao de cone
lmicone0 = newlmi;
lmiterm([lmicone0 1 1 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 1 1 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 1 2 X],Ai1,cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 X],-1,Ai1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 Z],Bli1,cos(theta));
lmiterm([lmicone0 1 2 -Z],-1,Bli1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone0 2 2 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone0 2 2 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmicone1 = newlmi;
lmiterm([lmicone1 1 1 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 1 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 2 X],Ai1,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 X],-1,Ai1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 Z],Bli1,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 -Z],-1,Bli1'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 2 2 X],Ai1,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 2 2 Z],Bli1,sin(theta),'s');
lmicone2 = newlmi;
lmiterm([lmicone2 1 1 X],Ai2,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone2 1 1 Z],Bli2,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone2 1 2 X],Ai2,cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 X],-1,Ai2'*cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 Z],Bli2,cos(theta));
lmiterm([lmicone2 1 2 -Z],-1,Bli2'*cos(theta));
lmiterm([lmicone2 2 2 X],Ai2,sin(theta),'s');

```

```

lmiterm([lmicone2 2 2 Z],Bli2,sin(theta),'s');
lmicone3 = newlmi;
lmiterm([lmicone3 1 1 X],Ai3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 1 1 Z],Bli3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 1 2 X],Ai3,cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 X],-1,Ai3'*cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 Z],Bli3,cos(theta));
lmiterm([lmicone3 1 2 -Z],-1,Bli3'*cos(theta));
lmiterm([lmicone3 2 2 X],Ai3,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone3 2 2 Z],Bli3,sin(theta),'s');
lmicone4 = newlmi;
lmiterm([lmicone4 1 1 X],Ai4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 1 1 Z],Bli4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 1 2 X],Ai4,cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 X],-1,Ai4'*cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 Z],Bli4,cos(theta));
lmiterm([lmicone4 1 2 -Z],-1,Bli4'*cos(theta));
lmiterm([lmicone4 2 2 X],Ai4,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone4 2 2 Z],Bli4,sin(theta),'s');
lmis1 = getlmis;

c = mat2dec(lmis1,0,0,[0 0 0],0,1);
[copt,xopt] = mincx(lmis1,c,[0.00001 0 0 0 0]);
Ji2 = dec2mat(lmis1,xopt,1);
X = dec2mat(lmis1,xopt,2);
Z = dec2mat(lmis1,xopt,3);
Jz4 = dec2mat(lmis1,xopt,5);
K4 = Z*inv(X);

```

Listing B.6: Implementação da abordagem MCL

```

setlmis([]);
X = lmivar(1,[3 1]);
Z = lmivar(2,[1 3]);
% Lyapunov
lmix = newlmi;
lmiterm([lmix 1 1 X],-1,1);
% Lyapunov
lyap1 = newlmi;
lmiterm([1 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([1 1 1 Z],B1p,1,'s');
% (AX+BuW)^T + AX+BuW < -2gminX
lmifaixa1 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa1 1 1 X],Ap,1,'s');
lmiterm([lmifaixa1 1 1 Z],B1p,1,'s');
lmiterm([-lmifaixa1 1 1 X],-2*alpha,1);
% (AX+BuW)^T - AX+BuW < 2gmaxX
lmifaixa5 = newlmi;
lmiterm([lmifaixa5 1 1 X],Ap,-1,'s');
lmiterm([lmifaixa5 1 1 Z],B1p,-1,'s');
lmiterm([-lmifaixa5 1 1 X],2*alpha2,1);
% Restricao de cone
lmicone1 = newlmi;
lmiterm([lmicone1 1 1 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 1 Z],B1p,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 1 2 X],Ap,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 X],-1,Ap'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 Z],B1p,cos(theta));
lmiterm([lmicone1 1 2 -Z],-1,B1p'*cos(theta));
lmiterm([lmicone1 2 2 X],Ap,sin(theta),'s');
lmiterm([lmicone1 2 2 Z],B1p,sin(theta),'s');
lmis_lyap = getlmis;

[tdmin,xdfeas] = feasp(lmis_lyap);
% extraindo a matriz P da variavel de decisao xfeas
P = dec2mat(lmis_lyap,xdfeas,1);
W = dec2mat(lmis_lyap,xdfeas,2);
K5 = W*inv(P);

```