UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS - UFAM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA–PPGECIM
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS-ICE

LÍLIAN MAGALHÃES DE BRITO

UMA ANÁLISE DE TEOREMAS EM AÇÃO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6^0 ANO NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

MANAUS- AM
2023

LÍLIAN MAGALHÃES DE BRITO

UMA ANÁLISE DE TEOREMAS EM AÇÃO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6⁰ ANO NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Professor Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa.

MANAUS – AM

2023

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

B862a

Brito, Lílian Magalhães de

Uma análise de teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6° ano na resolução de situações problemas do campo conceitual aditivo. / Lílian Magalhães de Brito . 2023

93 f.: il.; 31 cm.

Orientador: Francisco Eteval da Silva Feitosa

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Teoremas em ação.. 2. Teoria dos Campos Conceituais. 3. Estrutura Aditiva. 4. Situações Problemas . I. Feitosa, Francisco Eteval da Silva. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

LÍLIAN MAGALHÃES DE BRITO

UMA ANÁLISE DE TEOREMAS EM AÇÃO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

Dissertação de Mestrado, apresentado ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Francisco Eteval da Silva Feitosa.

Orientador: Profº Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa - UFAM

Profª. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira - UFAM

Profª. Dra. Yachiko Nascimento Wakiyama - UFAM

DEDICATÓRIA

A memória de minha mãe, Ana Maria do Rozário Magalhães.

AGRADECIMENTOS

Consagro o presente trabalho a DEUS, que me manteve firme nesta caminhada e me permitiu a realização de mais um sonho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do estado do Amazonas, por promover a bolsa que fomentou a realização da pesquisa.

Aos familiares que sempre com bastante carinho torceram por essa conquista, me incentivando a não desistir e confiando na minha capacidade, me encorajando sempre a estudar mais e me esforçar no meu máximo, em especial a meus tios Antônio da Encarnação, Maria da Conceição e Benedito da Encarnação, minha avó Elça Severina e a minha prima Yasmim Souza.

A minha amiga Rose Bellite que me apoiou e me deu bons conselhos, sempre me incentivou e me deu todo apoio necessário ao longo do curso.

Ao meu noivo Adriano Batalha que me deu todo apoio e sempre me motivou ao longo deste curso.

Aos meus colegas de pós-graduação que estiveram comigo durante toda a caminhada do curso, em especial a Caio Silva, Luciene Ribeiro e Adriana Groschke.

Aos meus professores da pós graduação, que ao longo da minha vida acadêmica se disponibilizaram a sanar minhas dúvidas, me ajudaram a adquirir conhecimento, possibilitando dessa forma o meu crescimento pessoal e profissional.

Em especial, o meu agradecimento vai para meu orientador Francisco Eteval que me orientou durante o curso de pós-graduação para que eu pudesse fazer minha dissertação, que em todo tempo me orientou, com profissionalismo demonstrado ao longo do desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso, agradecida.

Deus criou os números naturais. O resto é obra dos homens.

(KRONECKER, Leopold).

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE IMAGENS

RESUMO

Neste trabalho investigamos a mobilização do invariante operatório Teorema em ação, na resolução de situações problemas do campo aditivo. Como aporte teórico consideramos a Teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud (1996). A investigação foi realizada com estudantes do sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública de Manaus - AM. O estudo consiste na proposta de um questionário envolvendo situações problemas do campo conceitual aditivo, para as análises foi considerado os esquemas ternários fundamentais que compõe o campo da estrutura aditiva proposto por Vergnaud. Desta forma, os resultados nos mostram uma diversidade de teoremas em ação que os estudantes mobilizaram ao resolverem as situações propostas, os quais nos mostram dificuldades na interpretação quando aparecem os termos "a mais que" e "a menos que", dificuldades em resolver adição com reserva, a ordem das parcelas na subtração (a compreensão de que a subtração não é comutativa) e dificuldades relacionadas ao valor posicional. É importante salientar que o objetivo não estava em verificar se o estudante resolveu corretamente ou não, mas identificar os teoremas em ação produzidos no desenvolvimento do questionário classificando-os como Teorema em ação verdadeiro ou falso.

Palavras-chave: 1. Teoremas em Ação. 2. Teoria dos Campos Conceituais. 3. Estrutura Aditiva. 4. Situações Problemas.

ABSTRACT

In this work, we investigate the mobilization of the operational invariant Theorem in action, in the resolution of problem situations of the additive field. As a theoretical contribution, we consider Gerard Vergnaud Theory of Conceptual Fields (1996). The investigation was carried out with students of the sixth year of elementary school in a public school in Manaus - AM. The study consists of the proposal of a questionnaire involving problem situations of the additive conceptual field, for the analyzes the fundamental ternary schemes that make up the field of additive structure proposed by Vergnaud were considered. In this way, the results show us a diversity of theorems in action that the students mobilized when solving the proposed situations, which show us difficulties in the interpretation when the terms "more than" and "unless" appear difficulties in solving addition with reservation, the order of the subtraction parcels (understanding that subtraction is not commutative) and difficulties related to place value. It is important to emphasize that the objective was not to verify if the student solved it correctly or not, but to identify the theorems in action produced in the development of the questionnaire, classifying them as Theorem in action true or false.

Keywords: 1. Theorems in Action. 2. Conceptual Field Theory. 3. Additive Framework. 4. Situations Problems.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino dos números naturais, conforme a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017), se inicia no primeiro ano do Ensino Fundamental anos iniciais. Ao decorrer dos anos, devem ser abordados de forma mais aprofundada, e assim o aluno deverá compreender o que é um número natural, conhecer o sistema de numeração decimal, base e valor posicional, diferenciar o sistema de numeração usual de outros sistemas existentes. E assim, em cada ano escolar, vão sendo trabalhados com os alunos as operações básicas, de acordo com a faixa etária e ano/ciclo de ensino. Ao chegarem no sexto ano, os alunos estudarão de forma aprofundada os números naturais, o sistema de numeração decimal, antecessor e sucessor, e as operações básicas com números naturais (BNCC, 2017).

A adição é a operação essencial da matemática, pois esta possibilitará a compreensão de todas as outras, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, e tantas outras. Dessa forma, é necessário que a operação adição seja bem trabalhada, para que o conceito seja compreendido pelo aluno, facilitando o seu processo de aprendizagem, conforme, Caraça (1984, p. 16):

> A operação adição é a operação mais simples e da qual todas as outras dependem. A ideia adicionar ou somar está já incluída na própria noção de número natural – o que é a operação elementar de passagem de um número ao seguinte, senão a operação de somar uma unidade a um número? (CARAÇA, 1984, p.16).

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud nos permite trabalhar a operação adição de forma que nos possibilite sua compreensão, trazendo as relações ternárias do campo conceitual aditivo identificadas por Vergnaud (2009b).

O professor ao elaborar problemas deverá propor situações que permitam que os alunos raciocinem e consequentemente desenvolvam esquemas para resolver tais problemas, pois é através dos esquemas que podemos verificar os teoremas em ação e assim verificar dificuldades, facilitando as intervenções do professor em sala de aula, com o intuito de alcançar o objetivo didático.

A teoria dos campos conceituais tem sido amplamente aplicada na educação matemática, não apenas no campo conceitual aditivo, mas também na compreensão de conceitos de fração, números negativos, na álgebra elementar, generalidade aritmética e algébrica, conforme observamos em nossa revisão de literatura.

> [...] a teoria de Vergnaud tem sido utilizada principalmente como referencial para a educação matemática. Nada mais natural, pois as pesquisas de Vergnaud, e que sustentam sua teoria, têm focalizado a aprendizagem e o ensino da Matemática, particularmente das estruturas aditivas e multiplicativas. (MOREIRA, 2002, p. 19).

Um exemplo de aplicação da TCC na educação matemática é o trabalho desenvolvido (BECK, 2019) que teve como objetivo descrever e analisar os invariantes operatórios utilizados por estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental em situações que envolvem a noção de equilíbrio algébrico. No qual constatou-se a possibilidade de uso de quatro invariantes operatórios: os teoremas-em-ação “completar a quantidade que falta” e “encontrar a incógnita a partir do equilíbrio”; e os respectivos conceitos-em-ação “sequência sem números que se repetem” e “equilíbrio dos pesos na balança”.

> Diante de cada situação – problema, sentimo-nos impulsionados a, além de uma revisão dos conteúdos matemáticos e seus significados, buscar em teorias cognitivistas, tais como a TCC de Vergnaud, as ferramentas necessárias para, não apenas interpretar e analisar tais produções, mas também conceber novas perspectivas de mediação e intervenção psicopedagógica (BITTAR; MUNIZ, 2009, p. 45).

Através da TCC podemos não apenas analisar as produções de teoremas mobilizados pelos estudantes, mas também buscar novas intervenções didática com base nas dificuldades identificadas e assim favorecer a aprendizagem da matemática. Dessa forma, tomando como base principal os elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, foi aplicado um questionário em uma turma do 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública de Manaus-AM, com o objetivo de analisar as respostas desses alunos, identificando os teoremas em ação que foram mobilizados.

Ressaltamos que nosso objetivo não é evidenciar as respostas dos estudantes como corretas ou incorretas, e sim, destacar os Teoremas em ação mobilizados pelos mesmos durante a resolução de situações-problema do campo aditivo, já que estes podem ser verdadeiros ou falsos. A escolha por abordar este conteúdo deve-se ao fato de verificar grandes dificuldades dos estudantes que chegam ao ensino fundamental anos finais em relação a esse conceito.

De modo geral, esta pesquisa se justifica por três motivos: o primeiro é o pessoal, pois, enquanto professora devido a vivência e experiência profissional com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental percebi as dificuldades dos alunos em compreender as quatro operações básicas de matemática, que são essenciais ao desenvolvimento deles na disciplina de matemática, pois é um compromisso poder contribuir com essa pesquisa tendo como sujeitos estudantes do 6º ano.

O segundo motivo é o acadêmico, que visa mostrar os teoremas em ação que estudantes do 6º ano mobilizam ao tentarem resolver situações problemas do campo conceitual aditivo, possibilitando identificar dificuldades na aprendizagem das operações adição e subtração, que proporcionará aos professores visualizar que intervenções didáticas poderá realizar com o intuito de trabalhar essas dificuldades possibilitando aprendizagem.

O terceiro motivo é o científico, pois temos o intuito de contribuir com a articulação entre a teoria dos campos conceituais estrutura aditiva e as dificuldades de aprendizado das operações adição e subtração.

Conforme a Base Nacional Comum curricular:

> Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. (BNCC, p. 269)

Através da BNCC, podemos constatar a importância de ensinar trazendo uma diversidade de problemas, envolvendo as operações básicas. Vergnaud (2009b) afirma que para aprendermos o conceito de adição é necessário trazer problemas de adição e subtração, pois só assim poderá ser formado tal conceito.

Dessa forma, ao analisarmos os teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º identificamos seu aprendizado e suas dificuldades. E são nas dificuldades que poderemos traças intervenções que possibilitem contribuir para o aprendizado destas operações e consequentemente que o estudante aprenda o conceito de adição. Dentre as relevâncias desta pesquisa, enfatiza -se o enriquecimento do acervo literário desta temática, visto que a revisão de literatura especificamente para esta área mostra poucos trabalhos que mostrem aos professores de matemática as dificuldades dos estudantes do 6º identificadas através dos teoremas em ação e ainda com o auxílio da categorização realizada por Vergnaud (2009b).

Dessa forma, busca-se também, além de contribuirmos com o ensino e aprendizagem de matemática de estudantes do 6º do ensino fundamental, popularizar a teoria dos campos conceituais, da importância de relacionar conceitos para que ocorra a aprendizagem das operações básicas.

Isto posto, lança-se a seguinte **questão de pesquisa**: quais os teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º ano do ensino fundamental na resolução situações problemas do campo aditivo?

Na busca de responder a essa questão define-se o seguinte **objetivo geral**: Identificar os teoremas em ação que os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental mobilizam ao resolver situações problemas do campo conceitual aditivo.

Para tanto, consideramos os seguintes objetivos específicos:

- ✔ Elaborar um questionário com situações problemas do campo conceitual aditivo.
- ✔ Realizar uma análise a priori das situações do questionário.
- ✔ Aplicar o questionário com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.
- ✔ Analisar os teoremas em ação mobilizados pelos estudantes.

Dessa forma, este trabalho estrutura-se em seis capítulos, apresentando-se no Primeiro Capítulo sobre conjunto dos números naturais, relembrando com brevidade como foi difundido até chegar na representação simbólica utilizado atualmente e definiremos adição e suas propriedades.

No Segundo Capítulo desta pesquisa trazemos a fundamentação teórica a respeito da teoria dos campos conceituais da estrutura aditiva e a revisão de literatura a respeito de pesquisas relacionadas a análise de teoremas em ação.

No Terceiro Capítulo trazemos a nossa metodologia, no quarto capítulo o nosso teste juntamente com a análise a priori.

No Capítulo Cinco, os resultados e análise a posteriori.

E por fim nossas considerações finais.

CAPÍTULO 1

1 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo está dividido em quatro seções, nas quais são apresentadas uma breve revisão de literatura sobre trabalhos relacionados a análise de teoremas em ação e as abordagens teórico-metodológicas que compõem o quadro teórico que fundamentam esta pesquisa.

1.1 – REVISÃO DE LITERATURA SOBRE ANÁLISES DE TEOREMAS EM AÇÃO

Neste momento, apresentaremos algumas pesquisas que estão relacionadas com a análise de teoremas em ação usando as palavras-chaves “teoremas em ação”, “análises de teoremas em ação”, a qual foi realizada no google acadêmico. Ao fazer revisão, pudemos confirmar a relevância em explorar o campo conceitual aditivo tendo como sujeitos de pesquisa estudantes do 6º ano do ensino fundamental, visto que não há trabalhos muitos trabalhos no Brasil, cujo referencial teórico baseia-se na Teoria do Campos Conceituais da estrutura aditiva e teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º ano do ensino fundamental.

Andrade; Gomes; Mafra; Ricardo, (2020) em seu artigo propuseram fazer uma análise e inferência a partir da produção de registros sinalizados pelos alunos e suas representações com base em seus esquemas conceituais informados, no que diz respeito à resolução das atividades propostas envolvendo o conteúdo de múltiplos e divisores.

O estudo foi realizado na cidade de Paraíso do Tocantins com estudantes do 6º ano do ensino fundamental. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, do tipo exploratória e documental, em que se objetivou delinear um cenário de investigação capaz de fornecer subsídios de respostas através da resolução de questões propostas aos alunos. E como resultado, constataram que a análise das resoluções é uma estratégia eficiente, porque permite compreender as dificuldades que os alunos enfrentam diante de um conteúdo ou conceito matemático.

No artigo de Beck; Silva, (2020) o objetivo foi descrever e analisar os invariantes operatórios utilizados por crianças em uma situação que envolve a noção de comutatividade da adição de números naturais. Como metodologia utilizaram o método clínico de manipulação-formalização piagetiano. Os sujeitos participantes da pesquisa foram 24 estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental. Nas análises foram observadas que, os invariantes operatórios encontrados revelam que o conceito de comutatividade pode ser entendido já desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e está ligado com a capacidade de generalização algébrica dos estudantes.

Na pesquisa de Oliveira Porto; Magina; Gomero, (2019) investigaram as competências e os esquemas que os estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental apresentam em situações problemas da Álgebra elementar e ainda os níveis de raciocínio algébricos mobilizados em tais situações. Esta pesquisa teve por suporte uma metodologia descritiva com abordagem diagnóstica. A finalidade foi identificar e compreender a natureza das estratégias apresentadas nos teoremas-em-ação pelos estudantes em apenas uma das situações-problema.

De acordo com a análise tanto quantitativa, como qualitativa dos extratos dos protocolos de respostas dos estudantes, os autores identificaram que, mesmo sem instrução formal estes apresentam competências na perspectiva funcional quer seja por noção proporcional ou por notações pré-algébricas.

Barbosa, (2019) em seu artigo analisa o desempenho e as estratégias de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações do campo multiplicativo identificadas como situações de configuração retangular. Os dados foram coletados por meio da aplicação de um teste para estudantes de uma escola pública do Rio de Janeiro, e entrevista com os mesmos.

No entanto, os resultados mostram as dificuldades dos estudantes ao lidarem com tais situações. Os índices de erros foram altíssimos e se elevam quando a situação requer uma divisão para sua solução. Porém mesmo errando, os estudantes possuem conhecimentos que podem servir de base para a superação de ideias equivocadas e construção de conceitos associados às operações.

Calado; Rezende, (2022) apresenta em seu artigo resultados de uma pesquisa de mestrado que teve como principal objetivo identificar conhecimentos relacionados à generalização da função afim, manifestados por estudantes do 9º ano. Para o seu desenvolvimento, elaborou-se uma sequência didática, nos moldes da Engenharia Didática, que foi desenvolvida com uma turma de 9º ano. No qual, as análises mostram que os estudantes manifestam, em suas resoluções, três teoremas em ação verdadeiros e três teoremas em ação equivocados relacionados especificamente à generalização da função afim. E ainda afirmam que, tais conhecimentos errôneos necessitam de atenção da comunidade acadêmica e dos professores, pois a desestabilização de conhecimentos equivocados é uma das possibilidades para proporcionar a compreensão de conceitos pelos estudantes durante a escolarização.

No artigo de Zanatta; Santos; Rezende, (2022) o objetivo principal é analisar erros manifestados por estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em

Matemática, ao resolverem uma tarefa relacionada a funções afim e quadrática. Para as análises foram consideradas as resoluções de 30 estudantes, sendo 13 do Ensino Superior e 17 do Ensino Médio.

Dessa forma, os resultados mostram que ambos os grupos de estudantes manifestaram erros na nomenclatura incorreta da função e/ou de seus elementos; erros em operações algébricas; no uso de estratégias que não correspondem à tarefa proposta; e na construção de gráficos não correspondentes à função em questão.

O trabalho de Beck, (2019) teve como objetivo descrever e analisar os invariantes operatórios utilizados por estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental em situações que envolvem a noção de equilíbrio algébrico. E para a metodologia de produção e análise de dados utilizada foi o método clínico de manipulação-formalização.

Os sujeitos da pesquisa foram 24 estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental, os quais foram submetidos a uma atividade envolvendo quatro pesos e duas balanças. Dessa forma, constatou-se a possibilidade de uso de quatro invariantes operatórios: os teoremas-em-ação “completar a quantidade que falta” e “encontrar a incógnita a partir do equilíbrio”; e os respectivos conceitos-em-ação “sequência sem números que se repetem” e “equilíbrio dos pesos na balança”.

O artigo de Cardoso; Schio; Oliveira, (2018) busca discutir diferentes estratégias adotadas por alunos e por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao resolverem três problemas do campo conceitual multiplicativo, com o objetivo de entender alguns problemas e características na estruturação cognitiva de conceitos fundamentais de Matemática.

Assim, a análise mostrou que os professores envolvidos na pesquisa não apresentaram dificuldades para resolver os problemas propostos, o que é um bom indicador de que eles possuem esquemas eficazes para a solução de situações-problema nesse campo conceitual. Por outro lado, muitos estudantes apresentaram dificuldades em resolver os mesmos problemas, alguns casos por envolverem números não inteiros (tema ainda não estudado por parte dos alunos), outros por dificuldades de leitura e de interpretação dos enunciados, e outros ainda por não verificarem se os resultados obtidos satisfaziam a questão proposta.

A proposta de Morais, Salgado, (2019) tem como objetivo investigar os esquemas de pensamento mobilizados por alunos “eficientemente diferentes” do 7º ano de uma escola de Belo Horizonte, diante do jogo Calculator The Game Simple Machine. Para tal, foi realizada uma sequência didática, por um período de cinco semanas envolvendo 19 alunos em dupla.

Os resultados revelaram que os registros escritos e orais explicitaram teoremas e conceitos em ação mobilizados pelo grupo, indicando a necessidade de se promover um número diversificado de situações em cenários inclusivos, envolvendo prioridades, propriedades operatórias e os sinais de associação do conjunto dos inteiros.

No trabalho de Santos, (2020) foi investigada a produção de Teorema em ação, uma das bases dos Invariantes Operatórios, presentes na Teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud (1996), em sendo, a investigação foi realizada com estudantes do primeiro ano do ensino médio em uma escola pública da rede Estadual de Mato Grosso do Sul. A investigação consistiu na proposta de uma atividade envolvendo números racionais representados na forma de fração. Dessa forma, para as análises foi considerado alguns conceitos e características do conjunto dos números racionais, já destacado por alguns autores em outros trabalhos.

O artigo de Cardoso, Ferreira, Ribeiro, (2022) busca identificar os teoremas em ação mobilizados por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que lecionam em escolas estaduais do norte do Espírito Santo. Em três problemas, foram identificadas algumas resoluções equivocadas, revelando a mobilização de teoremas em ação falsos nas resoluções.

As respostas incorretas indicaram dificuldades de interpretação dos enunciados e a familiaridade com determinadas categorias de problemas pode ter levado à maior facilidade em resolvê-los corretamente.

No artigo de Boni, Savioli, (2018) que afirmam que o pensamento aritmético e o pensamento algébrico estão associados, apresentam uma análise de invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em procedimentos de cálculos aritméticos ao se envolverem com uma tarefa considerada como potencialmente algébrica.

Através das manifestações dos estudantes em seus procedimentos de cálculos e linguagem natural oral, concluíram que eles apresentaram indícios de invariantes operatórios do tipo teoremas-em-ação e se encontravam em um nível de transição entre generalidade aritmética e generalidade algébrica.

1.2 – NÚMEROS NATURAIS

Esta seção está dividida em três subseções, na primeira seção será apresentado o conjunto dos números naturais, relembrando com brevidade como foi difundido até chegar na representação simbólica utilizado atualmente, será definido o que é “sucessor”, ou seja, é a palavra base que caracterizará este conjunto de dados e consequentemente axiomas de Peano que definem propriedades aritméticas de números naturais, geralmente representadas como o conjunto $\mathbb{N}$, em especial o axioma da indução que “é a base e também um eficiente método de demonstração de proposições referentes a números naturais, demonstradas por indução, ou por recorrência (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005, p. 32).

No entanto, a segunda subseção foi definida como a operação da adição, usando o princípio da indução, trazendo as propriedades correspondentes a esta operação, demonstrando a propriedade comutativa da adição, mostrando que a propriedade é válida para todos os números naturais, e de outras propriedades que podem ser demonstradas de maneira análoga, pois o intuito do subcapítulo é definir a operação da adição que é objeto da pesquisa.

Na terceira subseção será feito uma breve apresentação da operação subtração, que é uma operação matemática que, com a adição, multiplicação e divisão, é considerada básica, sendo está uma operação essencial ao dia a dia do ser humano, considerada a inversa da adição, na operação subtração e definido por meio do aporte teórico de Hefez (2011), tendo o intuito de, apenas introduzir a operação subtração, e seu uso está implícito ao tema da pesquisa, sua definição se faz necessária para a compreensão do próximo Capítulo do estudo.

1.2.1 – O CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

A matemática é uma grande aventura do pensamento humano, e segundo Pires (2013, p. 7) ao estudar a história da matemática, percebeu o quanto o pensamento levou a inúmeros gerações a construírem essa grandiosa área de conhecimento e sua aplicabilidade teoricamente.

Os números são objetos abstratos que humanos desenvolveram como modelos que permitem contar e mensurar, portanto estimar diferentes quantidades de grandeza. É um conjunto de números naturais formados por 0, 1, 2, 3,3 4, 5, 6, 7 … ou seja, é um conjunto infinito positivamente, pois não há números negativos, decimais ou fracionários (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

A origem dos números naturais deu-se no início dos tempos pré-históricos, e se relaciona a necessidade de contar, surge em algum momento em que existiu a necessidade de contar objetos e coisas e isso pode ter ocorrido a pelo menos 30 mil anos, era um tempo em que os homens viviam em cavernas, grutas, não havia a ideia de números, mas eles tinham a necessidade de contar, assim deve ter nascido os números, desde os primórdios estão registradas por marcas em ossos, desenhos gravados em paredes de cavernas, grutas em pedras e pergaminhos (PIRES, 2013).

> Observa-se no Osso de Inshango, datado no período Paleolítico Superior, aproximadamente 18.000 e 20.000 anos a. C, encontrado no continente africano guardado no acervo do Real Instituto Belga de Números Naturais, em Bruxelas, na Bélgica. Há uma série de traços talhados, divididos em três colunas, abrangendo todo

> o comprimento do osso. Para alguns cientistas, essas marcas indicam uma compreensão matemática que iria além da mera contagem (PIRES, 2013, p. 8).

No decorrer do processo civilizatório, a humanidade foi se apropriando desse modelo abstrato de contagem (um, dois, três, ... 1, 2,3, 4 ...) que são denominados de números naturais. (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

Com a evolução intuitiva dos números naturais ao conceito mais elaborado o que se vê de que foi lenta, apenas no século XIX os fundamentos matemáticos foram questionados, foi a partir destas reflexões que a noção de número passa a ser baseada no conceito da teoria dos conjuntos (HEFEZ, 2011).

> As necessidades provocadas por um sistema social cada vez mais complexo e as longas reflexões, possíveis graças à disponibilidade de tempo trazida pelo progresso econômico, conduziram, através dos séculos, ao aperfeiçoamento do extraordinário instrumento de avaliação que é o conjunto dos números naturais (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005, p. 30).

Decorridos milênios, pode-se descrever concisa e precisamente o conjunto de N dos números naturais, valendo-nos da notável síntese feita pelo matemático italiano Giuseppe Peano no limiar do século XX.

Portanto, N é denominado o conjunto dos números naturais. A palavra fundamental que caracteriza este conjunto é "sucessor", isto é, quando dizemos que $n\ e\ n' \in \mathbb{N}$, isso significa que n'é sucessor de n.

Pode-se afirmar que n', vem depois de n, desde que não exista outros números naturais entre n e n' (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

Conforme Lima (2011) toda a teoria dos números naturais pode ser deduzida por três axiomas, que são denominados de *axiomas de Peano,* os quais apresentaremos a seguir:

1. Dois números que tem o mesmo sucessor, são iguais;
2. Existe um único número natural que não é sucessor de nenhum outro;
3. Se $X \subset \mathbb{N}$ é um subconjunto tal que $1 \in X$ e, para todo $n \in X$ tem – se também um sucessor de $n \in X$, então $X = \mathbb{N}$.

A demonstração a qual utilizamos o terceiro axioma é denominada de demonstração por indução (LIMA, 2011).

O último axioma é conhecido como axioma da indução, que é a base para as demonstrações relacionadas as propriedades dos números naturais (CARVALHO, 2014).

Dessa forma, apresentaremos, conforme Carvalho (2014), o axioma da indução: seja P(n) uma propriedade relativa ao número natural n, suponhamos que:

a) $P(1)$ é válida;

b) Para todo $n \in \mathbb{N}$, a validez $P(n)$ de implica na validez de $P(n')$ onde $n'(ou\, n + 1)$ é o sucessor de n.

Então $P(n)$ é válida para qualquer que seja o número natural n.

Necessita-se deixar claro que, o conjunto dos números naturais é $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ que é essencialmente sequências e sem sentido de objetos abstratos. Cada um desses números naturais têm uma localização específica nesta ordem. As outras propriedades não atuam como definições. Todos os números têm um número à direita único e, com exceção do 1, têm um número a esquerda (sucessor) único (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

Neste sentido iremos considerar $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ pois como na seção a seguir iremos demonstrar que a adição é válida para todos os números naturais, então se faz necessário o uso do axioma da indução desenvolvido por Peano.

Porém, há alguns livros que consideram o 0 (zero) como elemento do conjunto N e a consideração do zero é apenas uma questão de preferência. A primeira civilização a utilizar o zero como representação numérica foram os maias, em seguida os hindus, e divulgado por árabes e no ocidente passou a fazer o uso do zero, mas não como um número, e sim como um algarismo tendo o intuito de preencher uma casa decimal vazia (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

> A opção do número natural para iniciar a sequência não se limita a escolher entre O e 1, freqüentemente esquecemos que, do mesmo modo que conhecemos e usamos o zero começa números naturais com o 1, na Matemática grega, apresentada por Euclides, não considerava o 1 como um número. Nos "elementos", encontra-se as seguintes definições: a unidade é aquilo pelo qual cada objeto é um, ou seja o número é uma multitude de unidade (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 2005).

Infere-se que, na matemática, número é o conjunto de todos os conjuntos equivalente a um conjunto de dados que se quer usar.

1.2.2 – ADIÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS

Entre os números naturais estão definidas duas operações fundamentais: a adição, que aos números $n, p \in N$ faz corresponder a soma $n + p$ [...] (CARVALHO; LIMA; MORGADO; WAGNER, 1997).

Carvalho; Lima; Morgado; Wagner (1997, p. 33), apresenta as seguintes definições:

- A soma $n + p$ é o número natural que se obtém a partir de n aplicando-se p vezes seguidas a operação de tomar o sucessor. Em particular, $n + 1$ é o sucessor de n, $n + 2$ é o sucessor do sucessor de n, e assim sucessivamente.

Pode definir operações e adição usando o axioma da indução. Conforme, Carvalho; Lima; Morgado; Wagner (1997, p. 34).

- Adição: $n + 1$ = sucessor de n e $n + (p + 1) = (n + p) + 1$, mas esta última igualdade diz que se sabemos somar o p para todos os números naturais n, sabemos também somar $p + 1$: a soma $n + (p + 1)$ e simplesmente o sucessor $n + (p + 1)$ de $n + p$, o axioma da indução garante que a soma $n + p$ está definida para quaisquer $n, p \in \mathbb{N}$.

Conforme Hefez (2011, p. 2), temos:

- A adição é comutativa: $\forall\, m, n \in N, m + n = n + m$.

Ao demonstrar a propriedade comutativa da adição, usa-se o axioma da indução, ou seja, $m, n, k \in N$, primeiramente vamos provar que vale a comutatividade para $m + 1 = 1 + m$, temos:

i) Para $m = 1$: $1 + 1 = 1 + 1$

Portanto vale a *comutatividade* para $m = 1$.

ii) Para $m = k$: $k + 1 = 1 + k$

Observe que, também vale a comutatividade, conforme demostrado que vale para $m = k + 1$, temos: $(k + 1) + 1 = 1 + (k + 1)$ $(1 + k) + 1 = 1 + (k + 1)$, portanto também vale para $m = k + 1$.

Agora iremos provar que$m + n = n + m, \forall\, m, n \in N$:

Para $n = 1$, temos: $m + 1 = 1 + m$, que é verdadeiro, pois provamos anteriormente.

Supondo que $n = k$, $k \in N$, temos: $m + k = k + m$

Para $n = k + 1$, temos, $m + (k + 1) = (k + 1) + m$

Usando a associatividade no primeiro membro da igualdade:$(m + k) + 1 = (k + m) + 1 = k + (m + 1) = k + (1 + m) = (k + 1) + m$.

Portanto, $m + n = n + m, \forall\, m, n \in N$.

- A adição é associativa: $\forall\, m, n, p \in N, (m + n) + p = m + (n + p)$.
- A adição possui elemento neutro: $\forall\, m \in N, m + 0 = m$.

Observação: em Hefez (2011) o 0 (zero) pertence ao conjunto $\mathbb{N}$.

Assim como a definição de adição se faz necessária em nossa pesquisa, também definiremos a operação subtração, pois apesar do título desta pesquisa não explicitar esta operação, sua definição é importante ao fazermos o estudo do campo conceitual aditivo o qual será explanado no próximo Capítulo.

Tomemos dois números quaisquer a e b de forma que a seja menor ou igual a b ($a \leq b$, representação em símbolos), sabemos que existe um número natural c tal que $b = c + a$.

Dessa forma, definiremos o número b menos a como sendo o número c, que denotaremos como $c = b - a$. Então, diz-se que c é a subtração de a e de b (HEFEZ, 2011).

Por definição, temos: $c = b - a \leftrightarrow b = c + a$. Lembrando que no conjunto dos números naturais nem sempre existe a subtração de dois números, pois só existe quando $a \leq b$ (HEFEZ, 2011).

Em nossa pesquisa também se faz necessário apresentar os conceitos de valor posicional e adição com reagrupamento (adição com reserva), pois ambos os conceitos nos ajudarão a identificar teoremas em ação mobilizados pelos estudantes. Dessa forma, no livro de Dante (2017, p. 18) ele aborda o conceito de valor posicional dando o seguinte exemplo: “Marcelo comprou 3 caixas, 2 pacotes e 8 canetas vermelhas avulsas.”

Primeiramente o autor faz a representação do total de canetas usando o material dourado, logo em seguida apresenta a representação no sistema de numeração decimal. Lembrando que cada caixa contém 100 canetas e um pacote 10 canetas, o número total de canetas é 328.

O autor primeiramente faz a decomposição deste número: 328 = 300 + 20 + 8, isto é, trezentos e vinte e oito. Dessa forma, o número 328 tem três algarismos. E traz a importância da posição do algarismo mostrando o seguinte esquema:

Tabela 1: Valor posicional.

Centena	**Dezena**	**Unidade**
3	2	8
O valor posicional é 3 de 300	O valor posicional é 2 de 20	O valor posicional é 8 de oito

Fonte: Dante (2017, p. 18).

Em relação a adição com reagrupamento, Dante (2017), nos traz uma situação problema envolvendo algarismos de duas ordens, observe a seguir: “Duas turmas do período da manhã de uma escola fizeram uma excursão. Participaram 27 alunos de uma turma e 35 da outra. Quantos alunos participaram ao todo?” (DANTE, 2017, p, 72).

Dessa forma, para resolver este problema, Dante (2017), afirma que é necessário juntar os algarismos 27 e 35 e assim teremos o total de alunos que participaram a excursão. A análise da resolução deste problema, é mostrado usando o material dourado, o algoritmo usual, o algoritmo de decomposição e o algoritmo usual simplificado.

Mostraremos aqui, apenas o algoritmo usual, que é o que se aproxima do teorema em ação que identificamos no problema 1:

Tabela 2: Adição com reagrupamento.

D	**U**
1 2	 7
+3	5
6	2

Fonte: Adaptado de Dante (2017, p. 72).

1.3 – A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), foi proposta por Gérard Vergnaud que foi um professor, psicólogo, e pesquisador e foi inspirada nos trabalhos de Piaget que tem como objetivo o entendimento da construção do conhecimento (BARROS; ZANELLA, 2014).

Dessa forma a TCC trata-se de uma "teoria cognitivista que visa fornecer uma estrutura coerente e alguns princípios básicos para o estudo de desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, especialmente relacionado a ciência e a tecnologia" (VERGNAUD, 1993).

A TCC proporciona o entendimento de ações, e condições de produção e comunicação, sendo estas realizadas pelos alunos ao resolver situações que lhe são propostas no processo de aprendizagem. Isto é, a teoria dos campos conceituais possibilita que o professor compreenda o comportamento e os discursos produzidos pelo aluno em situações a eles propostas em sala de aula, trazendo para o professor subsídios que o auxiliem na organização do conteúdo que será trabalhado em sala de aula, e assim podendo abordar diferentes situações para o mesmo conceito. É por meio da diversidade de situações a resolver que, o conceito adquire sentido (BARROS; ZANELLA, 2014).

A essência do desenvolvimento cognitivo para Vergnaud (1993) é a formação e o desenvolvimento de conceitos. Porém, se tratando no caso específico da matemática após a percepção de propriedades, estruturas e padrões de comportamento os objetos matemáticos acabam se caracterizando através do uso de uma definição. Mas, o conceito abordado por Vergnaud vai muito além de uma definição.

Conforme, Vergnaud (2009b, p.15):

> Os conhecimentos que a criança adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, a criança é capaz de fazer sobre a realidade, com as relações que ela é capaz de discernir, de compor, de transformar, com os conceitos que ela progressivamente constrói.

Dessa forma a teoria dos campos conceituais dedica-se a, estudar a formação do conceito feito pela criança na diversidade do pensamento racional que ela domina, possibilitando com que o professor conheça estes conceitos formados pela criança, conhecendo as suas dificuldades e assim traçando estratégias capazes de estimular e valorizar as atividades desenvolvidas com os alunos.

Isto é, o professor terá a oportunidade de conhecer os conteúdos a serem ensinados, e as relações desses conteúdos com as atividades que ele irá aplicar em sala de aula, dentro da capacidade de cada um de seus alunos, e consequentemente poderá compreender como ocorre o aprendizado de tais conceitos (BARROS; ZANELLA, 2014).

Vergnaud (1993) ressalta a importância dos conhecimentos prévios dos alunos, pois o planejamento das situações problemas devem considerar os conhecimentos que os estudantes já possuem.

De acordo com Barros e Zanella (2014) os conhecimentos prévios tratam-se de conhecimentos onde os alunos trazem consigo, antes mesmo de o professor explorar formalmente um determinado conceito em salada de aula. Uma das propostas da teoria dos campos conceituais é estudar o significado dos conceitos no contexto escolar, porém sem perder a raiz científica (BARROS; ZANELLA, 2014).

Os principais conceitos da teoria dos campos conceituais, além do próprio conceito de campo conceitual, são os conceitos de esquema, de situação, invariantes operatórios. Um campo conceitual trata-se da reunião de situações cuja competência demanda uma diversidade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita relação (BITTAR; MUNIZ, 2009).

De acordo com Astolfi (2002) um conceito é considerado um agregado de elementos que possuem as mesmas particularidades. A construção do conceito envolve um tripé de conjuntos que de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud é denominada de (S, I, Y), isto é, S conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência), I conjunto de invariantes que baseia a operacionalidade dos esquemas (significado), o Y é o conjunto das formas de linguagem (ou não) que permite representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e procedimentos de tratamento significante (ASTOLFI, 2002).

Dessa forma, a nomenclatura destaca “S” como um conjunto de situações que dão significado funcional ao conceito, I como o conjunto de invariantes sobre os quais reside a operacionalidade do conceito. O Y é o conjunto de representações simbólicas e linguagem natural, gráficos, diagramas, etc. e permite a representação de invariantes (BARROS; ZANELLA, 2014).

Situação conforme Vergnaud não se trata de uma situação de ensino, mas uma tarefa, e qualquer situação complexa pode ser analisada como um conjunto de tarefas, das quais é importante conhecer a natureza e as dificuldades específicas. A dificuldade da tarefa não é a soma ou o produto das diferentes subtarefas envolvidas, mas fica claro que o desempenho por subtarefa afeta o desempenho geral. (VERGNAUD, 1993).

Barros e Zanella (2014) afirma que, há duas classes de situações, a primeira é aquela que os alunos possuem competência necessária para resolver ao lidarem com as informações da situação, enquanto há situações em que o aluno não tem competência necessária para resolver ao lidarem com as informações, havendo da necessidade de reflexão e maturidade para resolvê-las.

Enquanto aos invariantes que podem serem chamados de invariantes operatórios, dividem-se em três tipos, que são: proposição, função proposicional e argumento. Destacaremos os invariantes do tipo preposição e do tipo funções proposicionais.

De acordo com Barros e Zanella (2014, p. 18), os invariantes do tipo proposição são aqueles que em um determinado domínio podem ser verdadeiros, mas em outro podem ser falsos.

Dessa forma, quando trabalhamos com a operação multiplicação no conjunto dos números naturais, observamos que esta operação é equivalente há somas sucessivas de parcelas iguais que sempre aumentará. Porém ao fazermos este mesmo procedimento no conjunto dos números inteiros nem sempre ocorrerá o aumento na realização da multiplicação.

Observamos, então que, os teoremas em ação são teoremas implícitos que tem validade de acordo com o contexto da situação, isto é, verdade apenas para um conjunto de situações (BARROS; ZANELLA, 2014).

Os invariantes do tipo funções proposicionais (conceitos em ação), conforme Barros e Zanella (2014) “são conceitos implícitos, que se assumem pertinentes a ação.” Observamos algumas situações: *“Joana tinha 8 bolinhas de gude. Ela jogou e ganhou 5 bolinhas. Quantas bolinhas ela tem agora?”* e *“João tinha 16 bolinhas de gude. Ele jogou e perdeu 5 bolinhas. Quantas bolinhas ele tem agora?”,* há vários conceitos implícitos na compreensão dessa situação, como número cardinal, ganho e perda, aumento e diminuição.

Vergnaud (1993) afirma que há uma relação entre proposição e função proposicional, pois não há proposição sem função proposicional, assim como não há função proposicional sem proposição, ressaltando que ambas possuem suas diferenças. É por meio dos esquemas que os alunos mobilizam ao resolverem situações problemas que é possível analisar os teoremas em ação e conceitos em ação, pois ambos surgem dos conhecimentos contidos nos esquemas.

Conforme Vergnaud (2009b) um esquema é uma organização comportamental invariável de uma classe de situações para a aprendizagem específica de um conceito. Pode indicar quais elementos cognitivos fazem com que a ação do sujeito seja operatória. Desta forma o esquema é formado necessariamente por quatro componentes: metas e antecipações, regras em ação de tomada de informação, invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceito-em-ação, possibilidades de inferência em situação (BITTAR, MUNIZ, 2009).

São as metas que permitem as antecipações, pois um estudante ao resolver uma situação problema do campo conceitual aditivo há necessidade de interpretar, verificar o objetivo, isto é, o que o problema está pedindo.

Por exemplo, no problema *João possui 11 bolinhas de gude azul e 16 vermelhas, quantas bolinhas de gude João possui ao todo*? a meta a ser alcançada resolvendo é descobrir a quantidade de bolinhas que João tem ao todo.

Observe que para descobrir a quantidade total de bolinhas de gude de João é necessário verificar os dados que a questão nos traz que neste caso é a quantidade de bolinhas de gude azul e vermelhas, que se trata da segunda componente do esquema que são as regras em ação de tomada de informação, pois através da coleta dos dados que o estudante irá ter o controle da resolução do problema traçando estratégias seguras para a resolução.

Enquanto os invariantes operacionais são os teoremas em ação e os conceitos em ação, através da resolução do problema podemos identificar os teoremas que poderão ser falsos ou verdadeiros, e os conceitos como no problema acima, conceito de número cardinal, de ganho. E as inferências são o raciocínio, propiciam a conclusão do problema (BITTAR; MUNIZ, 2009).

1.4 – O CAMPO CONCEITUAL DA ESTRUTURA ADITIVA

Vergnaud afirma que para compreendermos um conceito é necessário que ele esteja relacionado as situações-problemas, isto é, um conceito só terá sentido para o indivíduo se estiver associado a um conjunto de situações. Da mesma forma isso acontece no campo conceitual aditivo, pois os conceitos de adição e subtração não fazem sentido sendo estudos isoladamente.

O campo conceitual da estrutura aditiva trata-se de um conjunto de situações, no qual para a compreensão, o domínio é necessário conter uma ou várias adições ou subtrações ou ainda a combinação destas duas operações e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como problemas matemáticos (VERGNAUD, 1993).

Dessa forma, o campo conceitual aditivo se constitui de situações que para a resolução de seus problemas envolve tanto a operação adição, como a subtração, ou a junção das duas em um só problema matemático.

Conforme, Santana (2010) apud Barros e Zanella (2014, p. 27) este campo conceitual é composto pelos conceitos de cardinalidade, de medida, de transformação temporal (ganhar e perder), pelas relações de comparação quantificada, de composição binária de medidas, de composição de transformações e relações.

O domínio do campo conceitual da estrutura aditiva, não trata apenas da operacionalização de cálculos numéricos, mas sim da capacidade de resolver a diversidade de situações problemas.

Para Barros; Zanella, (2014), o desenvolvimento do deste campo conceitual envolve três grupos de problemas relacionados ao raciocínio aditivo, que são: comparação, transformação e composição.

Em relação a *comparação*, os problemas matemáticos abrangem situações em que há um referente, um referido e uma relação entre eles, enquanto a *transformação* os problemas abrangem situações que relacionam o estado inicial com um estado final através de uma transformação e a *composição* os problemas abrangem situações em que o todo se relaciona com as partes.

Há seis esquemas ternários identificados por Vergnaud (2009b) na estrutura do campo conceitual aditivo, as quais pode-se organizar por meio de problemas aritméticos que envolve operações de adição e subtração, ou a combinação de ambas.

Conforme mostraremos a seguir:

Quadro 1: 1ª, 2ª e 3ª categorias, suas classes de problemas e situações.

Categoria	Classes de Problemas	Situação
1ª) – É aquela em que duas medidas se compõem para	1_a - Conhecendo-se duas medidas elementares, é possível encontrar a composta;	João possui 11 bolinhas de gude azul e 16 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?
	1_b - Conhecendo-se uma das medidas elementares e a composta,	Teresa foi a feira e comprou 12 litros de açaí. Ao chegar em casa, juntamente com sua família

resultar em uma terceira medida.	pode-se determinar a outra medida elementar;	consumiu 5 litros de açaí. Quantos litros de açaí ela ainda tem para beber?
2ª) – É aquela em que uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.	2_a) Conhecendo-se o estado inicial e a transformação positiva, pode-se determinar o estado final;	José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?
	2_b) Conhecendo-se o estado inicial e final pode-se determinar a transformação positiva.	Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?
	2_c) Conhecendo-se uma transformação e o estado final pode-se obter o estado inicial.	Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 20 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 37 reais. Quanto Fernanda possuía antes?
	2_d) Conhecendo-se o estado inicial e a transformação negativa pode-se obter o estado final.	Joaquim tinha 9 cupuaçus. Ele deu 4 para sua mãe. Com quantos cupuaçus ele ficou.
	2_e) Conhecendo-se o estado inicial e estado final pode-se obter a transformação, que nesta classe é negativa.	Francisca foi a feira e comprou 13 peixes, ao voltar pra casa esbarrou em uma pessoa. Agora ela tem 8 peixes. Quantos peixes Francisca perdeu.
	2_f) Conhecendo-se o estado final e a transformação negativa, obtém-se o estado inicial.	Bruna tem uma certa quantia de tapiocas. Ela vendeu 9 para seus clientes e agora tem 7. Quantas tapiocas ela possuía?
3ª) – É aquela em que uma relação estática liga duas medidas.	3_a) Conhecendo-se uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido).	Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 15 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 7 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?
	3_b) Conhecendo-se uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido).	Paulo possui 9 barcos. Paulo tem 7 menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio.
	3_c) Conhecendo-se as medidas referente e referido, pode-se determinar a relação negativa.	Pedro tem 24 tucumãs e Isabela 11. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?
	3_d) Conhecendo-se as medidas, referente e referido, pode-se determinar a relação positiva.	A ponte sobre rio madeira que liga o estado do Amazonas e Rondônia tem aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o rio negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o rio negro tem a mais que a sobre o rio madeira?
	3_e) Conhecendo-se uma das medidas (referido), pode-se determinar a outra medida (referente).	Paulo possui 3 tambaquis. Daniel tem 5 a mais que Paulo. Quantos tambaquis tem Paulo?
	3_f) Conhecendo-se uma das medidas (referido) e a relação negativa, pode-se determinar a outra medida (referente).	Antônio tem 11 potes de açaí cremoso. Carlos tem 5 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos.

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Em relação a quarta categoria que é aquela em que duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Esta categoria se divide em duas grandes subclasses, cada uma contendo oito subclasses, para entendermos melhor apresentaremos os quadros 2 e 3, considerando T_1, T_2 as transformações e T_3 e a transformação composta (BARROS; ZANELLA, 2014).

Segundo Barros; Zanella (2014, p. 39), a *primeira classe* da quarta categoria: conhecendo-se duas transformações elementares, pode-se encontrar a transformação composta. Apresentamos a seguir o quadro 2:

Quadro 2: Possibilidades da 1ª classe e da 4ª categoria.

Itens	Transformação elementar 1 Conhecida	Transformação elementar 2 Conhecida	Transformação composta Desconhecida	Nomenclatura
$\|T_1\| < \|T_2\|$	$T_1>0$	$T_2>0$	$T_3>0$	4_{1a}
	$T_1<0$	$T_2<0$	$T_3<0$	4_{1b}
	$T_1>0$	$T_2<0$	$T_3>0$	4_{1c}
	$T_1<0$	$T_2>0$	$T_3< 0$	4_{1d}
$\|T_1\| > \|T_2\|$	$T_1>0$	$T_2>0$	$T_3>0$	4_{1e}
	$T_1<0$	$T_2<0$	$T_3<0$	4_{1f}
	$T_1>0$	$T_2<0$	$T_3<0$	4_{1g}
	$T_1<0$	$T_2>0$	$T_3>0$	4_{1h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Apresentaremos a seguir o quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Classes de problemas e situações da 4ª categoria (1ª classe).

Classes Problemas	Situação
4_{1a}(4_{1e}): Conhecendo-se as transformações elementares com $\|T_1\| < \|T_2\|$ ou com $\|T1\| > \|T2\|$, sendo $T_1>0$ e $T_2>0$, pode-se determinar a transformação composta com $T_3>0$.	Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã ele pescou 13 peixes. Durante a tarde ele pescou 8 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?
4_{1b}(4_{1f}): Conhecendo-se as transformações elementares com $\|T_1\| > \|T_2\|$ ou com $\|T_1\| < \|T_2\|$ sendo T1 <0 e $T_2<0$, pode-se determinar a transformação composta com $T_3<0$.	Maria participou de um festival de culinária amazonense. Na primeira etapa ela perdeu 3 pontos. Na segunda etapa ela perdeu 2 pontos. Ao final do festival, quantos pontos ela perdeu?
4_{1c}: Conhecendo-se as transformações com $\|T_1\| < \|T_2\|$, sendo $T_1>0$ e $T_2<0$, obtém-se transformações como $T_3>0$.	Maria participou de um festival de culinária amazonense. Na primeira etapa ela ganhou 8 pontos. Na segunda etapa ela perdeu 3 pontos. Com quantos pontos ela terminou o festival?
4_{1d}: Conhecendo-se as transformações elementares com $\|T_1\| < \|T_2\|$, $T_1>0$ e $T_2<0$, se obtém a transformação composta $T_3< 0$.	José realizou uma atividade para seu pai em duas etapas. Na primeira etapa ele não atingiu o objetivo esperado e por isso perdeu 6 horas de passeio na praia da lua para a semana seguinte. Na segunda etapa, ele ganhou 3h de passeio na praia da lua. Após as duas etapas, qual tempo ele terá para passear na praia?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

A *segunda classe* da quarta categoria: conhecendo-se a transformação composta (T_3) e uma das transformações elementares (T_1), pode-se encontrar a outra transformação elementar (T_2). Ressaltando que se pode conhecer a transformação elementar (T_2) e encontrar a (T_1), obtendo-se as mesmas combinações para as subclasses a seguir (BARROS; ZANELLA, 2014, p. 42).

Quadro 4: Possibilidades da 1ª classe da 4ª categoria.

Itens	Transformação elementar 1 Conhecida	Transformação composta conhecida	Transformação elementar 2 Desconhecida	Nomenclatura
$\|T_1\| < \|T_3\|$	$T_1>0$	$T_3>0$	$T_2<0$	4_{2a}
	$T_1<0$	$T_3<0$	$T_2>0$	4_{2b}
	$T_1>0$	$T_3<0$	$T_2<0$	4_{2c}
	$T_1<0$	$T_3>0$	$T_2>0$	4_{2d}
$\|T_1\| > \|T_3\|$	$T_1>0$	$T_3>0$	$T_2>0$	4_{2e}
	$T_1<0$	$T_3<0$	$T_2<0$	4_{2f}
	$T_1>0$	$T_3<0$	$T_2<0$	4_{2g}
	$T_1<0$	$T_3>0$	$T_2>0$	4_{2h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 5: Classes de problemas e situações da 4ª categoria (2ª Classe).

Classes Problemas	Situação
4_{2a}: Conhecendo-se a transformação elementar com $T_1>0$ e a composta $T_3>0$, em que $\|T_1\| < \|T_3\|$, pode-se determinar a transformação composta com $T_2<0$.	Paulo participou de uma gincana sobre a história da cidade de Manaus capital do Amazonas. Na primeira etapa da gincana ele ganhou 10 pontos. No final da segunda etapa ele ficou com um total de 7 pontos. Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu?
4_{2b}: Conhecendo-se as transformações elementar $T_1<0$ e a composta $T_3<0$, em que $\|T_1\| < \|T_3\|$, pode-se determinar a transformação elementar $T_3>0$.	Ana participou de um torneio de handebol. Após o primeiro tempo ela estava com saldo negativo de 8 pontos. No segundo tempo ela marcou alguns pontos, de modo que no termino do jogo ela está com saldo negativo de 5 pontos. Quantos pontos ela marcou no segundo tempo para obter este resultado?
4_{2c}(4_{2g}): Conhecendo-se a transformação elementar $T_1>0$ e a composta $T_3<0$, em que $\|T_1\| < \|T_3\|$ ou $\|T_1\| > \|T_3\|$, pode-se determinar a transformação elementar $T_2<0$.	Felipe participou de um jogo de perguntas e respostas sobre a cultura amazonense, em duas fases. Na primeira fase ele conquistou 15 pontos. Quando o jogo terminou estava com saldo negativo de 5. Quantos pontos ele perdeu na segunda fase para obter este resultado?
4_{2d}(4_{2h}): Conhecendo-se a transformação elementar $T_1>0$, em que $\|T_1\| > \|T_3\|$ ou $\|T_1\| < \|T_3\|$, pode-se determinar a transformação elementar $T_2>0$.	A mãe de Ana colocou jambos em uma sacola para levar a sua avó. No caminho, Ana comeu 6 unidades, mas ficou preocupada, então parou no sítio do Senhor Pedro e colheu alguns jambos. Ao chegar na casa de sua avó, contou e percebeu que havia 7 jambos a mais do que sua mãe havia colocado pela manhã. Quantos jambos Ana pegou a mais no sítio do senhor Pedro?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Em relação a *quinta categoria* que é aquela em que a transformação opera sobre o estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. Nesta categoria "serão reencontrados as classes estudadas no caso da segunda categoria (busca o estado inicial, da transformação e do estado inicial), com subclasses mais numerosas, levando em conta as várias possibilidades que existem para o sinal e o valor absoluto" (VERGNAUD, 2009b, p. 222).

A *primeira classe* particular de situações da quinta categoria são aquelas nas quais são conhecidas a primeira relação e a transformação e o estudante fica encarregado de determinar a segunda relação (BARROS; ZANELLA, 2014, p. 45).

Dessa forma consideramos T a transformação que opera sobre o estado relativo r_1 para resultar no estado relativo r_2. Para Barros; Zanella, (2014), a relação r_1 pode envolver uma comparação positiva, e será denotada $a > b$, ou uma comparação negativa, que será denotada pôr $a < b$. Apresentaremos a seguir no quadro 6 a descrição das possibilidades da primeira classe da quinta categoria e no quadro 7 as classes de problemas e situação da 5ª categoria (Primeira Classe):

Quadro 6: Possibilidades da 1ª classe na 5ª categoria.

Itens	**Relação 1 Conhecida**	**Transformação Conhecida**	**Relação 2 desconhecida**	**Nomenclatura**
$\|a-b\| > \|T\|$	a>b	T>0	a>b	5_{1a}
	a>b	T<0	a>b	5_{1b}
	a<b	T>0	a<b	5_{1c}
	a<b	T<0	a<b	5_{1d}
$\|a-b\| < \|T\|$	a>b	T>0	a>0	5_{1e}
	a>b	T<0	a<0	5_{1f}
	a<b	T<0	a<0	5_{1g}
	a<b	T>0	a>0	5_{1h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 7: Classes de problemas e situações da 5ª categoria (1ª Classe).

Classes Problemas	**Situação**
5_{1a}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a transformação positiva T > 0, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a > b.	Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?
5_{1b}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a transformação negativa T < 0, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a > b.	Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a menos que Maria. Após esses dois anos, Ana tem quantos centímetros a mais que Maria?
5_{1c}: Conhecendo-se a relação inicial a < b e a transformação positiva T > 0, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar o valor relativo final a < b.	No campeonato brasileiro de Voleibol, a seleção do Amazonas tinha 6 pontos a menos do que a seleção de São Paulo. Nessa última rodada a diferença entre as pontuações das duas equipes diminuiu 4 pontos. Quantos pontos a mais ou a menos tem a seleção do Amazonas em relação à de São Paulo?
5_{1d}: Conhecendo-se a relação inicial a < b e a transformação negativa T < 0, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a < b.	No campeonato brasileiro de Voleibol, a seleção do Amazonas tinha 6 pontos a menos do que a seleção de São Paulo. Nessa última rodada a diferença entre as pontuações das duas equipes

	aumentou 4 pontos. Quantos pontos a mais ou a menos tem a seleção do Amazonas em relação à de São Paulo?
5_{1e}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a transformação positiva T > 0, em que $\|a-b\| < \|T\|$, pode-se determinar o estado final a > b.	Em janeiro, o nível de profundidade do Rio Negro era 2 centímetros a mais que o Rio Madeira. Passado um mês, o nível do Rio Negro aumentou 4 centímetros a mais do que o Rio Madeira. Após esses dois anos, o Rio Negro ficou profundo ou raso do que o Rio Madeira? Quantos centímetros?
5_{1f}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a transformação negativa T < 0, em que $\|a-b\| < \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a < b.	Em janeiro, o nível de profundidade do Rio Negro era 2 centímetros mais alto que o Rio Madeira. Passado um mês, o Rio Negro e o Rio Madeira continuaram a aumentar o nível de profundidade, o Rio negro aumentou 3 centímetros a menos que o Rio Madeira. Qual rio ficou mais fundo? Quantos centímetros?
5_{1g}: Conhecendo-se a relação inicial a < b e a transformação negativa T < 0, em que $\|a-b\| < \|T\|$,, pode-se determinar o estado relativo final a < b.	No ano de 2015, Paulo era 2 centímetros mais baixo do que Pedro. Em 2019, Paulo cresceu 5 centímetros a menos do que Pedro. Quem ficou mais baixo? Quantos centímetros?
5_{1h}: Conhecendo-se a relação inicial a < b e a transformação positiva T > 0, em que $\|a-b\| < \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a < b.	No ano de 2015, Paulo era 2 centímetros mais baixo do que Pedro. Em 2019, Paulo cresceu 5 centímetros a mais que Pedro. Quem ficou mais baixo? Quantos centímetros?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

A *segunda classe* particular de situações dessa quinta categoria são aquelas nas quais são conhecidas a transformação e a segunda relação e o estudante fica encarregado de descobrir a primeira relação. (BARROS; ZANELLA, 2014, p. 49).

Apresentaremos a seguir no quadro 8, as possibilidades da segunda classe da quinta categoria e no quadro 9 as classes de problemas e situação da quinta categoria da segunda classe, ressaltando que será apresentado apenas alguns exemplos:

Quadro 8: Possibilidades da 2ª classe da 5ª categoria.

Itens	Relação 1 Conhecida	Transformação Conhecida	Relação 2 desconhecida	Nomenclatura
$\|a-b\| > \|T\|$	a>b	T>0	a>b	5_{2a}
	a>b	T<0	a>b	5_{2b}
	a<b	T>0	a<b	5_{2c}
	a<b	T<0	a<b	5_{2d}
$\|a-b\| < \|T\|$	a>b	T>0	a>0	5_{2e}
	a>b	T<0	a<0	5_{2f}
	a<b	T>0	a>0	5_{2g}
	a<b	T<0	a<0	5_{2h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 9: Classes de problemas e situações da 5ª categoria (2ª Classe).

Classes Problemas	Situação
5_{2b}: Conhecendo-se a relação inicial a>b e a transformação negativa T<0, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a > b.	Na semana passada o time A e B ocuparam lugares diferentes na classificação do campeonato de futebol em virtude do total de pontos marcados. Na metade da semana, a diferença entre eles diminuiu 2 pontos ao jogarem com times diferentes. Após esta rodada, o time A passou a ter 7 pontos a mais do que o time B. Assim, quantos pontos a mais ou a menos o time A possuía na classificação da semana passada em relação ao time B?
5_{2g}: Conhecendo-se a relação inicial a<b e a transformação positiva T>0, em que $\|a-b\| < \|T\|$, pode-se determinar o estado relativo final a>b.	No início de 2010, João e Maria possuíam alturas diferentes. No início de 2011 João cresceu 2 centímetros a mais do que Maria, de modo que no início de 2012 ele tinha 7 centímetros a mais que ela. Assim, quantos centímetros a mais ou a menos João possuía no início de 2010 em relação a Maria?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

A terceira classe particular da quinta categoria é aquela em que se conhecem as relações inicial e final e cabe ao estudante descobrir a transformação (BARROS; ZANELLA, 2014, p. 51). Apresentaremos as possibilidades descritas no quadro 10 e classes de problemas e situação da quinta categoria (terceira classe), ressaltando que serão ilustradas apenas as situações $5(3_a)$ e $5(3_b)$, pois as demais podem ser exemplificadas com enunciados semelhantes:

Quadro 10: Possibilidades da 3ª classe da 5ª categoria.

Itens	Relação 1 Conhecida	Transformação Conhecida	Relação 2 Desconhecida	Nomenclatura
$\|a-b\| > \|T\|$	a>b	T>0	a>b	5_{3a}
	a>b	T<0	a>b	5_{3b}
	a<b	T>0	a<b	5_{3c}
	a<b	T<0	a<b	5_{3d}
$\|a-b\| < \|T\|$	a>b	T>0	a>0	5_{3e}
	a>b	T<0	a<0	5_{3f}
	a<b	T<0	a<0	5_{3g}
	a<b	T>0	a>0	5_{3h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 11: Classes de problemas e situações da 5ª categoria (3ª Classe).

Classes Problemas	Situação
5_{3a}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a relação final a > b, em que $\|a-b\| > \|T\|$, pode-se determinar a transformação positiva T > 0.	Até a semana passada o rio A possuía 5 centímetros cúbicos de volume de água que o rio B. Nessa semana choveu bastante onde o rio A está localizado e agora o rio A tem 7 centímetros cúbicos de volume de água a mais que o rio B. Quantos centímetros cúbicos a mais o rio A recebeu em relação ao rio B na última semana?
5_{3b}: Conhecendo-se a relação inicial a > b e a relação final a > b, em que	Até a semana passada o rio A possuía 5 centímetros cúbicos de volume de água que o rio B. Nessa semana choveu bastante onde o rio A está localizado e agora o rio A tem 3 centímetros cúbicos de volume de

$\lvert a-b\rvert > \lvert T\rvert$, pode-se determinar a transformação positiva T < 0.	água a mais que o rio B. Qual foi a diferença de volume de água para o Rio B nessa semana?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Em relação a *sexta categoria* que é aquela em que dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo. Nesta categoria encontraremos as classes estudas na primeira categoria, porém no lugar de medidas temos as relações, com subclasses mais numerosas (BARROS; ZANELLA, 2014).

A *primeira classe* da sexta categoria é aquela em que se conhece a relação elementar (r_1) e a relação de composição (r_2), para obter a relação desconhecida (r_3). Consideremos a relação r_1 do tipo $a > b$ ou do tipo $a > c$ e para r_2 consideremos $b > c$ ou do tipo $b < c$ e para r_3 considere $a > b$ ou do tipo $a < c$. (BARROS; ZANELLA, 2014). Apresentaremos a seguir o quadro de possibilidades da primeira classe da sexta categoria:

Quadro 12: Possibilidades da 1ª classe da 6ª categoria.

Itens	Relação r_1 Conhecida	Relação r_2 Conhecida	Relação r_3 Desconhecida	Nomenclatura
$\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$	a>b	b>c	a>c	6_{1a}
	a>b	b<c	a>c	6_{1b}
	a<b	b>c	a<c	6_{1c}
	a<b	b<c	a<c	6_{1d}
$\lvert a-b\rvert < \lvert b-c\rvert$	a>b	b>c	a>c	6_{1e}
	a>b	b<c	a<c	6_{1f}
	a<b	b>c	a>c	6_{1g}
	a<b	b<c	a<c	6_{1h}

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 13: Classes de problemas e situações da 6ª categoria (1ª Classe).

Classes Problemas	Situação
6_{1a}: Conhecendo-se a relação inicial a>b e a relação de composição b>c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a >c. Note que a subclasse 6_{1e} pode ser obtida por procedimento análogo.	Denise tem 5 reais a mais que Marli. Por sua vez, Marli tem 7 reais a mais que Lilian. Quanto Denise tem a mais que Lilian?
6_{1b}: Conhecendo-se a relação inicial a>b e a relação de composição b<c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a > c.	Denise tem 5 reais a mais do que Marli. Por sua vez Marli tem 3 reais a menos do que Lilian. Denise tem quanto a mais do que Lilian?
6_{1c}: Conhecendo-se a relação inicial a<b e a relação de composição b>c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a < b.	Denise tem 5 reais a menos do que Marli. Por sua vez Marli tem 4 reais a mais do que Lilian. Denise tem quanto a mais ou a menos do que Lilian?
6_{1d}: Conhecendo-se a relação inicial a<b e a relação de composição b<c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a < c. Verifica-se que a subclasse 6_{1h} pode ser obtida de maneira análoga a 6_{1d} e por isso vamos omitir exemplo para 6_{1h}.	Denise tem 5 reais a menos do que Marli. Por sua vez Marli tem 7 reais a menos do que Lilian. Lilian tem quanto a menos do que Denise?
6_{1f}: Conhecendo-se a relação inicial a>b e a relação de composição b < c, em que $\lvert a-b\rvert < \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a < c.	Denise tem 5 reais a mais do que Marli. Por sua, vez Marli tem 7 reais a menos do que Lilian. Denise tem quanto a mais ou a menos do que Lilian?

6_{1g}: Conhecendo-se a relação inicial a<b e a relação de composição b>c, em que $\lvert a-b\rvert < \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação final a > c.	Denise tem 5 reais a menos do que Marli. Por sua vez, Marli tem 7 reais a mais que Lilian. Denise tem quanto a mais ou menos do que Lilian?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

A *segunda classe* é aquela em que se conhece a relação de composição (r_2) e a relação (r_3), de modo que a relação inicial não é conhecida (r_1) (BARROS; ZANELLA, 2014, p. 56). Apresentaremos a seguir o quadro de possibilidades da segunda classe da sexta categoria:

Quadro 14: Possibilidades da 2ª classe da 6ª categoria.

Itens	**Relação r_1 Desconhecida**	**Relação r_2 Conhecida**	**Relação r_3 Conhecida**	**Nomenclatura**
$\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$	a>b	b>c	a>c	6_{2a}
	a>b	b<c	a>c	6_{2b}
	a<b	b>c	a<c	6_{2c}
	a<b	b<c	a<c	6_{2d}
$\lvert a-b\rvert < \lvert b-c\rvert$	a>b	b>c	a>c	6_{2e}
	a>b	b<c	a<c	6_{2f}
	a<b	b>c	a>c	6_{2g}
	a<b	b<c	a<c	6_{2h}

Fonte: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Quadro 15: Classes de problemas e situações da 6ª categoria (2ª Classe).

Classes Problemas	**Situação**
6_{2a}: Conhecendo-se a relação final a > c e a relação de composição b>c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação inicial a > b. Note que a subclasse 6_{2e} pode ser obtida por procedimento análogo.	Denise tem certa quantia a mais do que Marli. No entanto, Marli tem 8 reais a mais que Lilian, de modo que Denise tem 11 reais a mais que Lilian. Assim, Denise tem quanto a mais que Marli?
6_{2b}: Conhecendo-se a relação final a > c e a relação de composição b < c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação inicial a > b.	Ana tem certa quantia mais do que Rui. No entanto, Rui tem 6 reais a menos do que João, e Ana tem 11 reais a mais que João. Assim, quanto Ana tem a mais do que Rui?
6_{2c}: Conhecendo-se a relação final a < c e a relação de composição b>c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação inicial a < b.	Ana tem certa quantia a menos que Rui. No entanto, Rui tem 6 reais a mais do que João, e Ana tem 11 reais a menos do que João. Assim, quanto Ana tem a menos do que Rui?
6_{2d}: Conhecendo-se a relação final a < c e a relação de composição b<c, em que $\lvert a-b\rvert > \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação inicial a < b. Note que a subclasse 6_{2h} pode ser obtida procedimento análogo a 6_{2d}.	Denise tem certa quantia a menos do que Marli. No entanto, Marli tem 8 reais a menos do que Lilian, de modo que Denise tem 11 reais a menos do que Lilian. Assim, quanto Denise tem a menos do que Marli?
6_{2f}: Conhecendo-se a relação final a < c e a relação de composição b < c, em que $\lvert a-b\rvert < \lvert b-c\rvert$, pode-se determinar a relação inicial a > b.	Em um campeonato de futsal, o time A tem uns pontos a mais do que o time B. Já o time B tem 5 pontos a menos do que o time C e o Time A tem três pontos a menos do que o time C. Então, quantos pontos a mais o time A tem em relação ao time B?

6_{2g}: Conhecendo-se a relação final a > c e a relação de composição b > c, em que $|a-b| < |b-c|$, pode-se determinar a relação inicial a > b.	Em um campeonato de futsal, o time A tem uns pontos a menos do que o time B. Já o time B tem 5 pontos a menos do que o time C e o Time A tem três pontos a mais do que o time C. Então, quantos pontos a menos que o time A tem em relação o time B?

Fonte: Autora. Adaptado de: (BARROS; ZANELLA, 2014).

Em cada uma dessas categorias Vergnaud (2009b) nos apresenta classes de situações-problemas que, fazem sentido ao campo conceitual aditivo, em nossa pesquisa enfatizaremos as situações problemas da primeira categoria (classes 1_a, 1_b), segunda categoria (classes 2_a, 2_b, 2_c), terceira categoria (classes 3_a, 3_b, 3_c, 3_d, 3_e, 3_f), quarta categoria (classes 4_{1a}(4_{1c}), 4_{2a}), quinta categoria (classes 5_{1a}, 5_{1b}), sexta categoria (classe 6_{1a}) que é referente a situações que podem ser trabalhadas com o público alvo de nossa pesquisa, que são alunos do 6º ano do ensino fundamental, conforme a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para os alunos desse ano ciclo deve ser trabalhado em sala de aula a operação adição com números naturais.

Quadro 16: Matemática no Ensino Fundamental. Anos Finais: unidades temáticas, e objetos de conhecimentos e habilidades.

Unidade Temática	Habilidade	Objeto de Conhecimento
Números	**(EF06MA02):** Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. **(EF06MA03):** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.	- Base decimal; - Adição; - Subtração; - Resolução e elaboração de problemas, com e sem o uso de calculadoras.

Fonte: (BNCC, 2017).

Quadro 17: Perspectiva do ensino tradicional X perspectiva do campo aditivo.

Itens	Perspectiva Anterior	Perspectiva do Campo Aditivo
Enunciado;	A incógnita sempre está no fim do enunciado.	A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado.
Palavra-Chave;	Palavras como "ganhar" e "perder" dão certeza ao aluno sobre a operação a ser usada.	Não se estimula o uso. As crianças precisam analisar os dados do problema para decidir a melhor estratégia a ser utilizada.
Como o aluno pensa;	Para chegar ao resultado, é preciso saber qual operação usar (soma ou subtração).	Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e o pensamento fica menos engessado.
Resolução;	Está diretamente ligada à operação proposta no enunciado.	Está atrelada à análise das informações e à criação de procedimentos próprios.

Interação com o aluno;	Cabe ao professor validar ou não a resposta encontrada.	O professor propõe discussões em grupo e o aluno tem recursos para justificar seus procedimentos.
Registro.	Conta armada.	O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com contas parciais, armadas ou não, desenho de pauzinhos ou outra estratégia.

Fonte: Nova escola, acesso em: Somar e subtrair: operações irmãs. Nova Escola (2017).

Vergnaud (2009b) nos mostra que há uma diversidade de relações aditivas, isto é, classes de situações problemas referentes a cada categoria do esquema ternário identificadas por ele, vários tipos de adições e subtrações, bem como os procedimentos e simbolizações utilizados para a resolução desses problemas, que vão se modificando de acordo com o desenvolvimento da cognitivo da criança e que deveriam ser mais explorados para que o conceito de adição faça sentido para o aluno.

A construção da Matemática, não deve ser feito da forma mecânica, pois desta forma pode ocorrer desinteresse por parte dos alunos, a interação constrói e torna a aprendizagem mais propicia.

CAPÍTULO 2

2 – METODOLOGIA DA PESQUISA

Metodologia consiste na aplicação de procedimentos e técnicas que devem ser observados no processo de construção do conhecimento, com a intenção de verificar a sua validade e utilidade para a sociedade. (FREITAS; PRADANOV, 2013).

É através da metodologia que podemos aplicar métodos que nos possibilitam a investigação científica. Dessa forma neste capítulo abordaremos sobre a metodologia da pesquisa.

2.1 PROBLEMA CIENTÍFICO

Esta pesquisa parte do seguinte problema científico: quais os teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º ano do ensino fundamental na resolução situações problemas do campo aditivo?

O que nos remete ao seguinte objetivo geral.

2.2 OBJETIVO GERAL

Identificar os teoremas em ação que os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental mobilizam ao resolver situações problemas do campo conceitual aditivo.

2.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Elaborar um questionário com situações problemas do campo conceitual aditivo.
- ✓ Realizar uma análise a priori das situações do questionário.
- ✓ Aplicar o questionário com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.
- ✓ Analisar os teoremas em ação mobilizados pelos estudantes.

2.4 LOCAL DA PESQUISA

O local escolhido para a aplicação desta pesquisa foi a Escola Estadual Nathalia Uchoa, conforme o site https://transparencia.cc/ é uma escola pública em Manaus/AM, no bairro Japiim

2. Oferece educação especial, ensino fundamental, ensino fundamental - anos finais 6º ao 9º e ensino médio. Esta é uma unidade de ensino estadual. Ou seja, é gerenciada pelo estado do Amazonas.

2.5 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO

São os critérios que nortearam a seleção dos sujeitos escolhidos da população para compor a amostra:

O perfil do sujeito participante é ser aluno do 6º ano do Ensino Fundamental na Escola pública Escola Estadual Nathalia Uchoa cujos pais ou responsáveis assinaram o TCLE autorizando o aluno (a) a participar do estudo.

2.6 CRITÉRIOS DE EXCLUSÃO

São os critérios que nortearam a exclusão dos sujeitos da amostra já selecionada: Alunos da turma convidada a participar do estudo cujos pais ou responsáveis não assinaram o TCLE autorizando-os a participar do estudo.

2.7 POPULAÇÃO E AMOSTRA

A população total disponível de sujeitos que participaram da pesquisa de campo foi de: 29 alunos.

A amostra da pesquisa e os sujeitos que atendem critérios de seleção e não exclusão que participaram da pesquisa de campo: 27 alunos.

2.8 CLASSIFICAÇÃO DO TIPO DE PESQUISA

A presente pesquisa considerando a natureza dos dados é aplicada, porque aplicamos um questionário com estudantes no âmbito da sala de aula, pois segundo Freitas e Prodanov (2013, p. 51) “A pesquisa aplicada objetiva gerar conhecimentos para a aplicação prática dirigidos à solução de problemas específico. Envolve verdades e interesses locais.” Isto é, através do questionário aplicado podemos identificar de dificuldades e buscar intervenções para solucionar os possíveis problemas de aprendizagem.

Considerando a forma de abordagem é qualitativa, porque queremos analisar aspectos de qualidade e não de quantidade. De acordo com Freitas e Prodanov (2013): "considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. [...]" (FREITAS; PRODANOV, 2013, p. 70).

Segundo Creswell (2010, p. 26),

> A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, dos dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelos pesquisadores acerca dos significados dos dados.

Para os cientistas sociais e antropólogos, precursores no uso de pesquisas qualitativas. Normalmente, o objeto de estudo envolve pessoas que agem de acordo com seus valores, que estabelecem suas próprias relações, que estão inseridas em um ambiente flexível, onde os aspectos culturais, econômicos, sociais e históricos não estão sujeitos ao controle, e bastante difícil de interpretar, generalizar e reproduzir. (GUERRA, 2014).

Dessa forma, o uso da abordagem qualitativa nos permite fazer um estudo mais aprofundado da temática escolhida, além de nos fornecer maior liberdade na seleção de temas de nosso interesse (YIN, 2016).

Considerando os objetivos é descritiva, porque iremos descrever todos os passos da mesma, pois segundo Freitas e Prodanov (2013):

> Quando o pesquisador apenas registra e descreve os fatos observados sem interferir neles. Visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas produzidas de coleta de dados: questionário e observação sistemática (...) (FREITAS; PRODANOV, 2013, p. 52).

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos é uma pesquisa bibliográfica, de levantamento de fatores, pois segundo Freitas e Prodanov (2013), a pesquisa bibliográfica:

> "[...] quando elaborada a partir de um material já publicado, constituído principalmente: de livros, revistas, publicações em periódicos, artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, [...], com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito (FREITAS; PRODANOV, 2013, p. 54).

Porque através da nossa revisão de literatura podemos mostrar a relevância de nossa temática de pesquisa, visto que podemos observar que não há um grande acervo literário de trabalhos acadêmicos voltados para a análise de teoremas em ação do campo conceitual aditivo usando a categorização de Vergnaud.

A pesquisa de levantamento de fatores, segundo Freitas e Prodanov (2013) "[...] ocorre quando envolve a integração direta das pessoas cujo o comportamento desejamos conhecer através de algum tipo de questionário. [...]".

Através do questionário embasado na categorização de Vergnaud (2009b) podemos identificar quais teoremas em ação verdadeiros ou falsos os estudantes mobilizam e as dificuldades dos estudantes através da mobilização dos teoremas.

2.9 INSTRUMENTO UTILIZADO

O instrumento de coleta de dados que utilizamos em nossa pesquisa foi o questionário. Um questionário faz um levantamento de percepções, opiniões, crenças, sentimentos, interesses e outros termos semelhantes sobre um fenômeno, fato, evento, incidente, objeto ou negócio (SANTOS, 2020).

Conforme Gil (2008, p. 121):

> Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc.

Dessa forma, a maior parte da construção do questionário consiste em traduzir os objetivos do estudo em questões específicas. As respostas a essas perguntas fornecerão os dados necessários para descrever as características da população de estudo ou para testar as hipóteses que foram construídas no planejamento da pesquisa (GIL, 2008).

Sendo assim, elaboramos um questionário com 16 questões compostas por situações-problemas que foram embasadas na categorização feita pelo matemático Gérard Vergnaud (2009b), as quais contém problemas de adição e subtração atentando-se para o nível de conhecimento dos sujeitos da pesquisa que são estudantes do 6º ano do ensino fundamental. O questionário foi realizado com o intuito de responder o nosso problema de pesquisa descrito no subcapítulo 3.1 deste trabalho.

A aplicação do questionário (Apêndice A) foi realizado no primeiro encontro, logo após a apresentação da pesquisa e a assinatura do termo de consentimento pelos pais ou responsáveis dos estudantes. Participaram um o total de 29 estudantes, porém apenas 27 entregaram o questionário. Analisamos as respostas de 27 estudantes, as quais identificamos os teoremas em ação, classificamos como verdadeiros ou falsos, e ainda destacamos as dificuldades encontradas na resolução das situações propostas.

2.10 ETAPAS DA PESQUISA

A pesquisa fundamentou – se de acordo com as seguintes etapas:

Etapa 1: Fundamentação teórica acerca da teoria dos campos conceituais;

Etapa 2: Delineamento da metodologia da pesquisa,

Etapa 3: Elaboração do questionário das situações problemas do campo conceitual aditivo,

Etapa 4: Análise a priori do questionário;

Etapa 5: Aplicação do questionário.

Etapa 6: Resultados e Análise a posteriori.

CAPÍTULO 3

3 QUESTIONÁRIO

Neste capítulo trazemos as análises a priori e a posteriori das situações problemas do campo conceitual aditivo embasadas na categorização feita por Vergnaud (2009b). As situações aqui apresentadas foram selecionadas de acordo com a prontidão cognitiva dos sujeitos da pesquisa que são estudantes do 6º ano do ensino fundamental de uma Escola pública de Manaus-AM. Dessa forma, o questionário tem como objetivo identificar os teoremas em ação mobilizados pelos estudantes na resolução das situações. Neste sentido selecionamos dez situações as quais mostraremos nas análises.

Dessa forma, o questionário tem como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação a situações do campo conceitual aditivo e consequentemente identificar os esquemas mobilizados pelos estudantes na resolução das situações propostas.

3.1 QUESTIONÁRIO – ANÁLISE A PRIORI

1 (1_a) – João possui 77 bolinhas de gude azul e 86 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme quadro a seguir:

Quadro 18: Pergunta 1.

Dados	**Pergunta**
Quantidade de bolinhas azuis = 77 Quantidade de bolinhas vermelhas = 86	Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?

Fonte: (A autora, 2022).

O esquema referente a esta situação é válido quando $a = 77\ e\ b = 86$. A equação correspondente é: $a + b = x$. Então, temos, $77 + 86 = 163$.

2 (1_b) – Teresa foi a feira e comprou 32 litros de açaí. Ao chegar em casa, juntamente com sua família consumiu 15 litros de açaí. Quantos litros de açaí ela ainda tem para beber?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 19: Pergunta 2.

Dados	Pergunta
Quantidade de litros de açaí comprados = 32 Quantidade de litros de açaí consumido pela família = 15	Quantos litros de açaí ela ainda tem para beber?

Fonte: (A autora, 2022).

É importante destacar que a subtração x = c – a é a operação inversa da adição $a + x = c$ ou $x + a = c$, que representa o esquema desta classe de situação. Neste caso, tem-se $a = 15\ e\ c = 30$, então tem – se $30 - 15 = 15$.

3 (2_a) – José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 20: Pergunta 3.

Dados	Pergunta
Quantidade de sementes de pupunha que José tem = 44 Quantidade de sementes que José ganhou = 37	Quantas sementes José tem agora?

Fonte: (A autora, 2022).

O esquema que se refere a está situação ocorre quando $a = 44, b = 37$. E o estado final é dado pela equação correspondente: $a + (b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$.

4 (2_b) – Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 21: Pergunta 4.

Dados	Pergunta
Quantidade de lembrancinhas que Carolina tem = 15 Quantidade após ganhar algumas lembrancinhas = 19	Quantas lembrancinhas ela ganhou?

Fonte: (A autora, 2022).

O esquema que se refere a está situação ocorre quando a = 15, c = 19. A transformação é dada pela equação correspondente: $a + (+x) = c \to 15 + (+x) = 19$.

Logo, temos $x = c - a \to x = 19 - 15$, ou seja, $x = 4$. A lei de composição correspondente é a subtração entre o estado final (19) e o estado inicial 15 para resultar na transformação positiva (4).

5 (2_c) – Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 22: Pergunta 5.

Dados	Pergunta
Quantidade em reais encontrada por Fernanda = 125 Quantidade atual em reais que Fernanda possui = 173	Quanto Fernanda possuía antes?

Fonte: (A autora, 2022).

O esquema que se refere a esta situação ocorre quando $b = 125, c = 173$. O estado inicial é fornecido obtendo – se o resultado da equação correspondente:

$$x + (+b) = c \to x = c - (+b) = 173 - 125 \to x = 48.$$

A lei de composição correspondente é a subtração entre o estado final (173) e a transformação (125) para resultar no estado inicial (48).

6 (3_a) **– Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?**

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 23: Pergunta 6.

Dados	Pergunta
Quantidade de árvores do sítio de Mariana = 142 Quantidade de árvores que Mariana tem a mais que José= 15	Quantas árvores de castanha José possui em seu sítio?

Fonte: (A autora, 2022).

O esquema que se refere a esta situação ocorre quando a relação é positiva, isto é, ocorre quando $r = +15$. A equação correspondente ao esquema é: $x + (r) = c \rightarrow x + (15) = 142$. Logo $x = 127$, isto é, José possui 127 árvores em seu sítio.

7 (3_b) – Paulo possui 128 barcos. Paulo tem 16 a menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 24: Pergunta 7.

Dados	Pergunta
Quantidade de barcos de Paulo = 128 Quantidade de barcos que Paulo tem a menos que Antônio = 16	Quantos barcos tem Antônio?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema é: $x + (-r) = c \rightarrow x + (-16) = 128$. Logo x = 144, isto é, Antônio tem 144 barcos.

8 (3_c) – Pedro tem 77 tucumãs e Isabela 51. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 25: Pergunta 8.

Dados	Pergunta
Quantidade de tucumãs de Pedro = 77 Quantidade de tucumãs de Isabela = 51	Quantos tucumãs Isabela tem a menos que Pedro?

Fonte: (A autora, 2022).

Para esta situação temos o seguinte esquema: relação desconhecida (x), a = 77 e c = 51. A equação correspondente é: $a + (-x) = c \rightarrow a - c = x \rightarrow x = 26$.

9 (3_d) – A ponte sobre Rio Madeira que liga o estado do Amazonas e Rondônia tem aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o Rio Negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 26: Pergunta 9.

Dados	Pergunta
Quantidade de quilômetros da ponte sobre o rio madeira = 1 Quantidade de quilômetros da ponte sobre o rio negro = 11	Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais?

Fonte: (A autora, 2022).

Nesta classe a relação é positiva (x). A equação correspondente é: $a + (x) = c \rightarrow x = c - r \rightarrow x = 11 - 1 = 10$. Isto é, a ponte sobre o Rio Negro tem 10 quilômetros a mais que a ponte sobre o Rio Madeira.

10 (3_e) – Paulo possui 65 tambaquis. Daniel tem 18 a mais que Paulo. Quantos tambaquis tem Daniel?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 27: Pergunta 10.

Dados	Pergunta
Quantidade de tambaquis de Paulo = 65 Quantidade a mais que Daniel tem = 18	Quantos tambaquis tem Daniel?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema é: $a + (r) = x \rightarrow 65 + 18 = x \rightarrow x = 83$. Daniel tem 83 tambaquis.

11(3_f) – Antônio tem 54 potes de açaí cremoso. Carlos tem 8 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 28: Pergunta 11.

Dados	Pergunta
Quantidade de potes de açaí de Antônio = 54 Quantidade a menos que Carlos tem = 8	Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema é: $a + (-r) = x \rightarrow a - r = x \rightarrow 54 - 8 = x \rightarrow x = 46$. Então, Carlos tem 46 potes de açaí cremoso.

12 ($4_{1a}(4_{1e})$) – Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã ele pescou 13 peixes. Durante a tarde ele pescou 28 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 29: Pergunta 12.

Dados	Pergunta
Quantidade de peixes pescados pela manhã = 13 Quantidade de peixes pescados pela tarde= 28	Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema desta subclasse é: $T_1 + T_2 = x$, em que $T_1 = 13\ e\ T_2 = 28$. Portanto, $T_3 = 41$, ou seja, Pedro pescou 41 peixes.

13 (4_{2a}) – Paulo participou de uma gincana sobre a história da cidade de Manaus. Na primeira etapa da gincana ele ganhou 100 pontos. No final da segunda etapa ele ficou com um total de 77 pontos. Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 30: Pergunta 13.

Dados	Pergunta
Quantidade de pontos na primeira etapa = 100 Quantidade total de pontos = 77	Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema desta subclasse é: $T_1 + x = T_3$. Assim, $x = T_3 - T_1$, em que $T_1 = 100\ e\ T_3 = 77$. Portanto, $T_2 = -23$. Isto é, Paulo perdeu 23 pontos ao final das duas etapas da gincana.

14 (5_{1a}) – Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 31: Pergunta 14.

Dados	Pergunta
Altura em *cm* que Nanda tinha a mais que Maria = 5 Altura em *cm* que Nanda cresceu a mais após dois anos = 2.	Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_3$, em que $r_1 = 5$ e T = 2. Portanto, $r_3 = 7$. Logo, Nanda está 7 centímetros mais alta que Maria. Notemos, que a operação adição é a lei de composição correspondente à operação de transformação sobre um estado relativo.

15 (5_{1b}) – Em 2020 Jonas era 6 centímetros mais alto que Paulo. Passados dois anos, Jonas cresceu 2 centímetros a menos que Paulo. Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura do que Paulo?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 32: Pergunta 15.

Dados	Pergunta
Altura em *cm* que Jonas tinha a mais que Paulo = 6 Altura em *cm* que Jonas cresceu a menos após dois anos = 2.	Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura que Paulo?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_2$, em que $r_1 = 6$ e T = -3. Portanto, $r_2 = 3$. Logo, Jonas está 3 centímetros mais alto que Paulo.

16 (6_{1a}) – Denise tem 25 reais a mais que Mariana. Por sua vez, Mariana tem 17 reais a mais que Júlia. Quanto Denise tem a mais que Júlia?

Inicialmente os estudantes deveriam identificar os dados e a pergunta da situação. Conforme o quadro a seguir:

Quadro 33: Pergunta 16.

Dados	Pergunta
Quantidade que Denise tem a mais que Mariana = 25 Quantidade que Mariana tem a mais que Júlia = 17	Quanto Denise tem a mais que Júlia?

Fonte: (A autora, 2022).

A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + r_2 = x$. Assim, temos: r_1= 25 e r_2= 17. Portanto, x = 42. Logo, Denise tem 42 reais a mais que Júlia.

3.2 QUESTIONÁRIO: RESULTADOS E ANÁLISE A POSTERIORI

Inicialmente foi aplicado o questionário, conforme apêndice A, no dia 15 de outubro de 2022 na mesma turma que foi aplicada a avaliação diagnóstica, participaram 29 estudantes, continha 16 situações problemas do campo conceitual aditivo, as quais envolviam adição e subtração, especificamente voltados para os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental II, porém apenas 27 desses estudantes entregaram o teste no final.

O objetivo do teste era verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação as situações do campo conceitual aditivo e consequentemente identificar os teoremas em ação mobilizados na resolução.

Apresenta-se a seguir a Tabela com análise do teste com o intuito de verificarmos os conhecimentos prévios dos estudantes, mostrando a quantidade de acertos (A), erros (E) e questões não respondidas (N) e principalmente as situações que mais os estudantes erraram ao tentar respondê-las:

Tabela 3: Análise do teste (acertos e erros).

Questionário – Matemática (6º ano do Ensino Fundamental – Campo Conceitual Aditivo).																			
Situações problemas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	C	E	N
Estudantes																			
1	C	C	C	E	C	C	E	C	E	C	C	C	C	C	E	E	**11**	**5**	**0**
2	C	E	C	C	C	E	C	C	C	E	E	C	C	C	C	E	**11**	**5**	**0**
3	C	E	E	E	E	E	E	E	E	C	E	E	E	E	E	C	**3**	**13**	**0**
4	E	C	E	C	E	C	C	E	C	C	E	C	E	N	E	E	**7**	**8**	**1**
5	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	C	E	**1**	**15**	**0**
6	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	**0**	**16**	**0**
7	C	C	C	E	E	E	C	E	E	N	E	N	N	N	N	N	**4**	**6**	**6**
8	N	E	E	E	E	N	N	E	E	N	E	E	E	E	E	N	**0**	**11**	**5**
9	C	E	C	C	E	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E	C	**5**	**11**	**0**
10	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	**0**	**0**	**16**
11	E	E	C	E	E	E	C	E	N	N	E	C	E	E	E	C	**4**	**10**	**2**
12	C	C	C	E	C	C	C	C	C	C	C	C	C	E	E	E	**12**	**4**	**0**
13	C	C	C	E	E	E	E	C	C	C	C	C	C	C	E	C	**11**	**5**	**0**
14	C	E	C	N	E	E	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	**7**	**8**	**1**
15	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	**16**	**0**	**0**

16	C	E	C	E	E	E	C	C	E	C	E	C	E	E	E	E	**6**	**10**	**0**
17	C	E	C	E	E	E	C	E	E	C	E	C	E	C	C	C	**8**	**8**	**0**
18	C	C	E	C	C	C	E	C	E	C	C	C	C	E	E	E	**10**	**6**	**0**
19	C	E	C	E	E	E	C	C	E	C	E	C	E	C	E	E	**7**	**9**	**0**
20	E	E	C	E	E	E	E	C	E	E	E	C	N	C	C	C	**6**	**9**	**1**
21	E	C	C	E	E	C	C	C	E	E	E	C	E	E	C	C	**8**	**8**	**0**
22	C	C	C	E	E	E	E	C	C	C	C	C	E	E	C	C	**10**	**6**	**0**
23	C	C	E	E	C	C	E	E	E	E	C	C	E	C	E	C	**8**	**8**	**0**
24	C	C	E	C	E	E	C	E	C	E	C	C	C	E	E	E	**8**	**8**	**0**
25	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	**0**	**16**	**0**
26	C	E	C	E	E	E	E	E	C	C	E	C	C	E	E	E	**6**	**10**	**0**
27	C	C	E	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	**3**	**13**	**0**
Q. Acertos/Sit.	**18**	12	**16**	7	6	7	11	13	8	13	8	**18**	8	9	7	11	-	-	-
Q. Erros/Sit.	7	14	10	**18**	**20**	**18**	14	13	**17**	10	**18**	7	**16**	**15**	**18**	13	-	-	-
Q. Não R. /Sit.	2	1	1	2	1	2	2	1	2	4	1	2	3	3	2	3	-	-	-

Fonte: A autora (2022).

A seguir apresentaremos o quadro 34 com a análise dos teoremas em ação que os estudantes mobilizaram ao responderam cada situação problema:

Quadro 34: Análise dos Teoremas em ação do campo conceitual aditivo.

Número da Questão	**Classes Problemas**	**Esquema Esperado**	**Esquema Mobilizado (Possíveis teoremas em ação)**	**Teoremas em ação (verdadeiro ou falso)**
1	1_a	O esquema referente a esta situação é válido quando a=77 e b=86. A equação correspondente é: $a + b = x$. Então, temos, 77 + 86 = 163.	$a + b = x$	Verdadeiro
2	1_b	É importante destacar que a subtração $x = c - a$ é a operação inversa da adição $a + x = c \;\; ou \; x + a = c$, que representa o esquema desta classe de situação. Neste caso, tem – se a = 15 e c = 32, então tem – se 32– 15 = 15.	$x = c - a$ $x = c + a$	Verdadeiro Falso
3	2_a	O esquema que se refere a está situação ocorre quando a = 44, b = 37. E o estado final é dado pela equação correspondente: $a + (+b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$	$a + (+b) = x \rightarrow$ $44 + 37 = 81$ $x = a - b$	Verdadeiro Falso
4	2_b	O esquema que se refere a está situação ocorre quando a = 15, c = 19. A transformação é dada pela equação correspondente: $a + (+x) = c \rightarrow 15 + (+x) = 19$.	$x = a + c$ $x + a = c$ $x = a - c$	Falso Verdadeiro Verdadeiro

		Logo, temos $x = c - a \to x = 19 - 15$, ou seja, x = 4. A lei de composição correspondente é a subtração entre o estado final (19) e o estado inicial 15 para resultar na transformação positiva (4).		
5	(2_c)	O esquema que se refere a esta situação ocorre quando b = 125, c = 173. O estado inicial é fornecido obtendo – se o resultado da equação correspondente: $x + (+b) = c \to x = c - (+b) \to x = 173 - 125 \to x = 48$.	$x = b + c$ $x = b - c$ $x + (+b) = c \to x = c - (+b)$	Falso Falso Verdadeiro
6	(3_a)	O esquema que se refere a esta situação ocorre quando a relação é positiva, isto é, ocorre quando r = + 15. A equação correspondente ao esquema é:$x + (r) = c \to x + (15) = 142$. Logo $x = 127$, isto é, José possui 127 árvores em seu sítio.	$x = c + (r)$ $\frac{ab\ \ +c}{xy}$, a b (1a parcela), c (2a parcela), x y (soma) $x = c - (r)$	Falso Falso Verdadeiro
7	3_b	A equação correspondente ao esquema é: $x + (-r) = c \to x + (-16) = 128$. Logo $x = 144$, isto é, Antônio tem 144 barcos.	$x = c + r$ $x = c - r$ $\frac{ab\ \ +c}{xy}$, a b (1ª parcela), c (2ª parcela), x y (soma)	Verdadeiro Falso Falso
8	3_c	Para esta situação temos o seguinte esquema: relação desconhecida (x), a = 77 e c = 51. A equação correspondente é: $a + (-x) = c \to a - c = x \to x = 26$.	$x = a - c$ $x = a + r$	Verdadeiro Falso
9	3_d	Nesta classe a relação é positiva (x). A equação correspondente é: $a + (x) = c \to x = c - a \to x = 11 - 1 = 10$. Isto é, a ponte sobre o Rio Negro tem 10 quilômetros a mais que a ponte sobre o Rio Madeira;	$x = a + c$ $x = c - a$	Falso Verdadeiro
10	3_e	A equação correspondente ao esquema é:$a + (r) = x \to 65 + 18 = x \to x = 83$. Daniel tem 83 tambaquis.	$a + (r) = x$ $a - (r) = x$ $\frac{ab\ \ +c\ d}{xyz}$, $ab(1^0$ parcela), cd (2^0 parcela), xyz (soma)	Verdadeiro Falso Falso
11	3_f	A equação correspondente ao esquema é: $a + (-r) = x \to a - r = x \to 54 - 8 = x \to x = 46$. Então, Carlos tem 46 potes de açaí cremoso.	$x = a + r$ $x = a - r$	Falso Verdadeiro
12	4_{1a}(4_{1e})	A equação correspondente ao esquema desta subclasse $T_1 + T_2 = x$, em que T_1= 13 e T_2 = 28. Portanto, T_3= 41, ou seja, Pedro pescou 41 peixes.	$T_1 + T_2 = x$ $T_1 - T_2 = x$	Verdadeiro Falso
13	4_{2a}	A equação correspondente ao esquema desta subclasse é:$T_1 + x = T_3$. Assim, $x = T_3 - T_1$, em que $T_1 = 100$ e $T_3 = 77$. Portanto,$T_2 = -23$. Isto é, Paulo perdeu 23 pontos ao final das duas etapas da gincana.	$x = T_1 + T_3$ $x = T_1 - T_3$	Falso Verdadeiro
14	5_{1a}	A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_3$, em que r_1 e T = 2. Portanto, $r_3 = 7$. Logo, Nanda	$r_3 = r_1 - T_3$ $r_1 + T = r_3$	Falso Verdadeiro

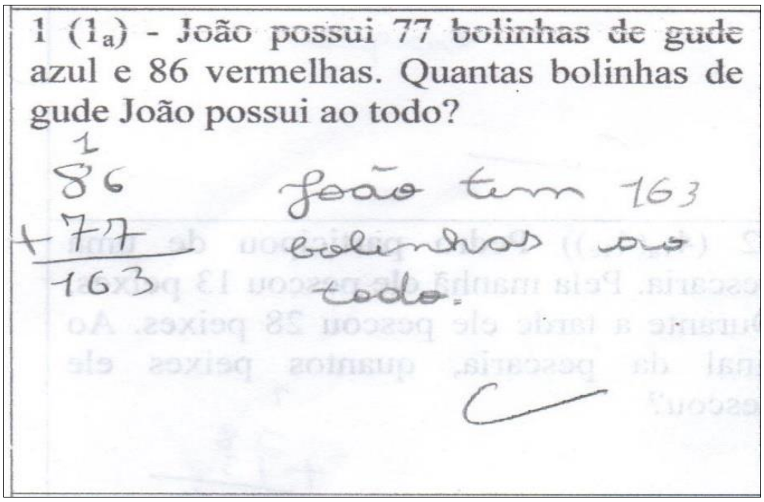
		está 7 centímetros mais alta que Maria. Notemos, que a operação adição é a lei de composição correspondente à operação de transformação sobre um estado relativo.		
15	5_{1b}	A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_2$, em que $r_1 = 6$ e T= -2. Portanto, $r_2 = 4$.	$r_1 + T = r2$, $T = 2, r_2 = 8$ $r_1 + T = r_2$ em que $r_1 = 6$ e T= -2.	Falso Verdadeiro
16	6_{1a}	A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + r_2 = x$. Assim, temos: r_1= 25 e r_2= 17. Portanto, x = 42. Logo, Denise tem 42 reais a mais que Júlia	$r_1 + r_2 = x$. $r_1 - r_2 = x$.	Verdadeiro Falso

Fonte: A autora, 2022.

Nas questões 2, 7, 8, 10 e 16 a quantidade de erros e acertos não houve tanta diferença.

Na questão 2, dezessete dos estudantes mobilizaram o teorema em ação "$x = c - a$", mostrando que compreenderam que tratava- se de uma subtração, conforme mostramos na imagem 1.

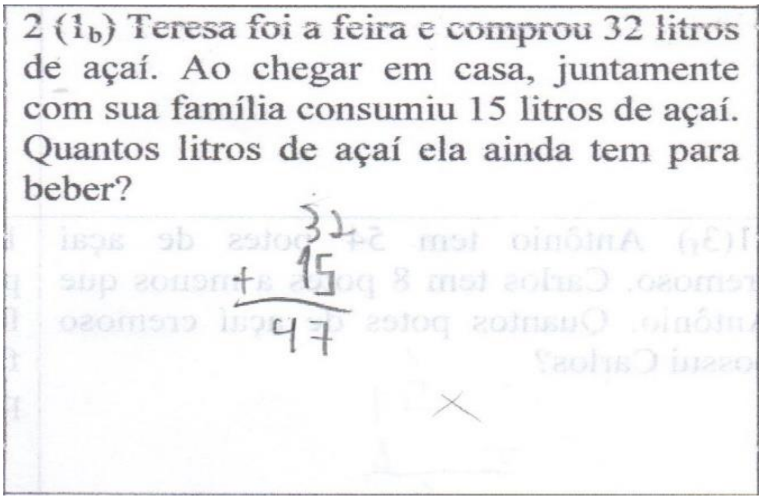
Imagem 1: teorema em ação "$x = c - a$".



Fonte: A autora, 2022.

Apenas dois dos estudantes utilizaram o teorema em ação "$x = c + a$", realizaram a adição ao invés da subtração, conforme mostra a imagem 2. E cinco dos estudantes apenas colocaram a resposta, impossibilitando identificar quaisquer teoremas.

Imagem 2: teorema em ação “$x = c + a$”.



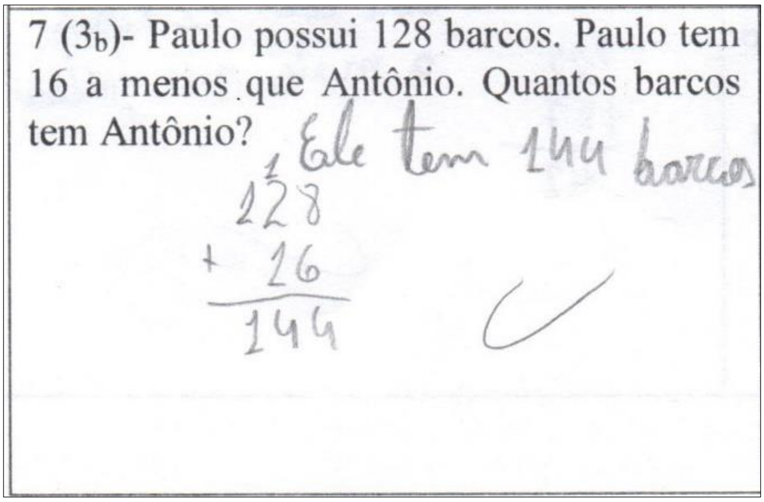
2 (1_b) Teresa foi a feira e comprou 32 litros de açaí. Ao chegar em casa, juntamente com sua família consumiu 15 litros de açaí. Quantos litros de açaí ela ainda tem para beber?

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 15 \\ \hline 47 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Em relação a esta questão, onze dos estudantes mobilizaram o teorema em ação “$x = c + r$”, mostrando que compreenderam que se tratava de uma adição, conforme mostramos na imagem 3.

Imagem 3: teorema em ação “$x = c + r$”.



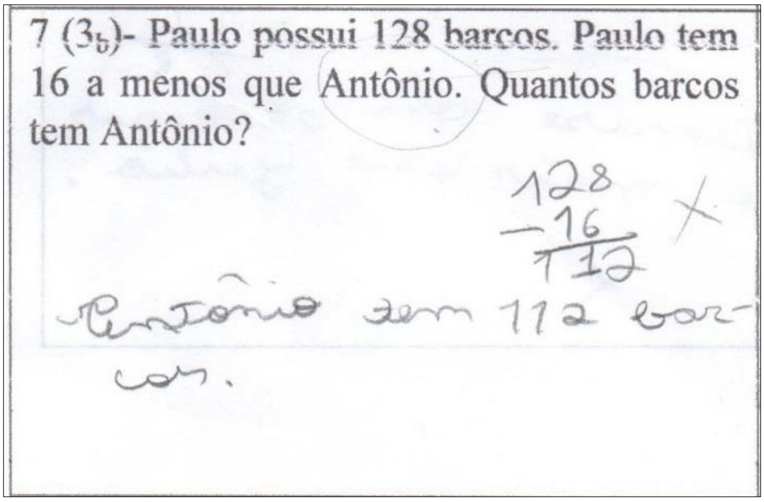
7 (3_b)- Paulo possui 128 barcos. Paulo tem 16 a menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio? Ele tem 144 barcos

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 128 \\ +\ 16 \\ \hline 144 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Apenas três dos estudantes mobilizaram o teorema em ação “$x = c - r$”, conforme mostramos na imagem 4. Dez dos estudantes apenas responderam, não sendo possível identificar quaisquer teoremas em ação. E outros armaram o cálculo, mostrando dificuldades de organização, isto é, em relação ao valor posicional, observe a imagem 5.

Imagem 4: teorema em ação “$x = c - r$”.

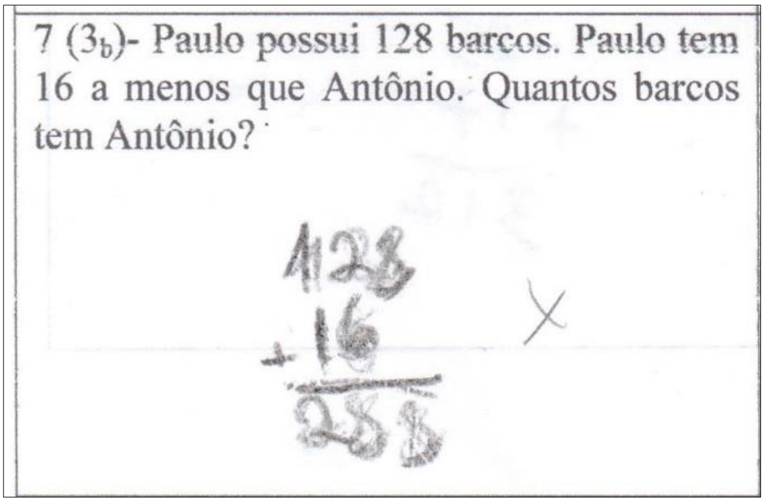

7 (3_b)- Paulo possui 128 barcos. Paulo tem 16 a menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio?

$$\begin{array}{r} 128 \\ -\ 16 \\ \hline 112 \end{array}$$

Antônio tem 112 barcos.

Fonte: A autora, 2022.

Figura 5: teorema em ação $\begin{array}{l} ab \\ \underline{\pm c \quad} \\ xy \end{array}$.

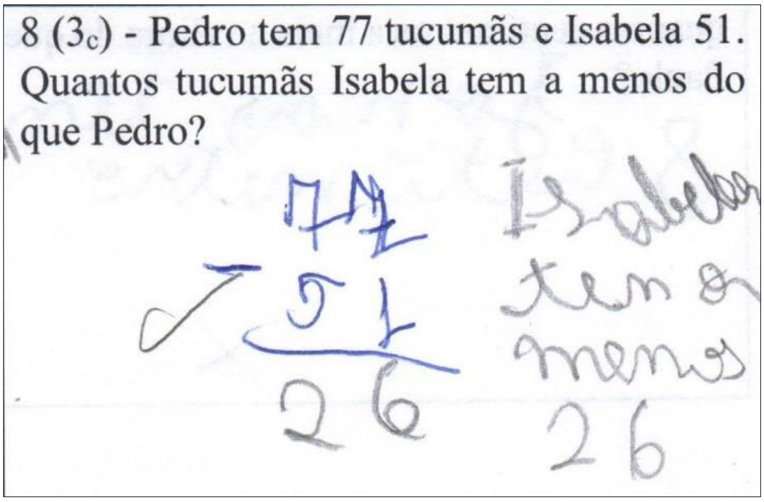

7 (3_b)- Paulo possui 128 barcos. Paulo tem 16 a menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio?

$$\begin{array}{r} 128 \\ +\ 16 \\ \hline 288 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Quatorze dos estudantes mobilizaram o teorema em ação “$x = a - c$”, isto é, compreenderam que se tratava de uma subtração, porém três realizaram o cálculo de subtração incorretamente, conforme mostramos nas imagens 6 e 7.

Imagem 6: teorema em ação “$x = a - c$”.

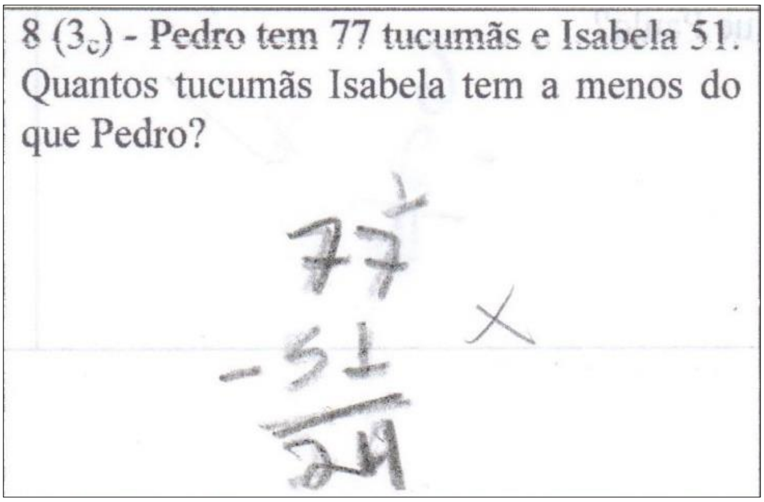

8 (3_c) - Pedro tem 77 tucumãs e Isabela 51. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?

$$\begin{array}{r} 77 \\ -\ 51 \\ \hline 26 \end{array}$$

Isabela tem a menos 26

Fonte: A autora, 2022.

Imagem 7: teorema em ação “$x = a - c$”.

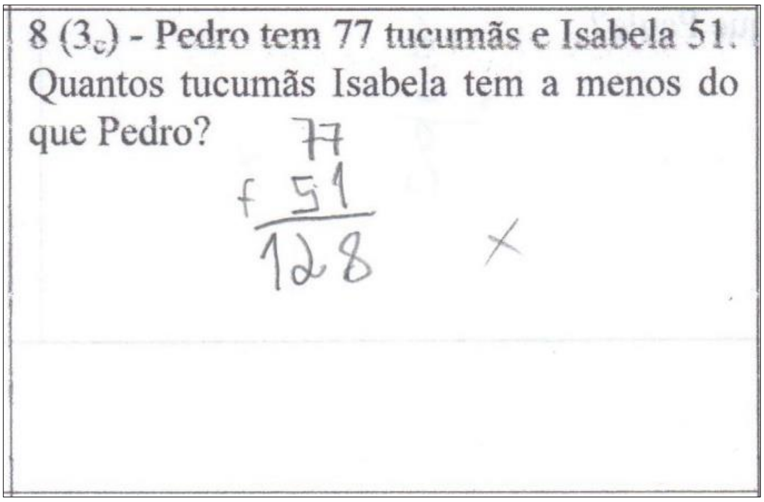

8 (3_c) - Pedro tem 77 tucumãs e Isabela 51. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?

$$\begin{array}{r} 77 \\ -\ 51 \\ \hline 24 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022

Cinco dos estudantes mobilizaram o teorema em ação “$x = a + r$”, não compreenderam que tratava -se de uma subtração, conforme mostramos na imagem 8. E quatro dos estudantes apenas colocaram o resultado impossibilitando identificar quaisquer teoremas. Destacamos que nesta situação problema aparece o termo “a menos que”.

Imagem 8: teorema em ação “$x = a + r$”.



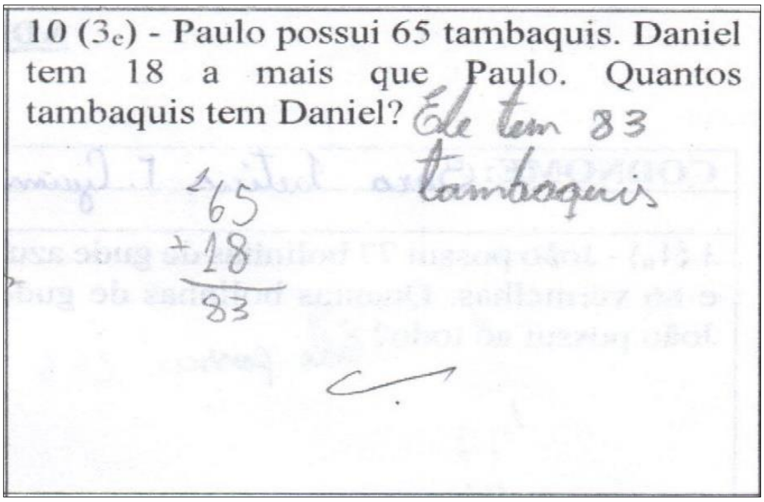
8 (3_c) - Pedro tem 77 tucumãs e Isabela 51. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?

$$\begin{array}{r} 77 \\ + \ 51 \\ \hline 128 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Com relação a próxima questão, doze dos estudantes mobilizaram o teorema em ação "$a + r = x$", ou seja, compreenderam que deveria ser realizada uma adição, de acordo com a figura 9. Dois dos estudantes usaram o teorema em ação "$a - r = x$", ou seja, não entenderam que se tratava de uma adição.

Imagem 9: teorema em ação "$a + r = x$".



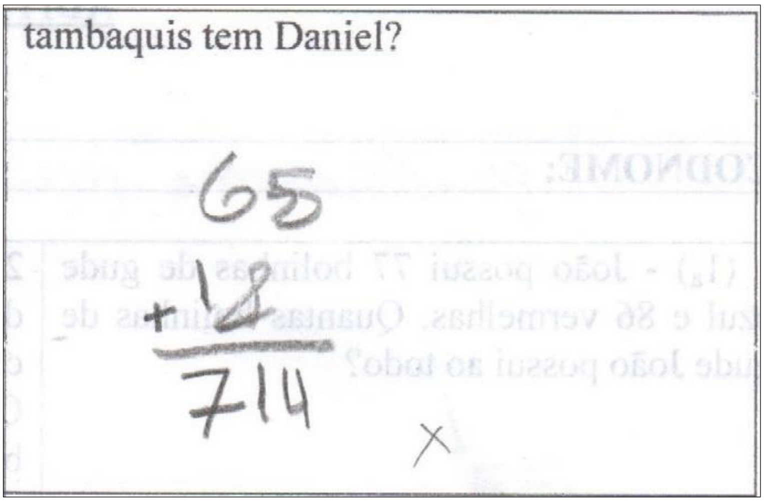
10 (3_c) - Paulo possui 65 tambaquis. Daniel tem 18 a mais que Paulo. Quantos tambaquis tem Daniel? Ele tem 83 tambaquis

$$\begin{array}{r} 65 \\ + \ 18 \\ \hline 83 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Um desses estudantes realizou a operação incorretamente, na qual podemos observar a dificuldade em adição com reserva e valor posicional, conforme mostramos na imagem 10. Quatro não responderam e oito apenas colocaram o resultado impossibilitando identificar quaisquer teoremas.

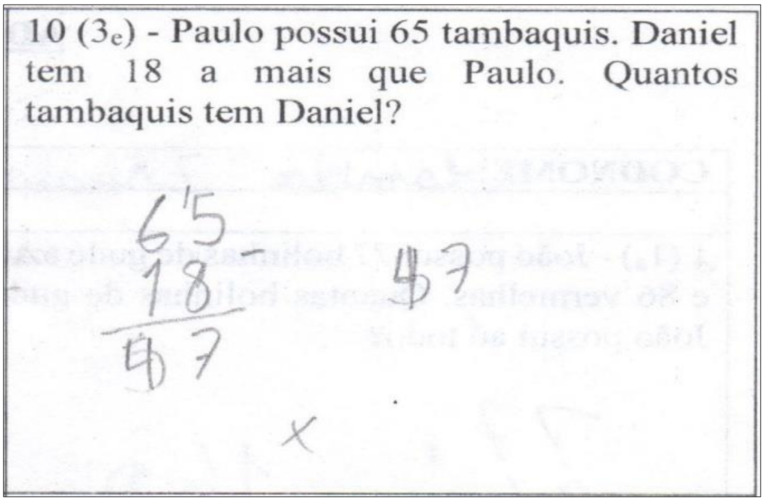
Imagem 10: teorema em ação $\frac{ab \ + c\ d}{xyz}$:


tambaquis tem Daniel?

65
+18
714

Fonte: A autora, 2023.

Imagem 11: teorema em ação "$a - r = x$".


10 (3_e) - Paulo possui 65 tambaquis. Daniel tem 18 a mais que Paulo. Quantos tambaquis tem Daniel?

65
18 -
47

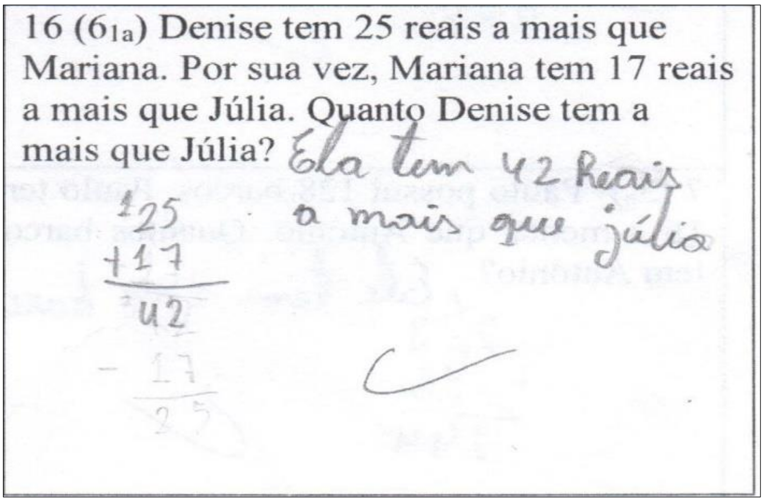
47

Fonte: A autora, 2022.

Nesta questão, doze dos estudantes mobilizaram o teorema em ação "$r_1 + r_2 = x$.", isto é, compreenderam que se tratava de uma adição, conforme mostramos na imagem 11. Apenas dois usaram o teorema em ação "$r_1 - r_2 = x$", mostrando dificuldade na interpretação do problema, de acordo com a imagem 12. Sete dos estudantes apenas colocaram o resultado impossibilitando identificar quaisquer teoremas em ação.

Apesar desta situação problema aparecer o termo "a mais que" obtivemos uma quantidade razoável de acertos.

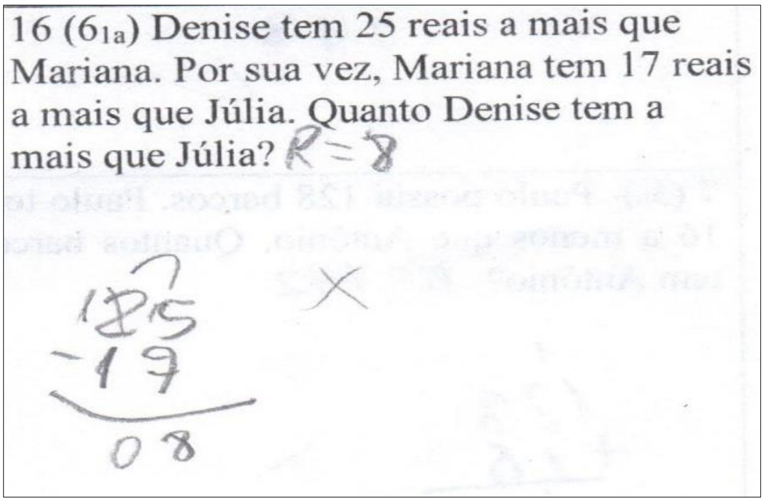
Imagem 12: teorema em ação "$r_1 + r_2 = x$.".


16 (6_{1a}) Denise tem 25 reais a mais que Mariana. Por sua vez, Mariana tem 17 reais a mais que Júlia. Quanto Denise tem a mais que Júlia? Ela tem 42 Reais a mais que júlia

$$\begin{array}{r} 25 \\ +17 \\ \hline 42 \\ -17 \\ \hline 25 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Imagem 13: teorema em ação “$r_1 - r_2 = x$.”.


16 (6_{1a}) Denise tem 25 reais a mais que Mariana. Por sua vez, Mariana tem 17 reais a mais que Júlia. Quanto Denise tem a mais que Júlia? R = 8

$$\begin{array}{r} 25 \\ -17 \\ \hline 08 \end{array}$$

Fonte: A autora, 2022.

Observando na tabela 20 as situações problemas que mais os estudantes acertaram foram as (1 (1_a), 3 (2_a), 12 (4_{1a} (4_{1e})). A seguir mostraremos as situações com maior quantidade de acertos:

Quadro 35: Acertos por situação.

Número da questão	Classes Problemas	Situação	Acertos
12	(4_{1a}(4_{1e}))	Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã pescou 13 peixes. Durante a tarde pescou 28 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?	18
1	(1_a)	João possui 77 bolinhas de gude azul e 86 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?”.	18

3	(2_a)	José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?	16

Fonte: A autora (2022).

Destacaremos as situações problemas que os estudantes mais acertaram e erraram. Dessa forma, no quadro 34 apresentamos a análise dos teoremas em ação mobilizados nas questões com maior quantidade de acertos, isto é, mostramos o teorema em ação que esperávamos que os estudantes mobilizassem.

Conforme, Vergnaud (2009b) e os possíveis teoremas em ação que foram mobilizados na resolução das situações propostas:

Quadro 36: Análise dos teoremas em ação mobilizados (situações com maior quantidade de acertos).

Número da Questão.	**Classes Problemas.**	**Esquema Esperado.**	**Esquema Mobilizado (Possíveis teoremas em ação).**	**Teoremas em ação (verdadeiro ou falso).**
12	($4_{1a}(4_{1e})$)	A equação correspondente ao esquema desta subclasse é: $T_1 + T_2 = x$, em que $T_1 = 13$ e $T_2 = 28$. Portanto, T3= 41, ou seja, Pedro pescou 41 peixes.	$T_1 + T_2 = x$ $T_1 - T_2 = x$	Verdadeiro Falso
1	(1_a)	O esquema referente a esta situação é válido quando a=77 e b=86. A equação correspondente é:$a + b = x$. Então, temos, 77 + 86 = 163.	$a + b = x$	Verdadeiro
3	(2_a)	O esquema que se refere a está situação ocorre quando a = 44, b = 37. E o estado final é dado pela equação correspondente: $a + (+b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$.	$a + (+b) = x \rightarrow$ $\rightarrow 44 + 37 = 81$ $x = a - b$	Verdadeiro Falso

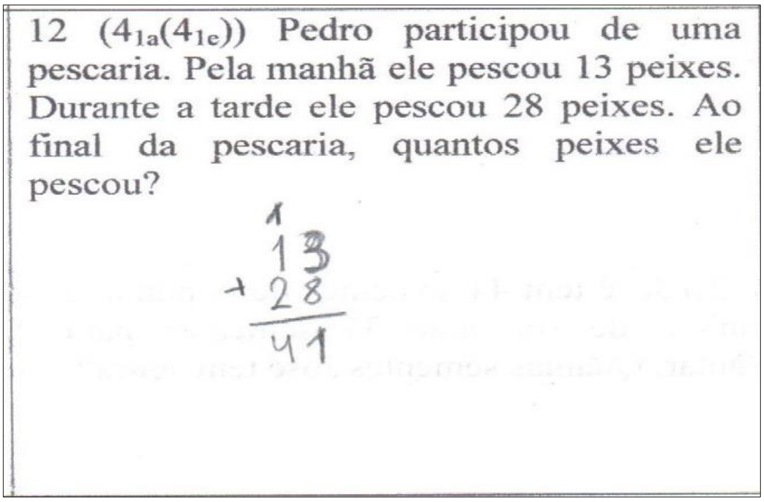
Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe de problema "($4_{1a}(4_{1e})$)", observamos que 14 estudantes mobilizaram o seguinte teorema em ação "$T_1 + T_2 = x$". E 4 estudantes apenas coloram o resultado, impossibilitando a identificação de esquemas.

A figura mostra a ação que esperávamos que o estudante realizasse ao resolver o problema, pois estamos interessados em verificar o esquema "teorema em ação" mobilizado e não que o aluno expresse exatamente o esquema identificado por Vergnaud (2009), mas sim que ao resolver percebamos seu entendimento na ação, isto é, usando o cálculo convencional.

E é importante destacar que o estudante entendeu que deveria realizar uma adição. Conforme mostraremos na imagem a seguir:

Imagem 14: teorema em ação “$T_1 + T_2 = x$”.


12 ($4_{1a}(4_{1e})$) Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã ele pescou 13 peixes. Durante a tarde ele pescou 28 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?

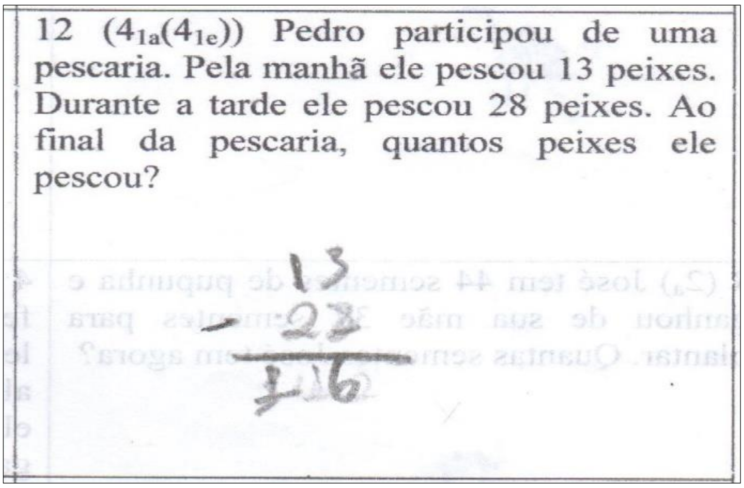
$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 13 \\ +\ 28 \\ \hline 41 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Dos 27 estudantes, 6 responderam incorretamente e colocaram apenas o resultado, não possibilitando identificar o esquema mobilizado. Dois estudantes não responderam a situação.

Um dos 27 estudantes mobilizou o seguinte esquema “$T_1 - T_2 = x$”, isto é, ele subtraiu a transformação inicial com a transformação final, resultando no valor incorreto mostrando que não conseguiram compreender que tratava-se de uma adição e ainda apresenta a dificuldade em organizar as parcelas na subtração, pois está realizando a subtração do minuendo para o subtraendo e deveria ser feito o contrário, pois a operação está sendo realizada no conjunto dos números naturais e a subtração não é comutativa.

Figura 15: teorema em ação $T_1 - T_2 = x$.

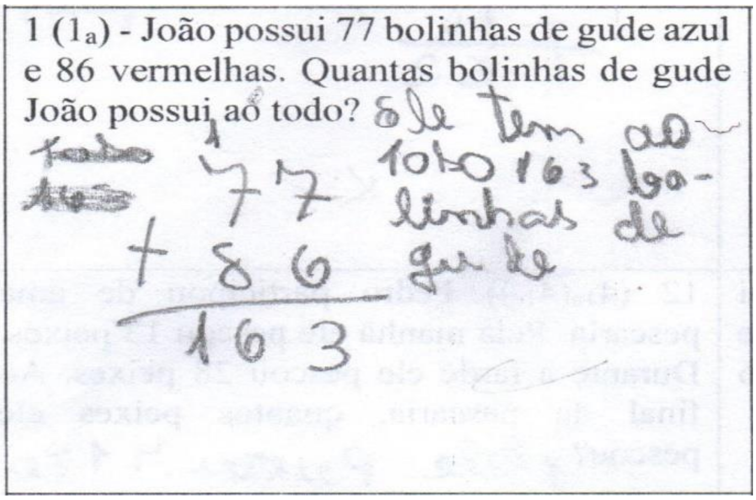

12 ($4_{1a}(4_{1e})$) Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã ele pescou 13 peixes. Durante a tarde ele pescou 28 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?

$$\begin{array}{r} 13 \\ -\ 28 \\ \hline 16 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe de problema "1_a": 24 estudantes responderam mobilizando o seguinte esquema $a + b = x$, porém 8 desses 24 colocaram o resultado errado, observe as imagens a seguir:

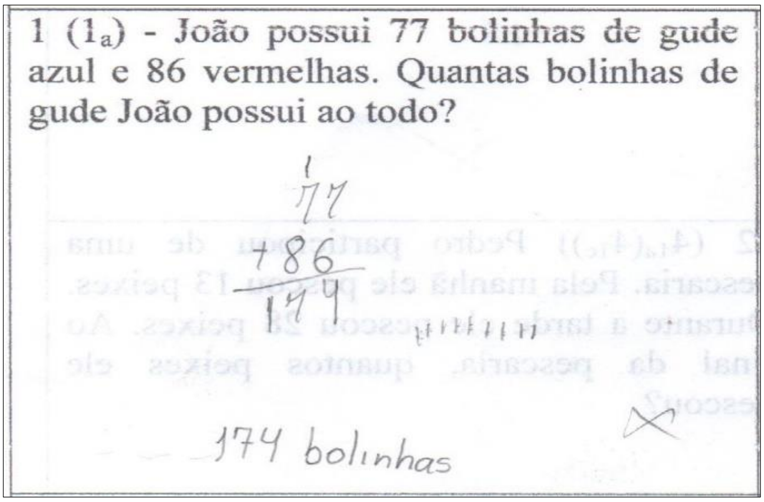
Imagem 16: teorema em ação $a + b = x$ (resultado correto).


1 (1_a) - João possui 77 bolinhas de gude azul e 86 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo? Ele tem ao toto 163 bolinhas de gude

$$\begin{array}{r} 77 \\ +\ 86 \\ \hline 163 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Imagem 17: teorema em ação $a + b = x$ (resultado incorreto).


1 (1_a) - João possui 77 bolinhas de gude azul e 86 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?

174 bolinhas

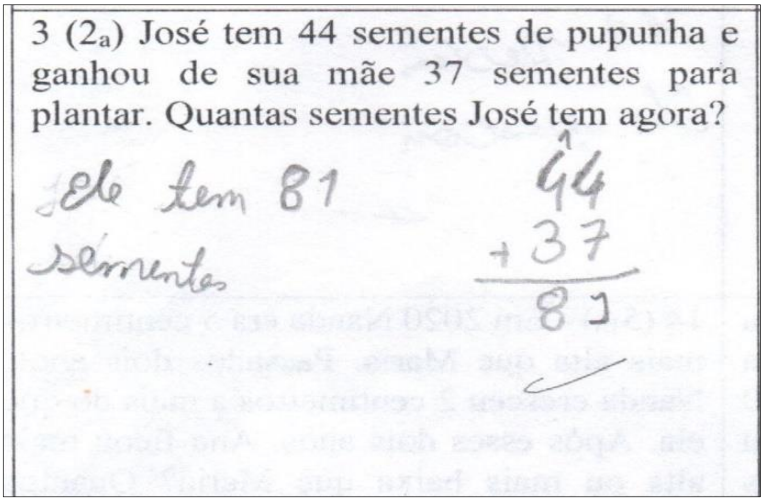
Fonte: A autora (2022).

Um participante apenas colocou o resultado incorreto, e outro também apenas mostrou o resultado, porém estava correto. E apenas 1 ficou sem responder à questão.

Na figura acima observamos a dificuldade em adição com reserva, pois o estudante arma o cálculo corretamente, porém erra o cálculo.

Em relação a situação 2ª, temos que 23 dos participantes mobilizaram o seguinte esquema $a + (+b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$, porém 5 colocaram o resultado incorreto, observe as imagens a seguir:

Imagem 18: teorema em ação $a + (+b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$.



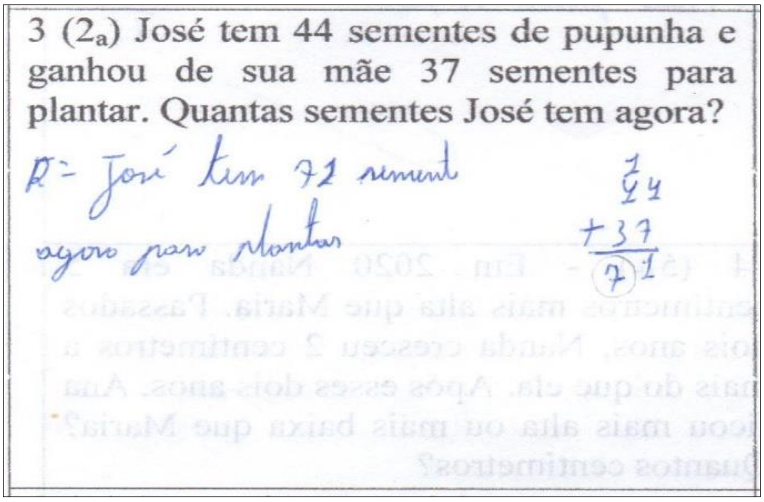
3 (2_a) José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?

Ele tem 81 sementes

$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}4 \\ +37 \\ \hline 81 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Imagem 19: teorema em ação $a + (+b) = x \rightarrow 44 + 37 = 81$ (resultado incorreto).



3 (2_a) José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?

R= José tem 71 sement agora para plantar

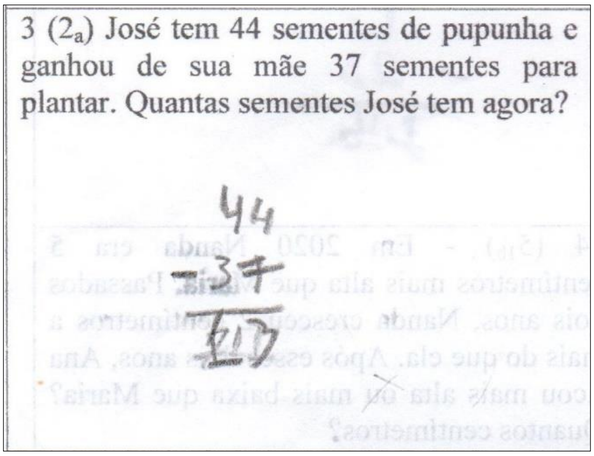
$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}4 \\ +37 \\ \hline 71 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Um estudante não respondeu e dois apenas colocaram o resultado sendo um incorreto e o outro correto.

O seguinte esquema $x = a - b$ foi mobilizado por um dos estudantes, isto é, realizou uma subtração mostrando que não conseguiu compreender que se tratava de uma adição, conforme mostramos o registro.

Imagem 20: teorema em ação $x = a - b$.


3 (2_a) José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?

44
-37

Fonte: A autora (2022).

Enquanto as questões que mais erraram foram as (4(2b), 5(2c), 6(3a), 9(3d), 11(3f), 13(42a), 14(51a), 15(51b). Conforme mostramos no quadro 36 a seguir:

Quadro 37: Erros por situação.

Número da questão	Classes Problemas	Situação	Erros
5	(2_c)	Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?	20
4	(2_b)	Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?	18
6	(3_a)	Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?	18
11	(3_f)	Antônio tem 54 potes de açaí cremoso. Carlos tem 8 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos?	18
15	(5_{1b})	Em 2020 Jonas era 6 centímetros mais alto que Paulo. Passados dois anos, Jonas cresceu 2 centímetros a menos que Paulo. Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura do que Paulo?	18
9	(3_d)	A ponte sobre Rio Madeira que liga o estado do Amazonas e Rondônia tem aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o Rio Negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais?	17
13	(4_{2a})	Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?	16
14	(5_{1a})	Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?	15

Fonte: A autora (2022).

Na tabela 23 é mostrada a análise dos esquemas mobilizados nas questões com maior quantidade de erros, isto é, apresentamos os esquemas que esperávamos que os estudantes mobilizassem, conforme, Vergnaud (2009b).

Dessa forma ao analisarmos as respostas dos estudantes, estamos tentando explicitar, o pensamento implícito deles no momento em que resolveram as situações problemas:

Quadro 38: Análise dos esquemas mobilizados (situações com maior quantidade de erros).

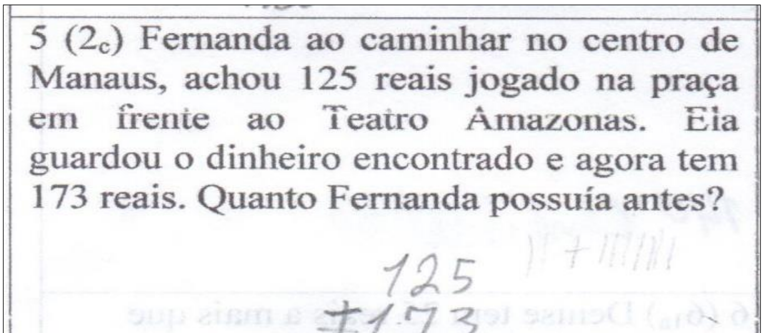
Número da Questão.	**Classes Problemas.**	**Esquema Esperado.**	**Esquema Mobilizado (Possíveis teoremas em ação).**	**Teoremas em ação (verdadeiro ou falso).**
5	(2_c)	O esquema que se refere a esta situação ocorre quando b = 125, c = 173. O estado inicial é fornecido obtendo – se o resultado da equação correspondente: $x + (+b) = c \rightarrow x = c - (+\,b) \rightarrow x = 173 - 125 \rightarrow x = 48.$	$x = b + c$ $x = b - c$ $x + (+b) = c \rightarrow x = c - (+b)$	Falso Falso Verdadeiro
4	2_b	O esquema que se refere a está situação ocorre quando a = 15, c = 19. A transformação é dada pela equação correspondente:$a + (+x) = c \rightarrow 15 + (+x) = 19.$ Logo, temos $x = c - a \rightarrow x = 19 - 15$, ou seja, x = 4. A lei de composição correspondente é a subtração entre o estado final (19) e o estado inicial 15 para resultar na transformação positiva (4).	$x = a + c$ $x + a = c$ $x = a - c$	Falso Verdadeiro Verdadeiro
6	(3_a)	O esquema que se refere a esta situação ocorre quando a relação é positiva, isto é, ocorre quando r = + 15. A equação correspondente ao esquema é:$x + (\,r\,) = c \rightarrow x + (15) = 142.$ Logo $x = 127$, isto é, José possui 127 árvores em seu sítio.	$x = c + (r)$ $\frac{ab+c}{xy}$, a b (1a parcela), c (2a parcela), x y (soma) $x = c - (r)$	Falso Falso Verdadeiro
11	3_f	A equação correspondente ao esquema é: $a + (-r) = x \rightarrow a - r = x \rightarrow 54 - 8 = x \rightarrow x = 46.$ Então, Carlos tem 46 potes de açaí cremoso.	$x = a + r$ $x = a - r$	Falso Verdadeiro
9	3_d	Nesta classe a relação é positiva (x). A equação correspondente é: $a + (x) = c \rightarrow x = c - a \rightarrow x = 11 - 1 = 10$. Isto é, a ponte sobre o Rio Negro tem 10 quilômetros a mais que a ponte sobre o Rio Madeira;	$x = a + c$ $x = c - a$	Falso Verdadeiro
15	5_{1b}	A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_2$, em que $r_1 = 6$ e T= -2. Portanto, $r_2 = 4$.	$r_1 + T = r2,$ $T = 2, r_2 = 8$ $r_1 + T = r_2$ em que $r_1 = 6$ e T= -2.	Falso Verdadeiro

13	4_{2a}	A equação correspondente ao esquema desta subclasse é:$T_1 + x = T_3$. Assim, $x = T_3 - T_1$, em que $T_1 = 100$ e $T_3 = 77$. Portanto,$T_2 = -23$. Isto é, Paulo perdeu 23 pontos ao final das duas etapas da gincana.	$x = T_1 + T_3$ $x = T_1 - T_3$	Falso Verdadeiro
14	5_{1a}	A equação correspondente ao esquema desta classe é: $r_1 + T = r_3$, em que r_1 e T = 2. Portanto, $r_3 = 7$. Logo, Nanda está 7 centímetros mais alta que Maria. Notemos, que a operação adição é a lei de composição correspondente à operação de transformação sobre um estado relativo.	$r_3 = r_1 - T_3$ $r_1 + T = r_3$	Falso Verdadeiro

Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe problema 2_c: 6 estudantes mobilizaram o seguinte teorema em ação falso $x = b + c$ o qual os estudantes adicionaram o valor inicial e o final, mostrando a dificuldade em compreender que tratava – se de uma subtração, e 7 estudantes usaram o seguinte teorema em ação $x = b - c$ mostrando que apesar de terem entendido que era para efetuar a subtração, porém erraram o cálculo ao montarem a operação, pois a subtração não é comutativa e 7 estudantes apenas colocaram o resultado incorretamente. Segue as imagens dos esquemas abaixo:

Imagem 21: teorema em ação $x = b + c$.

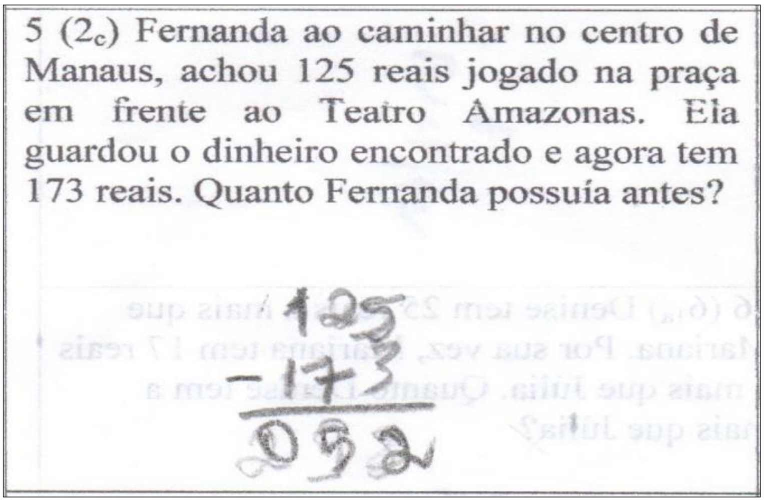

5 (2_c) Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?

125
+173
298

fernanda possuía 298

Fonte: A autora (2022).

Imagem 22: teorema em ação $x = b - c$.

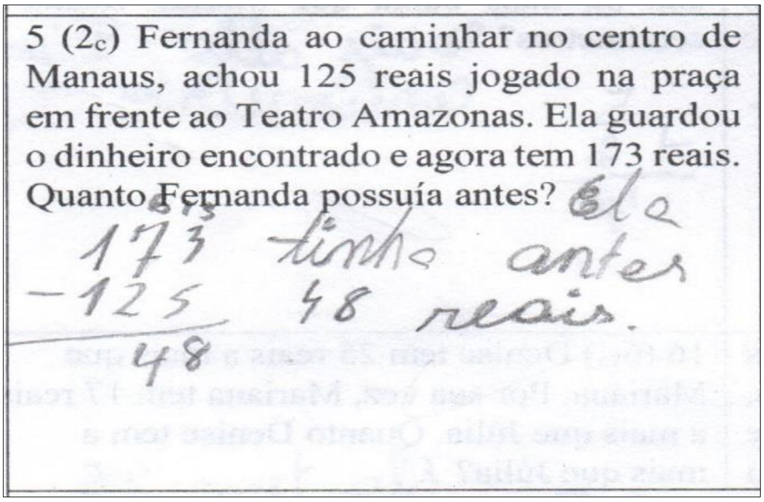

5 (2_c) Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?

Fonte: A autora (2022).

Dos 27 estudantes, apenas 6 mobilizaram o seguinte esquema $x + (+b) = c \rightarrow x = c - (+b)$, dessa forma observa-se que, poucos estudantes realizaram o cálculo conforme o esquema esperado.

Isto é, subtraindo a quantidade de dinheiro que Fernanda tinha no presente pelo o que ela achou jogado, veja a imagem a seguir:

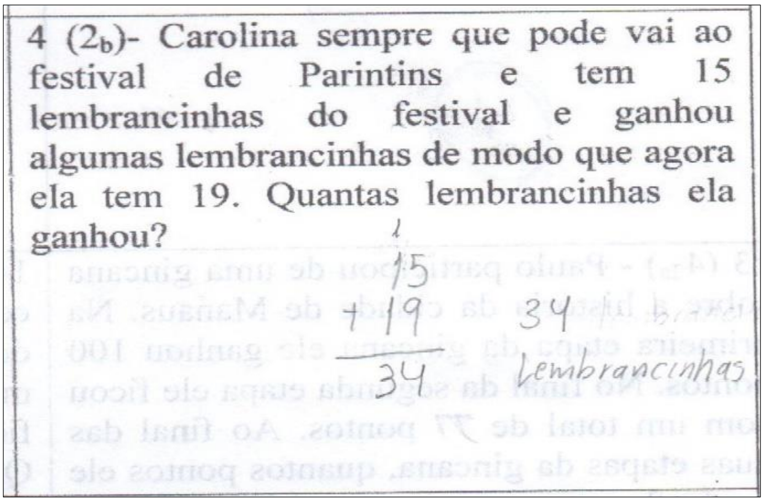
Imagem 23: teorema em ação $x + (+b) = c \rightarrow x = c - (+b)$.


5 (2_c) Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?

Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe problema 2b: 11 participantes mobilizaram o seguinte teorema em ação $x = a + c$:

Imagem 24: teorema em ação $x = a + c$.



4 (2_b)- Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?

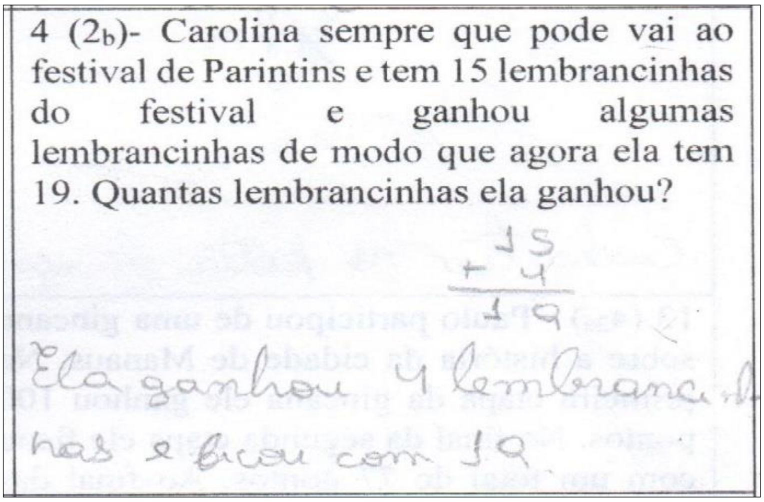
$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 15 \\ +\ 19 \\ \hline 34 \end{array}$$

34 lembrancinhas

Fonte: A autora (2022).

Quatro mobilizaram $x\ +\ a\ =\ c$ e observemos que os estudantes acertaram o resultado do problema, porém mobilizaram um esquema diferente do esperado, os participantes adicionaram 15 com o valor que daria a quantidade de lembrancinhas que Carolina tinha atualmente e assim chegaram à conclusão de que, ela ganhou 4 lembrancinhas, conforme mostramos na imagem a seguir:

Imagem 25: teorema em ação $x\ +\ a = c$.



4 (2_b)- Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?

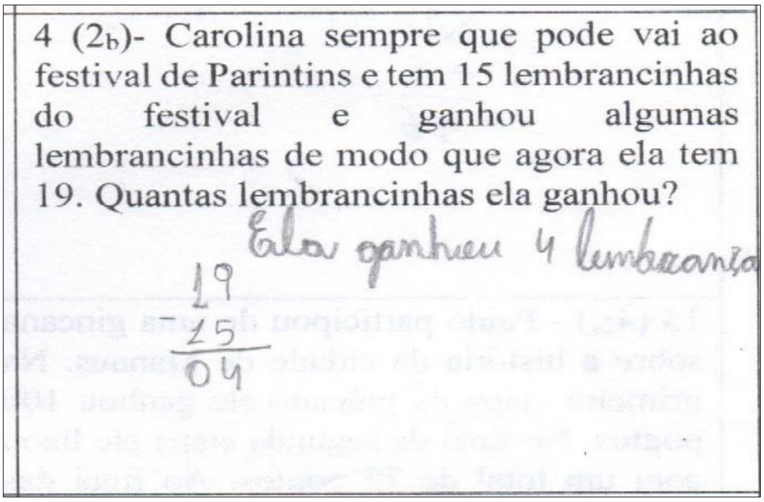
$$\begin{array}{r} 15 \\ +\ 4 \\ \hline 19 \end{array}$$

Ela ganhou 4 lembrancinhas e ficou com 19

Fonte: A autora (2022).

Três participantes mobilizaram $x\ =\ c - a$ que é o esquema que esperávamos ser usado na resolução do problema e 4 estudantes apenas colocaram o resultado corretamente e 7 apenas colocaram o resultado de forma incorreta.

Imagem 26: teorema em ação "$x\ =\ c - a$".



4 (2_b)- Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?

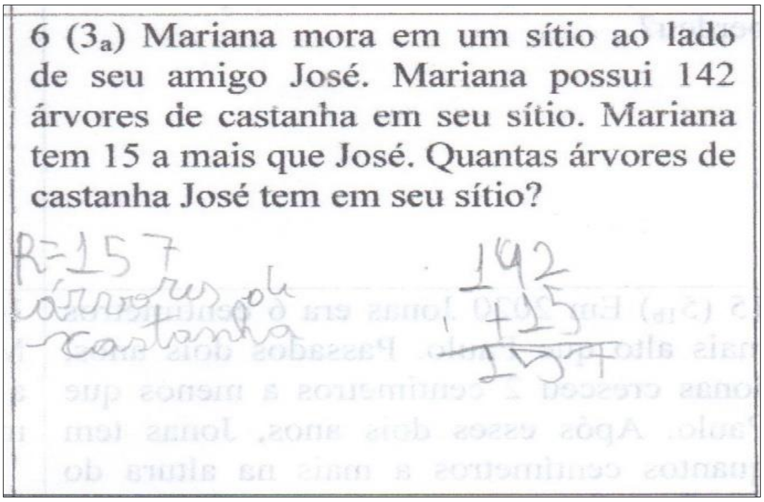
Ela ganhou 4 lembrança

$$\begin{array}{r} 19 \\ -15 \\ \hline 04 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Com relação a classe problema 3_a: 9 participantes mobilizaram o seguinte esquema x = c + (r):

Imagem 27: teorema em ação “x = c + (r)”.



6 (3_a) Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?

R=157 árvores de castanha

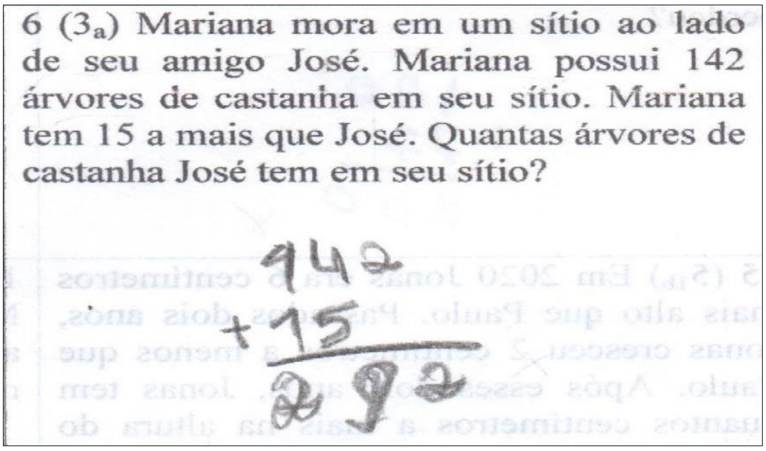
$$\begin{array}{r} 142 \\ +15 \\ \hline 157 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Dois participantes mobilizaram $\begin{array}{r} ab \\ +c \\ \hline xy \end{array}$ ab(1ª parcela), c (2ª parcela), xy (soma), ou seja, realizaram a adição dos valores do problema, porém é visível a dificuldade em relação a colocação dos algarismo em relação ao seu valor posicional.

Conforme mostramos a seguir:

Imagem 28: teorema em ação $\begin{array}{r} ab \\ +c \\ \hline xy \end{array}$.

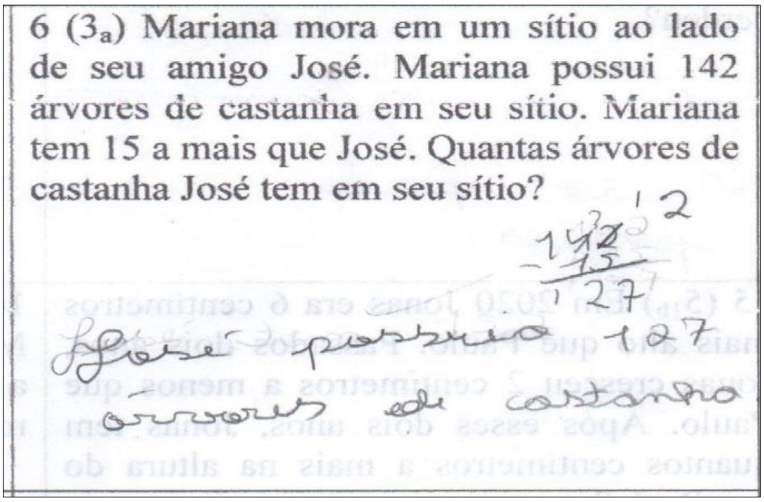

6 (3_a) Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?

Fonte: A autora (2022).

Seis estudantes que acertaram a questão apenas colocaram o resultado e 7 estudantes usaram o seguinte esquema $x = c - (r)$ sendo que 1 colocou o resultado incorreto.

A imagem a seguir mostra a ação que esperávamos que o estudante realizasse na resolução da situação 3_a:

Imagem 29: teorema em ação "$x = c - (r)$"


6 (3_a) Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?

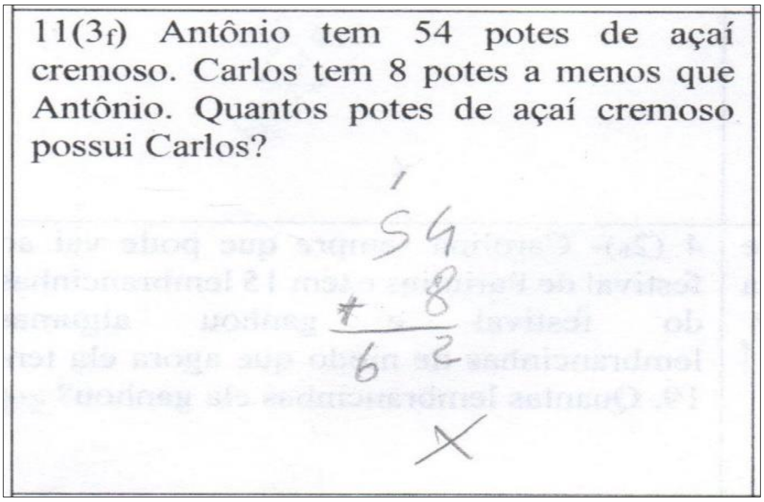
$142 - 15 = 127$

José possui 127 árvores de castanha

Fonte: A autora (2022).

Na classe de problema 3_f: 7 estudantes mobilizaram o seguinte esquema $x = a + r$; 12 usaram $x = a - r$, 5 desses 12 responderam incorretamente; 6 estudantes apenas colocaram os resultados, porem apenas 1 respondeu corretamente.

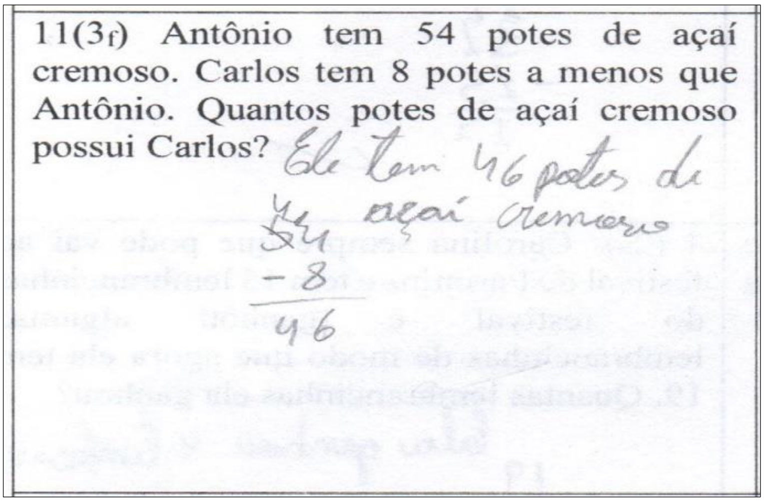
Imagem 30: teorema em ação "$x = a + r$".


11(3_f) Antônio tem 54 potes de açaí cremoso. Carlos tem 8 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos?

$$\begin{array}{r} \overset{1}{54} \\ +\ 8 \\ \hline 62 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Imagem 31: teorema em ação "$x = a - r$".


11(3_f) Antônio tem 54 potes de açaí cremoso. Carlos tem 8 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos? Ele tem 46 potes de açaí cremoso

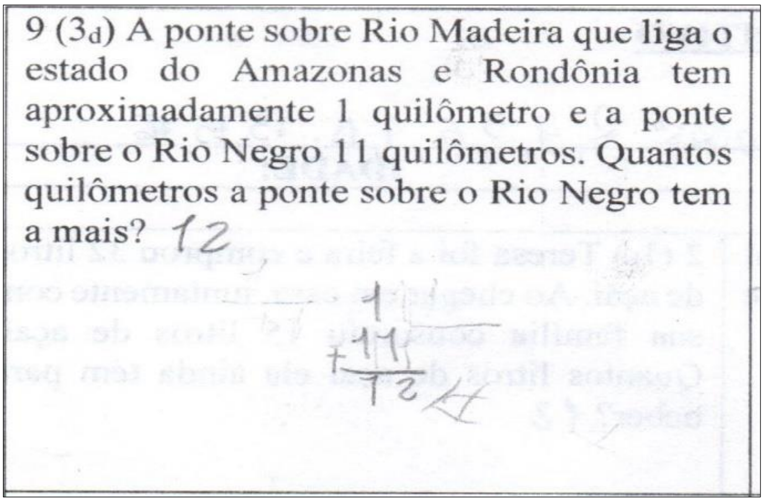
$$\begin{array}{r} \overset{4}{\cancel{5}}4 \\ -\ 8 \\ \hline 46 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe 3_d: 9 dos participantes usaram o seguinte teorema em ação $x = a + c$ conforme mostramos na figura 19, observamos que o estudante realizou uma adição mostrando dificuldade na interpretação do termo "a mais".

E 8 dos estudantes apenas colocaram o resultado incorretamente não possibilitando identificar teoremas em ação; 3 estudantes mobilizaram $x = c - a$ que é o teorema que esperávamos conforme mostramos na figura 20; 5 estudantes responderam corretamente, mas não mobilizaram nenhum esquema e 2 ficaram sem responder.

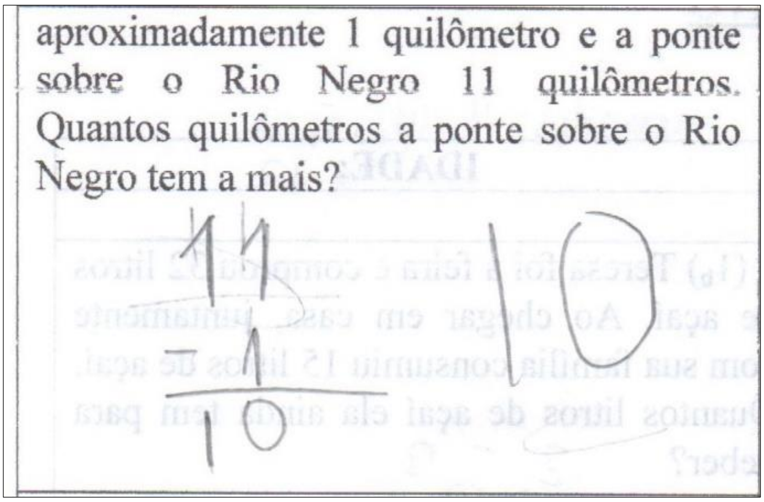
Imagem 32: esquema $x = a + c$.


9 (3_d) A ponte sobre Rio Madeira que liga o estado do Amazonas e Rondônia tem aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o Rio Negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais? 12

$$\begin{array}{r} 1 \\ +\,11 \\ \hline 12 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Imagem 33: esquema$x = c - a$.


aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o Rio Negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais?

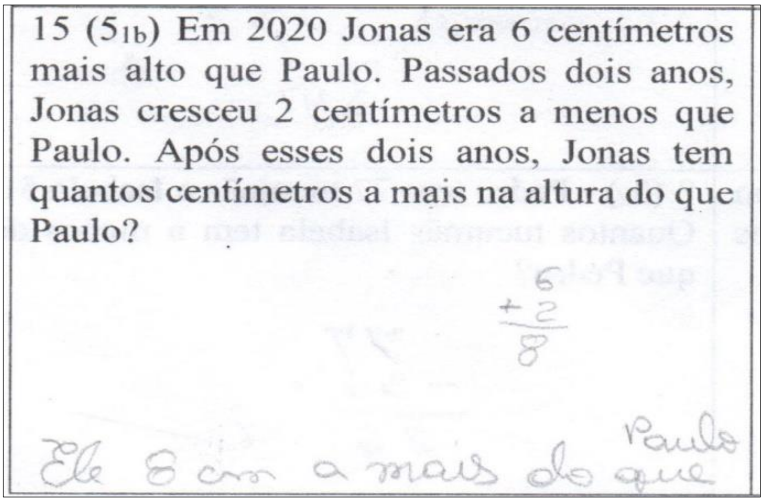
$$\begin{array}{r} 11 \\ -\,1 \\ \hline 10 \end{array}$$

10

Fonte: A autora (2022).

A classe problema 5b: oito estudantes mobilizaram$x = r_1 + T$, T= 8 mostrando que não compreenderam que tratava – se de uma subtração; cinco dos participantes mobilizaram $r_1 + T = r_2$, em que $r_1 = 6$ e T = -4, $r_2 = 4$ que é o teorema em ação que esperávamos; dois apenas colocaram o resultado correto não possibilitando identificar esquema e dez apenas colocaram o resultado incorretamente.

Imagem 34: teorema em ação “$x = r_1 + T, T = 8$”.

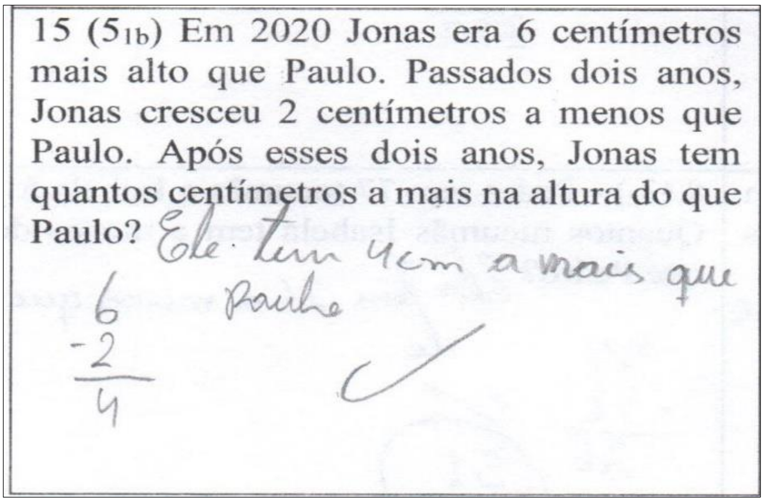

15 (5_{1b}) Em 2020 Jonas era 6 centímetros mais alto que Paulo. Passados dois anos, Jonas cresceu 2 centímetros a menos que Paulo. Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura do que Paulo?

$$\begin{array}{r} 6 \\ +2 \\ \hline 8 \end{array}$$

Ele 8 cm a mais do que Paulo

Fonte: A autora (2022).

Imagem 35: teorema em ação $x = r_1 + T = r_2, em\ que\ r_1 = 6\ e\ T = -4, r_2 = 4$.

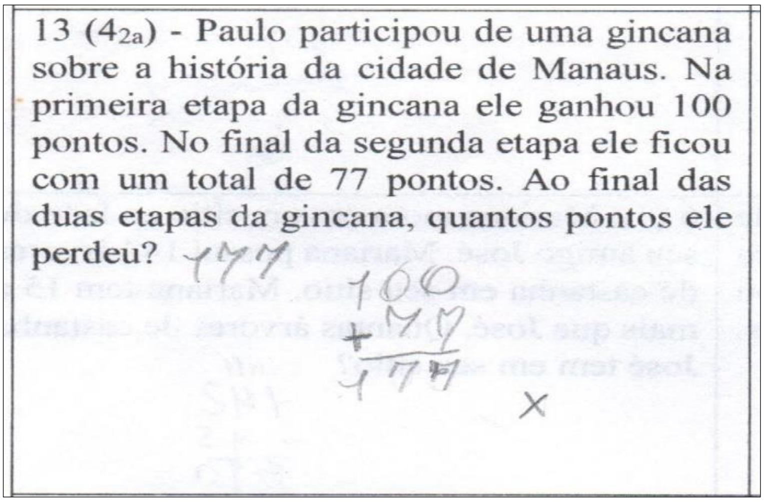

15 (5_{1b}) Em 2020 Jonas era 6 centímetros mais alto que Paulo. Passados dois anos, Jonas cresceu 2 centímetros a menos que Paulo. Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura do que Paulo? Ele tem 4cm a mais que Paulo

$$\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline 4 \end{array}$$

Fonte: A autora (2022).

Na classe problema 4_{2a}: oito estudantes usaram o esquema $x = T_1 + T_3$; oito estudantes apenas colocaram o resultado impossibilitando identificar esquemas mobilizados; três estudantes não responderam; cinco estudantes usaram $x = T_1 - T_3$ e três apenas colocaram o resultado correto sem mobilização de esquemas.

Imagem 36: teorema em ação “$x = T_1 + T_3$”.

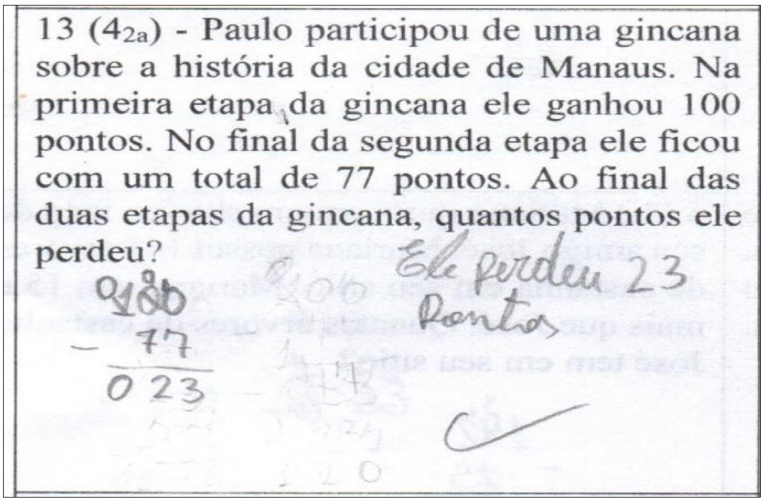


13 (4₂ₐ) - Paulo participou de uma gincana sobre a história da cidade de Manaus. Na primeira etapa da gincana ele ganhou 100 pontos. No final da segunda etapa ele ficou com um total de 77 pontos. Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu? 177

100
+77
177

Fonte: A autora (2022).

Imagem 37: teorema em ação $x = T_1 - T_3$.



13 (4₂ₐ) - Paulo participou de uma gincana sobre a história da cidade de Manaus. Na primeira etapa da gincana ele ganhou 100 pontos. No final da segunda etapa ele ficou com um total de 77 pontos. Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu?

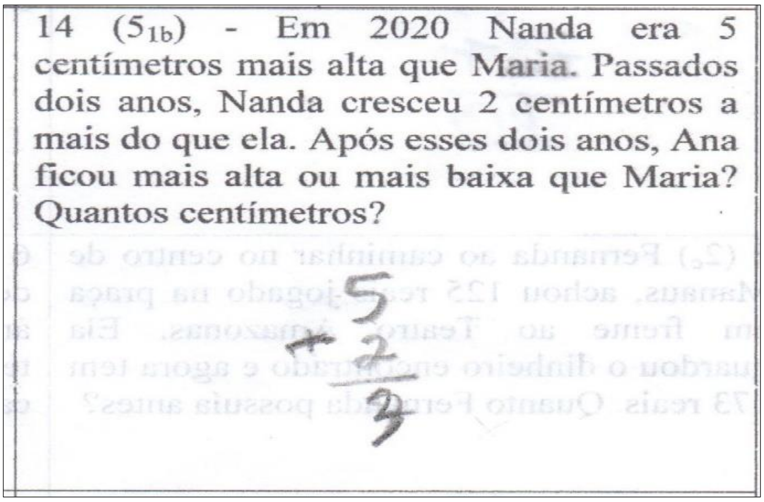
Ele perdeu 23 Ponto

100
− 77
023

Fonte: A autora (2022).

Em relação a classe 51b: três estudantes usaram o seguinte $r_3 = r_1 - T$; doze estudantes apenas colocaram o resultado incorretamente e nove participantes mobilizaram $r_1 + T = r_3$:

Imagem 38: teorema em ação $r_3 = r_1 - T$.

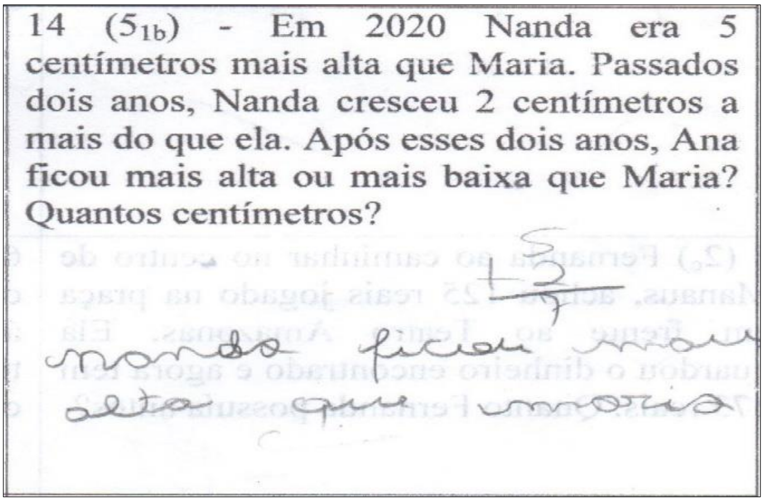


14 (5_{1b}) - Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?

5
+2
3

Fonte: A autora (2022).

Imagem 39: teorema em ação $r_1 + T = r_3$:



14 (5_{1b}) - Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?

5
+2
7

nanda ficou mais alta que maria

Fonte: A autora (2022).

Os teoremas em ação identificados, estão embasados nas categorias identificadas por Vergnaud (2009b). Dessa forma ao fazermos a análise das respostas dos estudantes em cada problema, buscamos identificar os pensamentos implícitos utilizados na solução dos problemas propostos, explicitando em forma de teoremas em ação, conforme, mostramos no quadro de análises de teoremas em ação do campo conceitual aditivo e ainda destacamos as análises dos teoremas em ação das situações com maior quantidade de acertos e erros.

Nas situações em que duas medidas se compõem para resultar em uma terceira medida, a maior parte dos estudantes mobilizaram teorema em ação verdadeiro tanto quando se conhecia as duas medidas elementares e pedia-se para encontrar a composta quando se conhecia uma das medidas elementares e a composta, e se pedia pra determinar a outra medida elementar.

Nas situações em que uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida, a maior parte dos estudantes não apresentou dificuldades quando, no problema, conhecia-se o estado inicial e a transformação positiva, e pedia-se para determinar o estado final. Entretanto, quando na situação conhecia-se o estado inicial e final e pedia-se para determinar a transformação positiva ou quando se conhecia uma transformação e o estado final e tinha que obter o estado inicial, a maior parte dos estudantes apresentaram dificuldades.

Nas situações em que uma relação estática liga duas medidas, a maior parte dos estudantes apresentaram dificuldades nas questões onde era fornecida uma das medidas (referente) e a relação, e pedia-se para determinar a outra medida (referido), como por exemplo, a dificuldade na colocação dos algarismos de acordo com o seu valor posicional.

Nas questões em que se conhece uma das medidas (referente) e a relação, pode-se determinar a outra medida (referido) ou conhecia-se as medidas referente e referido, e pedia-se para determinar a relação negativa, a maior parte dos estudantes não apresentaram dificuldades. Entretanto, alguns mostram dificuldades relacionadas ao valor posicional na realização do cálculo da operação e não compreenderam corretamente os termos "a menos que" e "a mais que".

Na questão em que conhecia – se uma das medidas (referido), e pedia para determinar a outra medida (referente)", a maior parte dos estudantes não apresentaram dificuldades. Porém, alguns mostraram dificuldades s em resolver cálculo de adição com reserva. E na situação em conhecia – se uma das medidas (referido) e a relação negativa, e pedia -se para determinar a outra medida (referente)", a maioria dos estudantes não apresentaram dificuldades, porém alguns dos estudantes responderam incorretamente, mostrando dificuldade em fazer a subtração.

Nas situações em que duas transformações se compõem para resultar em uma transformação, a maior parte dos estudantes não apresentaram dificuldades quando, na situação em que conhecia-se as transformações elementares com $|T_1| < |T_2|$ ou com $|T_1| > |T_2|$, sendo $T_1 > 0$ e $T_2 > 0$, e pedia – se para determinar a transformação composta com $T_3 > 0$". Entretanto alguns estudantes ainda armaram o cálculo incorretamente, pois a subtração não é comutativa, pois é realizada no conjunto dos números naturais.

E na situação em que conhecia-se a transformação elementar com $T_1 > 0$ e a composta $T_3 > 0$, em que $T_1 < T_3$, e pedia – se para determinar a transformação composta com $T_2 < 0$", a maioria dos estudantes tiveram dificuldades, pois alguns mostraram que não compreenderam que se tratava de uma subtração.

Na situação em que a transformação opera sobre o estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo, a maior parte dos estudantes apresentaram dificuldades quando no problema conhecia – se a relação inicial $a > b$ e a transformação positiva $T > 0$, em que$|a - b| > |T|$, e pedia – se para determinar o estado relativo final $a > b$, apenas alguns compreenderam que se tratava de uma subtração. Destacamos que nesta situação aparecem os termos "a menos que" e "a mais que", mostrando a dificuldade dos estudantes na interpretação destes termos.

No problema em que conhecia – se a relação inicial $a > b$ e a transformação negativa $T < 0$, em que $|a - b| > |T|$, pedia – se para determinar o estado relativo final $a > b$, a maior parte dos estudantes não tiveram dificuldades, porém alguns não compreenderam que tratava – se de uma adição.

Na situação em que dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo, isto é, problemas de composição com uma das partes desconhecidas. Dessa forma a maior parte dos estudantes não tiveram dificuldades, no problema em que conhecia-se a relação inicial a > b e a relação de composição b > c, em que $|a - b| > |b - c|$, e pedia – se para determinar a relação final a > c. Apesar da situação problema aparecer o termo "a mais que", a maioria dos estudantes não tiveram dificuldades nos mostrando que os estudantes compreenderam que se tratava de uma adição, porém há dificuldade na interpretação do problema.

De acordo com nossa análise, podemos afirmar que as categorias em que os estudantes mais tiveram dificuldade de responder foi a segunda, terceira, quarta e quinta categoria. Em relação a segunda categoria, especificamente as classes de problemas em que "conhecia – se o estado inicial e final e pedia – se para determinar a transformação positiva" e "conhecia – se uma transformação e o estado final e pedia – se para obter o estado inicial", pois não há termos como "a mais que" e a "a menos que", a dificuldade está em armar o cálculo corretamente.

E também na interpretação do problema, visto que não compreenderam que se tratava de uma subtração. Mas observa – se também a capacidade do estudante adicionar, isto é, fazendo a operação inversa para chegar no resultado que o problema mostra e assim deduz a resposta do problema, conforme aconteceu na situação da classe em que "conhecia-se o estado inicial e final e pedia – se para determinar a transformação positiva.

Entretanto, a dificuldade se concentrou na terceira categoria, a qual nos traz situações problemas de comparação. Destacamos que estas situações são aquelas em que há relações positivas ou negativas, ou ambas em um mesmo problema, ou seja, aparecem os termos "a mais que" e "a menos que", possibilitando a dificuldade na intepretação e consequentemente na resolução. E ainda a análise mostra a dificuldade em resolver cálculo de subtração e na organização do algarismo de acordo com o seu “valor posicional” causando o resultado não esperado.

Na quarta e quinta categoria, especificamente a classes de problemas em que “conhecia-se a transformação elementar e a composta, e podia – se determinar a transformação composta”, “conhecia-se e a relação inicial e a transformação positiva, e podia-se determinar o estado relativo final” e “conhecendo - se a relação inicial e a transformação negativa, e podia-se determinar o estado relativo final”.

Nestas classes os estudantes também tiveram dificuldades, nas duas primeiras situações aparecem o termo “a mais que” e na situação terceira aparece tanto o termo “a mais que”, como o “a menos que”. Possibilitando a dificuldade na interpretação, porém observamos que a maior dificuldade está em arma os números corretamente, de acordo com seu valor posicional e consequentemente realizar o cálculo, pois podemos observar através das respostas que há dificuldade na resolução de adição e subtração com reserva.

A Teoria do Campos Conceituais, especificamente a estrutura aditiva categorizada por Vergnaud (2009b), nos permitiu identificar uma diversidade de teoremas em ação mobilizados pelos sujeitos da pesquisa. A categorização realizada por Vergnaud (2009b), nos traz uma variedade de situações problemas, que correspondem a problemas de adição, subtração ou a combinação de ambas as operações.

Dessa maneira, as seis categorias nos mostram problemas da estrutura aditiva de composição simples, transformação simples, composição de uma das partes desconhecidas, transformação com transformação desconhecidas, transformação com o início desconhecido e comparação. Isto é, problemas relacionados aos três grupos do raciocínio aditivo “comparação”, “transformação” e “composição”.

As resoluções dos estudantes em cada situação problema nos possibilitou explicitar os teoremas em ação que estão implícitos nos esquemas mobilizados por eles e classifica -lós como verdadeiros ou falsos, e consequentemente identificar as dificuldades que os alunos possuem ao tentarem resolver um problema envolvendo o campo conceitual aditivo.

Dessa forma, ao analisarmos as respostas nos embasamos na própria categorização realizada por Vergnaud (2009b), assim como conceito de valor posicional e adição com reagrupamento definido por (Dante, 2017) e o conceito de subtração de Hefez (2011), explicitamos os teoremas e destacamos as dificuldades relacionadas as operações adição e subtração.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou identificar os teoremas em ação que os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, mobilizam ao resolver situações problemas do campo conceitual aditivo. Assim, ao retomar-se o problema de pesquisa, sendo ele: "quais os possíveis teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações problemas do campo aditivo?", foi estruturado um questionário com dezesseis situações problemas. Estas situações problemas foram categorizadas à luz de Vergnaud (2009b) de acordo com o nível dos sujeitos da pesquisa.

Foi escolhida a estrutura do campo conceitual aditivo, em função da revisão de literatura realizada previamente, que revelou que este tema ainda havia sido pouco explorado e estudado. Assim, evidenciamos a relevância de explorar esta temática, tendo como sujeitos de pesquisa estudantes do 6º ano do ensino fundamental, visto que não há muitos trabalhos no Brasil, em que o referencial teórico baseia-se na Teoria do Campos Conceituais da estrutura aditiva e teoremas em ação mobilizados por estudantes do 6º ano do ensino fundamental.

Dessa forma, para que fossem identificados os teoremas mobilizados pelos estudantes, realizou-se uma análise a priori das dezesseis situações propostas no questionário, com o intuito de explicitar-se os teoremas em ação contidos nas respostas dos estudantes. Com isso, através da análise a posteriori, das respostas dos estudantes ao questionário estruturado, identificou-se os teoremas em ação que os estudantes usaram para resolver cada situação problema proposta.

Os resultados revelaram a dificuldade dos estudantes ao resolverem adição com reserva, relacionadas ao valor posicional, a organização das parcelas ao realizarem a subtração e ainda, as questões em que os estudantes tiveram mais dificuldades, especialmente em questões que continham os termos "a mais que" e "a menos que" demonstrando as limitações na interpretação dos problemas

Dessa maneira, o presente trabalho permitiu identificar os teoremas em ação que estão embasados em Vergnaud (2009), Dante (2017) e Hefez (2011), os quais definimos como verdadeiros ou falsos. Porém, alguns estudantes não mobilizaram teoremas ao responderem às situações, impossibilitando a identificação dos teoremas implícitos em suas respostas, e ainda houve alguns que não responderam.

Percebeu-se que a produção de teoremas em ação poderia ter sido maior, se não houvesse a limitação da interpretação das questões por parte dos estudantes, o que favoreceria a identificação de outras dificuldades, além das que foram observadas na análise.

As situações problemas propostas no questionário, possibilitaram juntamente com a TCC, a identificação das dificuldades dos estudantes ao tentarem resolver um problema envolvendo o campo aditivo através dos teoremas mobilizados por eles. Assim como, vislumbrar intervenções didáticas para a minha prática pedagógica como professora e pesquisadora, e ainda contribui com professores de matemática a visualizarem as intervenções que contribuirão para o aprendizado destas dificuldades.

Através da TCC é possível ir além de análises dos conhecimentos e dificuldades que estudantes possuem, pois nos sentimos entusiasmados a buscar novas mediações, intervenções em busca de contribuir com a aprendizagem da matemática. Com isso, as perspectivas para estudos futuros são a continuidade de pesquisas que busquem identificar teoremas em ação mobilizados por estudantes do ensino fundamental, relacionados ao campo aditivo e também ao campo multiplicativo, na perspectiva de traçar intervenções didáticas, como trabalhar a flexibilidade numérica; usar recursos didáticos o "material dourado", "o ábaco", que contribuirá com o ensino e aprendizagem de matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Edislana Alves Barros et al. **Análise do desempenho de alunos na resolução de problemas de múltiplos e divisores à luz da teoria de Vergnaud**. Revista Sítio Novo, v. 5, n. 1, p. 85-99, 2020.

ASTOLFI, Jean – Pierre; DAROT, Éliane; GINSBURGER – VOGEL, Yvette; TOUSSAINT, Jacques. **As Palavras – Chave da Didática das Ciênci**as. Tradução: Maria Ludovina Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget – Horizontes pedagógicos, 2002.

BARROS, R. Marcos de Oliveira. ZANELLA, Marli Schmitt. **Teoria dos Campos Conceituais:** Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais. 1. ed. Curitiba, PR: CRV, 2014.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. **Invariantes Operatórios de Equilíbrio Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3° Ano do Ensino Fundamental**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 33, p. 1424-1443, 2019.

BECK, Vinicius Carvalho; DA SILVA, João Alberto. **Invariantes operatórios de generalização algébrica mobilizados por crianças em uma situação de comutatividade na adição de números naturais**. VIDYA, v. 40, n. 2, p. 299-314, 2020.

BITTAR, Marilena; MUNIZ, C. Alberto. **A aprendizagem da matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** 1 ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

BONI, Keila Tatiana; DAS DORES SAVIOLI, Ângela Marta Pereira. **Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.** Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA), v. 3, n. 2, p. 25-40, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** O ensino fundamental no contexto da educação básica: a área da matemática.
CALADO, Tamires Vieira; REZENDE, Veridiana. **A generalização da função afim manifestada por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 17, p. 1-22, 2022.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. 1ª ed. Lisboa: Sá da Costa, 1984. 318 p.

CARDOSO, Valdinei Cezar; AMARAL-SCHIO, Rúbia Barcelos; DE OLIVEIRA, Samuel Rocha. **Um estudo de situações-problema do campo multiplicativo exploradas por professores e estudantes do ensino fundamental**. **Nuances: estudos sobre Educação**, v. 29, n. 3, 2018.

CARVALHO, Paulo C. P.; LIMA; Elon Lages; MORGADO, A. César; WAGNER, Eduardo. **A Matemática do Ensino Médio.** Sociedade Brasileira de Matemática. 2 ed. Vol. 1. Rio de Janeiro, 1997.

CRESWELL, JOHN W. **Projeto de Pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto; tradução Magda Lopes. 3 ed. porto alegre: ARTMED, 296 páginas, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis matemática, 3º ano:** ensino fundamental anos iniciais. São Paulo: Paz e Terra, 2005. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DE OLIVEIRA PORTO, Rozimeire Soares; MAGINA, Sandra Maria Pinto; GOMERO, German Ignácio Ferrer. **Dois lados de uma mesma vertente algébrica: raciocínios proporcional e funcional por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. Cenas Educacionais**, v. 2, n. 1, p. 143-168, 2019.

DOS SANTOS BARBOSA, Gabriela. **Conceitos e teoremas-em-ação de estudantes do sétimo ano em problemas de configuração retangular**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 12, n. 28, p. 168-185, 2019.

DOS SANTOS, Júlio Veloso. **Uma análise de teoremas em ação na resolução de exercícios envolvendo frações.** VIII Jornada Nacional de Educação Matemática e XXI Jornada Regional de Educação Matemática Universidade de Passo Fundo – Passo Fundo, Rio Grande do Sul – 06 a 08 de maio de 2020.

FERREIRA, Franciely Gomes Favero; DOS SANTOS RIBEIRO, Roberta; CARDOSO, Valdinei Cezar. **Resolução de Problemas do Campo Conceitual Aditivo por Professores Formados em Pedagogia.** Kiri-Kerê-Pesquisa em Ensino, v. 1, n. 14, p. 202-218, 2022.

FREITAS, C. Ernani. PRODANOV, C. Cleber. **Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico.** Novo Hamburgo – RS: FEEVALE, 2013.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. Editora Atlas SA, 2008.

GITIRANA, V.; PINA, L.; PONTES, E.; RODRIGUES, A. **A abordagem do conceito de área como grandeza geométrica a partir do jogo pintárea.** V CONEDU: Congresso Nacional de Educação. Recife - PE de 17 a 20 de outubro de 2018.

GUERRA, E. L de Assis. **Manual de Pesquisa Qualitativa.** Belo Horizonte – MG: Anima Educação, 2014.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmética**. [S. l.: s.n., s.d.]. Série Textos Universitários, Sociedade Brasileira de Matemática. 2011.

LIMA, E. Lages. **Curso de Análise**. v. 1. 13 ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. 2011.

MORAIS, Tula Maria Rocha; SALGADO, Talita Faustino Araújo Alvarez. **Investigando teoremas em ação mobilizados por alunos diante do game calculator em cenários inclusivos.** Educação Matemática Em Revista, v. 24, n. 64, p. 71-87, 2019.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Investigações em ensino de ciências. Porto Alegre. Vol. 7, n. 1 (jan./mar. 2002), p. 7-29, 2002.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Números naturais e operações**. São Paulo: Melhoramentos, 2013. Resenha: O ensino de matemática nos anos iniciais: notas de leitura de uma proposta didático-pedagógica. Revista EntreIdeias, Salvador, v. 4, n. 2, 158-161 jul. 2013.

REIS, T. C. F. Marília**. Metodologia da Pesquisa.** 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S. A., 2009.

SANTANA, E. R. dos Santos. **Estruturas aditivas: O suporte didático Influência a Aprendizagem do Estudante?** Tese apresentada ao Doutorado em Educação Matemática da Universidade Pontifícia Católica de São Paulo. São Paulo: PUC, 2010, *apud* BARROS, R. Marcos de Oliveira. ZANELLA, Marli Schmitt. **Teoria dos Campos Conceituais: Situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais**. 1. ed. Curitiba, PR: CRV, 2014.

VERGNAUD. Gérard. **A criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do Ensino da Matemática na Escola Elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão Técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ZANATTA, Leonardo Ferreira; DOS SANTOS, Amanda Pinheiro de Bonfim; REZENDE, Veridiana. **Funções afim e quadrática: uma análise de resoluções de uma tarefa por estudantes da educação básica e superior. Foz do Iguaçu:** Encontro paranaense de educação matemática, 17 – 19 de novembro de 2022.

APÊNDICE A

QUESTIONÁRIO

MATEMÁTICA (6º Ano do Ensino Fundamental) CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

Itens e estruturas aditivas 1	Itens e estruturas aditivas 2
1 (1_a) - João possui 77 bolinhas de gude azul e 86 vermelhas. Quantas bolinhas de gude João possui ao todo?	2 (1_b) - Teresa foi a feira e comprou 32 litros de açaí. Ao chegar em casa, juntamente com sua família consumiu 15 litros de açaí. Quantos litros de açaí ela ainda tem para beber?
3 (2_a) - José tem 44 sementes de pupunha e ganhou de sua mãe 37 sementes para plantar. Quantas sementes José tem agora?	4(2_b) - Carolina sempre que pode vai ao festival de Parintins e tem 15 lembrancinhas do festival e ganhou algumas lembrancinhas de modo que agora ela tem 19. Quantas lembrancinhas ela ganhou?
5(2_c) - Fernanda ao caminhar no centro de Manaus, achou 125 reais jogado na praça em frente ao Teatro Amazonas. Ela guardou o dinheiro encontrado e agora tem 173 reais. Quanto Fernanda possuía antes?	6 (3_a) - Mariana mora em um sítio ao lado de seu amigo José. Mariana possui 142 árvores de castanha em seu sítio. Mariana tem 15 a mais que José. Quantas árvores de castanha José tem em seu sítio?
7 (3_b) - Paulo possui 128 barcos. Paulo tem 16 a menos que Antônio. Quantos barcos tem Antônio?	8 (3_c) - Pedro tem 77 tucumãs e Isabela 51. Quantos tucumãs Isabela tem a menos do que Pedro?
9(3_d) - A ponte sobre Rio Madeira que liga o estado do Amazonas e Rondônia tem aproximadamente 1 quilômetro e a ponte sobre o Rio Negro 11 quilômetros. Quantos quilômetros a ponte sobre o Rio Negro tem a mais?	10 (3_e) - Paulo possui 65 tambaquis. Daniel tem 18 a mais que Paulo. Quantos tambaquis tem Daniel?
11 (3_f) - Antônio tem 54 potes de açaí cremoso. Carlos tem 8 potes a menos que Antônio. Quantos potes de açaí cremoso possui Carlos?	12 (4_{1a}(4_{1e})) - Pedro participou de uma pescaria. Pela manhã ele pescou 13 peixes. Durante a tarde ele pescou 28 peixes. Ao final da pescaria, quantos peixes ele pescou?
13 (4_{2a}) - Paulo participou de uma gincana sobre a história da cidade de Manaus. Na primeira etapa da gincana ele ganhou 100 pontos. No final da segunda etapa ele ficou com um total de 77 pontos. Ao final das duas etapas da gincana, quantos pontos ele perdeu?	14 (5_{1b}) - Em 2020 Nanda era 5 centímetros mais alta que Maria. Passados dois anos, Nanda cresceu 2 centímetros a mais do que ela. Após esses dois anos, Ana ficou mais alta ou mais baixa que Maria? Quantos centímetros?
15 (5_{1b}) - Em 2020 Jonas era 6 centímetros mais alto que Paulo. Passados dois anos, Jonas cresceu 2 centímetros a menos que Paulo. Após esses dois anos, Jonas tem quantos centímetros a mais na altura do que Paulo?	16 (6_{1a}) - Denise tem 25 reais a mais que Mariana. Por sua vez, Mariana tem 17 reais a mais que Júlia. Quanto Denise tem a mais que Júlia?

ANEXO I

APROVAÇÃO DA PESQUISA NO COMITÊ DE ÉTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS.

Título da Pesquisa: Orquestração Instrumental articulada a materiais didáticos manipuláveis: implicações no ensino das operações de adição e multiplicação para alunos do 6o ano do ensino fundamental aos finais.

Pesquisador: LILIAN MAGALHAES DE BRITO

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 56790322.6.0000.5020

Instituição Proponente: Instituto de Ciências Exatas

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

MANAUS, 08 de Maio de 2022

Assinado por:
Eliana Maria Pereira da Fonseca
(Coordenador(a))

Fonte: https/plataformabrasil.saude.gov.br/

ANEXO II

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

O(A) Sr(a), está sendo convidado a participar do projeto de pesquisa **Orquestração Instrumental articulada a materiais didáticos manipuláveis: implicações no ensino das operações de adição e multiplicação para alunos do 6º ano do ensino fundamental anos finais,** cujo pesquisador responsável é a mestranda Lílian Magalhães de Brito, orientada pelo Prof. Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa. Os objetivos do projeto são: **Objetivo Geral**: Analisar o processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental articulada a utilização de materiais didáticos manipuláveis visando a aprendizagem das operações de adição e multiplicação no ensino fundamental anos finais; **Objetivos Específicos**: 1) Identificar os trabalhos existentes que utilizam materiais didáticos manipuláveis para o aprendizado das operações de adição e multiplicação, 2) Elaborar uma orquestração instrumental com materiais didáticos manipuláveis para o aprendizado das operações de adição e multiplicação, 3) Implementar a orquestração instrumental elaborada em uma sala de aula (presencial ou remota),4) Verificar os fatores que contribuíram para a efetividade da orquestração instrumental implementada. O Sr está sendo convidado por ser pai ou responsável pelo aluno do 6^0 ano que é menor de idade e precisa do parecer dos pais para poder participar da pesquisa. O(A) Sr(a) tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que recebe como pai ou responsável ou com a instituição em que seu filho(a) estuda. Caso o Senhor (a) autorize a participação de seu filho (a), a participação será voluntária, e se dará por meio de participação em aulas da disciplina de matemática cujo objetivo é verificar o processo da gênese instrumental dos alunos ou seja (será disponibilizado aos alunos materiais didáticos manipuláveis “material dourado” e o “ábaco” com o objetivo de que eles consigam resolver situações matemáticas envolvendo adição e multiplicação” através dos seus esquemas de uso), assim como entrevistas e questionários. Além disso, com o auxílio de câmera digital, observações e anotações da professora pesquisadora, será feito o registro da dinâmica de sala de aula, no que se refere ao envolvimento dos alunos, suas produções escritas e manifestações quando descrevem suas produções durante o desenvolvimento das atividades pedagógicas, a fim de que seja possível identificar se os alunos desenvolveram seus esquemas de uso possibilitando resolver os problemas de adição e multiplicação que lhes será proposto e assim contribuir para a melhoria do processo de ensino aprendizagem da Matemática dentro da sala de aula. Segundo a Resolução CNS 466/12, item V toda pesquisa com seres humanos envolve riscos aos participantes. Destaque ainda para o item II, 22 desta mesma resolução que define como "Risco da pesquisa e possibilidade de danos à dimensão física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural ou espiritual do ser humano, em qualquer pesquisa e dela decorrente”. Nesta pesquisa os riscos para o(a) Sr(a) são: quanto às atividades em sala de aula, a utilização de materiais manipuláveis podem relacionar a possíveis riscos acidentais no manuseio dos mesmos, pois materiais por possuir peças pequenas podem ser engolidas caso o aluno venha colocar na boca, então garantimos que esse processo terá toda supervisão da pesquisadora, orientando e auxiliando para evitar estes danos, pois os alunos já conseguem compreender sendo orientados a fazer o uso correto destes materiais, em relação as perguntas dos questionários e das entrevistas embora simples de serem aplicados são um instrumento que podem envolver, constrangimento, mal-estar ou desconforto. Como forma de atenuar esses riscos, procuramos ter o máximo cuidado na elaboração das perguntas, de maneira que isto não ocorra. Entretanto, garantimos total anonimato durante toda a pesquisa, de forma que os participantes não poderão ser identificados. Além disso, reforçamos a liberdade do participante de retirar seu consentimento em qualquer etapa da pesquisa. Considerando a situação de ex pandemia da COVID-19, ocasionada pelo vírus SARS-COV-2 nos anos de 2020/2022, decidiu-se que para minimizar os riscos provenientes dessa situação específica que todas as etapas do estudo serão realizadas por meio remoto sempre que necessário e recomendado pelos órgãos de saúde. Também são esperados os seguintes benefícios com esta pesquisa: Para os alunos uma metodologia diferenciada possibilitando desenvolver habilidades como “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora” (EF06MA03), BNCC. Para o campo do conhecimento o principal benefício seria a divulgação de uma modelo teórico, a orquestração instrumental, que propicia a articulação entre a teoria e a prática na área de Educação Matemática, no contexto da educação básica. Se julgar necessário, o(a) Sr(a), dispõe de tempo para que possa refletir sobre sua participação, consultando, se necessário, seus familiares ou outras pessoas que possam ajudá-los na tomada de decisão livre e esclarecida. O(A) Sr(a) tem de plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que recebe como pai ou responsável ou com a instituição em que seu filho(a) estuda. O(A) Sr(a) não terá nenhuma despesa e também não receberá nenhuma remuneração. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas sua identidade não será divulgada, sendo guardada em sigilo. Também estão assegurados ao(à) Sr(a) o direito a pedir indenizações e a cobertura material para reparação a dano causado pela pesquisa ao participante da pesquisa. Terão direito ao ressarcimento, os participantes que precisem de atendimento médico, tais como transporte, remédios e alimentação ou outras despesas que possam existir no decorrer da pesquisa. Asseguramos ao (à) Sr(a). O direito de assistência integral gratuita devido a danos diretos/indiretos e imediatos/tardios decorrentes da participação no estudo ao participante, pelo tempo que for necessário. Garantimos ao(à) Sr(a). A manutenção do sigilo e da privacidade de sua participação e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica. O(A) Sr(a) pode entrar com contato com a pesquisadora responsável **Lílian Magalhães de Brito** a qualquer tempo para informação adicional no endereço da pesquisadora na cidade de Humaitá-AM, na Rua Municipal, nº 1986, Bairro: Centro, no endereço de e-mail: **ilika_magal@hotmail.com** ou pelo telefone **(97) 98101-4822,** ou orientador **Prof. Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa** no endereço na Sala 27 do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal do Amazonas, pelo e-mail institucional: **sfeitosa@ufam.edu.ber** ou pelo telefone (92) 9 9193-7158. Este projeto de pesquisa está em processo de submissão ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM). O(A) Sr(a) também pode entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM) e com a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), quando pertinente. O CEP/UFAM fica na Escola de Enfermagem de Manaus (EEM/UFAM), Sala 07, Rua Teresina, 495, Adrianópolis, Manaus/AM, Fone: (92) 3305-1181, Ramal 2004, E-mail: cep@ufam.edu.br. O CEP/UFAM é um colegiado multi e transdisciplinar, independente, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. Este documento (TCLE) será elaborado em duas VIAS, que serão rubricadas em todas as suas páginas, exceto a com as assinaturas, e assinadas ao seu término pelo(a) Sr(a) ou por seu representante legal, e pelo pesquisador responsável, ficando uma via com cada um.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO,

Li, e concordo em participar da pesquisa.

____

Assinatura do Participante

____

Assinatura do Pesquisador Responsável

Impressão Dactiloscópic

Manaus, ____/_____/_____

ANEXO III

TERMO DE ASSENTIMENTO

Convidamos você para participar da Pesquisa *"Orquestração Instrumental articulada a materiais didáticos manipuláveis: implicações no ensino das operações de adição e multiplicação para alunos do 6^0 ano do ensino fundamental anos finais",* sob a responsabilidade da pesquisadora responsável e mestranda Lílian Magalhães de Brito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFAM (PPG-ECIM/UFAM), no endereço Av. Rodrigo Otávio, nº 6200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho, Setor Norte, Bloco 10, Coroado 1, telefone: (92) 3305-2817 | E-mail: ppgecim@ufam.edu.br., em conjunto com o professor orientador Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa, no endereço Sala 27, Bloco do Departamento de Matemática da UFAM, 1° andar, Av. Rodrigo Otávio, nº 6200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho, Setor Norte, Bloco 7, Coroado 1, telefone: (92) 3305-2817 | E-mail: ppgecim@ufam.edu.br. Esta pesquisa tem como objetivo geral: Analisar o processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental articulada a utilização de materiais didáticos manipuláveis visando a aprendizagem das operações de adição e multiplicação no ensino fundamental anos finais. Dessa forma, sua colaboração será por meio da participação orquestrações em sala de aula, respostas a questionários e entrevistas onde nas aulas será feito questionários para verificar as percepções e concepções dos alunos e a aplicação da orquestração elaborada, e observações que serão feitas através de registros fotográficos e/ou por meio de vídeo-gravações, os quais somente serão utilizados para fins de pesquisa científica, mantendo o sigilo acerca de sua identificação. Sua participação será voluntária, não havendo despesa ou recompensa, além de ter o direito e a liberdade de desistir a qualquer momento da pesquisa. Quaisquer dúvidas poderão ser esclarecidas, e sua desistência não causará nenhum prejuízo físico ou mental. Para qualquer outra informação, o (a) Sr(a) poderá entrar em contato com o pesquisador responsável, professor orientador nos contatos acima mencionados ou poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFAM, na Rua Teresina, 495, Adrianópolis, telefone (92) 3305-1181, ramal 2004, e-mail cep.ufam@gmail.com. O questionário e a entrevista embora sejam simples de ser aplicado é um instrumento que pode envolver, constrangimento, mal-estar ou desconforto. Como forma de atenuar esses riscos, procuramos ter o máximo cuidado na elaboração das perguntas, de maneira que isto não ocorra. No entanto, ressaltamos que os participantes têm toda liberdade de parar de respondê-lo, e até mesmo, se não quiser e/ou interromper sua participação na pesquisa, se assim se sentir melhor. Asseguramos ainda o anonimato dos mesmos. Se em algum momento da condução do questionário e da entrevista, sentir-se constrangido (a) devido à não compreensão das perguntas, de termos ou expressões utilizadas, o pesquisador responsável usará de profissionalismo ético ou acadêmico para superar tais situações. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas sua identidade não será divulgada, sendo guardada em sigilo. Dessa forma, os estudantes participantes terão os direitos reservados, onde: as respostas serão confidenciais; o questionário não será identificado pelo nome para que seja mantido o anonimato e os participantes receberão esclarecimento prévio sobre a pesquisa. Como benefícios esperados temos: Para os alunos uma metodologia diferenciada possibilitando desenvolver habilidades como "resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora". (EF06MA03) – BNCC. Para o campo do conhecimento o principal benefício seria a divulgação de uma modelo teórico, a orquestração instrumental, que propicia a articulação entre a teoria e a prática na área de Educação Matemática, no contexto da educação básica. Eu ____, aceito participar da pesquisa *"Orquestração Instrumental articulada a materiais didáticos manipuláveis: implicações no ensino das operações de adição e multiplicação para os alunos do* 6^0 *ano do ensino fundamental anos finais"* , que tem como objetivo geral analisar o processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental articulada a utilização de materiais didáticos manipuláveis visando a aprendizagem das operações de adição e multiplicação no ensino fundamental anos finais. Entendi os riscos e os benefícios que podem acontecer. Entendi que a pesquisa é voluntária, assim posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desisti. Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

CONSENTIMENTO DO TERMO ASSENTIMENTO,

Li, e concordo em participar da pesquisa.

____
Assinatura do Participante

____
Assinatura do Pesquisador Responsável

Impressão Dactiloscópica

Manaus, ____/_____/_____