

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE
MATERIAIS

CARLOS EDUARDO NEVES DE CASTRO

ANÁLISE DE MODELOS MECÂNICOS VISCOELÁSTICOS EM CONCRETO
ASFÁLTICO COM AGREGADO SINTERIZADO DE ARGILA CALCINADA
(ASAC)

Manaus

2024

CARLOS EDUARDO NEVES DE CASTRO

**ANÁLISE DE MODELOS MECÂNICOS VISCOELÁSTICOS EM CONCRETO
ASFÁLTICO COM AGREGADO SINTERIZADO DE ARGILA CALCINADA
(ASAC)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciência e Engenharia dos Materiais, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciência e Engenharia dos Materiais.

Área de concentração: Materiais.

Linha de pesquisa: Propriedades físicas, mecânicas e modelagem de materiais.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Consuelo Alves da Frota

Coorientador: Prof. Dr. Hidembergue Ordozgoith da Frota

Manaus

2024

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

C355a Castro, Carlos Eduardo Neves de
Análise de Modelos Mecânicos Viscoelásticos em Concreto
Asfáltico com Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC) /
Carlos Eduardo Neves de Castro . 2024
86 f.: il. color; 31 cm.

Orientadora: Consuelo Alves da Frota
Coorientador: Hidembergue Ordozgoith da Frota
Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) -
Universidade Federal do Amazonas.

1. asac. 2. concreto asfáltico. 3. flexão a quatro pontos. 4.
modelos viscoelásticos. I. Frota, Consuelo Alves da. II.
Universidade Federal do Amazonas III. Título

CARLOS EDUARDO NEVES DE CASTRO

**ANÁLISE DE MODELOS MECÂNICOS VISCOELÁSTICOS EM CONCRETO
ASFÁLTICO COM AGREGADO SINTERIZADO DE ARGILA CALCINADA
(ASAC)**

Aprovado em: 16 de fevereiro de 2024

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª Dr^ª Consuelo Alves da Frota – Orientadora – Presidente
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

Prof. Dr. Leandro Aparecido Pocrifka – Membro Interno
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

Prof. Dr. Erinaldo Hilario Cavalcante – Membro Externo
Universidade Federal de Sergipe – UFS

*À minha família e à família de todos os
brasileiros que tiveram seus sonhos
interrompidos pela Covid-19.*

AGRADECIMENTOS

Como se agradece adequadamente pelo inestimável? A gratidão não pode ser dimensionada e nisso haja, talvez, o propósito divino de nos manter gratos sempre. Com isso, deixo aqui registrada uma parte daqueles pelos quais me empenharei em cultivar imensurável gratidão.

Agradeço a Deus, que me enxerga, ouve, acalma, dá ânimo e força quando parece que esgotei todos os meus limites. O Deus que me sustenta, guarda e me faz buscar melhorar como pessoa sempre.

Agradeço aos meus pais, Carlos Alberto Silva Castro e Iracema Leite das Neves, que sempre me deram suporte, em todos os sentidos. Pai, obrigado por me acompanhar nas idas e vindas ao médico no momento mais complicado da minha vida. Mãe, nunca vou esquecer de você me passando o seu “paninho” molhado em água fria para tentar baixar minhas febres, sempre me acalmando e tentando fazer tudo parecer mais leve. Quando as dificuldades aparecem e todo mundo “pula do barco”, no fim, sobramos sempre nós três. Amo vocês!

Aos meus irmãos Jessé Lima e Dayse Melo, tios, sobrinhos, e toda a minha família, que sempre acreditou em mim. Obrigado pelo incentivo!

Aos meus amigos, por fazerem a jornada até aqui ser mais divertida. Em especial, Roberto Rosselini, Kézia Libório, Nelson Guedes, Rodrigo Santos, Geraldo Saboia, Diogo Silva e Lucas Prado, que há 11 anos me acompanham na Academia. Vocês são demais! Ao meu querido Higor Gabriel Freitas Reis por sempre me “recarregar as baterias” em nossos encontros descontraídos. Aprendo e me divirto muito com você, amigo, obrigado! Hadassa Santiago Divino, minha amiga desde nossos 11 anos de idade, olha aonde chegamos! Obrigado sempre!

Ao meu reumatologista, Dr. Domingos Sávio Nunes de Lima, que me acompanha há quase 5 anos e me renova as esperanças de uma remissão plena a cada consulta, meus agradecimentos. Em uma consulta, inclusive falou “você vai melhorar, vai voltar a estudar, vai trabalhar...”. Bem, doutor, parece que o senhor tinha razão. Obrigado por exercer a medicina com dedicação e humanidade!

À minha orientadora e mãe acadêmica, Prof^ª Dr^ª Consuelo Alves da Frota, que me acompanha desde a graduação e sempre lembra de mim, principalmente nos meus momentos de dificuldade, minha imensa gratidão. Professora, espero que, nos detalhes da nossa convivência, todo o meu amor lhe tenha alcançado, assim como o seu me alcançou. Obrigado por todo o conhecimento acadêmico e de vida, e pelos cafés também!

Ao Prof. Dr. Hidembergue Ordozgoith da Frota, que coorientou esse trabalho e, como de costume, deu o seu melhor para que essa pesquisa fosse possível após as reiteradas tentativas de reproduzir aquilo que víamos na literatura. Professor, obrigado pelo seu tempo, conhecimento transmitido, gentileza e paciência!

Ao Engenheiro Civil MSc. Antônio Cleiton Lopes da Silva, por disponibilizar os dados de sua pesquisa para a realização desse trabalho. À Engenheira Civil MSc. Anne Karollynne Castro Monteiro, por me ajudar durante todo o curso nas mais variadas dificuldades que tive. Vocês são incríveis, muito obrigado!

Ao parceiro de mestrado Iraúna Maiconã Rodrigues de Carvalho, que me levou por essa jornada pelas ruas da cidade de Manaus em busca de conhecimento sobre pavimentação, e aos Engenheiros MSc. Cleudinei Lopes da Silva e Raidel Pereira de Azevedo, que tornaram esse “*tour*” possível.

Ao Grupo de Pesquisa em Geotecnia - GEOTEC, lar que me acolhe e me ensina desde a graduação. Foram PIBCs, TCC, Estágio, artigos e agora essa dissertação... O que mais teremos pela frente, GEOTEC? Seja como for, conte comigo e todos os membros dessa família para o que precisar. Muito obrigado!

À Fundação de Amparo e Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM), fomentadora dessa pesquisa, por me apoiar e ser o amparo de inúmeros estudantes em vulnerabilidade social que enxergam na Pesquisa um meio de ser melhor para si, para a Ciência e para a sociedade. Obrigado pelas contribuições ao desenvolvimento da pesquisa na Amazônia!

À cidade de Manaus, que há 22 anos recebeu minha família e nos deu lar, trabalho, educação e oportunidade de conhecer pessoas incríveis que levaremos para sempre em nossos corações!

À Universidade Federal do Amazonas – UFAM que, por meio do Programa de Pós-graduação em Ciência e Engenharia de Materiais – PPGCEM, permitiu mais essa conquista. A todos os professores, técnicos administrativos e demais colaboradores que tornam a Universidade no que ela é, a vocês, deixo aqui meu respeito, admiração e gratidão.

A todos que, porventura, não foram mencionados e contribuíram direta ou indiretamente para a realização desse trabalho: muito obrigado!

*“Dura a vida alguns instantes. Porém, mais do que
bastantes quando cada instante é sempre.”*

Sempre – Chico Buarque

RESUMO

As temperaturas elevadas, alto índice pluviométrico, solo superficial predominante argiloso e escassez de material granular desfavorecem o pavimento de Manaus, que tem como agravante o aumento em cerca de 173% da frota de veículos nos últimos 10 anos. Como consequência, os pavimentos se deterioram de forma precoce. Uma alternativa de enfrentamento a esses problemas são os materiais não convencionais, caso do Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC). Nesse trabalho, por meio de informações disponíveis no banco de dados do Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC), realizou-se um estudo teórico-experimental em concreto asfáltico do tipo CA contendo ASAC. Foram obtidos os melhores dados disponíveis por meio de um refino, que teve como base o plano cole-cole. Em seguida, o conjunto selecionado de informações experimentais foi avaliado utilizando os modelos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS. Propôs-se a introdução de dois coeficientes de ajuste (C_1 e C_2) e de dois pesos (P_1 e P_2) ao procedimento de cálculo dos resultados teóricos a fim de melhorar o ajuste dos modelos estudados. Resultou que, em geral, todos os modelos puderam fazer boas previsões após as contribuições dos pesos e dos coeficientes propostos. Conclui-se que o trabalho proposto superou as dificuldades iniciais de adequação dos dados experimentais aos modelos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS por meio da proposta de uma metodologia que pode ser aplicada a materiais não tradicionais, como o concreto asfáltico com ASAC. Em geral, o modelo GHS- C_1C_2 foi o melhor em prever os dados teóricos a partir dos resultados laboratoriais.

Palavras-chave: ASAC, concreto asfáltico, flexão a quatro pontos, modelos viscoelásticos

ABSTRACT

The Manaus pavement is disadvantaged by high temperatures, intense rainfall, abundant clayey soil on the natural subgrade, and lack of granular material. It was aggravated by the vehicle fleet increase of about 173% in the last ten years. As a consequence, the pavements deteriorate early. An alternative to face these problems is unconventional materials, such as sintered calcined clay aggregate (SCCA). In this work, through the information available in the Geotechnical Research Group (GEOTEC) database, a theoretical-experimental study was conducted in CA asphalt concrete with ASAC. The best available data were obtained through refining, based on the cole-cole plan. Then, the set of selected experimental information was evaluated using the Huet-Sayegh, 2S2P1D, and GHS models. It proposed the introduction of two adjustment coefficients (C1 and C2) and two weights (P1 and P2) in the calculus of the theoretical results to improve the fitting of the studied models. The results show that, in general, all models could make reasonable predictions after adopting the weights and the proposed coefficients. It is concluded that the proposed work overcame the initial difficulties of fitting the experimental data using the Huet-Sayegh, 2S2P1D, and GHS models. The proposed methodology can be applied to non-traditional materials, such as asphalt concrete with ASAC. The GHS-C1C2 was the best model for predicting laboratory data results.

Keywords: SCCA, asphalt concrete, four-point bending test, viscoelastic models

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ângulo de Fase.....	20
Figura 2 – Representação cartesiana do módulo complexo.....	20
Figura 3 – Representação dos modelos viscoelásticos de (a) Maxwell, (b) Maxwell generalizado, (c) Kelvin-Voigt e (d) Burgers.....	22
Figura 4 – Modelo de Huet.....	27
Figura 5 – Modelo de Huet-Sayegh.....	28
Figura 6 – Modelo 2S2P1D.....	29
Figura 7 – Modelo GHS.....	29
Figura 8 - Esquema de ensaio de flexão a quatro pontos.....	34
Figura 9 – Esquema geral da metodologia.....	36
Figura 10 – Cadeia produtiva do ASAC.....	38
Figura 11 – ASAC em sua forma bruta (a) e beneficiada (b).....	39
Figura 12 – Corpo de prova prismático (a), molde montado e desmontado (b) e prensa hidráulica.....	41
Figura 13 – Aparato para ensaio de flexão a quatro pontos.....	43
Figura 14 – Plano cole-cole com dados experimentais de Silva (2014) antes (a) e após o refinamento (b).....	44
Figura 15 – Modelo de Huet-Sayegh.....	45
Figura 16 - Modelo 2S2P1D.....	50
Figura 17 - Modelo GHS.....	55
Figura 18 – Curvas isotérmicas do módulo dinâmico (a) e do ângulo de fase (b).....	65
Figura 19 – Curvas isócronas do módulo dinâmico (a) e do ângulo de fase (b).....	66
Figura 20 – Translação das curvas para a temperatura de referência (40° C) (a) e curva mestra experimental (b).....	67
Figura 21 – Curvas mestras com dados teóricos e experimentais (a) e plano cole-cole com dados teóricos e experimentais (b).....	68
Figura 22 – Espaço de Black com dados experimentais e teóricos.....	70
Figura 23 – Regressão linear utilizada na determinação do parâmetro τ	72
Figura 24 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a), 2S2P1D- C_1C_2 (b) e GHS- C_1C_2 (c) na previsão do módulo dinâmico $ E^* $	76
Figura 25 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a-b), 2S2P1D- C_1C_2 (c-d) e GHS- C_1C_2 (e-f) na previsão dos módulos de armazenamento (E_1) e perda (E_2).....	77
Figura 26 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a), 2S2P1D- C_1C_2 (b) e GHS- C_1C_2 (c) na previsão do ângulo de fase (Φ).....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens dos principais modelos mecânicos viscoelásticos	31
Tabela 2 – Caracterizações física dos materiais	40
Tabela 3 – Dosagem da mistura asfáltica	41
Tabela 4 – Características de massa e volume das vigas de CA.....	42
Tabela 5 – Variáveis A e B referente aos modelos de Huet-Sayegh, 2S2PID e GHS	61
Tabela 6 – Dados experimentais obtidos de (Silva, 2014), fatores de translação horizontal e frequência reduzida	64
Tabela 7 – Parâmetros dos modelos avaliados, coeficientes de ajuste e pesos usados na minimização dos erros	72
Tabela 8 – Avaliação dos modelos por faixa de frequência	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AASHTO – *American Association of State Highway and Transportation Officials*

ANP – Agência Nacional de Petróleo

ASAC – Agregado Sinterizado de Argila Calcinada

ASTM – *American Society for Testing and Materials*

CA – Concreto Asfáltico

DENATRAN – Departamento Nacional de Trânsito

DETRAN – Departamento Estadual de Trânsito

DNER – Departamento Nacional de Estradas de Rodagem

DNIT – Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes

FHWA - *Federal Highway Administration*

GHS – *Generalized Huet-Sayegh Model*

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

SMA – *Stone Matrix Asphalt*

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. OBJETIVOS	17
1.1.1 GERAL.....	17
1.1.2 ESPECÍFICOS	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1. MATERIAIS VISCOELÁSTICOS.....	18
2.2. MÓDULO COMPLEXO	19
2.3. MODELOS MECÂNICOS DE VISCOELASTICIDADE.....	21
2.3.1. MODELOS DE MAXWELL, KELVIN-VOIGT E BURGERS.....	22
2.3.2. MODELOS CONSTITUÍDOS POR ELEMENTOS PARABÓLICOS	24
2.3.2.1. HUET, HUET-SAYEGH, 2S2P1D E GHS	26
2.3.3. ESTUDOS DE CASO.....	30
2.3. FLEXÃO A QUATRO PONTOS.....	33
2.4. AGREGADO SINTERIZADO DE ARGILA CALCINADA - ASAC	34
3. METODOLOGIA	36
3.1. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS E DOSAGEM DO CONCRETO ASFÁLTICO.....	38
3.2. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E ÂNGULO DE FASE	41
3.2. SELEÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	43
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	45
4.1. HUET-SAYEGH	45
4.2. 2S2P1D	50
4.3. GHS	55
4.4. CALIBRAÇÃO DOS MODELOS	60
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	64
5.1. ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS.....	64
5.2. AJUSTE DOS MODELOS AOS DADOS EXPERIMENTAIS.....	67
5.3. ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS	71
6. CONCLUSÃO	80

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82

1. INTRODUÇÃO

As desfavoráveis condições naturais à construção de pavimentos na cidade de Manaus, tais como: temperaturas elevadas, alto índice pluviométrico, solo superficial predominantemente argiloso e escassez de material granular (BENTO e FROTA, 1999; MELO, 2010), tiveram como agravante, nos últimos 10 anos, o aumento em cerca de 173% da frota de veículos (DETRAN, 2013, 2018; DENATRAN, 2021; IBGE, 2021). Como consequência, os pavimentos se deterioram de forma precoce, resultando em patologias que originam, em regra, vias em condição de uso de ruim a péssimo, conforme observado no trabalho de SIMAS et al. (2013).

Nesse contexto, tem-se a utilização dos denominados materiais alternativos, como estuda o Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC) da Universidade Federal do Amazonas – UFAM, caso do Agregado Sinterizado de Argila Calcinada – ASAC, obtido com a matéria prima superficial mais abundante na região, a argila (BENTO e FROTA, 1999). O ASAC possui desempenho mecânico similar ao agregado natural seixo (FROTA et al., 2007; SILVA et al., 2014; SILVA et al., 2015; CUNHA et al., 2018). No entanto, por se tratar de um material ainda não utilizado em campo, há que se compreender melhor seu comportamento reológico na formulação asfáltica, por meio da associação de modelos teóricos com resultados experimentais (SILVA, 2014).

Nesse sentido, Silva et al. (2016) estudaram o modelo de Zeng et al. (2001) para ajuste da curva mestra de compósitos asfálticos confeccionados com ASAC. Obtiveram excelente coeficiente de correlação, $R^2 = 0,999875$, para valores à temperatura de 40°C. Em outro trabalho, tem-se a investigação de Spínola et al. (2020), que avaliaram o efeito do envelhecimento em misturas asfálticas compostas pelo ASAC, usando a teoria de Euler-Bernoulli, originalmente desenvolvida para vigas elásticas, e generalizada para introduzir a componente viscosa do ligante asfáltico segundo o modelo de Kelvin-Voigt. Os dados experimentais registraram boa precisão frente ao modelo teórico, pelos excelentes coeficientes de determinação R^2 encontrados, tanto para as composições frescas quanto para as envelhecidas.

Ainda nessa temática, Monteiro (2020), em seu estudo teórico-experimental, avaliou a compatibilidade do modelo de Huet-Sayegh no concreto asfáltico convencional (CA) e na mistura *Stone Matrix Asphalt* (SMA). A formulação SMA tinha como diferencial, além do

ASAC, a inserção do resíduo da fibra do curauá (*Ananas erectifolius*), material cujo uso em compósito betuminoso tem trazido excelentes resultados (BARBOSA et al., 2020; VALENÇA, 2020). Apesar do satisfatório ajuste de curva experimental com o modelo reológico de Huet-Sayegh, a autora pontua ser imprescindível investigar outros modelos viscoelásticos.

A presente pesquisa estudará o desempenho reológico de composições asfálticas com Agregado Sinterizado de Argila Calcinada – ASAC por meio da investigação teórico-experimental, com vista a corroborar a importância dos modelos teóricos na tomada de decisão nos projetos dos pavimentos asfálticos.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Analisar o concreto asfáltico (CA) de forma teórico-experimental com participação do Agregado Sinterizado de Argila Sinterizada (ASAC) por meio do ensaio de flexão a quatro pontos e dos modelos viscoelásticos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS.

1.1.2 Específicos

- a) Analisar os dados experimentais provenientes do ensaio de flexão a quatro pontos.
- b) Avaliar a capacidade dos modelos reológicos preverem os resultados experimentais.
- c) Confrontar os modelos entre si relativo ao ajuste dos dados experimentais.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Na engenharia a Lei de Hook é amplamente utilizada para descrever o comportamento elástico de materiais sólidos como, por exemplo, do aço, concreto, agregados e fibras. Um material elástico se deforma instantaneamente quando uma tensão é aplicada e, ao ser removida, imediatamente retorna ao seu estado original (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021).

Específico ao comportamento viscoso (Lei de Newton), este também é usado para explicar as relações entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação cisalhante, caso de um fluido simples. Para fluidos newtonianos, a razão entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação cisalhante é constante e denominada coeficiente de viscosidade, ou apenas viscosidade, propriedade física que caracteriza a resistência dos fluidos ao fluxo. Diferente dos materiais elásticos, quando a carga cessa, o material viscoso não mais possui “memória” de sua configuração original, permanecendo no estado deformado (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021).

No entanto, tem-se alguns materiais que exibem propriedades viscosas e elásticas quando submetidos a um carregamento ou deformação. O termo mnêmico “viscoelástico” foi, então, cunhado para tais materiais, destacando que suas características provêm tanto de um modelo idealizado elástico quanto de um viscoso. Enfatiza-se que, a viscoelasticidade foi observada no final do século XX como consequência de trabalhos sobre fluência e recuperação de borrachas, metais e vidros, realizados pelos físicos Maxwell (1867), Kelvin (1875) e Boltzmann no século XIX (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021).

A viscoelasticidade tem sua origem na reologia dos polímeros sintéticos, projetados, produzidos e utilizados em várias aplicações no final do século XX. A reologia, por sua vez, é uma ciência que se destina ao estudo dos materiais cuja deformação é variável com a carga e tempo de aplicação Kim (2007). Destaca-se que os materiais viscoelásticos não se limitam aos polímeros. Outros materiais, usados na indústria e na engenharia, apresentam comportamento viscoelástico, caso do concreto, argamassa e mástique asfálticos (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021).

Os materiais viscoelásticos se identificam pelo tempo de carregamento (frequência), temperatura e taxa de carregamento. Sublinha-se que, sua resposta à deformação ou carga pode ser ainda influenciada pelo histórico anterior de deformação, carga ou temperatura. Dois típicos comportamentos desse tipo de material são a fluência e a relaxação (Findley et al., 1976). A fluência é a propensão de um material viscoelástico gradualmente se deslocar ou

permanentemente deformar sob efeito de uma tensão constante. A relaxação é a redução gradual da tensão sob uma deformação constante (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021).

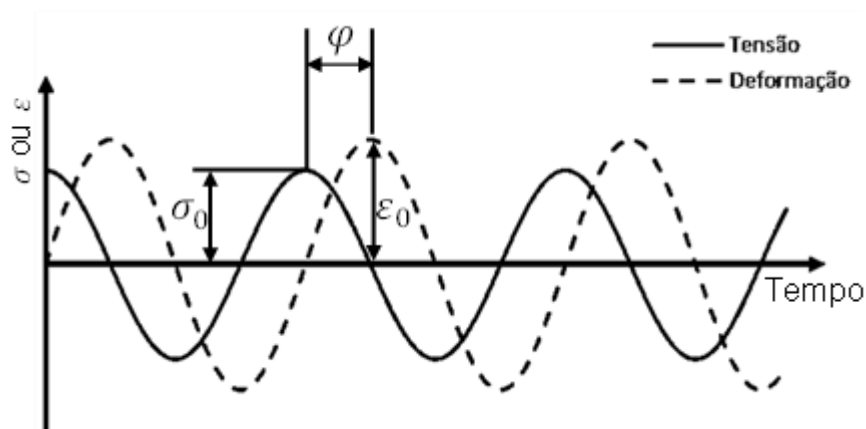
Atualmente, há um consenso de que a viscoelasticidade ainda está longe de aplicações práticas voltadas às metodologias de projeto. Em contrapartida, negligenciar as peculiaridades viscoelásticas nos materiais de engenharia, como na mistura asfáltica, implica uma significativa superestimação ou subestimação dos parâmetros de projeto. Exemplifica-se o caso dos pavimentos flexíveis, para os quais há soluções e métodos que podem ser considerados ultrapassados, como o sistema de duas ou três camadas de Burmister (1945) e Burmister et al. (1944), ao assumir que todas as camadas do pavimento são materiais elásticos. Fazer tal suposição negligencia a dependência da resposta mecânica de uma mistura asfáltica ao tempo e à frequência de carregamento, assim como sua capacidade de relaxação, o que implica sobrevalorizar ou minimizar a espessura do revestimento a depender das condições climáticas e do volume de tráfego. Portanto, faz-se necessário reconhecer, avaliar e analisar as propriedades viscoelásticas desses materiais, a fim de compreender de forma mais realista seu comportamento reológico e mecânico.

2.2. MÓDULO COMPLEXO

Na teoria da elasticidade, tem-se como parâmetros preponderantes o módulo de Young (rigidez) e o coeficiente de Poisson (MONTEIRO, 2020). Específico às misturas asfálticas, emprega-se como parâmetro de rigidez o módulo dinâmico $|E^*|$, pois reproduz os efeitos do carregamento e das variações térmicas do compósito asfáltico em serviço (AURANGZEB et al., 2017), tornando-o preferível ao módulo de Young em análises que buscam uma melhor representatividade da realidade (MONTEIRO, 2020).

Ressalta-se também que, ao aplicar um carregamento senoidal em composições asfálticas, o módulo complexo caracteriza a viscoelasticidade linear do material para pequenas variações de deformação e ciclos de carregamento (MONTEIRO, 2020). Na Figura 1 mostra-se o comportamento tensão x tempo e deformação x tempo, em que se visualiza a defasagem (“fora de fase”), entre a resposta da tensão relativo à deformação, expressando, assim, a propriedade viscosa presente no material betuminoso. Se um material é idealmente elástico, o ângulo de fase φ é nulo. Por outro lado, se é puramente viscoso, então, $\varphi = 90^\circ$. No caso dos compósitos asfálticos, em geral, observa-se comportamento intermediário (viscoelástico), isto é, $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ (BALBO, 2015).

Figura 1 – Ângulo de Fase



Fonte: adaptado de Silva (2016)

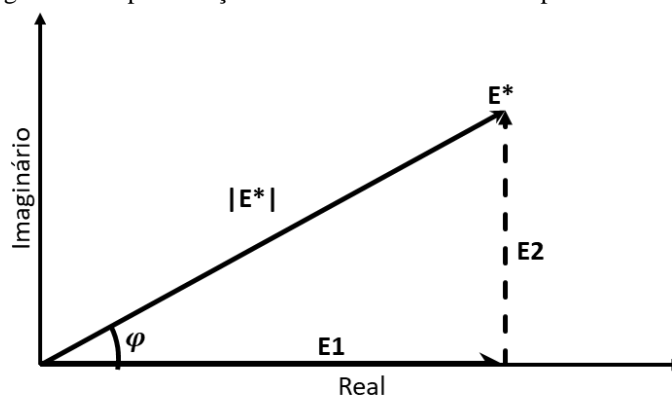
Em complemento, se um material viscoelástico é submetida a uma deformação oscilatória de velocidade $\omega = 2\pi f$ e frequência f , em Hz, tem-se (MONTEIRO, 2020):

$$\sigma^* = \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (1)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \quad (2)$$

Sendo φ o ângulo de fase e i o número imaginário ($\sqrt{-1}$). Note-se que, pelas Equações 1 e 2, coexistem dois valores de módulo complexo: o módulo de armazenamento (E_1), também denominado módulo resguardado, instantâneo ou elástico; e o módulo de perda (E_2), nomeado ainda como módulo dissipado ou viscoso. Tais parâmetros relacionam-se conforme ilustra-se na Figura 2.

Figura 2 – Representação cartesiana do módulo complexo



Fonte: adaptado de Silva (2016)

Assim, pela Figura 2, tem-se que:

$$E_1 = |E^*| \cos(\varphi) \quad (3)$$

$$E_2 = |E^*| \text{sen}(\varphi) \quad (4)$$

Por outro lado, as relações das amplitudes de tensão e deformação $\left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right)$ definem o módulo dinâmico $|E^*|$ em valor absoluto. Logo, ao dividir a Equação 1 pela 2 e aplicar a Identidade de Euler, tem-se (MONTEIRO, 2020):

$$\frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = E^*(i\omega) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\varphi} = |E^*|(\cos(\varphi) + i\text{sen}(\varphi)) \quad (5)$$

Substituindo as Equações 3 e 4 na Equação 5, resulta:

$$E^*(i\omega) = E_1 + iE_2 \quad (6)$$

Por relações de identidade trigonométrica, as Equações 3 e 4 podem ainda ser combinadas e o módulo dinâmico absoluto expresso como:

$$|E^*| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (7)$$

A determinação desses parâmetros possui limitações tanto dos equipamentos quanto do tempo de execução dos ensaios, o que inviabiliza sua obtenção para determinadas faixas de frequência e temperatura. Há, porém, recursos matemáticos que visam superar essas restrições, caso da curva mestre, que, por meio da superposição tempo-temperatura, permite calcular o módulo dinâmico em qualquer frequência ou temperatura (MONTEIRO, 2020).

2.3. MODELOS MECÂNICOS DE VISCOELASTICIDADE

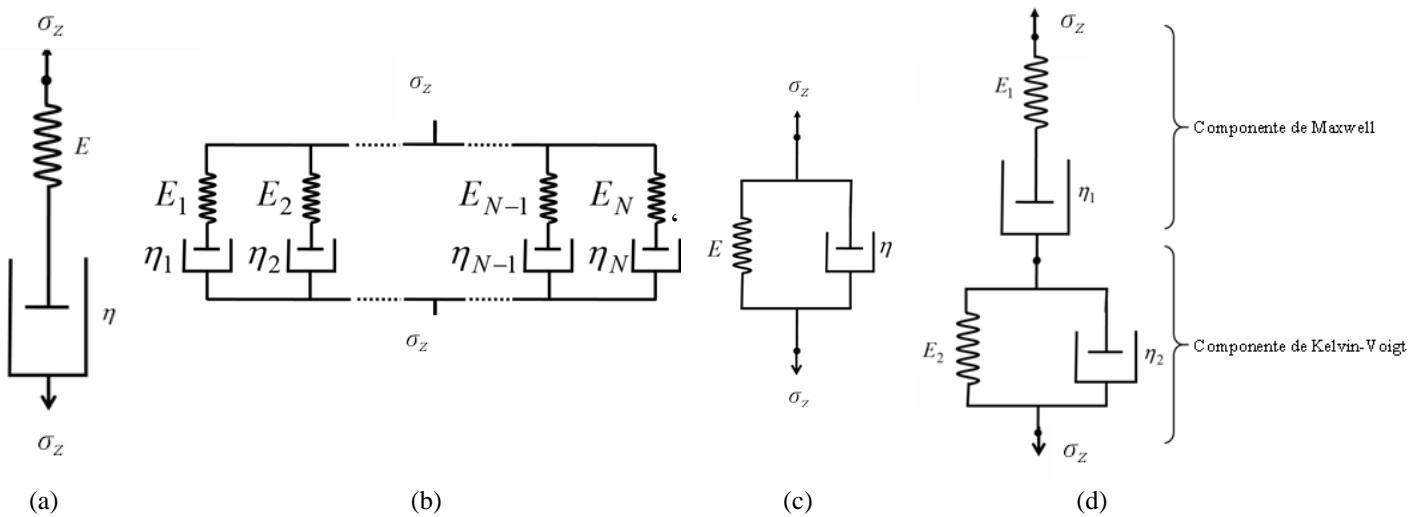
A modelagem mecânica viscoelástica dos materiais apresenta, em geral, dois elementos: mola e amortecedor, que representam o comportamento elástico e viscoso, respectivamente. Diferentes arranjos baseados nesses elementos resultaram no desenvolvimento de diversos modelos mecânicos viscoelásticos. O mais antigo e simples foi introduzido por James Clerk

Maxwell em 1867, conectando uma mola e um amortecedor em série para encontrar uma equação constitutiva para fundidos poliméricos (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021). Desde, então, outros modelos foram introduzidos na literatura, como o de Kelvin, Burgers, dentre outros.

2.3.1. Modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt e Burgers

A Figura 3a-d apresenta os principais modelos que se originaram a partir do mais antigo (Figura 3a), proposto por James Clerck Maxwell (1867), no qual uma mola e um amortecedor são dispostos em série (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021), tal que, E é rigidez da mola, η a viscosidade do amortecedor e σ_z a tensão unidirecional atuando na direção z (FROTA, 2021).

Figura 3 – Representação dos modelos viscoelásticos de (a) Maxwell, (b) Maxwell generalizado, (c) Kelvin-Voigt e (d) Burgers



Fonte: adaptado de Frota (2021)

Sendo i , o número imaginário $\sqrt{-1}$, para uma determinada frequência de carregamento ω , o módulo complexo $E^*(\omega)$, no modelo de Maxwell, pode ser descrito como (OLARD e DI BENEDETTO, 2003):

$$E^*(\omega) = \frac{E\omega^2\eta^2 + iE^2\omega\eta}{E^2 + \omega^2\eta^2} \quad (8)$$

O modelo de Maxwell pode ainda ser generalizado para N conjuntos mola-amortecedor em paralelo (Figura 3b). E, nesse caso, a expressão da Equação 8 também é generalizada, assumindo a forma (FERRY, 1980):

$$E^*(\omega) = E_\infty + \sum_{k=1}^N \frac{i\omega\tau_k E_k}{1 + i\omega\tau_k} \quad (9)$$

Na qual, $E^*(\omega)$ é o módulo complexo, i é o número complexo, ω é a frequência angular, E_∞ é o módulo de equilíbrio; τ_k e E_k são, respectivamente, o tempo de relaxação e a rigidez do k -ésimo elemento de Maxwell.

Kelvin (1875) e Voigt (1892) estudaram os elementos do modelo de Maxwell com outra disposição, denominado Modelo de Kelvin-Voigt (Figura 3c), constituindo-se pela associação, em paralelo, da mola e do amortecedor (HAJIKARIMI E NEJAD, 2021). O módulo complexo é, portanto, expresso pelas mesmas propriedades citadas no modelo de Maxwell (OLARD e DI BENEDETTO, 2003):

$$E^*(\omega) = E + i\omega\eta \quad (10)$$

Pode-se ainda, combinar os sistemas, caso do modelo de Burgers, que é constituído pela junção dos modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt, dispostos em série (Figura 3d). Burgers (1935) sugeriu esse arranjo com objetivo de representar um comportamento viscoelástico mais realista. Quando o modelo de Burgers é submetido a uma deformação harmônica simples, o módulo complexo pode, por conseguinte, ser determinado segundo a Equação 11 (ZHANG et al., 2022):

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma^*}{\varepsilon_0} = E_1 + iE_2 \quad (11)$$

Onde, E_1 e E_2 correspondem, respectivamente, às partes reais e imaginárias do módulo complexo, definidas como:

$$E_1 = \frac{p_1 q_1 \omega^2 - q_2 \omega^2 (1 - p_2 \omega^2)}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} \quad (12)$$

$$E_2 = \frac{(p_1 q_2 \omega^2 + q_1 (1 - p_2 \omega^2)) \omega}{p_1^2 \omega^2 + (1 - p_2 \omega^2)^2} \quad (13)$$

$$\text{Tal que: } p_1 = \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_2}{E_2}; \quad p_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2}; \quad q_1 = \eta_1; \quad q_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2}$$

Os modelos de Kelvin-Voigt e Burgers podem, de tal modo como o modelo de Maxwell, serem generalizados pela interligação de N sistemas mola-amortecedor (YU et al., 2020).

2.3.2. Modelos constituídos por elementos parabólicos

Complementar à mola e ao amortecedor newtoniano discutido até então, tem-se o elemento parabólico, amortecedor variável ou ainda amortecedor parabólico. Consoante PRONK (2003), nesse mencionado elemento, a relação entre tensão e deformação se estabelece pela Equação 14.

$$\sigma = \eta \cdot \tau^{a-1} \cdot \Omega^a \{\varepsilon\} \quad (14)$$

Na referida equação tem-se que σ , η , τ , a , Ω e ε são, respectivamente, tensão, viscosidade, tempo de relaxação, constante com valor $0 < a < 1$, operador diferencial especial e deformação. Para compreender a natureza do elemento parabólico, porém, é preciso avaliar as propriedades do operador diferencial Ω na Equação 14 quando os valores são $a=1$ e $a=0$. Assim, para $a=1$, o operador é igual a $\Omega = \frac{d}{dt}$ (PRONK, 2003). Logo, a Equação 14 resulta em:

$$\sigma = \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (15)$$

Observando a Equação 15, nota-se que a relação tensão-deformação é a mesma estabelecida para os amortecedores newtonianos, empregados em todos os modelos tradicionais estudados anteriormente. Por outro lado, se “a” assumir valor nulo, então a Equação 15 se torna:

$$\sigma = \frac{\eta}{\tau} \varepsilon \quad (16)$$

Isto é, a relação estabelecida entre tensão e deformação na Equação 16 é equivalente à de uma mola com constante $E = \frac{\eta}{\tau}$ (PRONK, 2003). Dessa forma, como no elemento parabólico

$0 < a < 1$, esse tipo de amortecedor busca representar um comportamento intermediário entre uma mola com constante $E = \frac{\eta}{\tau}$ e um amortecedor newtoniano.

Em conformidade com Monteiro (2020), a inserção desse artifício matemático, em modelagens voltadas aos compósitos asfálticos, tem como finalidade uma maior aproximação entre os comportamentos teórico e experimental relativo aos modelos tradicionais, além disso, ZBICIAK e MICHALCZYK (2014) destacam que o uso do amortecedor variável permite caracterizar a resposta de materiais asfálticos com um número menor de elementos (mola e amortecedor parabólico).

Ressalte-se que a caracterização numérica do amortecedor variável, isolado e sob ação de cargas, parte da Equação 17 e descreve a deformação plástica em função do tempo sob tensão constante (MONTEIRO, 2020), que se resume em:

$$J(t) = a \left(\frac{t}{\tau} \right)^h \quad (17)$$

Na Equação 17, as variáveis são definidas como:

- a) $J(t)$ é a função fluência;
- b) a é uma constante adimensional;
- c) h é o expoente com valores $0 < h < 1$;
- d) τ é o tempo característico, variante com a temperatura;
- e) t é o tempo de carregamento.

O módulo complexo, por sua vez, é definido em concordância com a Equação 18 (MONTEIRO, 2020), ou seja:

$$E^* (i\omega\tau) = \frac{(i\omega\tau)^h}{a\Gamma(h+1)} \quad (18)$$

Os componentes dessa equação, são:

- a) $E^*(i\omega\tau)$, módulo complexo;
- b) i , número complexo;
- c) Γ , função gama. Definida como: $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt$ com $n > 0$
- d) ω , frequência angular relacionada com a frequência de carregamento f ;

- e) a , constante adimensional;
- f) h , expoente com valores $0 < h < 1$;
- g) τ , tempo característico.

O tempo característico é calculado de acordo com a Equação 19.

$$\tau(\theta) = \alpha_T(\theta) \times \tau_o \quad (19)$$

Na qual:

- a) $\alpha_T(\theta)$ = fator de transformação à temperatura θ ;
- b) τ_o = determinado mediante uma temperatura de referência T_s

O fator de transformação segue o princípio de William-Landel-Ferry (MALCOM et. al, 1955), segundo a Equação 20.

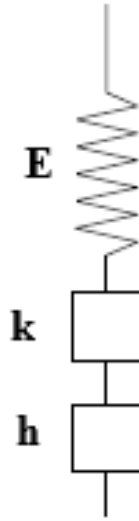
$$\log(\alpha_T) = \frac{-B_1(T-T_s)}{B_2+(T-T_s)} \quad (20)$$

Sendo, B_1 e B_2 constantes obtidas experimentalmente e seus valores dependem do material que está sendo analisado.

2.3.2.1. Huet, Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS

Huet (1963) foi precursor na aplicação de modelos com uso de amortecedor variável para descrever o comportamento de materiais asfálticos. Tal modelo se assemelha ao de Maxwell na disposição dos elementos mola e amortecedor em série (Figura 4). Todavia, diferencia-se pelo tipo e quantidade de amortecedores, isto é, dois elementos parabólicos, k e h (MONTEIRO, 2020).

Figura 4 – Modelo de Huet



Fonte: Monteiro (2020)

Nesse caso, a função fluência $J(t)$ pode ser determinada em conformidade com a Equação 21 (Monteiro, 2020).

$$J(t) = \frac{1}{E_\infty} \left(1 + \delta \frac{\left(\frac{t}{\tau}\right)^k}{\Gamma(k+1)} + \delta \frac{\left(\frac{t}{\tau}\right)^h}{\Gamma(h+1)} \right) \quad (21)$$

Tal que:

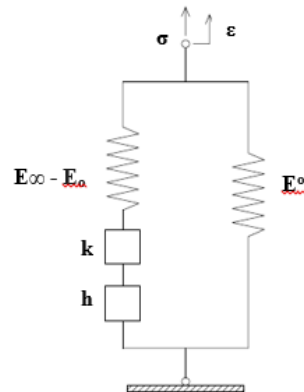
- a) E_∞ = módulo complexo limite, relativo à condição em que $\omega\tau \rightarrow \infty$;
- b) h, k = expoentes parabólicos, na seguinte ordem de valores: $1 > h > k > 0$;
- c) δ = constante adimensional;
- d) τ = tempo característico;
- e) Γ = função gama.

Desse modo, o módulo complexo do modelo de Huet é, então, de acordo com MONTEIRO (2020):

$$E^*(i\omega\tau) = \frac{E_\infty}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h}} \quad (22)$$

Conforme nota-se na Equação 22, modelo de Huet, não consta o módulo de equilíbrio, o que limita a sua precisão em prever o comportamento das misturas asfálticas, quando submetidas a baixas frequências e altas temperaturas (AIDARA et al., 2015). A fim de solucionar esse problema, Sayegh (1965) adicionou mais uma mola em paralelo com a configuração inicialmente proposta por Huet (Figura 5) (MONTEIRO, 2020).

Figura 5 – Modelo de Huet-Sayegh



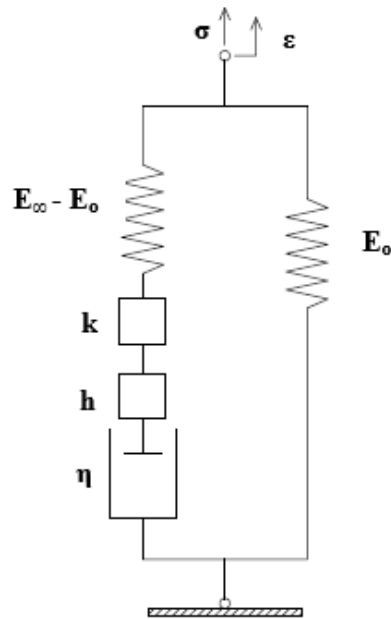
Fonte: Monteiro (2020)

O módulo complexo passou então a ser expresso conforme a Equação 23 (AIDARA, 2015).

$$E * (i\omega\tau) = E_o + \frac{E_\infty - E_o}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h}} \quad (23)$$

Conforme Monteiro (2020), embora o modelo de Huet-Sayegh permita, em baixas frequências, ter-se um bom ajuste, é necessário a calibração de mais um parâmetro para obtenção de uma expressão analítica da função fluência no domínio temporal. Nesse sentido, OLARD e DI BENEDETTO (2003) incluíram ao modelo de Huet-Sayegh um amortecedor linear (ou newtoniano), o que aprimorou a sua previsibilidade para baixas frequências e altas temperaturas (AIDARA et al., 2015). Essa nova concepção denominou-se “2S2P1D” (Figura 8). O módulo complexo, então, passou a ser determinado pelas Equações 24 e 25.

Figura 6 – Modelo 2S2P1D



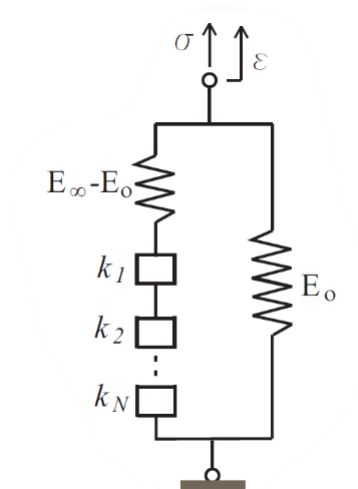
Fonte: Monteiro (2020)

$$E^*(i\omega\tau) = E_0 + \frac{E_0 - E_\infty}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\beta\tau)^{-1}} \quad (24)$$

$$\beta = \frac{\eta}{\tau(E_\infty - E_0)} \quad (25)$$

Ainda referente ao modelo de Huet-Sayegh, Zbiciak e Michalczyk (2014) propuseram uma generalização do mencionado modelo, incluindo N elementos parabólicos (Figura 7). A nova configuração foi denominada Modelo Generalizado de Huet-Sayegh (GHS).

Figura 7 – Modelo GHS



Fonte: Zbiciak e Michalczyk (2014)

Nesse modelo, o módulo complexo é então descrito pela Equação 26 (Zbiciak e Michalczyk (2014):

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + (i\omega\tau)^{-K_N} + \sum_{n=1}^{N-1} \delta_n (i\omega\tau)^n} \quad (26)$$

2.3.3. Estudos de caso

Com intuito de descrever o comportamento reológico dos compósitos asfálticos por meio de modelos viscoelásticos, a literatura apresenta alguns estudos de caso, como o trabalho de Mazurek e Iwański (2017). Eles avaliaram experimentalmente misturas asfálticas convencionais nas temperaturas de 10° C, 20° C e 40° C, por meio do ensaio cíclico de tração-compressão uniaxial, com frequências de carregamento que variaram de 0.1 Hz a 20 Hz. Obtidos os dados experimentais, os autores calibraram três modelos mecânicos para prever reologicamente o comportamento dos compósitos asfálticos: Maxwell Generalizado, Burgers e 2S2P1D Generalizado. Desses, o 2S2P1D Generalizado exibiu o melhor resultado ($R^2 = 99,7\%$), seguido de Maxwell Generalizado (99,5%). No entanto, é importante destacar que, para alcançar essa precisão, o modelo de Maxwell Generalizado necessitou de quatro parâmetros a mais relativo ao 2S2P1D. Burgers não descreveu satisfatoriamente o comportamento viscoelástico do concreto asfáltico ($R^2 = 82,7\%$), sendo insuficiente na construção da curva mestra e na representação do plano cole-cole e espaço de Black. Carret et al. (2018) também obtiveram boa previsibilidade do módulo dinâmico ao utilizar o 2S2P1D aplicado ao método dos elementos finitos, seja para o ensaio cíclico de tração-compressão uniaxial ou pelo método de impacto e vibração dos corpos de prova.

Embora o modelo 2S2P1D seja bem difundido, Daoudi et al. (2020) destacam que nele não há função de fluência no domínio do tempo. Para tal, os pesquisadores propõem que, para mudar do domínio da frequência para o domínio do tempo, é necessária realizar uma acoplagem dos resultados do 2S2P1D à aproximação proposta por Kopelman, ou, então, calibrar o modelo de Kelvin-Voigt generalizado a partir do modelo 2S2P1D, uma vez que, por si só, o modelo de Kelvin-Voigt generalizado possui difícil calibragem. Ambas as formas possibilitam a obtenção da função fluência diretamente dos valores do módulo dinâmico ($|E^*|$) com boa concordância entre si e os ensaios laboratoriais.

Yu et al. (2020), em seu trabalho sobre o uso de modelos algébricos empíricos como método de suavização dos dados usados em modelos mecânicos, destacam algumas vantagens

e desvantagens dos principais modelos mecânicos aplicados no estudo do comportamento viscoelástico de compósitos asfálticos. Tais considerações levantadas pelos autores podem ser consultadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Vantagens e desvantagens dos principais modelos mecânicos viscoelásticos

Modelo	Vantagens	Desvantagens
Maxwell generalizado	1. Caracterização efetiva da viscoelasticidade das misturas asfálticas; 2. Ajuste mais acurado devido a grande quantidade de elementos;	1. Soluções pouco representativas quando há dispersão dos dados experimentais;
Kelvin-Voigt generalizado	1. Caracterização efetiva da viscoelasticidade das misturas asfálticas; 2. Ajuste mais acurado devido a grande quantidade de elementos;	1. Soluções pouco representativas quando há dispersão dos dados experimentais;
Burgers generalizado	1. Possui os elementos viscoso e elástico intrínsecos às propriedades dos materiais betuminosos. 2. Nenhuma aproximação utilizada para ajustar as curvas dos ângulos de fase.	1. Insuficiente na previsão de ligantes e misturas asfálticas com poucos elementos (mola e amortecedor); 2. Adequa-se a uma faixa muito limitada de frequência;
Huet	1. Constrói curvas com forma assimétrica dentro de uma faixa variada de frequências; 2. Nenhuma aproximação utilizada para ajustar as curvas dos ângulos de fase.	1. Inadequado para ajustar ligantes asfálticos modificados de forma precisa; 2. Ausência de elemento viscoso em série para ajuste da deformação permanente; 3. Não há funções analíticas para representação do comportamento viscoelástico no domínio do tempo;
Huet-Sayegh	1. Consideração de pseudo deformação permanente em misturas e ligantes asfálticos; 2. Utilização de elementos físicos para ajuste à forma complexa;	1. Não há funções analíticas para representação do comportamento viscoelástico no domínio do tempo; 2. Inadequado para ligantes em frequências ou temperaturas extremamente baixas; 3. Falta de elemento viscoso em série para ajustar a deformação permanente.
2S2P1D	1. Possui um espectro contínuo tal qual o modelo de Huet-Sayegh	1. Insuficiente na previsão de ângulos entre 50° e 70°; 2. Inadequado para ligantes modificados; 3. Soluções pouco representativas quando há dispersão dos dados experimentais;

Fonte: adaptado de Yu et al. (2020)

Conforme descrito na Tabela 1, nota-se que os modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt e Burgers, em suas versões generalizadas, por possuírem mais elementos (mola e amortecedor) podem proporcionar bons resultados. Em contrapartida, para descrever apropriadamente uma mistura asfáltica, o número de elementos necessários pode chegar a 35 no caso, por exemplo, do modelo generalizado de Maxwell (LV et al., 2021). Nesse sentido, Mazurek e Iwański (2017) destacam ainda que, a medida em que o número de parâmetros de um modelo aumenta, mais medições precisam ser realizadas nos corpos de prova durante os ensaios experimentais.

Todavia, tal prática pode resultar em muitos ciclos de carregamento e incorrer no risco de acúmulo de danos na amostra, produzindo dispersão nos dados.

Referente a misturas alternativas, Ma et al. (2021) fizeram uso do modelo de Burgers no estudo de misturas asfálticas modificadas com SBS (*styrene-butadiene-styrene*) após diferentes métodos de envelhecimento. Porém, nesse caso, o modelo só pôde ser aplicado adequadamente após os autores adicionarem coeficientes que variavam com o tempo a um dos amortecedores.

Em outra abordagem, Vestena et al. (2021) avaliou os erros relativos e absolutos de diferentes modelos na previsão do comportamento mecânico de 48 amostras distintas de misturas asfálticas, que se diferenciaram pelo ligante (puro e modificado), agregado natural (basalto, basalto olivínico, calcário, andesito, dacito, sienogranito, diabásio e riódacito), forma de produção (laboratório e usina) e método de compactação (Marshall e Superpave). Os experimentos foram conduzidos em frequências compreendidas no intervalo de 0.1 Hz a 25 Hz e -10° C a 54° de temperatura. A partir da quantificação do erro relativo e absoluto entre os dados teóricos e experimentais, para todas as faixas de frequência reduzida, o modelo 2S2P1D apresentou a melhor acurácia, principalmente na região de extremidade da curva mestra.

Gu et al. (2021) propuseram um método para simulação numérica do comportamento mecânico viscoelástico de misturas asfálticas convencionais submetidas a temperaturas de 20° C, 40° C e 60° C e frequências entre 0.1 Hz e 25 Hz. Dentre os modelos avaliados, está o generalizado de Maxwell, cujos resultados exibiram flutuações em torno do valor experimental e erros sistemáticos na descrição da curva mestra. Os autores pontuam que, para uma única temperatura e faixa de frequência, os resultados podem ser satisfatórios, mas, ao diversificar a temperatura e tentar descrever toda a curva mestra, o modelo não se sustenta, isso porque a curva resultante é formada pela superposição de várias curvas mestras referentes a cada elemento do modelo simplificado de Maxwell (não generalizado).

Referente ao modelo de Burgers, Zhang e Bao (2022) desenvolveram um método teórico para determinar os parâmetros do modelo usados em misturas asfálticas, mas, para que fosse exequível, foi necessário realizar transformação do módulo dinâmico de modo a obtê-lo indiretamente por meio da função fluência. Os experimentos foram praticados em frequências de 0.1 Hz a 25 Hz e temperaturas de -5° C a 35° C. Embora o modelo tenha exibido bons resultados, os autores pontuam que, quando as misturas experimentam altas temperaturas ou tráfego intenso, outros modelos poderiam ser mais úteis quando confrontados ao modelo viscoelástico de Burgers, visto que esta é uma limitação própria do modelo.

Brondani et al. (2022) propuseram uma metodologia para avaliar o dano induzido por umidade em misturas asfálticas. Para tanto, desenvolveram um índice cujo valor se baseia na razão das áreas das curvas mestres antes e após o dano. Para reproduzir as curvas, o modelo 2S2P1D foi aplicado, que mostrou-se adequado para avaliar a rigidez das misturas, bem como os efeitos deletérios da água.

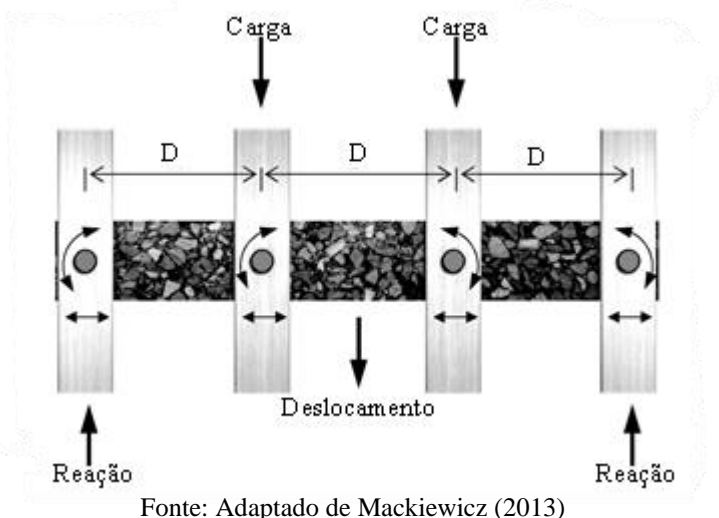
Um aspecto importante a ser observado relativo aos trabalhos presentes na literatura é que, em geral, trabalham com agregados naturais e, frequentemente, fazem uso de softwares específicos como meio de obtenção dos parâmetros de ajuste de seus modelos (MACKIEWICZ e SZYDŁO, 2019; DAOUDI et al., 2020; JAHANGIRI et al., 2021; GU et al., 2021; ZHANG e BAO, 2022; TAI NGUYEN et al., 2022). Monteiro (2020) corrobora ao mencionar que, no caso do modelo Huet-Sayegh, por exemplo, os pesquisadores mostram-se, em parte, dependentes do software ViscoRoute 2.0 para cálculo dos parâmetros necessários na composição do modelo. No entanto, a autora demonstra ser possível por meio do *software Excel®*, ou seja, uma ferramenta computacional acessível, o estudo adequado de modelos viscoelásticos (MONTEIRO, 2020).

2.3. FLEXÃO A QUATRO PONTOS

Embora no ano de 2019, por meio da 416/2019 – ME do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), tenha-se introduzido no Brasil diretrizes para determinação do módulo dinâmico em concretos asfálticos, o conteúdo aborda somente o ensaio uniaxial de carga repetida, não havendo, até o momento, especificação para o ensaio de flexão a quatro pontos em compósitos asfálticos. O que se tem disponível, consoante Monteiro (2020), são normas estrangeiras: AASHTO T342:2019 - *Determining Dynamic Modulus of Hot Mix Asphalt (HMA)* e EN 12697-26:2018 - *Bituminous mixtures - Test methods for hot mix asphalt - Part 26: Stiffness*. Nas pesquisas realizadas na Universidade Federal do Amazonas (UFAM) pelo Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC), a autora esclarece que, atualmente, a norma europeia EN 12697-26:2018 tem sido referência para a metodologia do referido ensaio, que utiliza amostras prismáticas na realização dos experimentos (Figura 8).

O teste usa uma viga prismática com quatro apoios: dois internos, localizados a um terço das extremidades, em que são destinados à aplicação da carga; os outros dois apoios, extremos, são do tipo articulado e permitem giro sem deslocamento na direção da carga aplicada (Figura 8). Essa forma estrutural impõe que o vão central da viga fique submetido a uma flexão pura (SILVA et al., 2015).

Figura 8 - Esquema de ensaio de flexão a quatro pontos



O ensaio de flexão a quatro pontos já foi aplicado com sucesso a misturas asfálticas que tinham como participante o Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC), dentre os quais, pode-se citar como exemplo os trabalhos de Silva et al. (2015), Silva e Frota (2016), Spínola (2020) e Monteiro (2020).

2.4. AGREGADO SINTERIZADO DE ARGILA CALCINADA - ASAC

Segundo Santos et al. (2022) o desenvolvimento de um agregado sintético de argila calcinada no Brasil remonta à década de 1980, quando o Instituto de Pesquisas Rodoviárias – IPR propôs os primeiros estudos de viabilidade. As pesquisas iniciais indicaram altos custos de produção e o projeto foi paralisado. No entanto, nos últimos 20 anos, esse tipo de agregado recebeu grande atenção acadêmica, em especial, do Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC) da Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Dentre as propriedades de Engenharia que tornam o ASAC especial, estão seu melhor desempenho em altas temperaturas, maior resistência à umidade e deformação permanente, quando comparado ao agregado natural seixo, além de ser perfeitamente factível na composição de misturas especiais do tipo SMA (*Stone Matrix Asphalt*) com participação de fibras naturais (SANTOS et al., 2022).

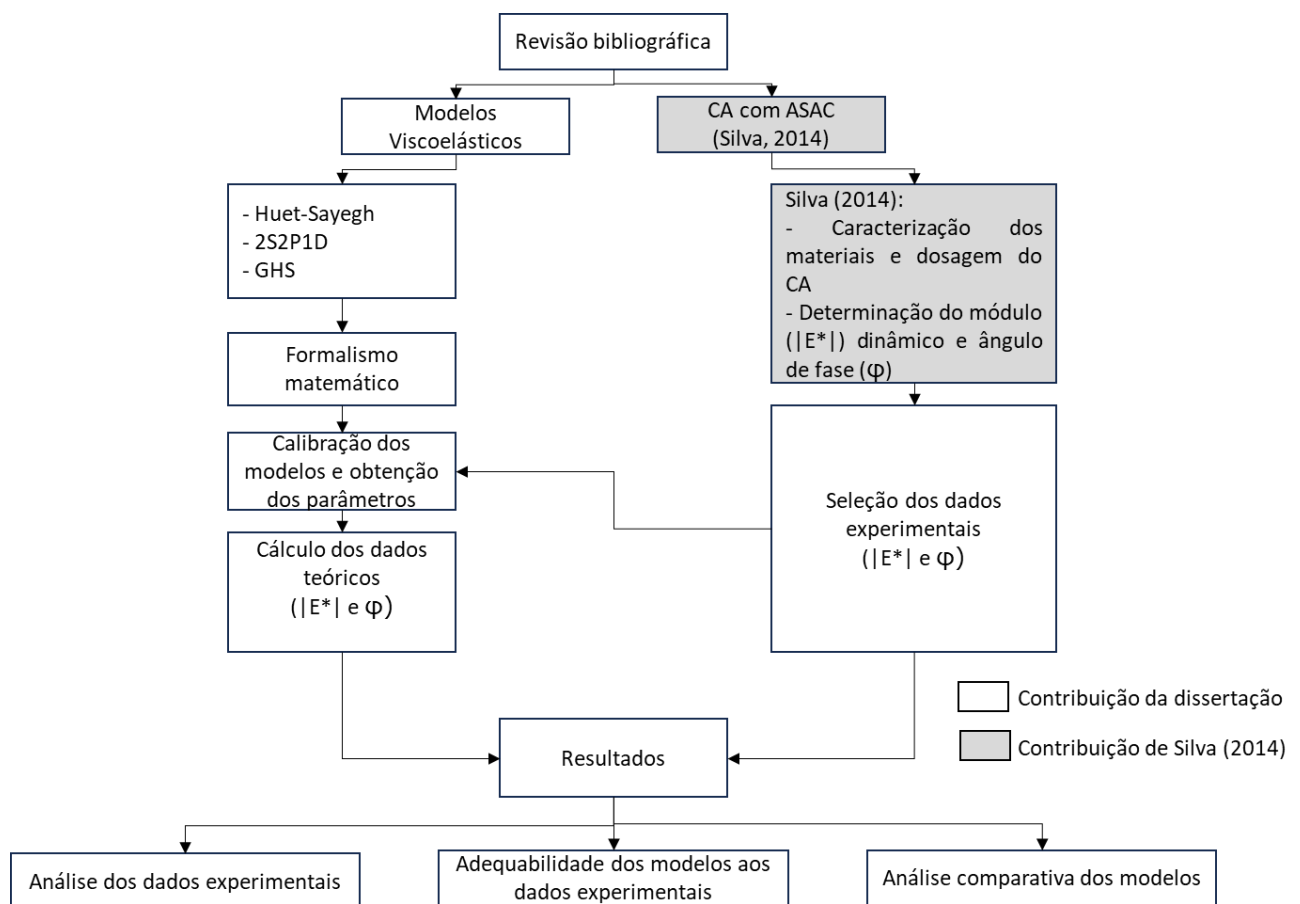
Monteiro (2020) destaca que a primeira dissertação sobre o tema estudado pelo GEOTEC se deu no ano de 2004, por Pereira (2004). Desde então, foram avaliadas propriedades mecânicas como módulo dinâmico, resistência à tração, módulo resiliente, vida de fadiga, dentre outros estudos. Num compilado de 17 trabalhos avaliados sobre o ASAC, a autora destaca resultados mecânicos satisfatórios, principalmente quando confrontados com misturas em altas temperaturas compostas por seixo e pedra britada.

Atualmente, o ASAC tem dado indícios de que seu uso efetivo na construção de estradas poderá ser uma realidade. Conforme apontado na pesquisa de viabilidade econômica de Rocha Filho (2020), a utilização desse agregado alternativo em substituição aos agregados tradicionais é totalmente viável economicamente, principalmente em localidades distantes de Manaus, como a região sudoeste do Estado do Amazonas, onde há carência de material pétreo para a pavimentação das vias rodoviárias.

3. METODOLOGIA

A pesquisa em apreço traz como contribuição um estudo teórico, segundo modelos viscoelásticos, aplicando dados experimentais produzidos pelo Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC), e, em particular, sobre o Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC), por meio da Dissertação de Silva (2014). A Figura 9 apresenta um esquema geral da metodologia desenvolvida nesse estudo.

Figura 9 – Esquema geral da metodologia



Fonte: o autor.

Na revisão bibliográfica buscou-se conhecer os principais modelos mecânicos viscoelásticos aplicados aos compósitos asfálticos. Ao mesmo tempo, examinou-se o banco de dados do Grupo de Pesquisa em Geotecnia (GEOTEC) provenientes de dissertações e artigos. Em especial, trabalhos que abordassem formulações do tipo concretos asfálticos (CA) tendo a participação do Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC), assim como os dados

experimentais imprescindíveis ao estudo dos modelos teóricos, ou seja, o módulo dinâmico ($|E^*|$) e o ângulo de fase (φ).

Nesse contexto, a pesquisa de Silva (2014) cumpriu os requisitos necessários à concretização da presente Dissertação. Uma vez que, continha o material objeto do estudo, ou seja, o estudo do concreto asfáltico tendo como componente o agregado alternativo ASAC, e também os dados experimentais necessários, módulo dinâmico e ângulo de fase, além da caracterização dos materiais e dosagem da composição.

Silva (2014) realizou medições do módulo dinâmico $|E^*|$ e ângulo de fase φ para diferentes temperaturas e frequência. Com objetivo de refinar tais resultados, por meio do plano cole-cole, recurso gráfico que relaciona o módulo dinâmico e o ângulo de fase, selecionaram-se os melhores valores de $|E^*|$ e φ . Enfatiza-se que, esse conjunto de parâmetros escolhidos, baseados na continuidade dos dados dentro do plano cole-cole, mostraram-se distintos da média dos valores usada como critério pelo citado autor em sua dissertação.

Referente aos modelos, com base na revisão bibliográfica, selecionaram-se: 2S2P1D, Huet-Sayegh e o Generalizado de Huet-Sayegh. Considerou-se o primeiro modelo nessa investigação pela contemporaneidade e indicativos da literatura por apresentar boa previsibilidade dos valores teóricos, conforme discutido no item 2.3.3. O segundo modelo, de acordo com a seção 2.3.2.1, serviu de base para construção do modelo 2S1P1D e, por isso, foi levado em consideração com propósito comparativo. O último modelo, que originou-se do modelo de Huet-Sayegh, teve como adicional motivação o trabalho produzido pelos seus criadores, Zbiciak e Michalczyk (2014).

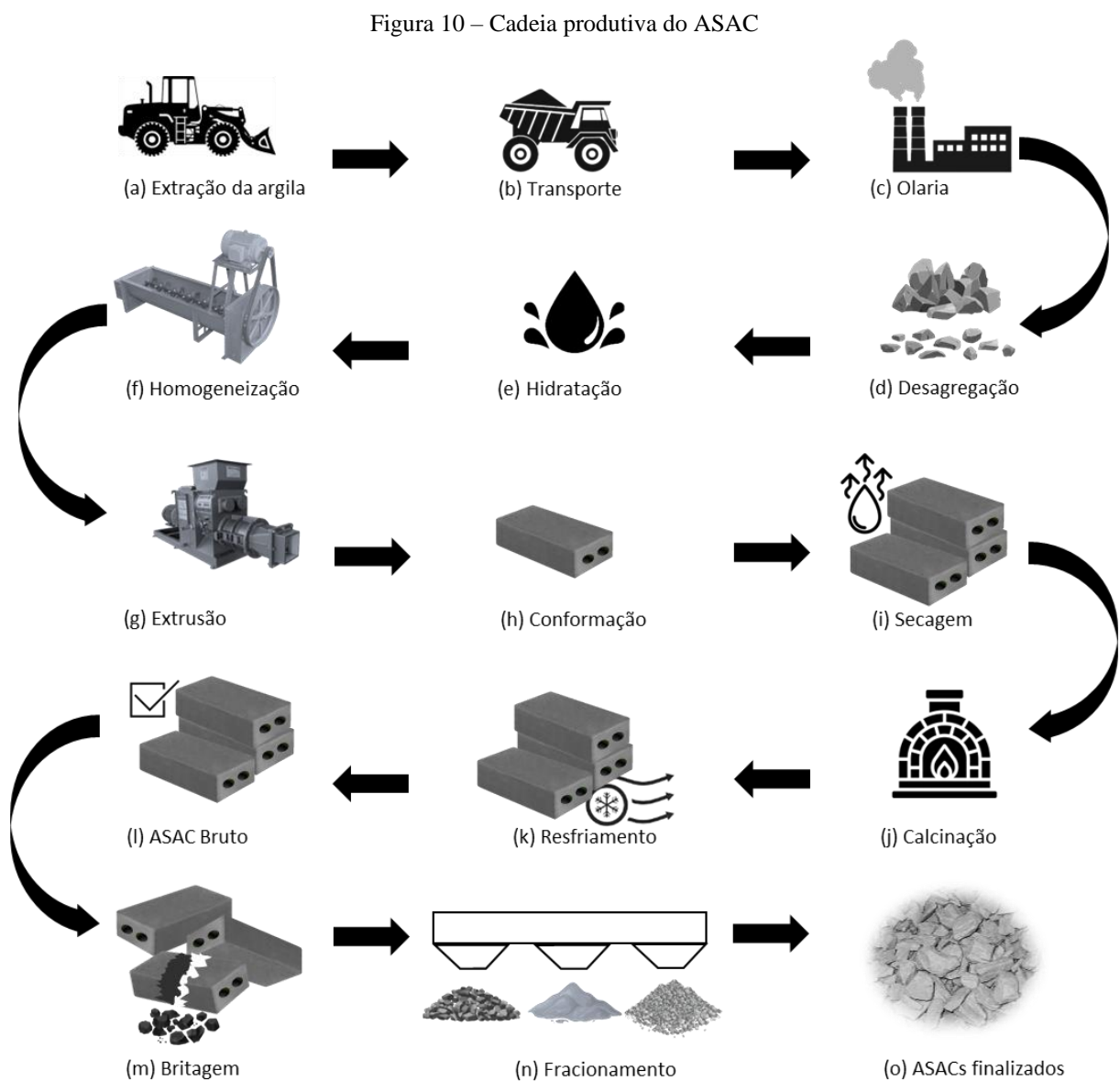
Destaca-se que, os mencionados modelos foram preferidos aos tradicionais (Maxwell, Kelvin-Voigt e Burgers) pois, consoante o exposto no item 2.3.3, conseguem melhor representar o comportamento viscoelástico teórico respectivo aos resultados experimentais, além de requererem um menor número de parâmetros, o que facilita o uso em ferramentas computacionais acessíveis como o *Excel*® (MONTEIRO, 2020).

Estabelecidos os modelos viscoelásticos, desenvolveu-se o formalismo matemático referente a cada um (Seção 4). Nessa etapa, como ponto estratégico da metodologia, distinguiu-se as partes real e imaginária do módulo complexo (Seção 4). A partir dos dados experimentais já selecionados, procedeu-se a calibração dos modelos, isto é, com os valores de $|E^*|$ e φ , fornecidos pelo ensaio de flexão a quatro pontos. Pela ferramenta *Solver* do *software Excel*® encontram-se os coeficientes (parâmetros) que reproduzissem os dados experimentais, o que permitiu o cálculo dos preditos valores do módulo dinâmico e do ângulo de fase. Lembra-se

que os dados experimentais, originários da pesquisa de Silva (2014), passaram por uma particular seleção, bem como, uma avaliação da adequabilidade dos modelos na reprodução dos valores experimentais de $|E^*|$ e ϕ , e a eficiência comparativa entre eles.

3.1. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS E DOSAGEM DO CONCRETO ASFÁLTICO

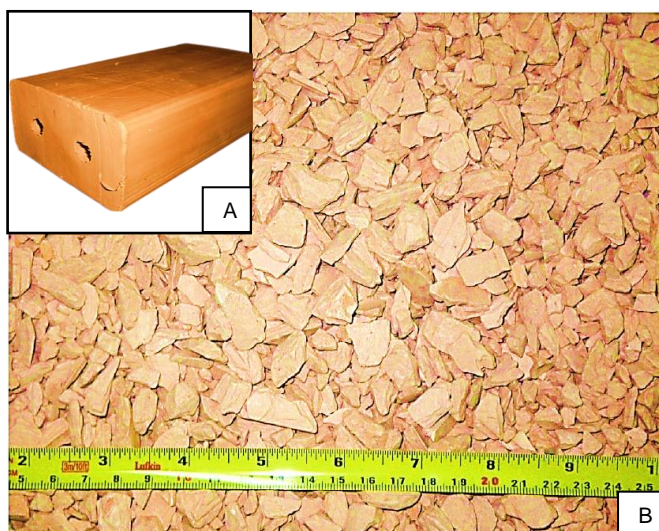
O concreto asfáltico (CA), estudado por Silva (2014), apresenta como diferencial o material alternativo Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC). A Figura 10 resume a sua cadeia produtiva.



Fonte: Adaptado de Silva et al. (2009)

A produção dos agregados sinterizados (ASAC), material integrante da investigação de Silva (2014), consistiu nas seguintes etapas (Silva et al., 2009): extração de argila na região de Urucu – AM (Figura 10a); transporte até a olaria (Figura 10b); recebimento do material na olaria para processamento (etapas subsequentes) (Figura 10c); desagregação da argila em triturador para uniformizar a textura (Figura 10d); hidratação do material triturado (Figura 10e); homogeneização da argila hidratada (Figura 10f); extrusão da argila homogeneizada (Figura 10g); conformação de tijolos maciços, medindo 60×110×200 mm, contendo dois furos centrais com diâmetro de 16 mm (Figura 10h); secagem lenta e uniforme em secador estático com a introdução de ar quente em fornos da olaria (Figura 10i); calcinação em fornos abóboda da olaria, com 8 a 12 horas de aquecimento gradual até atingir a temperatura de 600°C. Após isso, prosseguiu-se com a elevação de temperatura mais rapidamente, até atingir 900° C (Figura 10j); finalizada a calcinação, os tijolos passaram por um resfriamento gradual de dois dias, obtendo o ASAC em sua forma bruta (Figura 10k-l); os tijolos são, então, levados a uma empresa especializada, sendo britados e fracionados em texturas correspondentes aos tamanhos comerciais da brita 0, da brita 1, da brita 2 e da brita 3. Finalmente, confeccionados os ASACs poderão ser adicionados ao concreto asfáltico (Figura 10m-o). O ASAC em sua forma bruta (tijolo com dois furos) e beneficiada pode ser observado com maior detalhamento na Figura 11a e 11b, respectivamente.

Figura 11 – ASAC em sua forma bruta (a) e beneficiada (b)



Fonte: Silva (2014) e Frota (2022)

Além do agregado cerâmico, ASAC, na condição de agregado graúdo, constaram os seguintes materiais na formulação asfáltica: representante da fração miúda, a areia de origem

residual; o cimento Portland, na função de material de enchimento (fíler); e o cimento asfáltico de petróleo (CAP-50/70), empregado como aglutinante. Os ensaios de caracterização física dos partícipes da composição asfáltica, bem como as normas atualizadas correspondentes, podem ser consultados na Tabela 2.

Tabela 2 – Caracterizações física dos materiais

Material	Ensaio	Norma
ASAC (Agregado graúdo)	Granulometria	ASTM C 136-2014
	Absorção, densidade relativa real dos grãos (Gsa) e densidade relativa aparente dos grão (Gsb)	ASTM 128-2015
	Abrusão <i>Los Angeles</i>	ASTM 131-2014
Areia de origem residual (Agregado miúdo)	Granulometria	ASTM C 136-2014
	Densidade relativa (Gsa) e aparente (Gsb)	ASTM 128-2015
Cimento Portland (Material de enchimento)	Granulometria	DNER-EM 367/1997
	Densidade	ASTM C188-2017
Cimento Asfáltico de Petróleo (Ligante) (CAP – 50/70)	Realizados pelo fornecedor: Penetração, ponto de amolecimento, viscosidade, índice de suscetibilidade, ponto de fulgor, solubilidade em tricloroetileno, ductilidade e efeito do calor e do ar, variação em massa e ductilidade.	Resolução Nº 897/2022 da Agência Nacional de Petróleo (ANP).

Fonte: Adaptado de Silva (2014)

A partir da caracterização apresentada na Tabela 2 (Silva, 2014), realizou-se a dosagem reunindo os materiais minerais e o ligante. A dosagem mineral e a determinação do teor de ligante dos compósitos asfálticos seguiram o método do *Strategic Highway Research Program* – SHRP (SHRP, 1994a, 1994b), em conformidade com as seguintes etapas: a) enquadramento dos materiais e da dosagem mineral na faixa granulométrica *Superpave*; b) definição do número giros do compactador giratório *Superpave* (CGS); c) estimativa do teor de projeto; d) homogeneização dos agregados com o ligante; e) envelhecimento da mistura por 2h, em estufa; f) compactação dos corpos de prova; g) obtenção dos parâmetros da mistura: densidade aparente

($G_{mb} = 1.965 \text{ g/cm}^3$), densidade máxima ($G_{mm} = 2047 \text{ g/cm}^3$), volume de vazios ($V_v = 4\%$), vazios do agregado mineral ($VAM = 16.60\%$), relação betume-vazios ($RBV=75\%$) e relação pó-asfalto efetivo ($RPA = 0.75\%$). As características finais da formulação asfáltica podem ser observadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Dosagem da mistura asfáltica

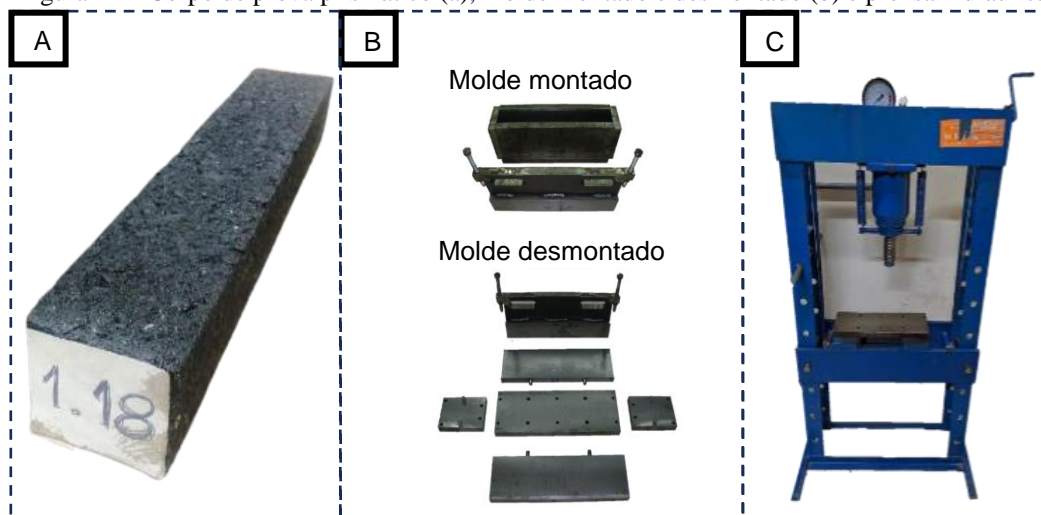
DOSAGEM	MATERIAIS INTEGRANTES			
	ASAC	Areia	Cimento Portland	CAP – 50/70
Proporção (%)	55.24	30.29	3.56	10.90

Fonte: Silva (2014)

3.2. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E ÂNGULO DE FASE

Para determinação do módulo dinâmico e ângulo de fase, Silva (2014) confeccionou corpos de prova prismáticos (Figura 12a) nas seguintes dimensões: 400 mm de comprimento, 64,5 mm de largura e altura média de 51 mm. Com fito a diminuir a perda de temperatura, pré-aqueceu o molde, na faixa de $150^\circ \text{C} - 160^\circ \text{C}$, por 24h em estufa, procedendo-se, na sequência o lançamento da mistura no molde (Figura 12b). Dando continuidade, realizou-se a compactação em uma prensa hidráulica modelo P30 (Figura 12c), da fabricante Bonevau, com capacidade de 30 toneladas.

Figura 12 – Corpo de prova prismático (a), molde montado e desmontado (b) e prensa hidráulica



Fonte: Silva (2014) e Monteiro (2020)

As características de massa (ASAC, areia, cimento Portland e CAP – 50/70) e volume das vigas confeccionadas pelo autor encontram-se na Tabela 4. A determinação dos dados experimentais conserntes aos parâmetros módulo dinâmico e ângulo de fase foram obtidos usando o *Four Point Apparatus*, da fabricante IPC Global (Figura 13).

Tabela 4 – Características de massa e volume das vigas de CA

MATERIAIS INTEGRANTES						
	ASAC	Areia	Cimento Portland	CAP – 50/70		
Massa (%)	55.24	30.29	3.56	10.90		
CARACTERÍSTICAS DE MASSA E VOLUME						
Viga	Massa (g)	Comprimento (mm)	Largura da base (mm)	Altura (mm)	Volume (cm³)	Densidade (g/cm³)
1.1	2456	400	64.5	50.2	1295.2	1.896
1.2	2443	400	64.5	51.5	1327.8	1.840
1.3	2433	400	64.5	50.8	1311.5	1.855
1.4	2443	400	64.5	51.3	1324.4	1.845
1.5	2470	400	64.5	51	1316.7	1.876
1.6	2461	400	64.5	51.9	1338.2	1.839
1.7	2446	400	64.5	50.9	1314.1	1.861
1.8	2446	400	64.5	50.7	1308.9	1.869
1.9	2449	400	64.5	51.5	1327.8	1.844
1.1	2394	400	64.5	51.4	1326.1	1.805
1.11	2441	400	64.5	51.3	1322.7	1.845
1.12	2478	400	64.5	50.8	1309.8	1.892
1.13	2465	400	64.5	51.7	1333	1.849
1.14	2454	400	64.5	51.8	1337.3	1.835
1.15	2462	400	64.5	51.5	1329.6	1.852
1.16	2479	400	64.5	51.3	1324.4	1.872
1.17	2433	400	64.5	51.2	1321	1.842

Fonte: Silva (2014)

Submeteram-se os corpos de prova à flexão a quatro pontos, com aplicação de carga senoidal, aferição da deflexão, e segundo intervalo intercalado de temperatura igual a 5 °C, que variou de 25°C a 55° C. Seguiram-se as recomendações da norma europeia EN 12697-26. As frequências dos pulsos de carga, foram: 1 Hz, 3 Hz, 10 Hz e 20 Hz. No entanto, devido à inconsistência dos dados, o autor desconsiderou os resultados gerados pela frequência de 20

Hz. Dessa forma, ao final dos ensaios, determinaram-se os módulos dinâmicos e os ângulos de fase nas temperaturas de 25° C a 55 °C e frequências de 1 Hz, 3 Hz e 10Hz.

Figura 13 – Aparato para ensaio de flexão a quatro pontos



Fonte: Silva (2014)

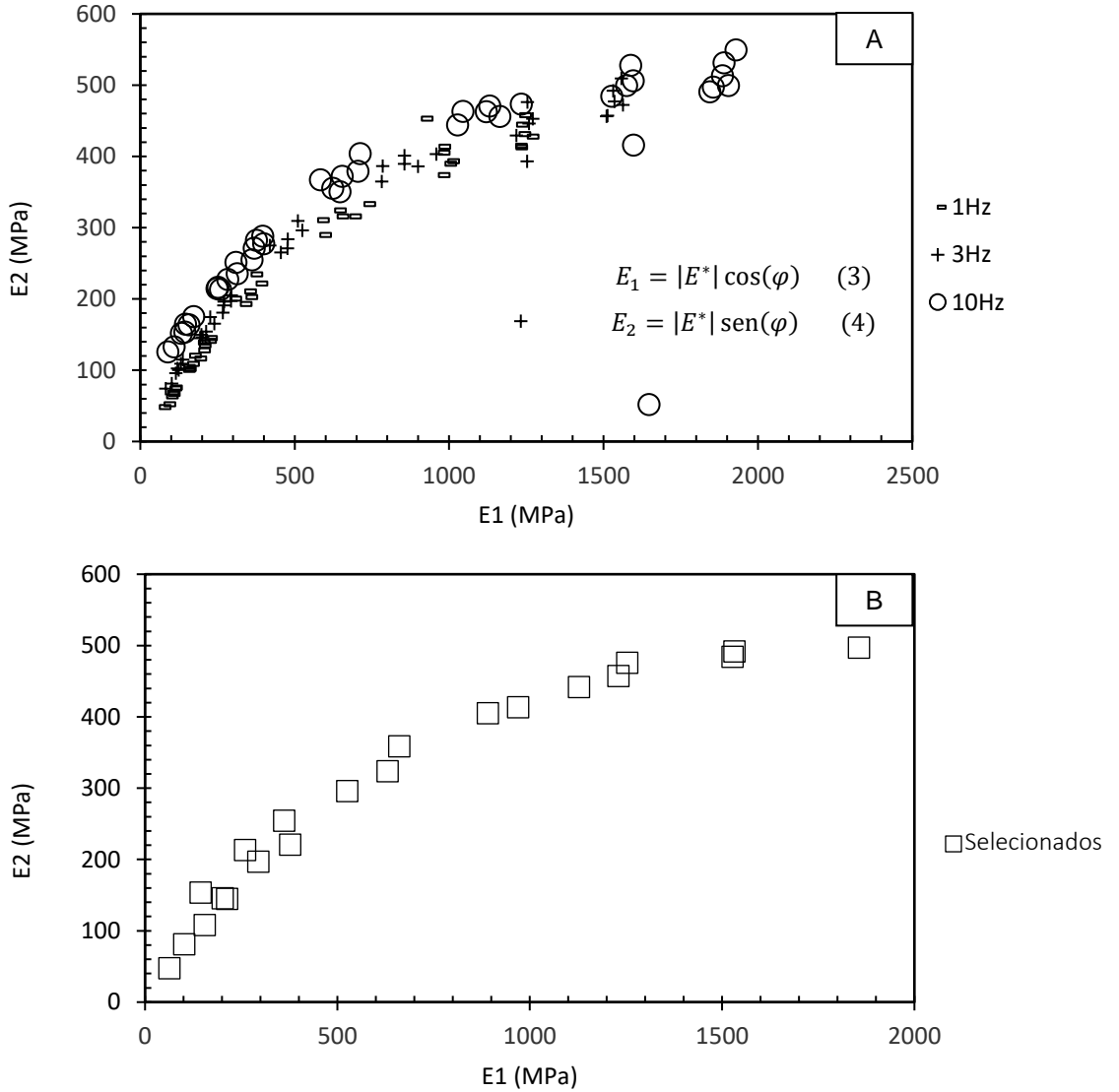
3.2. SELEÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Com as medidas de módulo dinâmico ($|E^*|$) e ângulo de fase (φ) provenientes da pesquisa de Silva (2014), realizou-se um refinamento dos dados, parte importante dessa dissertação, que consistiu em: a) distinção dos módulos de perda (E_2) e de armazenamento (E_1) utilizando as Equações 3 e 4; b) plotagem de E_2 e E_1 no plano cole-cole (Figura 14a); e c) seleção dos pontos que exibiam melhor continuidade dentro do plano (Figura 14b). Dessa forma, chegou-se aos resultados experimentais que serão utilizados nessa dissertação para o estudo de viscoelasticidade de compósitos asfálticos com Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC), os quais diferem dos trabalhos por Silva (2014), já que não tiveram como critério o valor médio, mas sim a continuidade dos pontos dentro do plano cole-cole (Figura 14b).

Os dados escolhidos (Figura 14b) foram empregadas na construção da curva mestra experimental, necessária para a calibração dos modelos avaliados (Seção 4), e na geração dos valores teóricos, isto é, aqueles preditos. Conhecidos os resultados teóricos e experimentais tem-se na sequencia à discussão dos resultados, em que analisou-se o conjunto de valores

selecionados, comparou-os aos preditos e avaliaram-se comparativamente os modelos (Seção 5).

Figura 14 – Plano cole-cole com dados experimentais de Silva (2014) antes (a) e após o refinamento (b)



Fonte: o autor

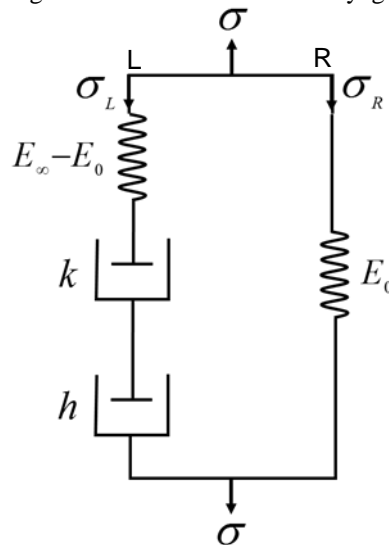
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir, descreve-se o formalismo matemático referente aos modelos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS, para os quais, por meio dos dados experimentais, foram obtidos os parâmetros necessários à determinação do módulo dinâmico e ângulo de fase teóricos concernentes a cada um dos citados modelos e objeto da presente Dissertação.

4.1. HUET-SAYEGH

A Figura 15 ilustra o modelo mecânico viscoelástico de Huet-Sayegh, o qual é constituído por dois ramos. O primeiro possui dois amortecedores parabólicos, k e h , conectados em série com uma mola de constante elástica $E_{\infty} - E_0$. O segundo está em paralelo com o primeiro e contém uma mola de constante elástica E_0 .

Figura 15 – Modelo de Huet-Sayegh



Fonte: Monteiro (2020)

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_R \quad (27)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon \quad (28)$$

A tensão total σ atuando no sistema é a soma das tensões dos ramos esquerdo (σ_L) e direito (σ_R), como definido pela Equação 27. A deformação é igual em ambos os ramos.

Conseqüentemente, a deformação total é a mesma em todo o sistema, conforme expresso pela Equação 28.

As tensões nos amortecedores parabólicos são dadas pela Equação 29 (Pronk, 2005), na qual i é a unidade complexa, $\omega = 2\pi f$, f a frequência, η é o parâmetro viscoso, α é a variável adimensional do amortecedor parabólico ($0 < \alpha < 1$) e τ o tempo característico.

$$\sigma_\alpha = \frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^\alpha \varepsilon_\alpha \quad (29)$$

A mola de constante E_0 no ramo direito está submetida à tensão σ_R e deformação ε_R , de forma que pode ser expressa pela relação Hookeana (Equação 30). Pela definição da Equação 28, a Equação 30 pode ser reescrita simplesmente como a Equação 31.

$$\sigma_R = E_0 \varepsilon_R \quad (30)$$

$$\sigma_R = E_0 \varepsilon \quad (31)$$

À esquerda, dispostos em série, tem-se uma mola ($E_\infty - E_0$) e dois amortecedores variáveis, denotados por k e h . Nesse ramo, a deformação ε_L é a soma das deformações de cada um desses elementos (Equação 32). A tensão σ_L na mola é dada pela Equação 33.

$$\varepsilon_L = \varepsilon_{mola} + \varepsilon_k + \varepsilon_h \quad (32)$$

$$\sigma_{mola} = \sigma_L = (E_\infty - E_0) \varepsilon_{mola} \quad \therefore \varepsilon_{mola} = \frac{\sigma_L}{(E_\infty - E_0)} \quad (33)$$

Os amortecedores variáveis seguem a definição da Equação 29. Dado que a tensão σ_L é mesma em todos os componentes desse ramo, as deformações são então fornecidas pelas Equações 34 e 35.

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^k} \quad (34)$$

$$\varepsilon_h = \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^h} \quad (35)$$

Substituindo as Equações 33, 34 e 35 na Equação 32, obtém-se o resultado na Equação 36.

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^k} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^h} \quad (36)$$

Como $\varepsilon_L = \varepsilon$, a Equação 36 assume a forma da Equação 37.

$$\sigma_L = \varepsilon \left(\frac{1}{\frac{1}{E_\infty - E_0} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^k} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^h}} \right) \quad (37)$$

Multiplicando o numerador e denominador da Equação 37 por $E_\infty - E_0$, pode-se reescrevê-la como:

$$\sigma_L = \varepsilon \left(\frac{E_\infty - E_0}{1 + \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)(i\omega\tau)^{-k} + \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)(i\omega\tau)^{-h}} \right) \quad (38)$$

Definindo $\delta = \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)$, a Equação 38 se torna:

$$\sigma_L = \varepsilon \left(\frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + \delta(i\omega\tau)^{-h}} \right) \quad (39)$$

Substituindo as Equações 31 e 39 na Equação 27 e rearranjando, tem-se a Equação 40.

$$\sigma = \varepsilon \left(E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + \delta(i\omega\tau)^{-h}} \right) \therefore$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \mathbf{E}^* = \mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{E}_\infty - \mathbf{E}_0}{\mathbf{1} + \delta(i\omega\tau)^{-k} + \delta(i\omega\tau)^{-h}} \quad (40)$$

A Equação 40 descreve o módulo complexo no modelo de Huet-Sayegh, onde E^* , E_∞ e E_0 são, respectivamente, o módulo complexo, o módulo complexo quando a frequência tende ao infinito e o módulo complexo inicial. O parâmetro δ é uma constante adimensional; h e k são expoentes parabólicos na premissa de $1 > h > k > 0$; τ é o tempo característico, e ω é a velocidade angular (Xu e Solaimanian, 2009; Zbiciak et al., 2017; Tai Nguyen et al., 2022).

Pela identidade de Euler, sabe-se que $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$. Substituindo na Equação 40, obtém-se a Equação 41.

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta \left(\omega\tau e^{i\frac{\pi}{2}} \right)^{-k} + \left(\omega\tau e^{i\frac{\pi}{2}} \right)^{-h}} \quad (41)$$

A Equação 41 pode ser reescrita como a Equação 42.

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(\omega\tau)^{-k} e^{-k\frac{\pi}{2}i} + (\omega\tau)^{-h} e^{-h\frac{\pi}{2}i}} \quad (42)$$

Definindo: $\delta_1 = \delta(\omega\tau)^{-k}$; $\delta_2 = (\omega\tau)^{-h}$; $\alpha = k\frac{\pi}{2}$; $\beta = h\frac{\pi}{2}$; a Equação 42 fica:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 e^{-\alpha i} + \delta_2 e^{-\beta i}} \quad (43)$$

Como $e^{\theta i} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$; a Equação 43 assume a forma:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 [\cos(-\alpha) + i \operatorname{sen}(-\alpha)] + \delta_2 [\cos(-\beta) + i \operatorname{sen}(-\beta)]} \quad (44)$$

Sabe-se que $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ e que $\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}(\theta)$. A Equação 44 fica então:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 \cos(\alpha) + \delta_2 \cos(\beta) - [\delta_1 \operatorname{sen}(\alpha) + \delta_2 \operatorname{sen}(\beta)]i} \quad (45)$$

Define-se: $A = 1 + \delta_1 \cos(\alpha) + \delta_2 \cos(\beta)$ e $B = \delta_1 \sin(\alpha) + \delta_2 \sin(\beta)$. Sabe-se que $\delta_1 = \delta(\omega\tau)^{-k}$; $\delta_2 = (\omega\tau)^{-h}$; $\alpha = k\frac{\pi}{2}$; $\beta = h\frac{\pi}{2}$; e que $\omega = 2\pi f$, onde f é a frequência, então, os valores de A e B são:

$$A = 1 + \delta_1 \cos(\alpha) + \delta_2 \cos(\beta) \therefore$$

$$A = 1 + \frac{\delta \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h} \quad (46)$$

$$B = \delta_1 \sin(\alpha) + \delta_2 \sin(\beta) \therefore$$

$$B = \frac{\delta \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\sin\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h} \quad (47)$$

A Equação 45 pode, dessa forma, ser expressa como:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{A - Bi} \quad (48)$$

Multiplicando o numerador e o denominador do termo $\frac{E_\infty - E_0}{A - Bi}$ na Equação 48 por $A + Bi$, fica:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 - (Bi)^2} \quad (49)$$

Como $i^2 = -1$, a Equação 49 pode ser reescrita:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 + B^2} \quad (50)$$

Desmembrando a Equação 50, é possível rearranjá-la:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A + i \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (51)$$

Sabendo que $E^* = E_1 + iE_2$, distinguem-se as partes real e imaginária do módulo complexo, de maneira que:

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A \quad (52)$$

$$E_2 = \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (53)$$

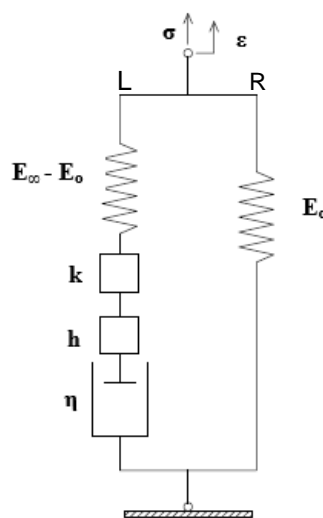
O módulo dinâmico em valor absoluto $|E^*|$ pode assim ser determinado por relação trigonométrica:

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (54)$$

4.2. 2S2P1D

O modelo 2S2P1D, tal como o modelo de Huet-Sayegh, é formado por dois ramos paralelos e se diferencia apenas pela introdução de um amortecedor linear ou newtoniano no ramo esquerdo, denotado por η (Figura 16). O ramo direito e os demais elementos permanecem como no modelo original de Huet-Sayegh.

Figura 16 - Modelo 2S2P1D



Fonte: Monteiro (2020)

Consoante Pronk (2005), nos amortecedores lineares, o valor de α na Equação 29 é $\alpha=1$. Dessa forma, a tensão nesse tipo de amortecedor é dada pela Equação 55.

$$\sigma_\alpha = \frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)\varepsilon_\alpha \therefore \sigma_\alpha = i\eta\omega\varepsilon_\alpha \quad (55)$$

Como a tensão σ_L é igual para todos os elementos do ramo esquerdo, tem-se que a deformação do amortecedor linear é:

$$\varepsilon_\eta = \frac{\sigma_L}{i\eta\omega} \quad (56)$$

Por outro lado, pode-se notar que, no lado esquerdo do modelo 2S2P1D, a deformação pode ser obtida pela soma da deformação total no ramo esquerdo do modelo Huet-Sayegh (Equação 36) e a deformação do amortecedor linear (Equação 56), obtendo-se a Equação (57).

$$\varepsilon_{L,Huet-Sayagh} = \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^k} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^h} \quad (36)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_{L,Huet-Sayagh} + \varepsilon_\eta = \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^k} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^h} + \frac{\sigma_L}{i\eta\omega} \quad (57)$$

As deformações totais dos ramos direito e esquerdo são iguais, assim como no modelo de Huet-Sayegh (Equação 28). A Equação 57 pode, então, ser expressa simplesmente como:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^k} + \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^h} + \frac{\sigma_L}{i\eta\omega} \quad (58)$$

Logo, a tensão σ_L é dada por:

$$\sigma_L = \varepsilon \left(\frac{1}{\frac{1}{E_\infty - E_0} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^k} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^h} + \frac{1}{i\eta\omega}} \right) \quad (59)$$

Como não houve alteração do ramo direito no modelo 2S2P1D respeitante ao modelo de Huet-Sayegh, e considerando que as deformações totais são iguais para os lados direito e esquerdo, a tensão σ_R pode ser igualmente definida pela Equação 31:

$$\sigma_R = E_0 \varepsilon \quad (31)$$

De igual modo, seguindo o que define a Equação 27, a tensão total no sistema é expressa pela soma das Equações 59 e 31, originando a Equação 60.

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_R = \varepsilon \left(E_0 + \frac{1}{\frac{1}{E_\infty - E_0} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^k} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^h} + \frac{1}{i\eta\omega}} \right) \quad (60)$$

A razão entre σ e ε na Equação 60 definem o módulo complexo, de forma tem-se a Equação 61.

$$E^* = E_0 + \frac{1}{\frac{1}{E_\infty - E_0} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^k} + \frac{1}{\frac{\eta}{\tau}(i\omega\tau)^h} + \frac{1}{i\eta\omega}} \quad (61)$$

É possível reescrever a Equação 61 como:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)(i\omega\tau)^{-k} + \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)(i\omega\tau)^{-h} + \left(\frac{i\omega\tau\eta}{\tau(E_\infty - E_0)} \right)^{-1}} \quad (62)$$

Definindo: $\delta = \frac{\tau}{\eta}(E_\infty - E_0)$, e $\beta = \frac{\eta}{\tau(E_\infty - E_0)}$, a Equação 62 fica:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + \delta(i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\tau\beta)^{-1}} \quad (62)$$

Na Equação 62, Olard e Di Benedetto (2003) simplificam o termo $\delta(i\omega\tau)^{-h}$ fazendo $\delta = 1$, obtém-se desse modo o módulo complexo do modelo 2S2P1D:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\tau\beta)^{-1}} \quad (63)$$

Seguindo a identidade de Euler, $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$. Ao substituir na Equação 63, tem-se:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta \left(e^{i\frac{\pi}{2}} \omega\tau \right)^{-k} + \left(e^{i\frac{\pi}{2}} \omega\tau \right)^{-h} + \left(e^{i\frac{\pi}{2}} \omega\tau\beta \right)^{-1}} \quad (64)$$

Rearranjando a Equação 64:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta (\omega\tau)^{-k} e^{-k\frac{\pi}{2}i} + (\omega\tau)^{-h} e^{-h\frac{\pi}{2}i} + (\omega\tau\beta)^{-1} e^{-\frac{\pi}{2}i}} \quad (65)$$

Definindo-se: $\delta_1 = \delta(\omega\tau)^{-k}$; $\delta_2 = (\omega\tau)^{-h}$; $\alpha = k\frac{\pi}{2}$; $\rho = h\frac{\pi}{2}$ e $\mu = (\omega\tau\beta)^{-1}$, a Equação 65 fica:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 e^{-\alpha i} + \delta_2 e^{-\rho i} + \mu e^{-\frac{\pi}{2}i}} \quad (66)$$

Como $e^{\theta i} = \cos \theta + i \text{sen} \theta$, tem-se:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 (\cos(-\alpha) + i \text{sen}(-\alpha)) + \delta_2 (\cos(-\rho) + i \text{sen}(-\rho)) + \mu \left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right]} \quad (67)$$

Dado que $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$, $\text{sen}(-\theta) = -\text{sen}(\theta)$, $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$ e $\text{isen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -i$, ao substituir na Equação 67, resulta a Equação 68:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta_1 \cos(\alpha) + \delta_2 \cos(\rho) - i(\delta_1 \text{sen}(\alpha) + \delta_2 \text{sen}(\rho) + \mu)} \quad (68)$$

Determina-se que $A = 1 + \delta_1 \cos(\alpha) + \delta_2 \cos(\rho)$ e que $B = \delta_1 \text{sen}(\alpha) + \delta_2 \text{sen}(\rho) + \mu$.
 Definiu-se anteriormente que $\delta_1 = \delta(\omega\tau)^{-k}$; $\delta_2 = (\omega\tau)^{-h}$; $\alpha = k\frac{\pi}{2}$; $\rho = h\frac{\pi}{2}$ e $\mu = (\omega\tau\beta)^{-1}$.
 Sendo $\omega = 2\pi f$, sendo f é a frequência, os valores de A e B resultam:

$$A = 1 + \frac{\delta \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h} \quad (69)$$

$$B = \frac{\delta \text{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\text{sen}\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h} + \frac{1}{2\pi f \times \tau\beta} \quad (70)$$

Substituindo A e B na Equação 68, chega-se à Equação 71:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{A - Bi} \quad (71)$$

Fazendo o produto de $A+Bi$ pelo numerador e pelo denominador do termo $\frac{E_\infty - E_0}{A - Bi}$ na Equação 71, obtém-se:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 - (Bi)^2} \quad (72)$$

Dado que $i^2 = -1$, a Equação 72 pode ser descrita como:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 + B^2} \quad (73)$$

Isolando os termos real e complexo na Equação 73 e rearranjando, tem-se:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A + i \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (74)$$

Visto que $E^* = E_1 + iE_2$, tem-se a distinção das partes real e imaginária do módulo complexo, a saber:

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A \quad (75)$$

$$E_2 = \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (76)$$

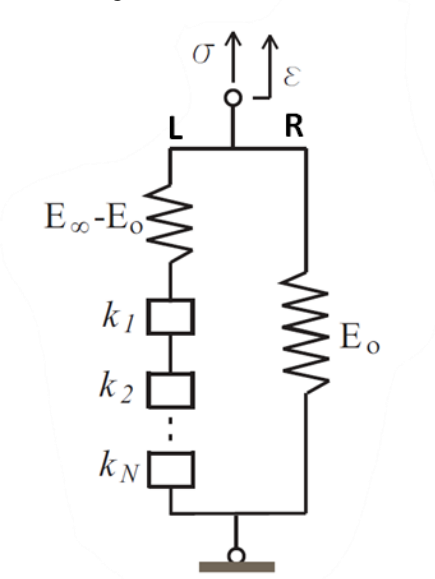
É possível então determinar módulo dinâmico em valor absoluto $|E^*|$ por meio da relação trigonométrica:

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (77)$$

4.3. GHS

Zbiciak e Michalczyk (2014) propuseram uma generalização do modelo de Huet-Sayegh pela adição de N elementos parabólicos (Figura 17).

Figura 17 - Modelo GHS



Fonte: Zbiciak e Michalczyk (2014)

Assim como na configuração de Huet-Sayegh, no GHS são válidas as relações dadas pelas Equações 27, 28 e 29.

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_R \quad (27)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon \quad (28)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^\alpha \varepsilon_\alpha \quad (29)$$

Tal que, no m-ésimo elemento parabólico, a tensão é:

$$\sigma_m = \frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^{k_m} \varepsilon_m \quad (78)$$

Em que i é a unidade complexa, $\omega = 2\pi f$, f é a frequência, η é o parâmetro viscoso, k_m é a variável adimensional do amortecedor parabólico e τ o tempo característico.

Avaliando separadamente os ramos direito (R) e esquerdo (L), à direita pode-se escrever:

$$\sigma_R = E_0 \varepsilon_R = E_0 \varepsilon \quad (79)$$

No ramo esquerdo,

$$\varepsilon_L = \varepsilon_{mola} + \sum_{m=1}^N \varepsilon_m \quad (80)$$

$$\sigma_{mola} = \sigma_L = (E_\infty - E_0) \varepsilon_{mola} \quad (81)$$

$$\varepsilon_{mola} = \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} \quad (82)$$

Da Equação 78, vem que:

$$\sigma_m = \sigma_L = \frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^{k_m} \varepsilon_m \quad (83)$$

Obtendo-se, portanto, a Equação 84.

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_L}{\frac{\eta}{\tau} (i\omega\tau)^{k_m}} \quad (84)$$

Substituindo as Equações 82 e 84 na Equação 80, obtém-se:

$$\begin{aligned}\varepsilon_L &= \frac{\sigma_L}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{\sigma_L}{(i\omega\tau)^{k_m}} \div \\ \varepsilon_L &= \sigma_L \left(\frac{1}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{1}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right) \div \\ \sigma_L &= \frac{\varepsilon_L}{\left(\frac{1}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{1}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \quad (85)\end{aligned}$$

Dada a validade da Equação 28, a Equação 85 assume a forma apresentada na Equação 86.

$$\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon \quad (28)$$

$$\sigma_L = \frac{\varepsilon}{\left(\frac{1}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{1}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \quad (86)$$

Pela definição da Equação 27, pode-se combinar as Equações 79 e 86, resultando na Equação 87.

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_R \quad (27)$$

$$\sigma = \left[E_0 + \frac{1}{\left(\frac{1}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{1}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \right] \varepsilon \quad (87)$$

Uma vez que $\sigma = E^* \varepsilon$, extrai-se o módulo complexo da Equação 87, tal que:

$$E^* = E_0 + \frac{1}{\left(\frac{1}{E_\infty - E_0} + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{1}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \quad (88)$$

Multiplicando numerador e denominador do termo fracionário da Equação 88 por $E_\infty - E_0$ e definindo $\delta = \frac{(E_\infty - E)\tau}{\eta}$, chega-se ao módulo complexo do modelo GHS (Equação 89).

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{\left(1 + \sum_{m=1}^N \frac{\eta}{\tau} \frac{E_\infty - E_0}{(i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \quad \therefore E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{\left(1 + \sum_{m=1}^N \frac{(E_\infty - E_0)\tau}{\eta (i\omega\tau)^{k_m}} \right)} \quad \therefore$$

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta (i\omega\tau)^{-k_m}} \quad (89)$$

Reescrevendo a Equação 89, tem-se à Equação 90.

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta (\omega\tau)^{-k_m} (i)^{-k_m}} \quad (90)$$

Visto que, pela Equação de Euler $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$, então,

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta (\omega\tau)^{-k_m} e^{-i\frac{k_m\pi}{2}}} \quad (91)$$

Definindo as Equações 92 e 93,

$$\delta_m = \delta (\omega\tau)^{-k_m} \quad (92) \quad \alpha_m = \frac{k_m\pi}{2} \quad (93), \text{ resulta a Equação 94.}$$

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta_m e^{-i\alpha_m}} \quad (94)$$

Como $e^{\theta i} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$,

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta_m (\cos(-\alpha_m) + i \operatorname{sen}(-\alpha_m))} \quad (95)$$

Por identidade trigonométrica, $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ e $\text{sen}(-\theta) = -\text{sen}(\theta)$, então,

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta_m (\cos(\alpha_m) - i \text{sen}(\alpha_m))} \quad (96)$$

Rearranjando a Equação 96:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \sum_{m=1}^N \delta_m (\cos(\alpha_m)) - i \sum_{m=1}^N \delta_m (\text{sen}(\alpha_m))} \quad (97)$$

Fazendo: $A = 1 + \sum_{m=1}^N \delta_m (\cos(\alpha_m))$ e $B = \sum_{m=1}^N \delta_m (\text{sen}(\alpha_m))$, uma vez que $\delta_m = \delta(\omega\tau)^{-k_m}$, $\alpha_m = \frac{k_m\pi}{2}$ e que $\omega = 2\pi f$, onde f é a frequência, obtém-se:

$$A = 1 + \sum_{m=1}^N \delta(2\pi f\tau)^{-k_m} \left(\cos\left(\frac{k_m\pi}{2}\right) \right) \quad (98)$$

$$B = \sum_{m=1}^N \delta(2\pi f\tau)^{-k_m} \left(\text{sen}\left(\frac{k_m\pi}{2}\right) \right) \quad (99)$$

Com isso, é possível reduzir a Equação 97 à forma:

$$E^* = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{A - Bi} \quad (100)$$

Na Equação 100, multiplica-se $\frac{E_\infty - E_0}{A - Bi}$ por $A + Bi$ no numerador e no denominador,

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 - (Bi)^2} \quad (101)$$

Sendo $i^2 = -1$ na Equação 101, tem-se a Equação 102:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0) \times (A + Bi)}{A^2 + B^2} \quad (102)$$

Isolando-se os termos real e complexo na Equação 102, resulta:

$$E^* = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A + i \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (103)$$

Visto que $E^* = E_1 + iE_2$, distinguem-se as partes real e imaginária do módulo complexo, ou seja:

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A \quad (104)$$

$$E_2 = \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (105)$$

O módulo dinâmico $|E^*|$ em valor absoluto, por relação trigonométrica, é então:

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (106)$$

4.4. CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

Conforme observam-se nos itens 4.1-4.3, para todos os modelos, os módulos de armazenamento (E_1), dissipado (E_2) e dinâmico ($|E^*|$) são determinados conforme as Equações 107,108 e 109.

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} A \quad (107)$$

$$E_2 = \frac{(E_\infty - E_0)}{A^2 + B^2} B \quad (108)$$

$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (109)$$

Na Tabela 5, encontram-se os valores das variáveis A e B para cada modelo, determinados anteriormente. No caso do modelo GHS, seguindo o proposto por Zbiciak e Michalczyk (2014), adotou-se $N=3$.

Tabela 5 – Variáveis A e B referente aos modelos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS

Modelo	A	B
Huet-Sayegh	$1 + \frac{\delta \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h}$	$\frac{\delta \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\sin\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h}$
2S2P1D	$1 + \frac{\delta \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h}$	$\frac{\delta \text{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^k} + \frac{\text{sen}\left(\frac{h\pi}{2}\right)}{(2\pi f \times \tau)^h} + \frac{1}{2\pi f \times \tau \beta}$
GHS	$1 + \sum_{m=1}^N \delta (2\pi f \tau)^{-k_m} \left(\cos\left(\frac{k_m \pi}{2}\right) \right)$	$\sum_{m=1}^N \delta (2\pi f \tau)^{-k_m} \left(\text{sen}\left(\frac{k_m \pi}{2}\right) \right)$
GHS (N=3)	$1 + \frac{\delta \cos\left(\frac{k_1 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_1}} + \frac{\delta \cos\left(\frac{k_2 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_2}} + \frac{\delta \cos\left(\frac{k_3 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_3}}$	$\frac{\delta \text{sen}\left(\frac{k_1 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_1}} + \frac{\delta \text{sen}\left(\frac{k_2 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_2}} + \frac{\delta \text{sen}\left(\frac{k_3 \pi}{2}\right)}{(2\pi f \tau)^{k_3}}$

Fonte: o autor

A obtenção dos parâmetros presentes na Tabela 5 dependem da construção da curva mestra experimental, a qual se deu pelo princípio da superposição frequência-temperatura, seguindo as Equações 110 e 111.

$$\log \tilde{\omega} = \log(\omega \alpha_T) \quad (110)$$

$$\alpha_T = \frac{\omega_{T_{ref}}}{\omega} \quad (111)$$

Onde, $\omega_{T_{ref}}$ e ω são a frequência da temperatura de referência e a frequência da temperatura em questão, respectivamente. O parâmetro α_T é o fator de translação horizontal (*horizontal shift factor*) (Schapery, 1984). Uma vez encontrados, os fatores de translação horizontal alusivos a cada temperatura foram então introduzidos à Equação 112, gerando, por meio de regressão linear no software Excel®, o valor de $\tau = \tau_o$, para a temperatura de referência de 40° C e para todos os modelos.

$$\tau(\theta) = \alpha_T(\theta) \times \tau_o \quad (112)$$

Os demais parâmetros $h, k, E_\infty, E_0, \delta, \beta, k_1, k_2$ e k_3 determinaram-se, inicialmente, por meio da minimização do quadrado dos erros seguindo a Equação 113, sendo S o erro, E_1 e E_2 correspondem aos módulos de armazenamento e de perda preditos pelos modelos.

$$S = \sqrt{\sum (E_1 - E_1')^2 + \sum (E_2 - E_2')^2} \quad (113)$$

Os valores E_1' e E_2' são os módulos experimentais de armazenamento e de perda, respectivamente. A minimização do erro ocorreu pelo uso da ferramenta *Solver* do Excel®. No entanto, dada a dificuldade de ajuste das curvas teóricas aos dados experimentais, o presente trabalho traz como contribuição a inserção de duas constantes C_1 e C_2 , que multiplicam, respectivamente, as variáveis A e B nas Equações 107 e 108, passando ao formato das Equações 114 e 115. A Equação 109, por definição, permaneceu inalterada.

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_\infty - E_0)}{(C_1A)^2 + (C_2B)^2} (C_1A) \quad (114)$$

$$E_2 = \frac{(E_\infty - E_0)}{(C_1A)^2 + (C_2B)^2} (C_2B) \quad (115)$$

A introdução das referidas constantes permitiu ajustar as curvas sem alterar os modelos aplicados, uma vez que os valores de A e B permaneceram os mesmos definidos na Tabela 5. Além disso, notou-se que o *Solver* poderia ser mais eficiente quando adotados pesos multiplicando os somatórios exibidos na Equação 113. Dessa forma, introduziu-se à Equação 113 dois pesos P_1 e P_2 . Com isso, considerou-se, efetivamente, a Equação 116 na minimização dos erros, porquanto possibilitou melhor concordância entre os dados teóricos e os experimentais.

$$S = \sqrt{P_1 \sum (E_1 - E_1')^2 + P_2 \sum (E_2 - E_2')^2} \quad (116)$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. ANÁLISE DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Para análise viscoelástica do concreto asfáltico com ASAC, tem-se, na Tabela 6, os dados experimentais selecionados oriundos de Silva (2014), bem como os fatores de translação horizontal e frequências reduzidas. As informações contidas na referida tabela foram utilizadas para a construção das curvas isotérmicas (Figura 18a e 18b), isócronas (Figura 19a e 19b) e também da curva mestra (Figura 20b).

Tabela 6 – Dados experimentais obtidos de (Silva, 2014), fatores de translação horizontal e frequência reduzida

Temperatura	Frequência (Hz)	Fator de Translação Horizontal (α_T)	Frequência Reduzida (Hz)	Modulo dinâmico (MPa)	Ângulo de fase (graus)
25 ° C	1	124	124	1313	20.4
	3		372	1609	17.8
	10		1240	1921	15
30° C	1	43	43	1054	23.1
	3		129	1341	20.8
	10		430	1602	17.6
35° C	1	8.50	8.5	709	27.2
	3		25.5	979	24.46
	10		85	1211.6	21.4
40° C	1	1	1	437	30.4
	3		3	603	29.4
	10		10	751.8	28.5
45° C	1	0.126	0.126	258	34.2
	3		0.38	354	33.8
	10		1.26	442	35.2
50° C	1	0.036	0.036	189	35
	3		0.108	249	35.9
	10		0.360	336	39.4
55° C	1	0.0032	0.0032	79	37.2
	3		0.0096	130	38.7
	10		0.032	211	46.8

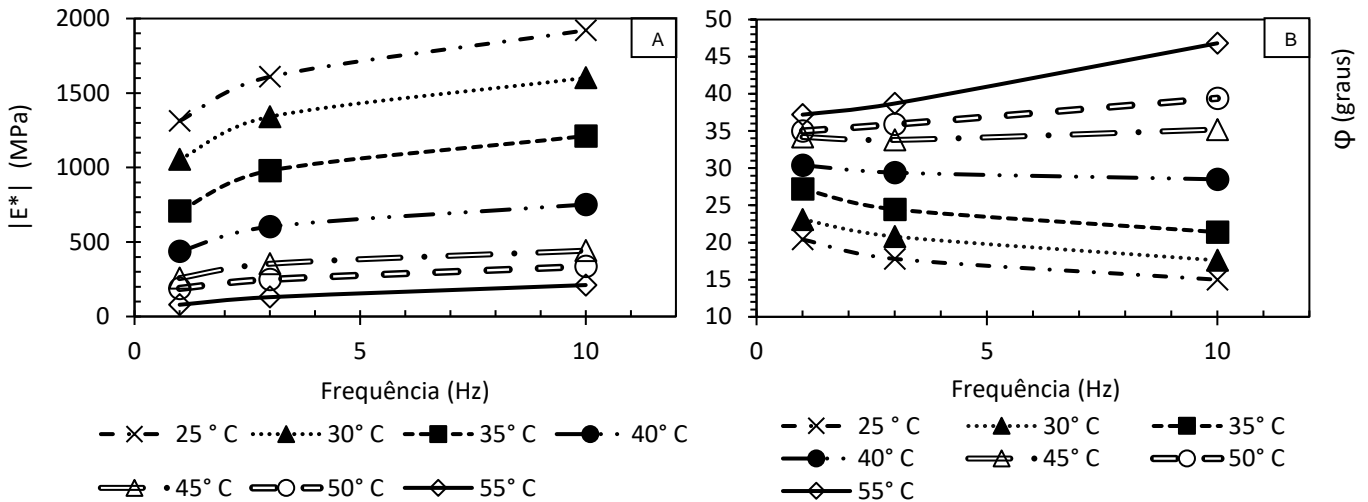
Fonte: o autor

As Figuras 18a e 18b exibem, respectivamente, as curvas isotérmicas para o módulo dinâmico ($|E^*|$) e para o ângulo de fase (Φ), que permitem avaliar o efeito da temperatura no compósito asfáltico estudado.

Conforme esperado, os valores de $|E^*|$ (Figura 18a) diminuíram, em média, 91% pela elevação da temperatura nas frequências de ensaio (TAN et al., 2020). No caso de Φ (Figura

18b), notou-se comportamento inverso, isto é, com o acréscimo da temperatura, as curvas se deslocaram no sentido ascendente para todas as frequências, o que demonstra incremento médio de 137% no ângulo de fase com a variação térmica (TAN et al., 2020).

Figura 18 – Curvas isotérmicas do módulo dinâmico (a) e do ângulo de fase (b)



Fonte: o autor

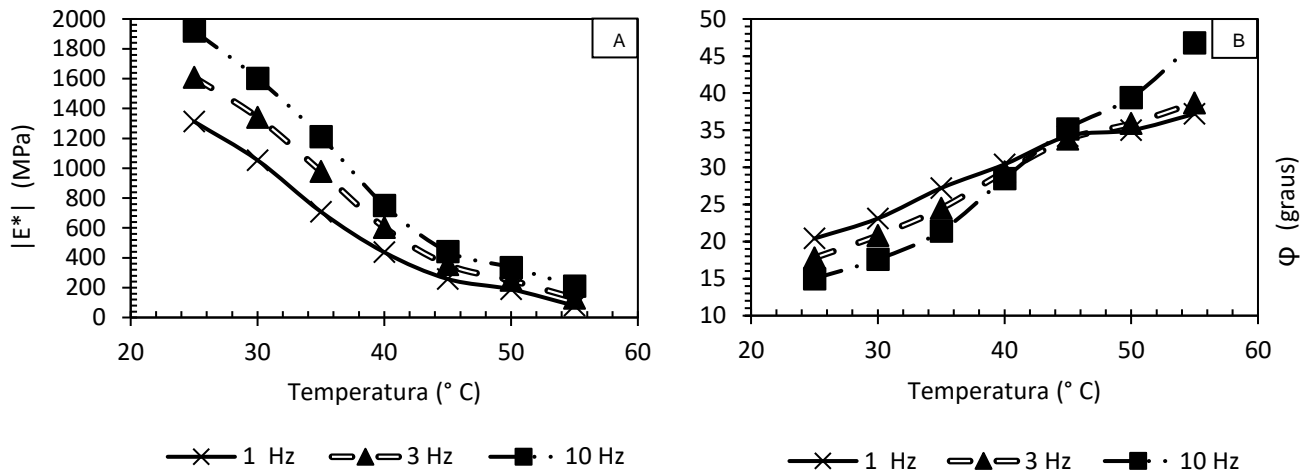
Esse comportamento está associado à característica viscoelástica do concreto asfáltico. Enquanto a componente elástica dá uma resposta instantânea a uma carga realizada sobre a amostra, a componente viscosa responde com um determinado atraso a esse esforço externo. Assim, devido ao comportamento viscoelástico, quando se aplica uma tensão constante sobre a amostra, ela se deforma continuamente ao longo do tempo. Ao se retirar o carregamento, a amostra não recupera parte do seu estado inicial instantaneamente, como acontece com um corpo elástico, mas lentamente, devido a sua componente viscosa.

Portanto, ao se aplicar um carregamento dinâmico, com uma certa frequência, esta fica defasada com a frequência da deformação. À medida em que a frequência do carregamento aumenta, diminui o intervalo de tempo entre um impacto e o impacto seguinte, assim como diminui o tempo de resposta da componente viscosa entre dois impactos, o que favorece o tempo de resposta da componente elástica, que é instantâneo. Assim, quanto maior a frequência, mais o sistema se aproxima do comportamento elástico, razão pela qual o módulo de elasticidade aumenta com a frequência.

Nas Figuras 19a e 19b, as curvas isócronas possibilitam analisar a influência da frequência em $|E^*|$ e ϕ , respectivamente, em função da temperatura. Para as temperaturas ensaiadas, o módulo dinâmico exibiu aumento médio de 80% com o incremento da frequência

em temperaturas inferiores a 30° C, enquanto para altas temperaturas a diferença foi menos expressiva (Figura 19a), semelhante ao observado em TAN et al. (2020) e AHMAD et al. (2020).

Figura 19 – Curvas isócronas do módulo dinâmico (a) e do ângulo de fase (b)



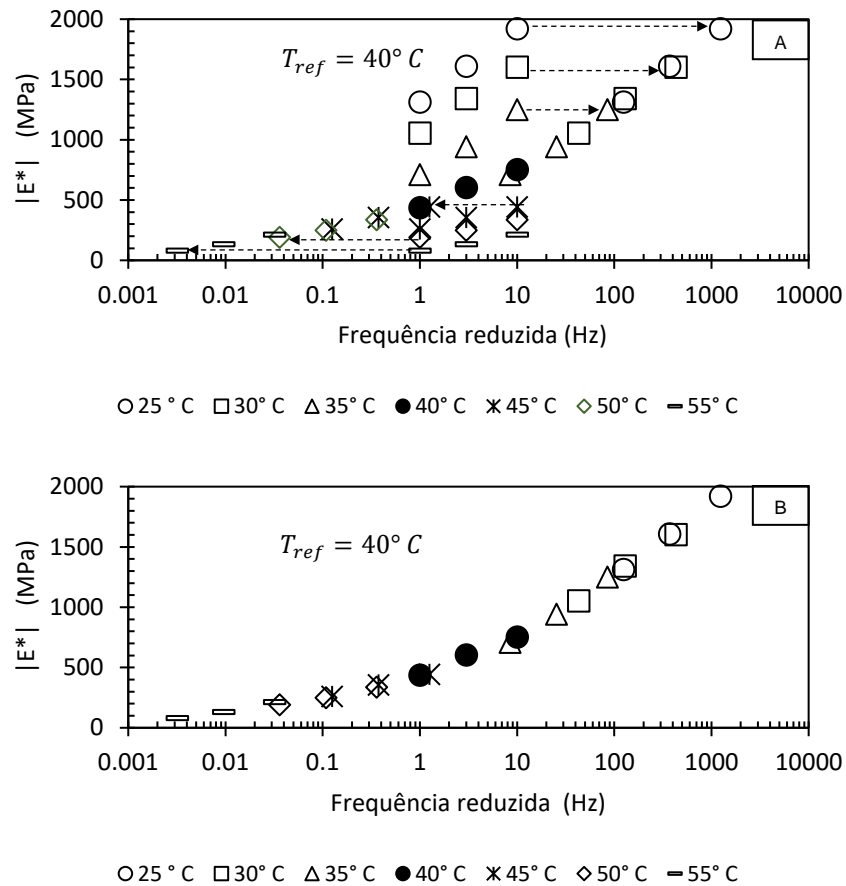
Fonte: o autor

Referente ao ângulo de fase (Figura 19b), inicialmente, houve uma redução média de 31% até a temperatura de 40° C e, a partir daí, houve uma inversão, na qual Φ passa então a ser acrescido, em média, 14% com a frequência, um resultado em acordo com a literatura, a qual mostra a ocorrência dessa inversão de comportamento num intervalo compreendido entre 30° C e 40° C a depender da composição asfáltica (ALI et al., 2016; TAN et al., 2020; AHMAD et al., 2020).

No presente trabalho, estabeleceu-se 40° C como a temperatura de referência, representativa das condições climáticas da região (Silva, 2014) e, seguindo o que definem as Equações 110 e 111, determinaram-se os fatores de translação horizontal (α_T) e as frequências reduzidas (Tabela 6).

Com isso, pelo princípio da superposição, curvas de uma determinada temperatura e frequência podem então ser transladadas para outra temperatura (Figura 20a), ajustando-se a frequência relacionada (Silva, 2014), obtém-se então a curva mestra experimental na temperatura de referência de 40° C (Figura 20b).

Figura 20 – Translação das curvas para a temperatura de referência (40° C) (a) e curva mestra experimental (b)



Fonte: o autor

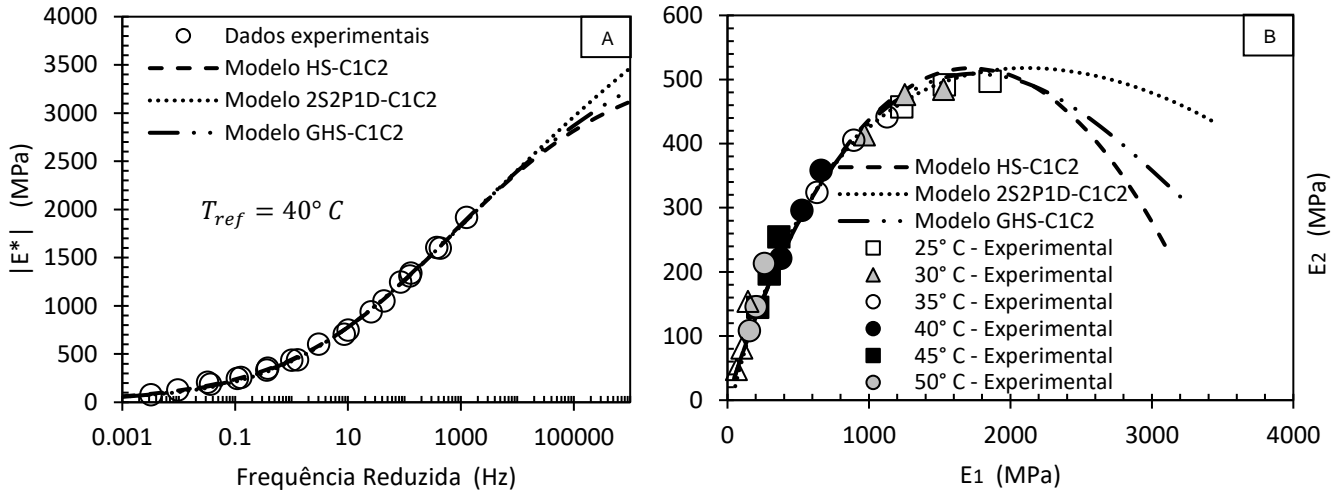
Na composição da curva mestra (Figura 20b), as frequências reduzidas variaram de 0.032 Hz a 1240 Hz e o módulo dinâmico, de 79 MPa a 1921 MPa, isto é, para baixas frequências de carregamento, o valor de $|E^*|$ reduziu de aproximadamente 96%, isso porque o caráter viscoelástico intrínseco ao concreto asfáltico o torna sensível ao tempo de carregamento, de maneira que, na curva mestra, quanto menor a frequência, menor o módulo dinâmico (BRONDANI et al., 2022; Primusz e Tóth, 2023; ZHOU et al.; 2024).

5.2. AJUSTE DOS MODELOS AOS DADOS EXPERIMENTAIS

A curva mestra experimental propiciou a calibração dos modelos e aquisição dos parâmetros necessários ao cálculo dos valores preditos de módulo dinâmico e ângulo de fase (seção 5.3). Pôde-se, então, construir as curvas mestras e o plano cole-cole contendo os dados teóricos e experimentais plotados nas Figuras 21a e 21b, respectivamente, onde se distinguem

os modelos pelo índice “C₁C₂”, sinalizando que se trata dos modelos de Huet-Sayegh (HS), 2S2P1D e GHS com a incorporação dos coeficientes C₁ e C₂.

Figura 21 – Curvas mestras com dados teóricos e experimentais (a) e plano cole-cole com dados teóricos e experimentais (b)



Fonte: o autor

Atinente às curvas mestras (Figura 21a), dentro da faixa de valores relativos aos ensaios laboratoriais, na temperatura de referência de 40° C, todos os modelos se adequaram bem aos dados experimentais, com coeficientes de determinação R² da ordem de 99%. As diferenças entre eles ocorreram apenas acima de 10000 Hz, o que se explica pelas diferenças entre os respectivos valores de E_{∞} em 2S2P1D (5365.16 MPa), GHS (4250.16 MPa) e Huet-Sayegh (4108.98 MPa), isso porque, à medida em que a frequência tende ao infinito, o valor do módulo dinâmico $|E^*|$ tende a E_{∞} (HAJIKARIMI et al., 2021).

Silva (2014) salienta que, na curva mestra, as frequências relativas aos pulsos de carga aplicados aos corpos de prova durante os ensaios, por fazerem uma relação com a passagem intermitente da roda dos veículos sobre um determinado ponto no pavimento, oferecem a possibilidade de estabelecer uma relação entre frequência e velocidade dos veículos. O autor verifica que a frequência de 1Hz é equivalente a cerca de 20 km/h, característica de trânsitos congestionados, e a frequência de 3Hz representa aproximadamente 40 km/h. Dessa forma, na temperatura de referência avaliada, para a pior condição, que é a de tráfego lento (1Hz), o módulo dinâmico da composição avaliada é de pouco mais que 400 MPa e, para o tráfego típico de 40 km/h (3Hz), aproximadamente 600 MPa.

No Brasil, conforme se verifica na norma 031/2006 – ES do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT, 2006), a especificação de serviço quanto ao

comportamento mecânico das misturas asfálticas é balizada, principalmente, pela resistência à tração (RT). Nesse sentido, Cunha (2018), ao avaliar comparativamente o ASAC e o agregado convencional seixo em compósitos asfálticos do tipo CA, encontra resultados de RT aproximadamente 65% superiores ao valor mínimo de 0,65 MPa exigido pelo DNIT (2006) para ambos os agregados, denotando que o ASAC é adequado e comparável à alternativa tradicional (seixo).

Porém, deve-se pontuar que o ensaio de RT é estático e realizado na temperatura de 25° C (DNIT, 2006), isto é, especifica-se, por meio de um experimento com carga estática, um material viscoelástico que, em serviço, opera sob carga dinâmica, além de haver generalização da temperatura de 25° C como referência para um país de climas diversos.

Sob essa perspectiva, o Departamento de Transportes de Nova Jersey (EUA), em colaboração com a Administração Federal de Rodovias dos Estados Unidos (*Federal Highway Administration - FHWA*) (FHWA, 2009), propôs um catálogo que especifica, em função da frequência e da temperatura, valores de módulo dinâmico recomendáveis de acordo com as diferentes usinas fornecedoras de mistura asfáltica da região e seus respectivos tipos de composição.

Embora a temperatura de 40° C não conste no citado documento (FHWA, 2009), as de 37.8° C (100° F) e 54.4° C (130° F) estão disponíveis e, por meio de interpolação, é possível realizar uma estimativa. Desse modo, na pior condição (1Hz e 40° C), os valores de módulo dinâmico, para as diferentes composições asfálticas de Nova Jersey (EUA), variam de 684 MPa a 1952 MPa, intervalo que não compreende os 400 MPa obtidos para o concreto asfáltico com ASAC.

Por conseguinte, ainda que o concreto asfáltico (CA) com ASAC seja recomendável quanto à RT preconizada pela norma nacional (CUNHA, 2018), quando analisado sob a expectativa de abordagens mais recentes, que levam em conta a reologia do compósito, há indicativo de que poderia não atender ao esperado, a depender da temperatura ambiente e velocidade do tráfego. Por outro lado, é importante levar em consideração que, segundo Silva (2014), o CAP utilizado na cidade não é o mais adequado ao clima local, o que pode comprometer o desempenho do concreto asfáltico.

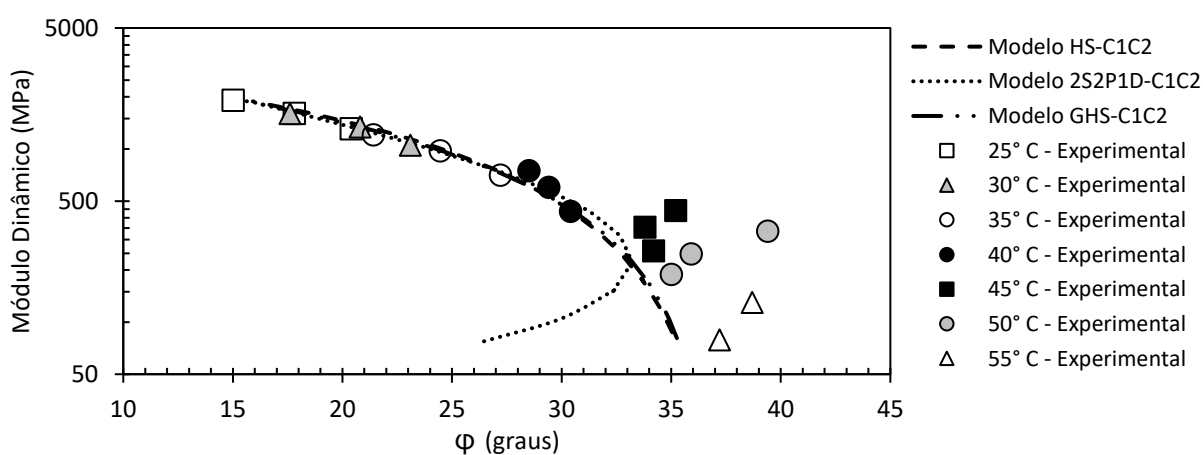
Além disso, é importante explicitar que, para uma avaliação fidedigna, estudo semelhante ao realizado pela FHWA (2009) deveria ser conduzido no âmbito local, levando em conta, de igual forma, as particularidades de cada região. Essa questão traz também à reflexão o uso do método tradicional tido como referência de especificação no país que, ao desconsiderar

o comportamento reológico do CA, pode estar, muitas vezes, superestimando o desempenho mecânico das misturas asfálticas.

Concernente ao plano cole-cole (Figura 21b), de igual modo, tanto Huet-Sayegh quanto 2S2P1D e GHS demonstraram boa previsão, exibindo R^2 em torno de 99% para ambos, E_1 e E_2 , no trecho ascendente das curvas. Contudo, dada a limitação imposta pelos dados experimentais disponíveis, em trabalhos futuros com participação do ASAC, é necessário investigação da eficiência dos modelos no segundo trecho das curvas (descendente), isto é, temperaturas abaixo de 25° C precisam ser estudadas. Isso porque, avaliando a Figura 21b, nota-se que os dados que compõem a curva experimental estão compreendidos no intervalo de 25° C à 55°C, ou seja, o primeiro trecho da curva representa o comportamento reológico da mistura asfáltica até a faixa das altas temperaturas, quando a rigidez do compósito asfáltico diminui e o módulo elástico (E_1) exibe seus menores resultados.

Analogamente, decrescendo a temperatura a valores abaixo de 25° C, perceber-se-ia aumento de rigidez do compósito asfáltico e, conseqüentemente, de E_1 , sendo possível visualizar o segundo trecho da curva no plano cole-cole, em outros termos, o intervalo que compreende o comportamento reológico até a faixa das baixas temperaturas. Acrescente-se que, na oportunidade dos ensaios conduzidos por Silva (2014), não havia métodos nacionais estabelecidos oficialmente para realização dos experimentos e, mesmo após quase uma década, o ensaio de flexão a quatro pontos permanece sem norma específica no país.

Figura 22 – Espaço de Black com dados experimentais e teóricos



Na Figura 22, plota-se o diagrama do Espaço de Black com resultados laboratoriais e preditos por Huet-Sayegh- C_1C_2 , 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 . Nele, é estabelecida uma relação

entre módulo dinâmico e ângulo de fase. Segundo Mensching et al. (2015), uma característica desse diagrama no estudo de misturas asfálticas é um valor de pico do ângulo de fase que, no concreto asfáltico com ASAC, parece estar entre 35° e 40°, ponto a partir do qual diminui. Outros trabalhos, como o de TAN et al. (2020) e AHMAD et al. (2020), também obtiveram picos dentro desse intervalo.

Esse comportamento do ângulo de fase, caracterizado por aumento até o valor de pico seguido de diminuição gradual, ocorre devido à interação do ligante asfáltico com o agregado (MENSCHING et al., 2015). Em baixas temperaturas, a volumetria da mistura e a rigidez do ligante controlam o comportamento (MENSCHING et al., 2015). Em altas temperaturas, devido à baixa rigidez e fluxo viscoso do ligante asfáltico, a estrutura do agregado passa a dominar o comportamento (MENSCHING et al., 2015). Acrescente-se que, quanto mais próximo de 90° o ângulo de fase estiver, mais o compósito asfáltico tende a exibir a característica viscosa e, quanto mais tender a 0°, mais evidenciará a propriedade elástica (BALBO, 2015).

Ou seja, a medida em que a temperatura se eleva, diminui o poder de aglutinação que o ligante asfáltico tem de preservar a organização estrutural que o mantém. A rigidez da mistura, por sua vez, diminui, crescendo o ângulo de fase. Se não houvesse os agregados, o ângulo de fase poderia continuar aumentando e tendendo a 90°, no entanto, quando o cimento asfáltico de petróleo (CAP) perde o domínio da rigidez, o intertravamento proporcionado pelo agregado assume o controle, impedindo que o incremento do ângulo de fase continue.

Com isso, infere-se que o ponto de inflexão compreendido entre 35° e 40° na Figura 22 representa o momento no qual o domínio da rigidez da mistura asfáltica transita do CAP para o agregado, de modo que as variações que podem ocorrer após esse ponto resultam, principalmente, da resposta do agregado à alternância da frequência de carregamento, já que o ligante atingiu o seu limite de influência.

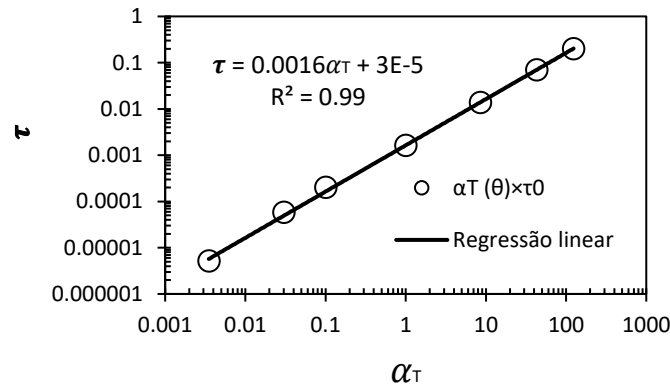
Referente à previsão dos modelos, para valores de Φ até 30°, todos se adequaram aos dados laboratoriais, com coeficiente de determinação R^2 variando entre 98% e 99%. A partir daí, embora Huet-Sayegh e GHS tenham predito resultados mais próximos, todos se mostram distantes do esperado, com 2S2P1D sendo o que mais divergiu.

5.3. ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS

A construção da curva experimental mestra implicou a determinação dos fatores de translação horizontal (α_T) associados às temperaturas de ensaio que, por sua vez, possibilitaram o cálculo do parâmetro $\tau = \tau_0$ por meio de regressão linear (Figura 23), conforme definição da

Equação 112. Na Figura 23, ao substituir o valor de $\alpha_T = 1$ na equação da reta, ou seja, o valor de α_T na temperatura de referência (40° C), resulta $\tau = \tau_0 = 1.63E - 03$ s. Como todos os modelos têm origem em Huet-Sayegh, τ tem a mesma definição e valor para todos os modelos conforme se constata na Equação 29.

Figura 23 – Regressão linear utilizada na determinação do parâmetro τ



Fonte: o autor

O tempo característico $\tau = \tau_0$ varia com a temperatura de referência, é uma característica intrínseca do material e denota o tempo de atraso para que o comportamento elástico ocorra em decorrência da parcela viscosa (WU et al., 2018; WANG et al., 2022).

Tabela 7 – Parâmetros dos modelos avaliados, coeficientes de ajuste e pesos usados na minimização dos erros

Parâmetros	Modelos		
	Huet-Sayegh-C ₁ C ₂	2S2PID-C ₁ C ₂	GHS-C ₁ C ₂
E_0 (MPa)	0	36.80	0
E_∞ (MPa)	4108.98	5365.16	4250.16
k	0.21	0.16	-
h	0.33	0.43	-
k_1	-	-	0.072
k_2	-	-	0.33
k_3	-	-	0.307
δ	0.84	2.32	1.08
τ (s)	1.63E-03	1.63E-03	1.63E-03
β	-	5049.93	-
Coefficientes de ajuste	Huet-Sayegh-C₁C₂	2S2PID-C₁C₂	GHS-C₁C₂
C_1	1.14	0.99	0.79
C_2	1.60	1.36	1.07
Pesos	Huet-Sayegh-C₁C₂	2S2PID-C₁C₂	GHS-C₁C₂
P_1	0.31	0.11	1.00
P_2	2.23E-07	3.84E-07	1.00

Fonte: o autor

Após calculado $\tau = \tau_0 = 1.63E - 03$ s, procedeu-se a calibração dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 , 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 conforme item 4.4 da presente dissertação, o que implicou as informações contidas na Tabela 7. Na tabela 7, o parâmetro E_∞ é equivalente ao módulo puramente elástico (NILSON et al., 2002) e exibiu maior valor para o modelo 2S2P1D- C_1C_2 referente à Huet-Sayegh- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 , os quais alcançaram resultados próximos.

Respeitante a E_0 , trata-se de uma grandeza referente à resistência residual em altas temperaturas (NILSON et al., 2002) e, no presente trabalho, foi nulo em todos os modelos avaliados, com exceção de 2S2P1D- C_1C_2 . Atinente a δ , função da natureza do ligante e da curva granulométrica (Almeida et al., 2018), no modelo 2S2P1D- C_1C_2 , foi superior aos demais em aproximadamente 115% (GHS- C_1C_2) e 176% (Huet-Sayegh- C_1C_2).

Os parâmetros k e h , comuns aos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 e 2S2P1D- C_1C_2 , referem-se às tangentes que passam pelos trechos descende e ascendente da curva no plano cole-cole, respectivamente (OLARD e DI BENEDETTO, 2003). Referente a k , obteve-se resultado cerca de 31% maior em Huet-Sayegh- C_1C_2 . Concernente a h , foi em torno de 30% superior no modelo 2S2P1D- C_1C_2 . Ainda pertinente ao 2S2P1D- C_1C_2 , tem-se β , que controla a inclinação da curva mestra em baixas frequências, de modo que, quanto maior for o seu valor, maior será o de $|E^*|$ (YUSOFF et al., 2013). Nessa pesquisa, β resultou em 5049.93.

Particulares do modelo GHS- C_1C_2 , K_1 , K_2 e K_3 variaram de 0.072 a 0.33. A natureza desses parâmetros necessita de melhor investigação em pesquisas posteriores, já que, durante investigação bibliográfica para o presente trabalho, o artigo dos autores que propõem o modelo foi a única referência, e não entra no mérito. No entanto, possivelmente, representem tangentes à curva do plano cole-cole, uma vez que, assim como Huet-Sayegh- C_1C_2 e 2S2P1D- C_1C_2 , advêm dos elementos parabólicos.

A inserção dos pesos P_1 e P_2 na Equação 116 foi o primeiro recurso adotado na busca de adequar os modelos aos dados experimentais, relacionando P_1 ao módulo de armazenamento (E_1) e P_2 ao módulo de perda (E_2) (Tabela 7). A intenção inicial foi induzir o *Solver* a melhorar as iterações onde havia maior dificuldade de se alcançar o que era esperado dos modelos, o que, de fato, aconteceu, embora ainda aquém do que se observava nos artigos científicos. Isso motivou, posteriormente, a adoção dos coeficientes C_1 e C_2 .

As Equações 114 e 115 representam, respectivamente, o módulo de armazenamento e de perda teóricos referentes a todos os modelos avaliados. Nota-se nelas que E_∞ e E_0 são constantes e A e B , variáveis. Dessa forma, verifica-se que os resultado de E_1 e E_2 são influenciados, principalmente, por A e B . Tem-se ainda que, ao analisar isoladamente os termos

$\frac{(E_{\infty}-E_0)}{(C_1A)^2+(C_2B)^2} (C_1A)$ na Equação 114, e $\frac{(E_{\infty}-E_0)}{(C_1A)^2+(C_2B)^2} (C_2B)$ na Equação 115, observa-se que A é determinante para o resultado final de E_1 , assim como B é para E_2 . Tal implicação recai também sobre C_1 e C_2 , relacionando-os a E_1 e E_2 , respectivamente.

$$E_1 = E_0 + \frac{(E_{\infty} - E_0)}{(C_1A)^2 + (C_2B)^2} (C_1A) \quad (114)$$

$$E_2 = \frac{(E_{\infty} - E_0)}{(C_1A)^2 + (C_2B)^2} (C_2B) \quad (115)$$

$$S = \sqrt{P_1 \sum (E_1 - E_1')^2 + P_2 \sum (E_2 - E_2')^2} \quad (116)$$

Na Tabela 7, ao associar P_1 e C_1 e também P_2 e C_2 , em Huet-Sayegh e 2S2P1D, nota-se que os valores dos pesos P_1 são diretamente proporcionais aos coeficientes C_1 , enquanto os pesos P_2 são inversamente proporcionais aos de C_2 . Tem-se ainda que os coeficientes C_2 são maiores que os C_1 nos modelos citados.

Ainda em relação a Huet-Sayegh- C_1C_2 e 2S2P1D- C_1C_2 , observando os valores de C_2 , percebe-se que representam uma compensação maior comparados aos resultados de C_1 nas Equações 114 e 115, isto é, na minimização dos erros, espera-se menor “esforço” do *Solver* para ajustar E_2 na Equação 116, uma vez que C_2 , por si, já realiza boa parte do ajuste. Isso pode refletir os valores ínfimos de P_2 , ou seja, pouco refino foi ainda necessário para que se atingissem os melhores valores de E_2 .

No caso dos coeficientes C_1 , por serem menores relativos aos C_2 , maior “esforço” foi requerido na minimização dos erros, o que pode ter resultado na obtenção de pesos P_1 maiores. O modelo GHS, em particular, exibiu $P_1=P_2=1$, indicativo de que a simples inserção de C_1 e C_2 foram suficientes em ajustar o modelo sem necessidade de refino adicional na minimização dos erros.

Os coeficientes C_1 e C_2 possibilitam ainda avaliar em que nível A e B necessitaram de ajuste para que E_1 e E_2 se adequem ao que se obteve em laboratório. Na Tabela 7, para o modelo de Huet-Sayegh- C_1C_2 , C_1 e C_2 resultaram em, respectivamente, 1.14 e 1.60, isto é, para que houvesse concordância entre o que ensaios forneceram e o que foi predito pelo modelo, um aumento de 14% e 60% nos respectivos valores de A e B foi necessário, o que pode inferir que

o modelo de Huet-Sayegh- C_1C_2 apresenta maior sensibilidade na previsibilidade de E_2 alusivo aos dados experimentais.

No caso de 2S2P1D- C_1C_2 , C_1 reduziu A em 1% e C_2 cresceu B em 36%, indicativo de que, nesse modelo, a previsão de E_2 tende a ser mais sensível aos dados experimentais (Tabela 7). Já para o modelo GHS- C_1C_2 , tem-se $C_1 = 0.79$ e $C_2=1.07$, o que o difere dos demais por exibir redução de 21% em A e um aumento de apenas 7% em B, apontando para uma sensibilidade menor de E_2 aos dados experimentais, o que, nesse sentido, o coloca em vantagem relativo à 2S2P1D- C_1C_2 e Huet-Sayegh- C_1C_2 (Tabela 7).

É importante destacar que os coeficientes de ajuste foram incorporados às Equações 114 e 115, nas quais estão contidos outros valores que compõem o resultado final. Dessa forma, seus valores, por si, não refletem integralmente o que é predito pelos cálculos, mas possivelmente vislumbrem em que aspecto pode haver maior ou menor debilidade dos modelos na capacidade de prever os resultados laboratoriais.

Isto posto, enquanto C_1 e C_2 realizam um ajuste “grosso” nos cálculos, P_1 e P_2 parecem contribuir para um ajuste “fino”. Porém, cabe destacar que, na literatura, durante revisão bibliográfica para a composição do presente trabalho, não se identificou a utilização desses recursos para aprimoramento dos resultados oriundos dos modelos estudados, sugere-se, assim, que podem ser uma proposta de solução inédita e útil ao estudo de materiais alternativos, uma vez que os modelos estudados foram concebidos, primariamente, para uso em concretos asfálticos convencionais. Recomenda-se, adiante, uma avaliação estatística dos coeficientes e dos pesos para melhor compreensão de suas correlações.

Os modelos Huet-Sayegh- C_1C_2 , 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 também foram comparados quanto a sua acurácia na previsão do módulo dinâmico ($|E^*|$), dos módulos de armazenamento (E_1) e perda (E_2), bem como do ângulo de fase (Φ). Seguindo o demonstrado em Silva (2014), avaliou-se ainda o desempenho dos modelos quanto as frequências reduzidas f em baixa ($f < 1$ Hz), média ($1 \text{ Hz} \leq f \leq 3 \text{ Hz}$) e alta intensidade ($f > 3 \text{ Hz}$).

Na Figura 24, por meio do coeficiente de determinação R^2 , os modelos Huet-Sayegh- C_1C_2 , 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 são avaliados quanto aos dados experimentais. Na Tabela 8, estuda-se o desempenho deles quanto às zonas de baixa, média e alta frequência.

Figura 24 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a), 2S2P1D- C_1C_2 (b) e GHS- C_1C_2 (c) na previsão do módulo dinâmico $|E^*|$

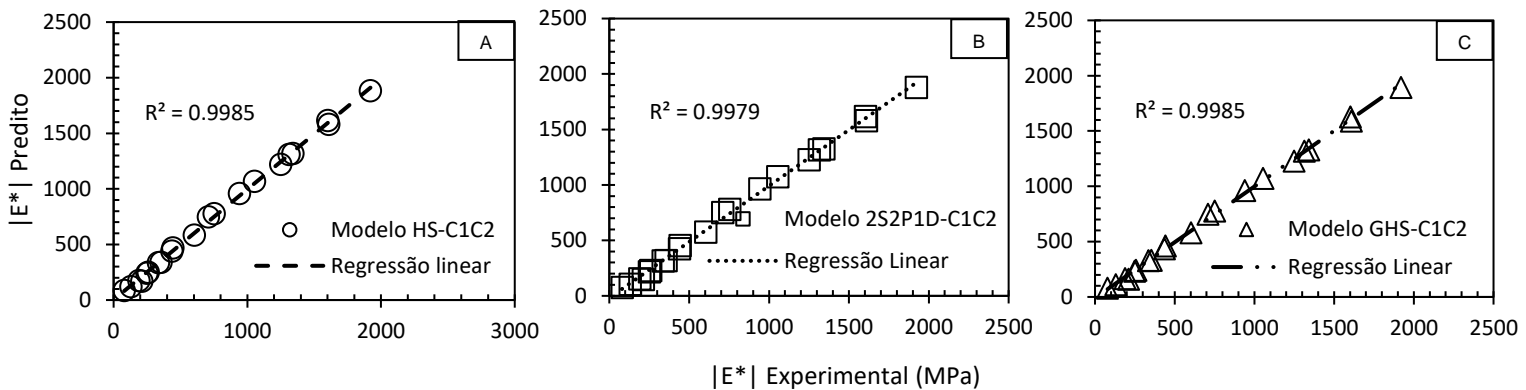


Tabela 8 – Avaliação dos modelos por faixa de frequência

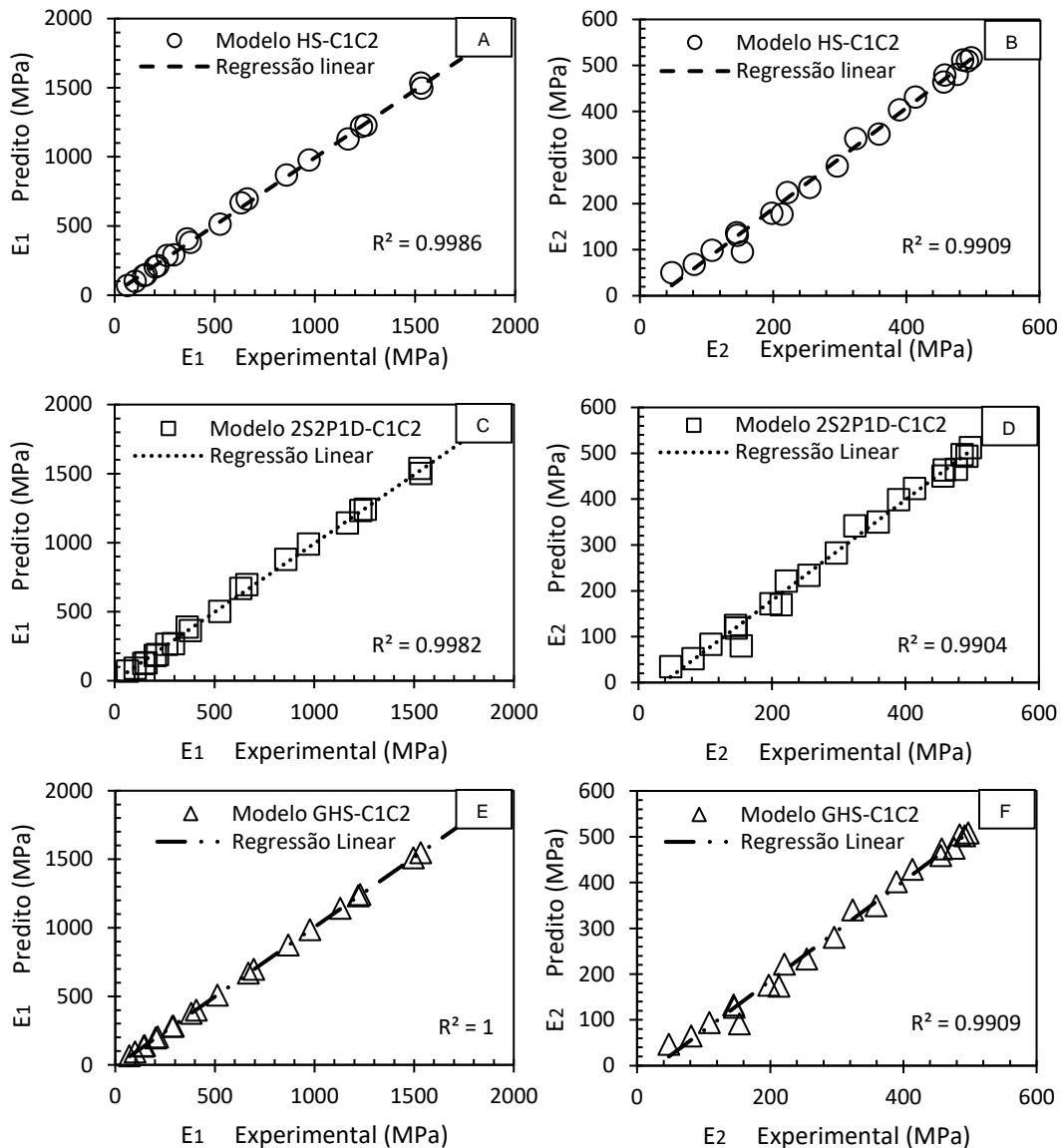
Modelo	Frequência reduzida (f)		
	Baixa ($f < 1$ Hz)	Média ($1 \text{ Hz} \leq f \leq 3 \text{ Hz}$)	Alta ($f > 3$ Hz)
	R^2	R^2	R^2
Huet-Sayegh- C_1C_2	0.9509	0.9769	0.9980
2S2P1D- C_1C_2	0.9784	0.9770	0.9983
GHS- C_1C_2	0.9856	0.9771	0.9981

Fonte: o autor

Em geral, após inserção dos coeficientes C_1 e C_2 , todos os modelos foram eficientes em prever os valores de $|E^*|$, conforme se observa pelos R^2 superiores a 99% (Figura 24). Huet-Sayegh- C_1C_2 , 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 previram o módulo dinâmico menor que o obtido em laboratório, com resultados em média 0.79%, 4.97% e 2.51% menores que o experimental, respectivamente. Isso indica que, comparados a Huet-Sayegh- C_1C_2 , os demais modelos estimam módulos dinâmicos menos rígidos.

Embora, via de regra, estimativas satisfatórias tenham sido alcançadas, ao particularizar o estudo de $|E^*|$ por faixas de frequência reduzida (Tabela 8), outros aspectos podem ser melhor observados. Por exemplo, em baixa intensidade ($f < 1$ Hz), GHS- C_1C_2 foi o mais preciso ($R^2 = 98,56\%$) e Huet-Sayegh- C_1C_2 aquele com menor acurácia relativo aos demais (95,09%). Na faixa de médias ($1 \text{ Hz} \leq f \leq 3 \text{ Hz}$) e altas frequências reduzidas ($f > 3 \text{ Hz}$), todos exibiram resultado similar.

Figura 25 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a-b), 2S2P1D- C_1C_2 (c-d) e GHS- C_1C_2 (e-f) na previsão dos módulos de armazenamento (E_1) e perda (E_2)



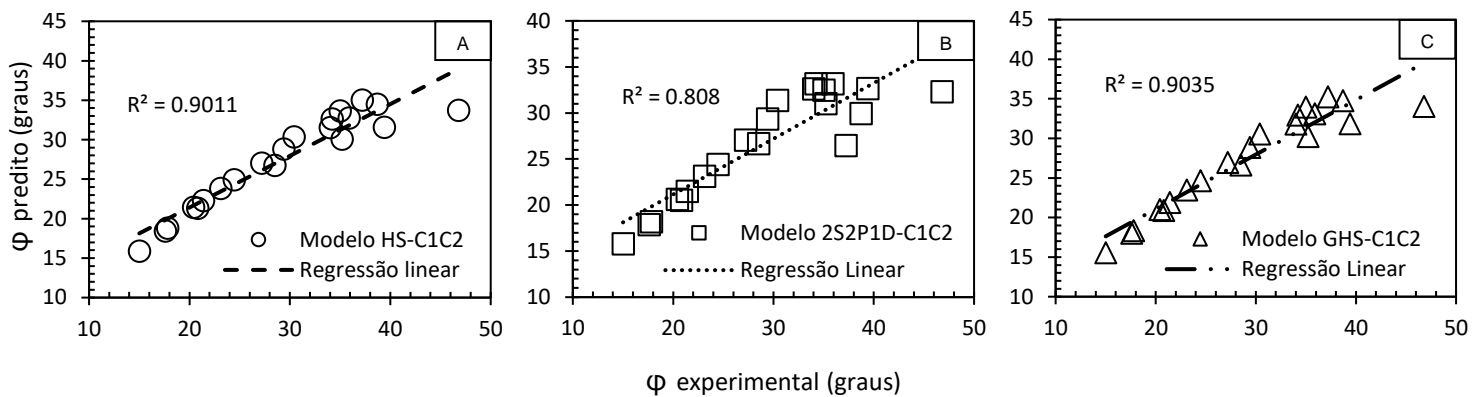
Fonte: o autor

De forma geral, com os devidos ajustes, todos os modelos fizeram boa previsão também dos módulos de armazenamento (E_1) e de perda (E_2), segundo a Figura 25a-f. Específico a E_1 , ainda que por ínfima diferença, o modelo GHS- C_1C_2 foi mais eficiente. Por outro lado, concernente à E_2 , GHS- C_1C_2 foi tão preciso quanto Huet-Sayegh- C_1C_2 . Com maior rigor, pode-se dizer que GHS- C_1C_2 foi o mais acurado e aquele que melhor representou o plano cole-cole, enquanto 2S2P1D- C_1C_2 foi o menos acurado entre os três modelos estudados.

Na média, Huet-Sayegh- C_1C_2 calculou resultados de E_1 aproximadamente 1.60% maiores do que aquilo que se obteve em laboratório, já 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 , alusivo aos

dados experimentais, previram valores percentualmente menores, em média, 2.16% e 0.26%, respectivamente. Respeitante aos resultados dos ensaios, E_2 decresceu, em média, 3.75%, 5.75% e 9.59% quanto aos respectivos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 , GHS- C_1C_2 e 2S2P1D- C_1C_2 .

Figura 26 – Acurácia dos modelos de Huet-Sayegh- C_1C_2 (a), 2S2P1D- C_1C_2 (b) e GHS- C_1C_2 (c) na previsão do ângulo de fase (Φ)



Fonte: o autor

O ângulo de fase (Figura 26) apresentou maior dificuldade de previsibilidade referente ao módulo dinâmico. Tal dificuldade pode ter origem da dispersão dos dados, já que, segundo Nobakht e Sakhaeifar (2018), a aferição precisa do ângulo de fase experimental é desafiadora, especialmente em baixas frequências ou altas temperaturas, onde o ruído dificulta a leitura adequada do tempo de atraso entre as ondas de carga e deformação. Silva et al. (2021) corrobora esclarecendo que esse fenômeno se dá pela interferência da vibração natural da viga durante o ensaio.

Outro fator, que pode ocasionar erros, está relacionado à calibração do aparato de teste, o qual, segundo Nobakht e Sakhaeifar (2018), é geralmente regulado com um dispositivo sólido de ângulo de fase zero. Contudo, a calibração adequada deveria utilizar material padronizado, cuja rigidez e o ângulo de fase se assemelhassem aos da mistura asfáltica, uma opção que ainda não está disponível, resultando em certa variabilidade na leitura do ângulo de fase.

Isso se refletiu nos coeficientes de determinação R^2 encontrados, com valores de não mais que cerca de 90% para Huet-Sayegh- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 . O modelo 2S2P1D- C_1C_2 assumiu a estimativa menos eficiente ($R^2 = 80.80\%$) relativo aos demais (Figura 24b). Percentualmente,

em média, os dados teóricos obtidos foram inferiores em 3.73%, 4.16% e 6.06% quando comparados aos experimentos em respectivo aos modelos Huet-Sayegh- C_1C_2 , GHS- C_1C_2 e 2S2P1D- C_1C_2 . Na previsão dos ângulos de fase, novamente, o modelo GHS- C_1C_2 obteve o melhor desempenho frente aos outros. Porém, para uma comparação mais acertada, testes futuros com mais dados e maior refino devem ser conduzidos, dado que todos os modelos, em certo grau, tiveram sua eficiência diminuída pela precisão dos dados experimentais.

6. CONCLUSÃO

O trabalho proposto superou as dificuldades iniciais de adequação dos dados experimentais aos modelos de Huet-Sayegh, 2S2P1D e GHS por meio da proposta de uma metodologia que pode ser aplicada a materiais não tradicionais, como o concreto asfáltico com ASAC, agregado essencial para regiões com abundância de argila e carência de material pétreo.

A introdução dos coeficientes de ajuste (C_1 e C_2) e dos pesos (P_1 e P_2) foram determinantes para uma aproximação mais eficiente entre os resultados teóricos e experimentais. Após inserção desses recursos matemáticos, as curvas mestras de todos os modelos se adequaram bem aos dados experimentais, com coeficientes de determinação R^2 da ordem de 99%.

Relativo ao plano cole-cole, igualmente, tanto Huet-Sayegh- C_1C_2 quanto 2S2P1D- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 tiveram boa previsão, exibindo R^2 em torno de 99% para ambos, E_1 e E_2 , no trecho ascendente das curvas.

Quanto a Espaço de Black, houve boa previsão dos modelos para valores de ϕ até 30° ($98\% \leq R^2 \leq 99\%$). A partir daí, embora Huet-Sayegh- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 tenham predito resultados mais próximos, todos se mostram distantes do esperado, com 2S2P1D- C_1C_2 sendo o mais divergente, o que pode estar relacionado à dispersão dos dados.

Na avaliação comparativa, em geral, após inserção dos coeficientes C_1 e C_2 , todos os modelos foram eficientes em prever os valores de $|E^*|$, obtendo R^2 superiores a 99%. Porém, ao particularizar o estudo em baixas ($f < 1\text{Hz}$), médias ($1\text{ Hz} \leq f \leq 3\text{ Hz}$) e altas frequências ($f > 3\text{ Hz}$) reduzidas, GHS- C_1C_2 foi o mais preciso e Huet-Sayegh- C_1C_2 aquele com menor acurácia relativo aos demais. Na faixa de médias e altas frequências reduzidas, todos exibiram resultado similar.

Com os devidos ajustes, de forma geral, todos os modelos fizeram boa previsão também dos módulos de armazenamento (E_1) e de perda (E_2). Especificamente E_1 , ainda que por ínfima diferença, obteve maior eficiência de previsão no modelo GHS- C_1C_2 . Por outro lado, concernente à E_2 , GHS- C_1C_2 foi tão preciso quanto Huet-Sayegh- C_1C_2 . Adotando uma avaliação mais conservadora, pode-se dizer que GHS- C_1C_2 foi o mais acurado e aquele que melhor representou o plano cole-cole, enquanto 2S2P1D- C_1C_2 foi o menos acurado entre os três modelos estudados.

O ângulo de fase apresentou a maior dificuldade de previsibilidade, o que refletiu nos coeficientes de determinação R^2 , que não foram mais que cerca de 90% para Huet-Sayegh- C_1C_2 e GHS- C_1C_2 . O modelo 2S2P1D assumiu a estimativa menos eficiente ($R^2 = 80.80\%$).

Pertinente a C_1 e C_2 , sugere-se que são responsáveis por um ajuste “grosso” nos cálculos, enquanto P_1 e P_2 parecem contribuir para um ajuste “fino”. Como avaliação geral, o modelo GHS- C_1C_2 mostrou o melhor desempenho no estudo teórico-experimental do concreto asfáltico com ASAC. Além disso, a metodologia diferenciada proposta pode ser útil no estudo teórico e laboratorial de compósitos asfálticos alternativos, dado que os modelos analisados foram concebidos, primariamente, para concretos asfálticos convencionais.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugere-se os tópicos a seguir elencados:

- Investigar a eficiência dos modelos no segundo trecho do plano cole-cole (descendente);
- Estudar o desempenho dos modelos no segundo trecho do diagrama de Black;
- Avaliar em mais detalhes os parâmetros K_1 , K_2 e K_3 do modelo GHS- C_1C_2 a fim de compreender melhor sua natureza;
- Realizar número maior de ensaios para obtenção de mais dados referentes ao ângulo de fase;
- Avaliar com recursos estatísticos os coeficientes e os pesos para melhor entendimento de suas correlações com os modelos;
- Realizar ensaios de investigação química no ASAC como difração de raios-X (DRX) e fluorescência de raios-X;
- Estudar o CA com ASAC utilizando CAP modificado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO T342: Standard Method of Test for Determining Dynamic Modulus of Hot Mix Asphalt (HMA). AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. Estados Unidos da América: AASHTO, 2019.

AHMAD, J.; HAININ, M. R.; SHAFFIE, E.; MASRI, K. A.; SHAFFI, M. A. Effect of temperature on phase angle and dynamic modulus of asphalt mixtures using SPT. In: Materials Science Forum. Trans Tech Publications Ltd, p. 99-104, 2020.

AIDARA, M. L. C.; BA, M.; CARTER, A. Choice of an advanced rheological model for modeling the viscoelastic behavior of hot mixtures asphalt (HMA) from Senegal (West Africa). Open Journal of Civil Engineering, 5(03), 289, 2015.

ALI, Y.; IRFAN, M.; AHMED, S.; KHANZADA, S.; MAHMOOD, T. Investigation of factors affecting dynamic modulus and phase angle of various asphalt concrete mixtures. Materials and Structures, v. 49, p. 857-868, 2016.

ALMEIDA, A. J.; MOMM, L.; TRICHÊS, G.; SHINOHARA, K. J. Evaluation of the influence of water and temperature on the rheological behavior and resistance to fatigue of asphalt mixtures. Construction and Building Materials, 158, 401-409, 2018.

ASTM-C128. Standard Test Method for Relative Density (Specific Gravity) and Absorption of Fine Aggregate. AMERICAN SOCIETY OF TESTING MATERIALS, Estados Unidos da América, 2015.

ASTM-C131. Standard Test Method for Resistance to Degradation of Small-Size Coarse Aggregate by Abrasion and Impact in the Los Angeles Machine. AMERICAN SOCIETY OF TESTING MATERIALS, Estados Unidos da América, 2014.

ASTM-C136. Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates. AMERICAN SOCIETY OF TESTING MATERIALS, Estados Unidos da América, 2014.

ASTM-C188. Standard Test Method for Density of Hydraulic Cement. AMERICAN SOCIETY OF TESTING MATERIALS, Estados Unidos da América, 2017.

AURANGZEB, Q.; OZER, H.; L.AL-QADI, I.; HILTON, H. H. Viscoelastic and Poisson's ratio characterization of asphalt materials: critical review and numerical simulations. Materials and Structures, v. 50, n. 1, p. 1–12, 2017.

BALBO, J. T. Pavimentação asfáltica: materiais, projeto e restauração. Oficina de Textos, 2015.

BARBOSA, C. A.; MONTEIRO, A. K. C.; Frota, C. A. SMA Mix with Sintered Aggregate of Calcinated Clay (SACC) and Curauá Fiber. EUROPEAN ACADEMIC RESEARCH, v. VIII, p. 256-269, 2020.

BENTO, A. H.; FROTA, C. A. Mapeamento geotécnico da área urbana de Manaus em seu aspecto ambiental. In: 4º Congresso Brasileiro de Geologia de Engenharia Congresso Brasileiro de Geotecnia Ambiental, 1999, p. 71-77.

BRONDANI, C.; VESTENA, P. M.; FACCIN, C.; SCHUSTER, S. L.; SPECHT, L. P.; PEREIRA, D.S. Moisture susceptibility of asphalt mixtures: 2S2P1D rheological model approach and new index based on dynamic modulus master curve changes. Construction and Building Materials, 331, 127316, 2022.

CARRET, J. C.; DI BENEDETTO, H.; SAUZÉAT, C. Characterization of Asphalt Mixes Behaviour from Dynamic Tests and Comparison with Conventional Cyclic Tension–Compression Tests. Applied Sciences, 8(11), 2117, 2018.

CUNHA, M. J. A.; SILVA, C. L.; LIMA, C. A. P.; FROTA, C. A. Efeito da temperatura no comportamento mecânico de misturas asfálticas com agregados sinterizados de argila calcinada (ASAC). Materia-Rio de Janeiro, v. 23, p. 11970, 2018.

DAOUDI, A.; PERRATON, D.; DONY, A.; CARTER, A. From complex modulus E^* to creep compliance $D(t)$: Experimental and modeling study. *Materials*, 13(8), 1945, 2020.

DENATRAN. Departamento Nacional de Trânsito. Estatísticas - Frota de Veículos – DENATRAN, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/conteudo-denatran/estatisticas-frota-de-veiculos-denatran>. Acesso em: Março/2021.

DETRAN-AM. Departamento Estadual de Trânsito do Amazonas Relatório Anual 2018. Amazonas, Brasil, 2018.

DETRAN-AM. Departamento Estadual de Trânsito do Amazonas. Anuário 2013. Departamento Estadual de Trânsito do Amazonas. Amazonas, Brasil, 2013.

DNER-EM 367: Material de enchimento para misturas betuminosas. DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM. Rio de Janeiro: DNER, 1997.

DNIT 031/2006-ES: Pavimentos Flexíveis – Concreto asfáltico – Especificação de serviço. DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES - DNIT. Rio de Janeiro, p.14. 2006.

EN 12697-26. Bituminous Mixtures: Test Methods for Hot Mix Asphalt, Part 26: Stiffness. NORME EUROPÉENNE. Brussels: CEN, 2018.

FERRY, J. D. Viscoelastic properties of polymers. John Wiley & Sons, 1980. FHWA. Dynamic Modulus of Hot Mix Asphalt. Final Report. Federal Highway Administration. Nova Jersey, EUA, 2009.

FINDLEY, W. N.; LAI, J. S.; ONARAN, K. Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials: with and introduction to linear viscoelasticity. Estados Unidos da América: North Holland, 1976. p. 380, 1976.

FROTA, C. A. Pavimentos Flexíveis. Notas de Aula. Universidade Federal do Amazonas – UFAM, Manaus, Amazonas, 2022.

FROTA, C. A.; NUNES, F. R. G.; SILVA, C. L.; MELO, D. M.; SANTOS, M. G. R. Desempenho Mecânico de Mistura Asfálticas Confeccionadas com Agregados Sintéticos de Argila Calcinada. *Cerâmica*, v. 53, p. 255-262, 2007.

FROTA, H. O. Modelos Viscoelásticos. Notas de Aula. Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Amazonas, 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8oBNQEOvSnE>. Acesso em: Abril/2022.

GU, L.; ZHANG, W.; MA, T.; QIU, X.; XU, J. Numerical simulation of viscoelastic behavior of asphalt mixture using fractional constitutive model. *Journal of Engineering Mechanics*, 147(5), 04021027, 2021.

HAJIKARIMI, P.; NEJAD, F. M. Applications of Viscoelasticity: Bituminous Materials Characterization and Modeling. Elsevier, 2021.

HUET, C. Etude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés. Tese (Doutorado em Ciências), Faculdade de Ciências de Paris, França, Paris, 1963.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2021. Manaus – Panorama. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/am/manaus/panorama>. Acesso em Março/2021.

JAHANGIRI, B.; KARIMI, M. M.; GIRALDO-LONDOÑO, O.; BUTTLAR, W. G. Characterization of viscoelastic properties of asphalt mixture at low temperatures using DC (T) creep test. *Construction and Building Materials*, 298, 123731, 2021.

KIM, Y. R. Modeling of Asphalt Concrete. Estados Unidos: McGraw-Hill Professional Publishing, 460 p, 2007.

LV, H.; LIU, H.; TAN, Y.; MENG, A.; ASSOGBA, O. C.; XIAO, S. An extended search method for identifying optimal parameters of the generalized Maxwell model. *Construction and Building Materials*, v. 266, p. 120796, 2021.

MA, L.; WANG, F.; CUI, P.; YUNUSA, M.; XIAO, Y. Effect of aging on the constitutive models of asphalt and their mixtures. *Construction and Building Materials*, 272, 121611, 2021.

MACKIEWICZ, P. Fatigue tests of bituminous mixtures with inclusion of initial cracks. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 25, n. 1, p. 140-147, 2013.

MACKIEWICZ, P.; SZYDŁO, A. Viscoelastic parameters of asphalt mixtures identified in static and dynamic tests. *Materials*, 12(13), 2084, 2019.

MALCOM, W.; LANDEL, R.; FERRY, J. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society*, v.77, n. 14, p. 3701–3707, 1955.

MAZUREK, G.; IWANSKI, M. Modelling of asphalt concrete stiffness in the linear viscoelastic region. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 245, No. 3, p. 032029). IOP Publishing, 2017.

MELO, D. M. Estudo do Resíduo de Construções e Demolições Oriundo do Município de Manaus em Misturas Asfálticas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Amazonas, 2010.

MENSCHING, D. J.; ROWE, G. M.; DANIEL, J. S.; BENNERT, T. Exploring low-temperature performance in Black Space. *Road Materials and Pavement Design*, v. 16, n. sup2, p. 230-253, 2015.

MONTEIRO, A. K. C. Análise da Composição Asfáltica Com Agregado Sinterizado de Argila Calcinada (ASAC) Segundo Modelo Reológico Viscoelástico Linear de Huet-Sayegh. Dissertação (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais (PPGCEM)) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Amazonas, 2020.

NILSSON, R. N.; HOPMAN, P. C.; ISACSSON, U. Influence of different rheological models on predicted pavement responses in flexible pavements. *Road Materials and Pavement Design*, v.3, n.2, 117-149, 2002.

NOBAKHT, M.; SAKHAEIFAR, M. S. Dynamic modulus and phase angle prediction of laboratory aged asphalt mixtures. *Construction and Building Materials*, v.190, 740-751, 2018.

OLARD, F.; DI BENEDETTO, H. General “2S2P1D” model and relation between the linear viscoelastic behaviours of bituminous binders and mixes. *Road materials and pavement design*, v. 4, n. 2, p. 185-224, 2003.

PEREIRA, R. V. S. Estudo de Agregados de Argila Calcinada para Construção de Pavimentos, Visando à Preservação de Matérias-primas Naturais. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciências do Ambiente e Sustentabilidade na Amazônia) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2004.

PRIMUSZ, P.; TÓTH, C. Use of the Modified Ramberg-Osgood Material Model to Predict Dynamic Modulus Master Curves of Asphalt Mixtures. *Materials*, v. 16, n. 2, p. 531, 2023.

PRONK, A. C. The variable dashpot, DWW-2003-030, RHED, Delft, 2003.

PRONK, A.C. The Huet–Sayegh model: a simple and excellent rheological model for master curves of asphaltic mixes. *Proceedings of the R.Lytton symposium on mechanics of flexible pavements*, Baton Rouge, Louisiana, 73–82, 2005.

RESOLUÇÃO ANP N° 897, de 18 de novembro de 2022. Dispõe sobre as especificações dos asfaltos e dos aditivos asfálticos de reciclagem para misturas à quente, e suas

regras de comercialização em todo o território nacional. Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. Brasília: ANP, 2022.

ROCHA FILHO, Daniel. Viabilidade econômica da produção do ASAC para uso no concreto asfáltico. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciência dos Materiais) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2020.

SANTOS, M. G. R.; CASTRO, C. E. N.; CARVALHO, I. M. R.; BARBOSA, C. A.; FROTA, C. A. Sintered Aggregate of Calcined Clay as an Alternative For Conventional Aggregate in the Asphalt Mix Production. *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, v. 15, n. 4, p. 35-44, 2022.

SAYEGH, G. (1965). Contribution à l'étude des propriétés viscoélastiques des bitumes purs et des bétons bitumineux. Tese (Doutorado em Ciências) – Faculdade de Ciências, Paris, 1965.

SCHAPERLY, R. A. Correspondence Principles and a Generalized J-integral for Large Deformation and Fracture Analysis of Viscoelastic Media. *International Journal of Fracture*, 1984.

SHRP. “Superior Performance Asphalt Pavements (Superpave). The Product of SHRP Asphalt Research Program. Superpave Series N° 2.” Strategic Highway Research Program, 1994b.

SHRP. “Superior Performing Asphalt Pavements (Superpave): The Product of SHRP Asphalt Research Program. Superpave Series N° 1.” Strategic Highway Research Program, 1994a.

SILVA, A. C. L. Comportamento mecânico de compósitos asfálticos com argila calcinada sob flexão a quatro pontos. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos da Amazônia) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2014.

SILVA, A. C. L. Comportamento Mecânico de Compostos Asfálticos Sob Flexão a 4 Pontos. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos da Amazônia) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Amazonas, 2014.

SILVA, A. C. L., SILVA, C. L.; MONTEIRO, A. K. C.; FROTA, C. A. Interference of natural vibrations in four-point bending test on beams with asphalt composite made with calcined clay aggregate. *Cerâmica*, v. 67, p. 344-350, 2021.

SILVA, A. C. L.; FROTA, C. A. Análise teórico-experimental do módulo dinâmico de compósitos asfálticos com argila calcinada. *Cerâmica*, v. 62, p. 392-399, 2016.

SILVA, A. C. L.; FROTA, C. A.; FROTA, H. O. Módulo complexo de compósitos asfálticos com argila calcinada sob flexão a quatro pontos. *Matéria (Rio de Janeiro)*, v. 20, p. 436-451, 2015.

SILVA, C. L. A.; Silva, C. L.; Rebelo, E. P.; Frota, C.A. Processo produtivo de agregados sinterizados de argila calcinada para a região Amazônica. *Estudos Tecnológicos*, vol. 5, n° 3, p. 374-388, 2009.

SILVA, C. L.; FROTA, H. O.; FROTA, C. A. Sintered Calcined Clay as an Alternative Coarse Aggregate for Asphalt Pavement Construction. *Open Journal of Civil Engineering*, v. 05, p. 281-288, 2015.

SILVA, C. L.; SILVA, A. C. L.; FROTA, C. A. Módulo dinâmico de compósitos asfálticos com agregados sinterizados de argila calcinada. *Cerâmica (São Paulo. Impresso)*, v. 60, p. 10-21, 2014.

SIMAS, L. P.; VALENÇA, P.M.A; FROTA, C. A. Análise superficial de revestimentos do tipo areia asfalto no município de Manaus (AM). *Estudos Tecnológicos (Online)*, v. 9, p. 1-10, 2013.

SPÍNOLA, J. R.; SILVA, A. C. L.; FROTA, C. A.; FROTA, H. O. Estudo viscoelástico de misturas asfálticas frescas e envelhecidas com agregado sinterizado de argila calcinada. *Matéria-Rio de Janeiro*, v. 25, p. 1-19, 2020.

TAINGUYEN, H. T.; NGUYEN, D. L.; TRAN, V. T.; NGUYEN, M. L. Finite element implementation of Huet-Sayegh and 2S2P1D models for analysis of asphalt pavement structures in time domain. *Road Materials and Pavement Design*, 23(1), 22-46, 2022.

TAN, G.; WANG, W.; CHENG, Y.; WANG, Y.; ZHU, Z. Master curve establishment and complex modulus evaluation of SBS-modified asphalt mixture reinforced with basalt fiber based on generalized sigmoidal model. *Polymers*, v. 12, n. 7, p. 1586, 2020.

VALENÇA, P. D. M. A.; MONTEIRO, A. K. C.; BARBOSA, C. A.; CASTRO, C. E. N.; FROTA, C. A. Stone Matrix Asphalt (SMA) with Construction Waste and Curauá Fiber (*Ananas erectifolius*). *Research, Society and Development*, 9(8), e410985227-e410985227, 2020.

VESTENA, P. M.; SCHUSTER, S. L.; ALMEIDA JR, P. O. B.; FACCIN, C.; SPECHT, L. P.; PEREIRA, D. S. Dynamic modulus master curve construction of asphalt mixtures: Error analysis in different models and field scenarios. *Construction and Building Materials*, 301, 124343, 2021.

WANG, H.; ZHANG, H.; LIU, X.; APOSTOLIDIS, P.; ERKENS, S.; SKARPAS, A.; AIREY, G. Micromechanics-based viscoelasticity predictions of crumb rubber modified bitumen considering polymer network effects. *Transportation Research Record*, v. 2676, n. 10, p. 73-88, 2022.

WU, Q.; WANG, C.; LIANG, R.; LIU, Y.; CHENG, J.; KANG, Y. Fractional linear viscoelastic constitutive relations of anhydride-cured thermosetting rubber-like epoxy asphalt binders. *Construction and Building Materials*, v. 170, p. 582-590, 2018.

XU, Q.; SOLAIMANIAN, M. Modelling linear viscoelastic properties of asphalt concrete by the Huet–Sayegh model. *International Journal of Pavement Engineering*, v. 10, n. 6, p. 401-422, 2009.

YU, D.; YU, X.; GU, Y. Establishment of linkages between empirical and mechanical models for asphalt mixtures through relaxation spectra determination. *Construction and Building Materials*, 242, 118095, 2020.

YUSOFF, N. I. M.; MOUNIER, D.; MARC-STÉPHANE, G.; HAININ, M. R.; AIREY, G. D.; DI BENEDETTO, H. Modelling the rheological properties of bituminous binders using the 2S2P1D Model. *Construction and Building Materials*, v.38, p.395-406, 2013.

ZBICIAK, A.; MICHALCZYK, R. Characterization of the complex moduli for asphalt-aggregate mixtures at various temperatures. *Procedia Engineering*, v. 91, p. 118-123, 2014.

ZENG, M.; BAHIA, H. U.; ZHAI, H.; ANDERSON, M. R.; TURNER, P. Rheological modeling of modified asphalt binders and mixtures (with discussion). *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists*, 70, 2001.

ZHANG, J.; BAO, L. Determination of asphalt mixture's viscoelastic constitutive parameters for pavement response analysis using dynamic modulus transformation. *Construction and Building Materials*, 315, 125729, 2022.

ZHANG, J.; LI, Z.; CHU, H.; LU, J. A viscoelastic damage constitutive model for asphalt mixture under the cyclic loading. *Construction and Building Materials*, 227, 116631, 2022.

ZHOU, W.; YI, J.; WANG, Z.; PEI, Z.; QI, P.; AI, X.; FENG, D. Modulus of recycled hot mix asphalt: Micromechanical modeling and experimental approaches. *Construction and Building Materials*, 411, 134697, 2024.