



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
– PPGEE

**DESENVOLVIMENTO DE UM CONTROLADOR HÍBRIDO  
FUZZY-PID DE ORDEM FRACIONÁRIA APLICADO A UM  
CONVERSOR DE TENSÃO BUCK CC-CC**

EDMILSON MARTINS PRADO

MANAUS

2024

EDMILSON MARTINS PRADO

DESENVOLVIMENTO DE UM CONTROLADOR HÍBRIDO FUZZY-  
PID DE ORDEM FRACIONÁRIA APLICADO A UM CONVERSOR DE  
TENSÃO BUCK CC-CC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Florindo Antônio de Carvalho Ayres Junior

Coorientador: Prof. Dr. Renan Landau Paiva de Medeiros

MANAUS-AM

2024

## Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

P896d Prado, Edmilson Martins  
Desenvolvimento de um controlador híbrido fuzzy-PID de ordem fracionária aplicado a um conversor de tensão buck CC-CC / Edmilson Martins Prado . 2024  
103 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Florindo Antonio de Carvalho Ayres Junior  
Coorientador: Renan Landau Paiva de Medeiros  
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Lógica fuzzy. 2. Controlador DC-DC buck. 3. Controlador PID fracionário. 4. Controlador híbrido fuzzy-PID fracionário. I. Ayres Junior, Florindo Antonio de Carvalho. II. Universidade Federal do Amazonas III. Título



Ministério da Educação  
Universidade Federal do Amazonas  
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

### FOLHA DE APROVAÇÃO

Poder Executivo Ministério da Educação  
Universidade Federal do Amazonas  
Faculdade de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Av. General Rodrigo Octávio Jordão Ramos, nº 3.000 - Campus Universitário, Setor Norte - Coroado, Pavilhão do CETELI. Fone/Fax (92) 99271-8954 Ramal:2607. E-mail: ppgee@ufam.edu.br

EDMILSON MARTINS PRADO

### IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR HÍBRIDO FUZZY PID FRACIONÁRIO: DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DE DESEMPENHO APLICADOS EM UMA PLANTA FOTOVOLTAICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica na área de concentração Controle e Automação de Sistemas.

Aprovada em 21 de novembro de 2024.

#### BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior- Presidente  
Prof. Dr. Luiz Eduardo Sales e Silva - Membro Titular 1 - Interno  
Prof. Dr. Cleonor Crescêncio das Neves - Membro Titular 2 - Externo

Manaus, 06 de novembro de 2024.



Documento assinado eletronicamente por **Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior, Professor do Magistério Superior**, em 06/02/2025, às 16:37, conforme horário oficial de Manaus, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cleonor Crescêncio das Neves, Usuário Externo**, em 06/02/2025, às 17:06, conforme horário oficial de Manaus, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luiz Eduardo Sales e Silva, Professor do Magistério Superior**, em 18/02/2025, às 09:42, conforme horário oficial de Manaus, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufam.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufam.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2312540** e o código CRC **D974C62A**.

---

Av. Octávio Hamilton Botelho Mourão - Bairro Coroado 1 Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho,  
Setor Norte - Telefone: (92) 3305-1181  
CEP 69080-900 Manaus/AM - [mestrado\\_engeletrica@ufam.edu.br](mailto:mestrado_engeletrica@ufam.edu.br)

Referência: Processo nº 23105.023779/2023-63

SEI nº 2312540

---

Criado por [31183646291](#), versão 2 por [31183646291](#) em 06/11/2024 08:33:23.

# Agradecimentos

A Deus por estar sempre presente em nossas vidas orientando-nos, guiando-nos e protegendo-nos, agora e sempre.

Agradeço aos meus pais pelo apoio e incentivo, mesmo meu pai não estando mais entre nós, sei que ele ficará muito feliz, à minha amada esposa Larissa, pelo seu amor incondicional e por tentar compreender minhas ausências e minha dedicação ao projeto de pesquisa.

Ao meu grande orientador e amigo professor Dr. Florindo Antonio Ayres Junior que me orientou no desenvolvimento do projeto, pela grande força, contribuições pessoais e acadêmicas passadas durante todo o processo.

Agradeço também a banca examinadora e a todos os professores que contribuíram para o enriquecimento desta dissertação.

Aos colegas do curso de pós-graduação da UFAM, que compartilharam dos desafios desta jornada, sempre com o espírito colaborativo em especial ao Michel Wanderson, Claudia Sabrina Monteiro da Silva, Marenice Melo e Aduino Hanaoka pela ajuda e esclarecimento durante o desenvolvimento desta pesquisa e aos colegas do Laboratório 3 – *e-Controls*.

À Universidade Federal do Amazonas, na figura de seu Corpo Docente e seus Colaboradores Técnicos e Administrativos que sempre demonstraram comprometimento com o zelo, qualidade e excelência do ensino e cuidado com os alunos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CA-PES) - Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico -Brasil (CNPq, processos 140593/2023-3 e 408792/2023-0) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM, processos 01.02.016301.02763/2023-23 e 01.02.016301.00673/2023-06).

# Resumo

No presente trabalho de dissertação é apresentado a proposta de um controlador híbrido composto por um controlador comandado por lógica *fuzzy* e por um controlador PID fracionário onde, o mesmo é aplicado a um conversor DC-DC buck, e esse desenvolvimento visa demonstrar o potencial desse tipo de novo controlador composto, motivo pelo qual este trabalho apresenta o sistema operacional de um controlador PID de ordem fracionária, onde seus ganhos são escalonados por um comando que utiliza a lógica *fuzzy* e aplicados esse ganhos para fazer o controle da tensão na saída de um conversor DC-DC Buck, abaixador de tensão DC. No projeto, foram utilizadas as abordagens propostas que utilizam a modelagem matemática para o conversor Buck, as referências do sistema como parâmetros de entrada do sistema Fuzzy para ajustes dos ganhos sobre sintonia do controlador proporcional-integral-derivativo com ordem fracionária e também, a aproximação de operadores de ordem fracionária para ordem inteira com os estudos do comportamento das funções no domínio da frequência, os quais estão descritos em um ambiente computacional onde utilizou-se o *MATLAB*, o *Simulink* e o *LTspice*, em seguida, feita a montagem física do dispositivo para realização de testes experimentais e suas comparações com os resultados das simulações. Para que se obtivesse uma melhor elaboração do controlador híbrido, foi realizado uma caracterização das não-linearidades do sistema através de um mapeamento das melhores sintonias em três diferentes regiões de operação da planta. Foi realizada uma análise de desempenho do controlador híbrido desenvolvido em malha fechada para demonstrar a maior eficácia da abordagem utilizada no projeto em relação a estratégias convencionais de sintonia neste projeto de estudo.

**Palavras Chave: Lógica Fuzzy – Controlador DC-DC Buck - Controlador PID Fracionário – Controlador Híbrido Fuzzy-PID Fracionário.**

# Abstract

This dissertation presents the proposal for a hybrid controller composed of a controller controlled by fuzzy logic and a fractional PID controller where it is applied to a DC-DC buck converter, and this development aims to demonstrate the potential of this type new composite controller, which is why this work presents the operating system of a fractional order PID controller, where its gains are scaled by a command that uses fuzzy logic and these gains are applied to control the voltage at the output of a converter DC-DC Buck, DC voltage step-down. In the project, the proposed approaches that use mathematical modeling for the Buck converter were used, the system references as input parameters of the Fuzzy system for adjustments of gains on tuning of the proportional-integral-derivative controller with fractional order and also, the approximation of operators from fractional order to integer order with studies of the behavior of functions in the domain of frequency, which are described in a computational environment where MATLAB, Simulink and LTspice were used, then the physical assembly of the device was carried out to carry out experimental tests and comparisons with the results of the simulations. In order to obtain a better elaboration of the hybrid controller, a characterization of the system's non-linearities was carried out through a mapping of the best tunes in three different operating regions of the plant. A performance analysis of the hybrid controller developed in closed loop was carried out to demonstrate the greater effectiveness of the approach used in the project in relation to conventional tuning strategies in this study project.

**Keywords: Fuzzy Logic – DC-DC Buck Controller – Fractional PID Controller – Fuzzy-PID Fractional Hybrid Controller**

# Lista de Figuras

Figura 1 – Modo de condução contínua (a); Modos de condução crítica (b); Modo de condução descontínua (c) .....	21
Figura 2 - Conversor BUCK ideal.....	22
Figura 3 - Conversor BUCK com componentes não ideais.....	22
Figura 4(a) - Estados topológicos do conversor Buck do intervalo de tempo(ton).....	23
Figura 4(b) - Estados topológicos do conversor Buck do intervalo de tempo(toff).....	24
Figura 5 - Formas de onda que descrevem o comportamento do Buck. ....	25
Figura 6- Circuito médio equivalente do Conversor BUCK .....	28
Figura 7 - Formas de onda de tensão e corrente no capacitor do Buck.....	31
Figura 8 - Região de estabilidade $0 < \alpha < 1$ .....	44
Figura 9 - Região de estabilidade $1 < \alpha < 2$ .....	44
Figura 10 - Região de estabilidade $1 < \alpha < 2$ .....	45
Figura 11 - Diagrama de Bode para $G1(s) = s\alpha$ .....	48
Figura 12 - Funções de pertinências para a variável temperatura .....	52
Figura 13 - Modelo de um controlador e de um processo que está sendo controlado....	54
Figura 14 - Controlador PID.....	64
Figura 15 - Representação gráfica da relação entre o FOPID e o IOPID.....	66
Figura 16 - Degrau na função de transferência G da planta em malha aberta.....	67
Figura 17 - Métrica da base de controle da função G da planta .....	70
Figura 18 - Diagrama de Bode da função G da planta em malha aberta.....	70
Figura 19 - Degrau na função G e o $C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{19}}}$ em malha fechada.....	75
Figura 20 - Diagrama de Bode da função $G * C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{19}}}$ .....	76
Figura 21 - Diagrama de Bode da função G do Controlador FOPP com coefic. frac. e com a aproximação de Oustaloup.....	77
Figura 22 - Tela inicial da interface para edição da lógica fuzzy.....	78
Figura 23 -.Funções de pertinência da variável de entrada (set-point).....	78
Figura 24 - Funções de pertinência da variável de saída $K_p$ . ....	79
Figura 25 - Funções de pertinência da variável de saída $K_i$ . ....	79
Figura 26 - Funções de pertinência da variável de saída $K_d$ .....	80
Figura 27 - Regras fuzzy utilizadas. ....	81
Figura 28 - Diagrama do Conversor Buck com o Controlador Fuzzy com o Bloco do Controlador PID .....	82
Figura 29 - Diagrama do Bloco do Controlador PID que Recebe os Ajustes do Fuzzy	83
Figura 30 - Comparação de Desempenho do Controlador Fuzzy-PID Fracionário e do Controlador PID-Fuzzy Convencional .....	84
Figura 31 - Ciclo de Trabalho dos Fuzzy-PID Fracionário e Fuzzy-PID Convencional	85
Figura 32 - Conversores Buck montados com seus respectivos controladores, Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional.....	87
Figura 33 - Gráfico da Variação da tensão de alimentação do conversor Buck .....	88
Figura 34 - Gráfico dos escalonamentos dos ganhos do controlador fuzzy para o controlador PID fracionário.....	89
Figura 35 - Gráfico dos escalonamentos dos ganhos do controlador fuzzy para o controlador PID convencional. ....	90
Figura 36 - Comparação de Desempenho do Controlador Fuzzy-PID Fracionário e do Controlador PID-Fuzzy Convencional .....	91
Figura 37 - Ciclo de Trabalho dos Fuzzy-PID Fracionário e Fuzzy-PID Convencional	92

# Lista de Tabela

Tabela 3.1 - Regras de inferência <i>Modus Ponens</i> .....	57
Tabela 3.2 - Regras de inferência <i>Modus Tollens</i> . .....	57
Tabela 4.1 - Parâmetros para o projeto do conversor Buck.....	61
Tabela 4.2 - Componentes para o projeto do conversor Buck.....	63
Tabela 4.3 - Ganhos dos 3 controladores após a aproximação FOPP.....	74
Tabela 4.4 - Range de cada variável da lógica <i>fuzzy</i> .....	80
Tabela 5.1 - Métricas Baseadas no Erro das Funções dos Controladores .....	93
Tabela 5.2 - Métrica do Esforço de Controle .....	93

# Lista de Abreviaturas e Siglas

PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
LTI	Linearmente Invariante no Tempo
FOPP	<i>Fractional-Order Pole Placement</i>
IOPP	<i>Order Pole Placement</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
MGMF	Margem de Ganho Margem de Fase
MCC	Modo de Condução Contínua
MCCr	Modo de Condução Crítica
MCD	Modo de Condução Descontínua
PID	<i>Proporcional - Integral -Derivativo</i>
Ripple	Ondulação
Tr	Rise Time
Ts	Setting Time
$\Gamma$	<i>Função Gama</i>

# Lista de Símbolos

$R_o$	Resistor de carga do conversor Buck.
$V_{in}$	Tensão de alimentação do conversor Buck.
$V_o$	Tensão de alimentação da carga do conversor Buck.
$L_1$	Indutor do conversor Buck.
$LC$	Indutância crítica
$C_1$	Capacitor do conversor Buck.
$S_1$	Chaveador do conversor Buck.
$D$	Razão cíclica do chaveamento.
$G$	Ganho estático em função da corrente de carga $R_o$
$t_{on}$	Tempo em que o chaveador está fechado conduzindo tensão.
$t_{off}$	Tempo em que o chaveador está aberto e não conduz tensão.
$T_r$	Tempo que o sistema leva para alcançar 90% do seu valor final.
$T_s$	Tempo que o sistema leva para entrar em uma faixa de $\pm 2\%$ do valor final.
$M_{ss}$	Valor máximo atingido pelo sistema quando submetido a uma excitação.
$Erro$	Erro entre o valor atingido pelo sistema em relação a referência desejada em estado estacionário.
$T$	Tempo total do ciclo do chaveador ( $t_{on} + t_{off}$ ).
$R_{S1}$	Resistência do interruptor $S_1$ .
$V_{D1}$	Queda de tensão no diodo $D_1$ .
$V_{C1}$	Tensão no capacitor $C_1$ .
$V_{L1}$	Tensão do indutor $L_1$ na etapa do chaveador em $t_{on}$ .
$V_{L2}$	Tensão do indutor $L_1$ na etapa do chaveador em $t_{off}$ .
$R_{L1}$	Resistência do indutor $L_1$ .
$V_{DC}$	Tensão Contínua.
$I_{D1}$	Corrente no diodo $D_1$ .
$I_{L1}$	Corrente no indutor $L_1$ .
$I_{L1min}$	Mínima corrente no indutor $L_1$ .

$I_{L1}máx$	Máxima corrente no indutor L1.
$I_{L1}med$	Corrente Média no indutor L1.
$I_{C1}$	Corrente no capacitor C1.
$I_o$	Corrente da carga $R_o$
$f_s$	Frequência de chaveamento em S1
$\omega_0$	Frequência natural do sistema.
$\omega_l$	Range da faixa de frequência de baixa e estável (rad/s), pela aproximação de Oustaloup
$\omega_h$	Range da faixa de frequência de alta e estável (rad/s), pela aproximação de Oustaloup
$\omega_{z,m}$	Frequência do i-ésimo zero aproximado.
$\omega_{p,m}$	Frequência do i-ésimo polo aproximado.
$\zeta$	Coefficiente de amortecimento do sistema.
$\alpha$	Coefficiente fracionário.

# Sumário

<b>Capítulo 1 .....</b>	<b>15</b>
<b>Introdução .....</b>	<b>15</b>
1.1 Contextualização .....	15
1.2 Motivação e Justificativa.....	17
1.3 Objetivos .....	18
1.3.1 Objetivo Geral.....	18
1.3.2 Objetivos Específicos.....	18
1.4 Estrutura do Trabalho .....	19
<b>Capítulo 2 .....</b>	<b>20</b>
<b>Funcionamento e Modelagem matemática do Conversor Buck - Revisão</b>	
<b>Bibliográfica.....</b>	<b>20</b>
2.1 Introdução do Conversor Buck .....	20
2.1.1 Equacionamento da Primeira Fase Operacional.....	26
2.1.2 Equacionamento da Segunda Fase Operacional.....	26
2.1.3 Cálculo do Induto e do Capacitor.....	28
2.1.4 Desenvolvimento da Função de Transferência para Definir a Tensão de Carga.....	39
Conclusão do capítulo 2 .....	21
<b>Capítulo 3 .....</b>	<b>40</b>
<b>Cálculos Fracionários e Lógica <i>Fuzzy</i> .....</b>	<b>40</b>
3.1 Introdução aos Cálculos Fracionários .....	40
3.1.1 Cálculo de Ordem Fracionária.....	40
3.1.2 Estabilidade do Sistema de Ordem Fracionária.....	43
3.1.3 Resposta em Frequência de Sistema de Ordem Fracionária.....	45
3.1.4 Metodologia de Aproximação de Oustaloup .....	48
3.2 Lógica Fuzzy.....	50

3.2.1	Introdução a Lógica <i>Fuzzy</i> .....	50
3.2.2	Fundamentos .....	51
3.2.3	Variáveis Linguísticas .....	52
3.2.4	Sistema de Controle <i>Fuzzy</i> .....	53
3.2.5	Fuzzificação. ....	55
3.2.6	Inferência <i>Fuzzy</i> .....	56
3.2.7	Defuzzificação .....	58
3.2.	Modelo Takagi-Sugeno .....	58
	Conclusão do Capítulo 3.....	59

**Capítulo 4 ..... 60**

**Desenvolvimento e Sintonia do Controlador Híbrido Proposto Neste trabalho e a Metodologia Aplicada ..... 60**

4.1	Introdução .....	60
4.2	Parâmetros dos Componentes par o projeto do conversor Buck .....	60
4.3	Partes e Componentes do Conversor Buck.....	62
4.3.1	Fonte de Alimentação de Tensão DC.....	62
4.3.2	Chaveador da Tensão.....	62
4.3.3	Diodo Semicondutor .....	62
4.3.4	Indutor.....	62
4.3.5	Capacitor.....	62
4.3.6	Resistor .....	62
4.3.7	Controlador do Chaveamento.....	63
4.4	Formulação do Controlador PID Clássico .....	63
4.5	Formulação do Controlador PID Fracionário .....	65
4.6	Sintonia do Controlador PID Fracionário .....	66
4.6.1	Função de Transferência.....	66

4.6.2 Métricas de Controle.....	68
4.6.3 Desenvolvimento do Sistema de Controle Fracionário para Simulações.....	71
4.7 Sintonia do Controlador <i>Fuzzy</i> .....	77
Conclusão do Capítulo 4.....	81
<b>Capítulo 5 .....</b>	<b>82</b>
<b>Experimentos e Resultados .....</b>	<b>82</b>
5.1 Introdução .....	82
5.2 Desenvolvimento do Projeto no <i>Simulink</i> .....	82
5.3 Simulações.....	83
5.4 Resultados das Simulações.....	86
5.5 Montagem da Plnata e Rastreamento.....	87
5.6 Aplicação das Métricas Baseadas no Erro .....	92
<b>Capítulo 6 .....</b>	<b>95</b>
<b>Analises dos Resultados .....</b>	<b>95</b>
6.1 Análises dos Resultados da Simulação .....	95
6.2 Análises dos resultados do Projeto Prático .....	95
<b>Capítulo 7 .....</b>	<b>97</b>
<b>Conclusão.....</b>	<b>97</b>
7.1 Sugestões para trabalhos futuros.....	98

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização

A necessidade de se ter um sistema de controle confiável sobre os inúmeros tipos de processos é antiga e apesar de novas técnicas de controle terem sido desenvolvidas, em muitos casos, o raciocínio de um controlador humano para a tomada de decisão ainda é importante. Com isso, o homem, motivado pelo desejo de criar raciocínio em sistemas artificiais, desenvolveu técnicas de Inteligência Artificial (IA), e hoje as utiliza para o determinado controle automático de processos (ZULFATMAN; RAHMAT, 2009).

Com os atuais avanços da tecnologia, diversos processos passaram a ser automatizados exigindo menor interferência do homem para seu controle. Porém, alguns processos ficaram bastante complexos para serem controlados de maneira clássica. Então, houve a necessidade de novos sistemas de controle como a utilização da Inteligência Artificial. E, uma das técnicas de IA é usada na aplicação da lógica fuzzy (ZULFATMAN; RAHMAT, 2009).

Os seres humanos são capazes de lidar com processos bastante complexos, baseados em informações imprecisas ou aproximadas (TANSCHHEIT, 2013). A estratégia utilizada pelos operadores humanos possui natureza imprecisa e pode ser expressada por termos linguísticos, onde é baseada a lógica fuzzy.

Para ser incrementada, a lógica fuzzy utiliza esses termos linguísticos para criar uma análise de valores, não somente como verdadeiro ou falso, mas sim uma graduação de pertencimento de um elemento a mais de uma categoria. Isto faz com que cada vez mais as estratégias de controle se alinhem aos pensamentos e ações dos seres humanos (TURKSEN, 1984).

Um dos sistemas de controle muito utilizado nos processos de diversas naturezas, como a industrial, por exemplo, é o controlador PID (proporcional – Integral – Derivativo), o qual utiliza-se dos seus ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  para controlar e manter a

estabilidade de um determinado processo. Sua vantagem é que o mesmo possui diversos métodos de sintonia que podem ser usados para determinar seus parâmetros (OGATA, 2010).

Um modelo de controlador PID vem sendo estudado há alguns anos, e, as análises de sua aplicação têm se mostradas bastante promissoras, no caso, é o controlador PID com ordem fracionária ou PID fracionário. O controlador PID de ordem fracionária tem como objetivo controlar com precisão o processo, removendo a oscilação e aumentando da eficiência do mesmo, e, sendo que esse controlador possui cinco graus de liberdades relacionados aos seus ganhos  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ,  $\lambda$  e  $\mu$ , em vez de três como no PID convencional, seus parâmetros podem ser ajustados para se obter uma sintonia mais refinada, no sentido de uma resposta mais rápida e com precisão para o sistema a ser controlado. Porém, é sempre necessário a análise dos resultados obtidos por parte dos profissionais responsáveis pelo controle, pois cada processo é único e pode precisar de ajustes manuais devido a diferentes condições operacionais (VALÉRIO; COSTA, 2013).

As aplicações individuais dos tipos de controladores clássicos têm-se mostrados eficientes em controlar os processos aos quais são submetidos, porém, com o intuito de aprofundar os estudos sobre controladores não convencionais e mostrar que é possível, até mesmo em alguns casos, obter melhor desempenho utilizando controladores baseados na junção de modelos diferentes como o que utiliza controle por lógica fuzzy e controle pelo PID fracionário, ou seja, um controlador híbrido, para ter mais consistência no controle de plantas industriais ou comerciais, quando comparado a métodos convencionais. (SILVA, 2022).

Com o objetivo de comparar a eficiência do controlador híbrido Fuzzy-PID fracionário com o controlador Fuzzy-PID convencional, o presente trabalho de pesquisa apresenta as análises dos desempenhos desses controladores para a estabilidade da tensão de saída de um conversor DC-DC do tipo Buck comandado por controladores híbridos, Fuzzy-PID fracionário e um controlador Fuzzy-PID convencional, onde a implementação dos controladores Proporcional, Integral e Derivativo (PID) de ordem fracionária e convencional têm seus ganhos escalonados por lógica fuzzy e suas validações realizadas em uma planta experimental. O fornecimento de tensão DC para o conversor é feito por uma fonte regulável de tensão DC, onde são testadas as oscilações toleráveis da tensão do projeto que são de 15VDC, 17VDC e 19VDC.

O conversor Buck possui característica abaixadora de tensão, ou seja, converte e regula os possíveis três níveis de tensão de entrada do conversor para uma menor tensão de saída constante aplicada em carregar uma bateria de 12VDC (carga), sendo que a tensão de saída possui a mesma polaridade da entrada.

Focando nesses estudos, o desenvolvimento de um controlador híbrido utilizando lógica fuzzy juntamente com um controlador PID com expoente de ordem fracionária para comandar um conversor DC-DC Buck é uma opção viável, pois, o objetivo do sistema de controle é manter a tensão de saída DC do conversor buck com máxima estabilidade, mesmo que havendo variação da tensão de alimentação, dentro da faixa de operação do conversor.

## 1.2 Motivação e Justificativa

Atualmente, com o avanço da tecnologia em sistemas de controle, os estudos em sistemas relacionados à controladores híbridos, como o fuzzy e o PID de ordem fracionária, vêm ganhando muita força nas pesquisas acadêmicas e suas aplicações experimentais têm demonstrado um melhor desempenho comparados aos controladores convencionais (SILVA, 2022).

Focando nessas aplicações dos controladores híbridos, foi realizada uma estudo sobre os controladores híbridos e feito análises de desempenho do sistema de controle em malha fechada, demonstrado que estes métodos de ajustes, por escalonamento dos ganhos do PID fracionário, podem ser mais eficazes do que os métodos de ajustes convencionais, para o objeto de estudo em questão. E, neste tipo de controlador híbrido foi apresentada uma estrutura matemática o qual opera com lógica fuzzy e comandando por escalonamento os ganhos de  $K_p$ ,  $K_d$  e  $K_i$  do controlador PID com expoente de ordem fracionária, onde que, para obter-se os parâmetros para operação do mesmo aplicou-se a metodologia de locação de polos e sintonia baseada na margem de ganho e margem de fase desejados para um sistema em malha fechada.

Sua análise e desenvolvimento foi realizada através de um simulador em ambiente computacional, por intermédio do *software Simulink e MATLAB* que simulam variação de tensão na entrada do conversor Buck, e em seguida, feita a montagem física do

conversor Buck, onde, foi aplicada uma tensão DC dentro do range de projeto, essa tensão é analisada pelo controlador híbrido e de acordo com o nível do valor, o controlador fuzzy-PID sintoniza uma tensão de 12VDC na saída do conversor Buck e a monitora para manter essa tensão estabilizada.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Geral

Utilizar métodos de como sintonizar controladores para desenvolver e analisar uma técnica que tem em seu projeto um controlador híbrido composto por um controlador com lógica fuzzy juntamente com um controlador PID com expoente de ordem fracionária, onde esse controlador híbrido é aplicado a um conversor buck (um conversor abaixador de tensão DC), para obter uma resposta mais rápida e robusta em estabilizar a tensão na saída do conversor, quando houver oscilações da tensão de alimentação na entrada, evitando assim, a variação de tensão de saída para carga alimentada.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Projetar o controlador híbrido Fuzzy-PID fracionário, utilizando os métodos de CAMPUS e SAITO (CAMPUS e SAITO, 2004), de VALÉRIO; COSTA (VALÉRIO; COSTA, 2013), de Ayres Junior (AYRES JUNIOR, 2018) e (FOPP, do inglês *Fractional Order Pole Placement*) de Ayres Junior (AYRES JUNIOR et al., 2020) para alcançar a máxima estabilidade no sistema;
- Realizar simulações utilizando as ferramentas *Simulink* e *MATLAB* na modelagem do conversor buck.
- Realizar a montagem física do controlador fuzzy-PID fracionário e do conversor Buck de acordo com os cálculos elaborados para o projeto e suas aproximações.
- Analisar o desempenho dinâmico do controlador fuzzy-PID fracionário no conversor Buck;

## 1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em 7 capítulos, iniciando com a contextualização do problema, motivação e justificativa do estudo e pesquisa. Os demais capítulos abordam nos seus conteúdos as seguintes estruturas:

- Capítulo 2: Funcionamento e modelagem matemática do conversor Buck.
- Capítulo 3: Introdução e conceitos dos cálculos fracionários e da lógica fuzzy.
- Capítulo 4: Desenvolvimento e sintonia do controlador híbrido, proposto neste trabalho, tão como, a metodologia aplicada.
- Capítulo 5: Descreveu-se a característica de projeto da planta, objeto de estudo, feito as simulações e os experimentos com o controlador híbrido Fuzzy-PID fracionário para controle do conversor buck.
- Capítulo 6: Foram feitas as análises dos resultados obtidos.
- Capítulo 7: Conclusão e trabalhos futuros

# Capítulo 2

## Funcionamento e Modelagem Matemática do Conversor Buck - Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução do Conversor Buck

Os conversores de energia são dispositivos que alteram a tensão de entrada para uma tensão de saída desejada, os mais utilizados são o buck, o boost e o buck-boost (ABARRAÇA; GIMENEZ, 2013).

- **Conversor buck:** O conversor buck é um dispositivo chaveado em que seu funcionamento é baseado em baixar o nível de tensão de saída. Esta mudança de tensão, deve-se graças ao controle do dispositivo chaveado (Hart, 2011).
- **Conversor boost:** O conversor boost é um dispositivo chaveado em que seu funcionamento é baseado em elevar o nível de tensão de saída. Esta mudança de tensão, também, deve-se graças ao controle do dispositivo chaveado (Hart, 2011).
- **Conversor buck-boost:** É uma combinação do conversor buck e do conversor boost, que pode aumentar ou diminuir a tensão de saída para uma tensão de saída desejada (Hart, 2011).

Os conversores de tensão podem operar de três maneiras distintas, sendo elas: modo de condução contínua (MCC), modo de condução crítica (MCCr) e modo de condução descontínua (MCD) (BARBI, 2015).

Na Figura 1 (a) é mostrado o modo de condução contínua, onde sempre existe corrente circulando pelo indutor. No modo de condução crítica, a corrente no indutor chega a um valor nulo, mas, instantaneamente sai desse ponto conforme a Figura 1 (b). Já no modo de condução descontínua, a corrente no indutor chega a um valor nulo e permanece neste ponto por um determinado tempo, e só depois volta a ter um valor não nulo como mostrado na Figura 1 (c) (BARBI, 2015).

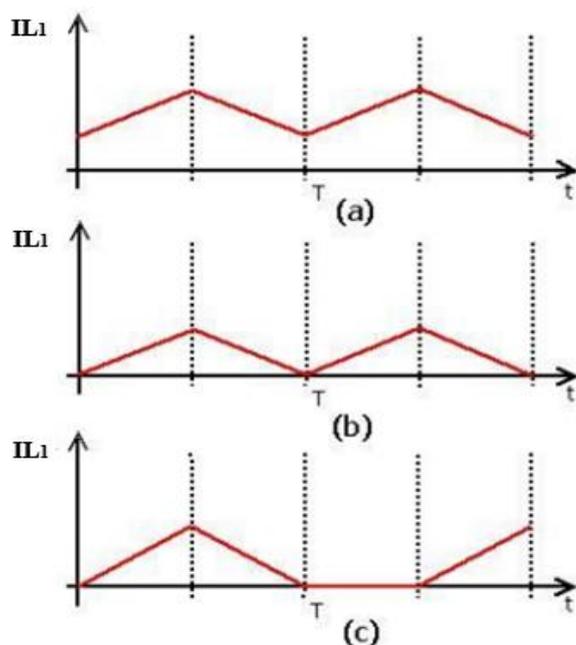


Figura 1: (a) modo de condução contínua, (b) modos de condução crítica, (c) modo de condução descontínua.

Fonte: (Adaptado de Barbi, 2015)

O modo como o conversor opera influencia diretamente em seu princípio de funcionamento e conseqüentemente no desempenho do equipamento frente a uma aplicação. Por este motivo, o projetista deve especificar no projeto do conversor em qual modo o equipamento deve operar (BARBI, 2015). Na presente pesquisa, o modo de operação é o modo de condução contínua.

Este estudo experimental, impulsionado pela necessidade de expansão e controle de novas fontes de energia alternativas, juntamente com os progressos tecnológicos nos sistemas de conversão de energia, propõe o uso do conversor buck DC-DC para controlar e manter a estabilidade da tensão de 12V DC em uma carga experimental específica. No entanto, para garantir a qualidade da energia e a sustentabilidade, foram examinados e aplicados os fatores chaves que os aproximassem os seus componentes do funcionamento ideal.

Neste projeto, que utiliza o conversor buck, são provocadas variações de tensões com tolerância de três estágios de tensão na sua alimentação: 15VDC, 17VDC e 19VDC, e, o conversor sendo comandado por um controlador híbrido composto por um controlador Fuzzy e um controlador PID com ordem fracionária, o qual exerce o controle da tensão na saída do conversor, tem como objetivo fazer com que a tensão na saída do

conversor permaneça estabilizada em 12VDC, mesmo quando o conversor esteja alimentando uma carga com oscilações na tensão em sua entrada. Seu modelo ideal é mostrado na figura 2.

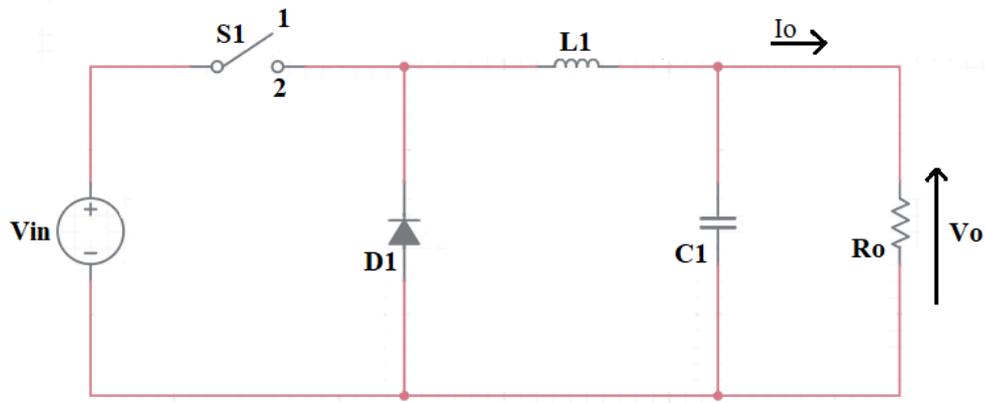


Figura 2: Conversor BUCK ideal

Fonte: (Adaptado de Barbi, 2015)

O mesmo circuito com a introdução de algumas não idealidades encontra-se representado na figura 3.

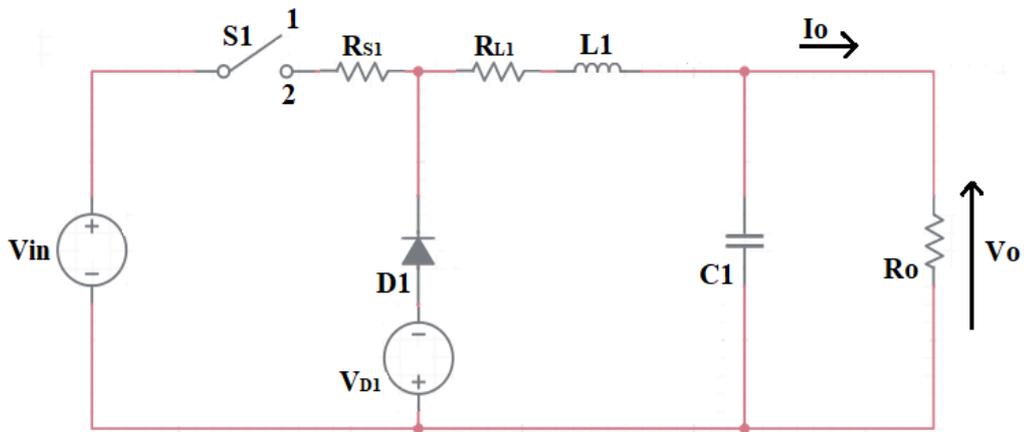


Figura 3: Conversor BUCK com componentes não ideais

Fonte: (Adaptado de Barbi, 2015)

As não idealidades são as seguintes:

$R_{S1} \rightarrow$  Resistência do interruptor  $S1$

$V_{D1} \rightarrow$  Queda de tensão no diodo  $D1$

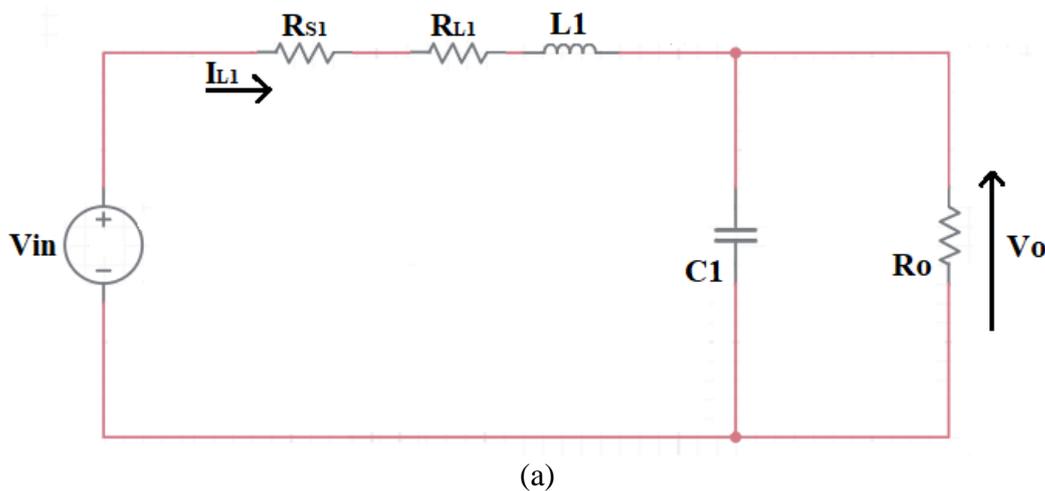
$R_{L1} \rightarrow$  Resistência do indutor  $L1$

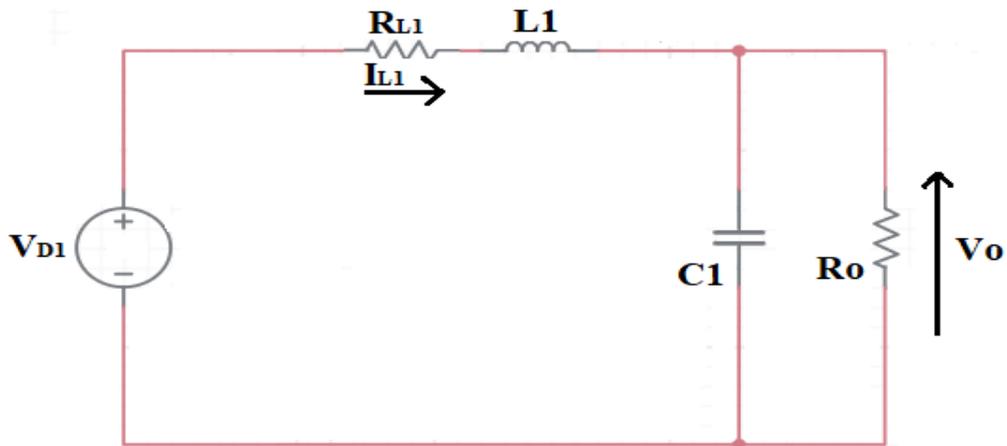
O conversor DC-DC do tipo Buck possui características que baixa a tensão na sua

saída, ou seja, processam uma tensão contínua de entrada para uma tensão contínua de saída de valor reduzido, ao passo que a corrente de saída possui um valor maior do que o valor da corrente de entrada. Isso é observado devido a lei da conservação de energia (ABARRAÇA; GIMENEZ, 2013). Assumindo o modo de condução contínua, o funcionamento do conversor Buck acontece em duas etapas: na primeira o chaveador S1 está fechado e na segunda a mesma chave encontra-se aberto onde a tensão de entrada é representada por  $V_{in}$ , haverá uma tensão resultante do chaveador S1 devido à comutação frequente entre os pontos 1 e 2 da chave e a tensão aplicada na carga por  $V_o$ , mensuradas em volts DC (BARBI, 2015). Seja  $D$  a razão cíclica, razão que, o tempo em que a chave permanece ligada ( $t_{on}$ ) e o período total  $T$  de fechamento e abertura da chave ( $t_{off} + t_{on}$ ), onde  $t_{off}$  é o tempo em que a chave permanece aberta (BARBI, 2015). A relação descrita é representada pela Equação (3.1):

$$D = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} = \frac{t_{on}}{T} \quad (2.1)$$

Os dois circuitos equivalentes para os intervalos de tempo ( $t_{on}$ ) e ( $t_{off}$ ) encontram-se representados nas 4(a) e 4(b).





(b)

Figuras 4(a) e 4(b): Estados topológicos do conversor Buck, para os intervalos de tempo ( $t_{on}$ ) e ( $t_{off}$ ), respectivamente.

Fonte: (Adaptado de Barbi, 2015).

O controle de redução da tensão é efetivado pelo chaveamento do conversor buck, que nesse caso, é comandado pelo controlador híbrido Fuzzy-PID de ordem fracionária, o qual sua modelagem e seu funcionamento são demonstrados no Cap. 3 desta pesquisa. A tensão de saída do conversor que é aplicada na carga, é resultante do quanto o período de chaveamento da tensão de entrada está conectada ao resto do sistema em operação, ou seja, a proporção em que a chave comuta em cada uma das posições 1 e 2, que alterna em fechada ou aberta em um determinado período.

A implementação desse chaveamento é dada pela utilização de um IGBT, e um diodo, conforme mostrado na figura 2. Para a chave na posição 2, o transistor conduz e o diodo bloqueia passagem de corrente, carregando assim os elementos capacitivo e indutivo. Para a chave na posição 1, o transistor não conduz e o diodo permite a passagem de corrente, isolando  $V_{in}$  do resto do sistema, como visto na figura 2. Para a modelagem e para o projeto proposto, despreza-se as não idealidades do transistor e do diodo, como a corrente reversa, a resistência interna e a variação de parâmetros de acordo com a temperatura. Visto que para a aplicação prática, essas características têm influência relativamente pequena ou quase nula, comparadas com outras variáveis analisadas posteriormente como a corrente no indutor, a tensão no capacitor, e podem ser compensadas através do sistema de controle do Fuzzy-PID fracionário.

Com base na figura 2 e na descrição do princípio de funcionamento do equipamento, as formas de onda geradas pelo conversor durante sua atuação quando

alimenta uma carga resistiva podem ser reproduzidas ao longo do tempo e são mostradas na figura 5 considerando uma razão cíclica  $D = 0,5$ . As formas de onda mostradas na figura 4 auxiliam na determinação dos valores dos componentes que constituem o circuito do conversor, já que estes devem ser dimensionados levando-se em conta o possível comportamento do equipamento em questão. A figura 4 mostra o comportamento das grandezas em seus respectivos componentes, sendo  $I(D1)$  a corrente no Diodo,  $I(L1)$  sendo a corrente no indutor,  $I_d(Ig)$  sendo a corrente reversa do diodo,  $I(C1)$  sendo a corrente no capacitor e  $V(n003)$  sendo a tensão no capacitor, onde também são mostradas as variações de  $I(L1)$  sendo  $(\Delta I_{L1})$  e de  $V(n003)$  sendo  $(\Delta V_{C1})$ .

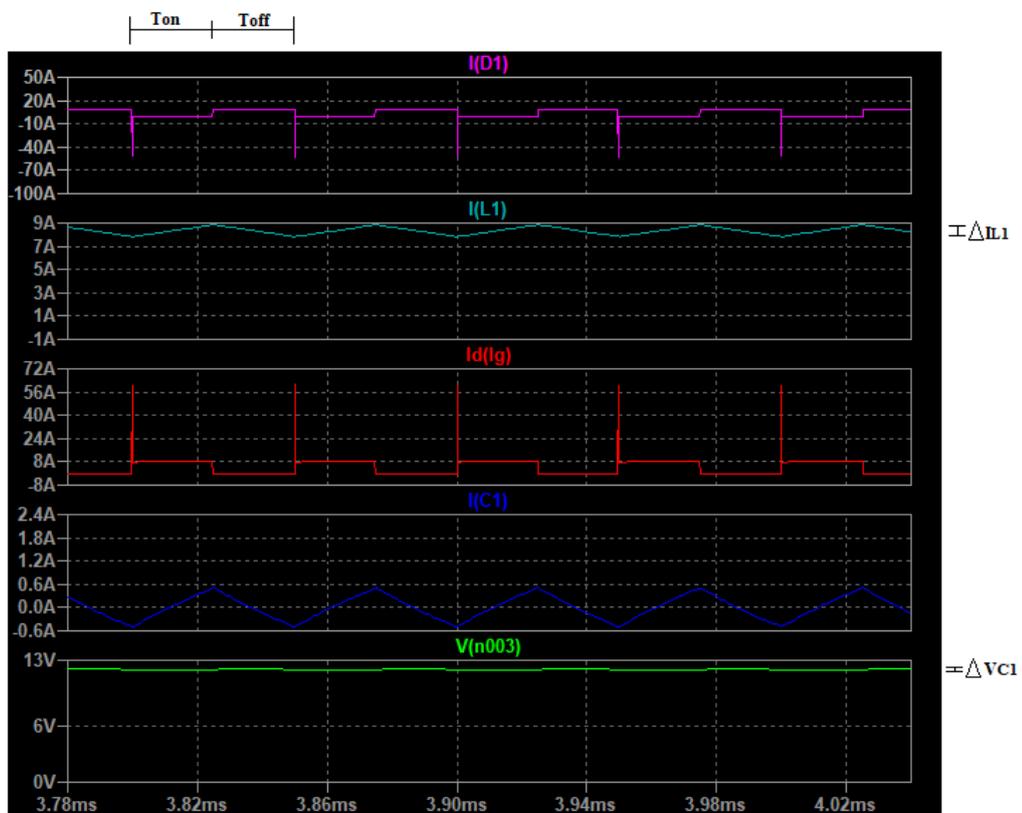


Figura 5 - Formas de onda que descrevem o comportamento do Buck no simulador LTspice.

Fonte: Próprio autor.

## 2.1.1 Equacionamento da Primeira Fase Operacional

Analisando a malha representada pelo primeiro estágio topológico mostrado na Figura 3(a) e empregando a lei de Kirchhoff para tensões e corrente (BARBI; 2015), obtêm-se as seguintes Equações:

$$L1 \frac{di_L}{dt} = -R_{S1} \cdot I_{L1} - R_{L1} \cdot I_{L1} - v_{C1} + Vin \quad (2.2)$$

$$C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_O} \quad (2.3)$$

A representação matricial das equações (2.2) e (2.3) é dada pela equação (2.4).

$$\begin{pmatrix} L1 \frac{di_L}{dt} \\ C1 \frac{dv_{C1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_{S1} - R_{L1} & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_O} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L1} \\ v_{C1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Vin \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Multiplicando todos os termos da equação (2.4) pela razão cíclica D, que é a relação direta com o período de condução da chave, obtêm-se:

$$\begin{pmatrix} D \cdot L1 \frac{di_L}{dt} \\ D \cdot C1 \frac{dv_{C1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D(-R_{S1} - R_{L1}) & -D \\ D & -\frac{D}{R_O} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L1} \\ v_{C1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D \cdot Vin \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

## 2.1.2 Equacionamento da Segunda Fase Operacional

Analisando a malha representada pelo segundo estágio topológico mostrado na figura 3(b) e empregando novamente a lei de Kirchhoff para tensões e corrente, obtêm-se as seguintes Equações:

$$L1 \frac{di_L}{dt} = -R_{L1} \cdot I_{L1} - v_{C1} - V_D \quad (2.6)$$

$$C1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{L1} - \frac{v_{C1}}{R_O} \quad (2.7)$$

A representação matricial das equações (2.6) e (2.7) é dada pela Equação (2.8).

$$\begin{pmatrix} L1 \frac{di_L}{dt} \\ C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_{L1} & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_o} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L1} \\ v_{c1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -V_D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Multiplicando todos os termos da equação (2.8) por (1-D), que tem relação direta com o período que a chave fica aberta, obtêm-se:

$$\begin{pmatrix} (1-D)L1 \frac{di_L}{dt} \\ (1-D)C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-D)(-R_{S1} - R_{L1}) & -(1-D) \\ (1-D) & -\frac{(1-D)}{R_o} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L1} \\ v_{c1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(1-D)V_D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Somando-se as equações (2.4) e (2.9). Têm-se:

$$\begin{pmatrix} D \cdot L1 \frac{di_L}{dt} \\ D \cdot C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1-D)L1 \frac{di_L}{dt} \\ (1-D)C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L1 \frac{di_L}{dt} \\ C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Obtêm-se:

$$\begin{pmatrix} L1 \frac{di_L}{dt} \\ C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} D \cdot L1 \frac{di_L}{dt} \\ D \cdot C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1-D)L1 \frac{di_L}{dt} \\ (1-D)C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} i_{L1} \\ v_{c1} \end{pmatrix} + \left[ \begin{pmatrix} D \cdot Vin \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(1-D)V_D \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (2.11)$$

Utilizando os cálculos algébricos na equação (2.11), têm-se a Equação (2.12).

$$\begin{pmatrix} L1 \frac{di_L}{dt} \\ C1 \frac{dv_{c1}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_{S1} - R_{L1} & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_o} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L1} \\ v_{c1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D \cdot Vin - (1-D)V_D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

O modelo acima pode ser representado por duas Equações de primeira ordem, ou seja:

$$L1 \frac{di_L}{dt} = -(D \cdot R_{S1} + R_{L1}) \cdot i_{L1} - v_{c1} + D \cdot Vin - (1-D) \cdot V_D \quad (2.13)$$

$$C1 \frac{dv_{c1}}{dt} = i_{L1} - \frac{v_{c1}}{R_o} \quad (2.14)$$

As Equações (2.13) e (2.14) representam o circuito mostrado na figura 6.

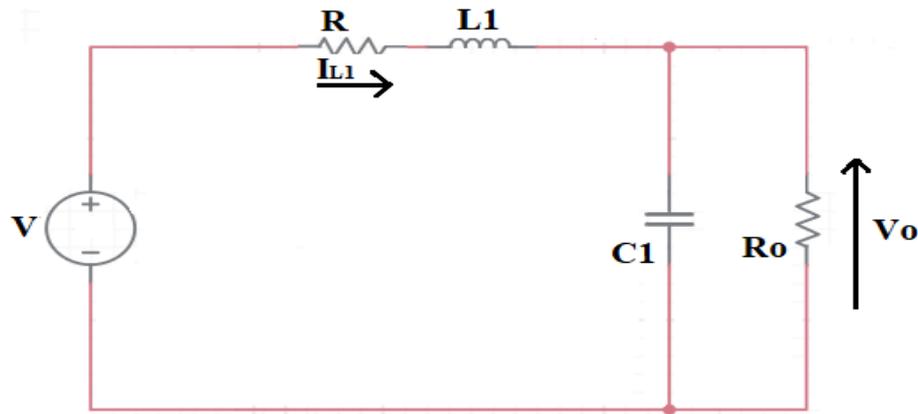


Figura 6: Circuito médio equivalente do Conversor BUCK.

Fonte: (Adaptado de Barbi, 2015).

Onde:

$$V = D \cdot V_{in} - (1 - D) \cdot V_D \quad (2.15)$$

$$R = D \cdot R_{S1} + R_{L1} \quad (2.16)$$

### 2.1.3 Cálculos do Indutor e do Capacitor.

O circuito representado na Figura 5, obtido com a aplicação da técnica de modelo médios em espaço de estado, é validado para grandezas médias quase instantâneas, e consequentemente também para operação em regime permanente (Barbi, 2015).

Análogo às duas etapas de operações, onde na primeira etapa, segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020), têm-se o equacionamento:

$$V_{in} = V_{L1} + V_o \quad (2.17)$$

E com isso, pode-se calcular a impedância do indutor L1 de acordo com as expressões:

$$V_L = L1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (2.18)$$

Com a chave S fechada e assumindo circulação de corrente média pelo circuito da primeira etapa de funcionamento (2.18) pode ser reescrita conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020):

$$V_{L1} = L1 \frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t1} \quad (2.19)$$

A diferença entre (2.18) e (2.19) se encontra no fato de que, no primeiro caso a tensão sobre o indutor  $V_L$  é referente a todo o período de tempo em que o indutor opera,

e a taxa  $\frac{di_{L1}}{dt}$  é a variação da corrente que circula pelo indutor ao longo de todo o tempo, já no segundo caso,  $V_{L1}$  é a tensão sobre o indutor apenas na primeira etapa de funcionamento do conversor e  $\frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t1}$  é a variação de corrente ao longo da primeira etapa de funcionamento (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

Em (2.19), o termo  $\Delta t1$  é referente a variação do tempo e pode ser entendido como o tempo em que a chave S permanece fechada, podendo ser escrito como  $\Delta t1 = ton$ . O termo  $\Delta i_{L1}$  é interpretado como a variação da corrente que circula pelo indutor na primeira etapa de funcionamento do conversor e pode ser escrito como  $\Delta I_{L1} = I_{L1}MÁX - I_{L1}MIN$ . Os termos  $I_{L1}MÁX$  e  $I_{L1}MIN$  são respectivamente os valores de correntes máxima e mínima durante a primeira etapa de funcionamento que circulam pelo indutor do conversor e podem ser observados na Figura 4 (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

Substituindo (2.19) em (2.17) e isolando o termo  $\Delta I_{L1}$  encontra-se:

$$\Delta I_{L1} = \frac{(Vin-Vo)T}{L1} \quad (2.20)$$

Retomando a definição de razão cíclica D dada em (2.1) e assumindo que  $\frac{1}{T} = fs$ , onde T e fs são respectivamente o período e a frequência de chaveamento do conversor, a partir de (2.20) pode-se definir a variação de corrente do indutor admitida durante a primeira etapa de funcionamento:

$$\Delta I_{L1} = \frac{(Vin-Vo)D}{L1fs} \quad (2.21)$$

Analisando a segunda etapa, segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020), tem-se:

$$V_{L2} = -Vo \quad (2.22)$$

Onde  $V_{L2}$  é a tensão sobre o indutor L1 durante a segunda etapa de funcionamento do conversor. Tomando (2.18) e considerando que  $\Delta I_{L2} = I_{L2}MIN - I_{L2}MÁX$  é a variação de corrente no indutor durante a segunda etapa de funcionamento do conversor Buck (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020) obtém-se:

$$\Delta I_{L2} = -\Delta I_{L1} \quad (2.23)$$

$$V_{L2} = -L1 \frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t2} \quad (2.24)$$

Onde  $\Delta t_2$  representa o tempo em que a chave S permanece aberta e pode ser entendido como a subtração do período em que a chave permanece fechada  $t_{on}$  do período total de chaveamento T, resultando em  $\Delta t_2 = T - t_{on}$ . Dessa forma, (2.24) pode ser definida conforme:

$$V_{L2} = L1 \frac{\Delta I_{L1}}{(T-t_{on})} \quad (2.25)$$

Substituindo (2.25) em (2.22) obtém-se:

$$-L1 \frac{\Delta I_{L1}}{(T-t_{on})} = V_o \quad (2.26)$$

Multiplicando e dividindo (2.26) pelo período de chaveamento T e isolando o termo  $\Delta I_{L1}$  encontra-se:

$$\Delta I_{L1} = \frac{V_o(1-D)}{L1f_s} \quad (2.27)$$

Igualando (2.27) com (2.21) é possível determinar a seguinte relação:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = D \quad (2.28)$$

Observando (2.28) é possível concluir que, com  $D < 1$  para todos os casos, a tensão  $V_o$  na saída do conversor será sempre menor ou igual ao valor da tensão de entrada  $V_{in}$ . Para dimensionar o valor da indutância que deve compor o circuito do conversor Buck basta isolar o termo L1 em (2.21) (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

$$L1 = \frac{(V_{in}-V_o)D}{\Delta I_{L1}f_s} \quad (2.29)$$

O valor calculado para a indutância deve ser verificado, pois define o modo de operação em que o conversor irá trabalhar. Desta forma, o indutor L1 deve ser comparado com a indutância crítica LC, o qual é calculada considerando que o conversor opera no MCCr, dessa forma, se o valor de L1 for maior do que o valor de LC, o conversor operará no MCC, caso contrário no MCD.

A indutância crítica é calculada conforme a equação (2.30) (VILELA, 2011):

$$LC = \frac{TD}{2I_o} (V_{in} - V_o) \quad (2.30)$$

Posteriormente a análise do indutor dimensionado, se faz necessário calcular o valor da capacitância que o conversor deve possuir para que as especificações de projeto sejam obedecidas.

Observando a figura 7, nota-se com mais detalhes o comportamento da tensão e da corrente no capacitor do conversor Buck.

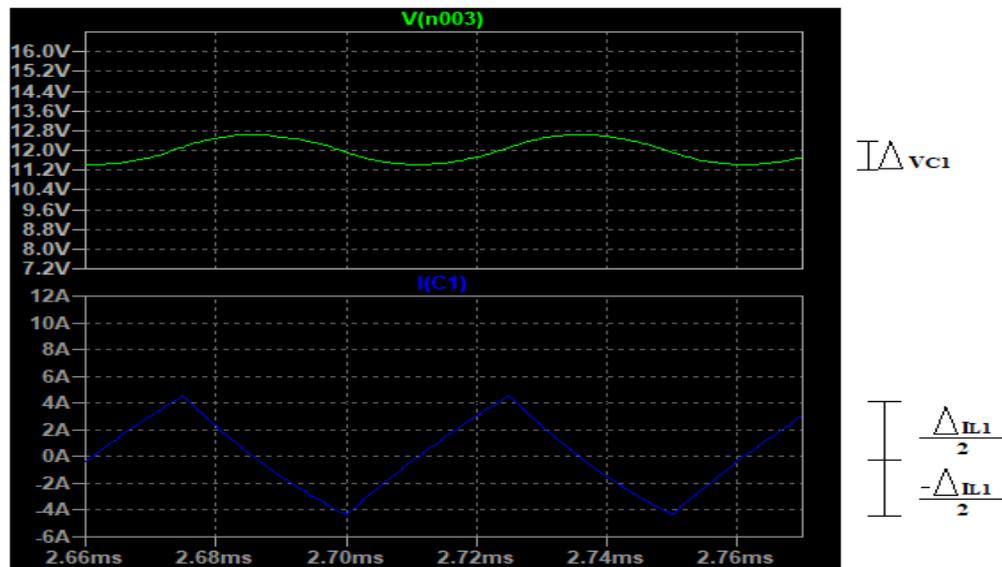


Figura 7 – Formas de onda de tensão e corrente no capacitor do Buck

Fonte: Próprio autor.

A análise da figura 7 permite observar que o capacitor assume a parcela alternada de corrente do indutor mantendo sua forma triangular. Desta maneira a carga é submetida a uma corrente com o mínimo de ondulação possível.

Analogamente à corrente, a tensão assumida pelo capacitor é a parcela alternada proveniente do indutor e tem a mesma justificativa dada para a corrente, no entanto, sua forma de onda é levemente senoidal e não triangular como observado na Figura 7.

A corrente que circula pelo indutor no momento em que a chave S1 está fechada é composta por uma parcela média e por uma variação de corrente  $\Delta I_{L1}$ . Considerando que a carga assuma a parcela média da corrente que provém do indutor L1 e que o capacitor C1 assuma a parcela variante desta corrente, é observado na Figura 6 que  $\Delta I_{L1}$  pode ser dividida em duas parcelas simétricas, uma acima do eixo do tempo e outra abaixo deste mesmo eixo, onde cada parcela de corrente possui o valor equivalente a  $\frac{\Delta I_{L1}}{2}$  (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

Por definição, a corrente em um capacitor é calculada conforme (2.31) (BOYLESTAD, 1997):

$$i_{C1} = C1 \frac{dV_{C1}}{dt} \quad (2.31)$$

Admitindo que T é o período de chaveamento do conversor em questão, se for considerada a primeira etapa de funcionamento onde  $t = t_{on}$  e uma razão cíclica de 0,5 for empregada, pode-se dizer que, no intervalo de tempo  $\frac{T}{2}$  a corrente média que circula pelo capacitor é dada por:

$$I_{C1} = \frac{\Delta I_{L1}}{4} \quad (2.32)$$

Admitindo ainda o mesmo intervalo de tempo, pode-se afirmar que:

$$dV_{C1} = \Delta V_{C1} \quad (2.33)$$

$$dt = \frac{T}{2} \quad (2.34)$$

Substituindo (2.34), (2.33) e (2.32) em (2.31) obtém-se:

$$\Delta V_{C1} = \frac{\Delta I_{L1}}{8C1fs} \quad (2.35)$$

Onde  $\Delta V_{C1}$  é a variação de tensão admitida pelo capacitor e  $\Delta I_{L1}$  é a variação de corrente admitida pelo indutor. A obtenção da capacitância é observada isolando-se o termo C1 em (2.35):

$$C1 = \frac{\Delta I_{L1}}{8\Delta V_{C1}fs} \quad (2.36)$$

Após as definições dos cálculos para se obter o valor do indutor L1 e o valor do capacitor C1, dar-se continuidade nas análises do converso buck para obter sua função de transferência (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

## 2.1.4 Desenvolvimento da Função de Transferência para Definir a Tensão de Carga.

Os dois estágios topográficos para os intervalos (0, DT) e (DT, T) foram demonstrados, representados respectivamente pelas equações (2.37) e (2.38).

$$\dot{X} = A_1 \cdot X + B_1 \cdot U \quad (2.37)$$

$$\dot{X} = A_2 \cdot X + B_2 \cdot U \quad (2.38)$$

Com isso, foi obtida a expressão (2.39).

$$\dot{X} = [A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot X + [B_1 \cdot D + B_2 \cdot (1 - D)] \cdot U \quad (2.39)$$

Para facilitar o entendimento nas manipulações algébricas, foram adotadas as seguintes definições:

$$x = X + \bar{x} \quad (2.40)$$

$$d = D + \bar{d} \quad (2.41)$$

onde  $X$  simboliza o vetor de estados e  $D$  a razão cíclica, em um determinado ponto de operação. Os valores das variáveis  $\bar{x}$  e  $\bar{d}$  indicam pequenas mudanças no vetor de estados da razão cíclica em torno desse ponto de operação.

Com isso, têm-se:

$$\dot{x} = \dot{X} + \dot{\bar{x}} \quad (2.42)$$

Mas,  $\dot{X} = 0$ . Então:

$$\dot{x} = \dot{\bar{x}} \quad (2.43)$$

Após substituir as expressões (2.40), (2.41) e (2.42) na expressão geral (2.39), obteve-se a expressão:

$$\begin{aligned} \dot{x} + \dot{\bar{x}} &= [A_1 \cdot (D + \bar{d}) + A_2 \cdot (1 - D - d)] \cdot (X + \bar{x}) + \\ &[B_1 \cdot (D + \bar{d}) + B_2 \cdot (1 - D - d)] \cdot U \end{aligned} \quad (2.44)$$

Resolvidos os membros separadamente,

$$\begin{aligned} &[A_1 \cdot (D + \bar{d}) + A_2 \cdot (1 - D - d)] \cdot (X + \bar{x}) = \\ &[A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot X + [A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot \bar{x} + \\ &[A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot \bar{x} + (A_1 - A_2) \cdot \bar{d} \cdot \bar{x} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Porém  $(A_1 - A_2) \cdot \bar{d} \cdot \bar{x} \approx 0$ , como foi mencionado anteriormente,  $\bar{x}$  e  $\bar{d}$  representam pequenas alterações do vetor de estado e neste ponto, são próximos de zero.

Com isso,

$$\dot{X} = [A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot X + [B_1 \cdot D + B_2 \cdot (1 - D)] \cdot U \quad (2.46)$$

Como  $\dot{X} = 0$ , a expressão (2.47) foi escrita desse modo:

$$[A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot X + [B_1 \cdot D + B_2 \cdot (1 - D)] \cdot U = 0 \quad (2.47)$$

Finalizado o desenvolvimento do primeiro termo, foi desenvolvida a equação do segundo termo definida pela equação (2.38).

$$P = [B_1 \cdot (D + \bar{d}) + B_2 \cdot (1 - D - d)] \cdot U \quad (2.48)$$

Desse modo,

$$P = [B_1 \cdot D + B_1 \cdot \bar{d} + B_2 \cdot (1 - D) - B_2 \cdot d] \cdot U \quad (2.49)$$

Desse modo,

$$P = [B_1 \cdot D + B_2 \cdot (1 - D)] \cdot U + [B_1 \cdot \bar{d} - B_2 \cdot d] \cdot U \quad (2.50)$$

Combinou-se as expressões (2.44), (2.47) e (2.50), obteve-se a expressão (2.51).

$$\dot{\bar{x}} = [A_1 \cdot D + A_2 \cdot (1 - D)] \cdot \bar{x} + (A_1 - A_2) \cdot X \cdot \bar{d} + (B_1 - B_2) \cdot U \cdot \bar{d} \quad (2.51)$$

A expressão (2.51) representa um sistema de equações diferenciais, lineares e invariantes no tempo de 1ª ordem e descreve o comportamento do conversor para pequenas componentes alternantes em torno do ponto de operação definido do  $X$  e  $D$ .

Com isso, utilizou-se da expressão (2.51) para obtenção da função de transferência que é necessária para o controle da tensão de carga.

Neste capítulo nas seções 2.2 e 2.3, foram obtidas as expressões (2.3) e (2.7) que são análogas às expressões (2.52) e (2.53), respectivamente.

$$\begin{pmatrix} dI_{L1} \\ dV_{C1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{S1} + R_{L1}}{L1} & -\frac{1}{L1} \\ \frac{1}{C1} & -\frac{1}{R_o \cdot C1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L1} \\ V_{C1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Vin \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$\begin{pmatrix} dI_{L1} \\ dV_{C1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{L1}}{L1} & -\frac{1}{L1} \\ \frac{1}{C1} & -\frac{1}{R_o \cdot C1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L1} \\ V_{C1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

Para uma análise mais simples das expressões (2.52) e (2.53), admitiu-se que

$V_D = 0$  e  $R_{S1} = 0$ . Desse modo,

$$A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{R_{L1}}{L1} & -\frac{1}{L1} \\ \frac{1}{C1} & -\frac{1}{R_O.C1} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$B_2 = 0 \quad (2.55)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{V_{in}}{L1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

E, após as suas manipulações, substituiu-se as equações (2.54), (2.55) e (2.56) em (2.51) e obteve-se a expressão (2.57).

$$\dot{\bar{x}} = A_1 \cdot \bar{x} + B_1 \cdot U \cdot \bar{d} \quad (2.57)$$

Foi aplicado a transformada de Laplace na em (2.57) e obteve-se a expressão (2.66).

$$I \cdot s \cdot \bar{x}(s) = A_1 \cdot \bar{x}(s) + B_1 \cdot U \cdot \bar{d}(s) \quad (2.58)$$

Onde I é a matriz identidade e com isso,

$$\bar{x}(s) \cdot [s \cdot I - A_1] = B_1 \cdot U \cdot \bar{d}(s) \quad (2.59)$$

Ou ainda pode ser representada por:

$$\bar{x}(s) = [s \cdot I - A_1]^{-1} \cdot B_1 \cdot U \cdot \bar{d}(s) \quad (2.60)$$

Porém,

$$[s \cdot I - A_1] = \begin{pmatrix} s + \frac{R_{L1}}{L1} & -\frac{1}{L1} \\ \frac{1}{C1} & s + \frac{1}{R_O.C1} \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

Com isso,

$$[s \cdot I - A_1]^{-1} = \frac{1}{M(s)} \cdot \begin{pmatrix} L1(1 + C1 \cdot R_O \cdot s) & C1 \cdot R_O \\ L1 \cdot R_O & R_O \cdot C1 \cdot (R_{L1} + L1 \cdot s) \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

Sendo  $M(s)$  a função auxiliar de  $[s \cdot I - A_1]^{-1}$ .

$$M(s) = \frac{1}{R_O + R_{L1} + L1 \cdot s + C1 \cdot R_O \cdot R_{L1} \cdot s + L1 \cdot C1 \cdot R_O \cdot s^2} \quad (2.63)$$

E com isso,

$$B.U. \bar{d}(s) = \begin{pmatrix} V \cdot \bar{d}(s) \\ L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Com as expressões (2.62) e (2.64) se obtêm a expressão (2.65).

$$(2.65) \quad \begin{pmatrix} \bar{I}_{L1}(s) \\ \bar{V}_{C1}(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{M(s)} \cdot \begin{pmatrix} V \cdot (1 + C1 \cdot R_o \cdot s) \cdot \bar{d}(s) \\ V \cdot R_o \cdot \bar{d}(s) \end{pmatrix}$$

Portanto:

$$\bar{V}_{C1}(s) = \frac{V \cdot R_o \cdot \bar{d}(s)}{M(s)} \quad (2.66)$$

Deste modo,

$$\frac{\bar{V}_{C1}(s)}{\bar{d}(s)} = V \cdot \frac{R_o}{M(s)} \quad (2.67)$$

$$\frac{R_o}{M(s)} = \frac{1}{L1 \cdot C1 \left[ s^2 + s \left( \frac{1}{C1 \cdot R_o} + \frac{R_{L1}}{L1} \right) + \frac{1}{L1 \cdot C1} \cdot \left( \frac{R_o + R_{L1}}{R_o} \right) \right]} \quad (2.68)$$

E, considerando  $R_o \ll R_{L1}$ . Têm-se:

$$\frac{\bar{V}_{C1}(s)}{\bar{d}(s)} = \frac{V}{L1 \cdot C1 \left[ s^2 + s \left( \frac{1}{C1 \cdot R_o} + \frac{R_{L1}}{L1} \right) + \frac{1}{L1 \cdot C1} \right]} \quad (2.69)$$

Sejam as definições:  $\omega_o$  sendo a frequência natural que é a frequência de oscilação do sistema sem amortecimento e  $\zeta$  o coeficiente de amortecimento do sistema que é uma grandeza cuja definição pode ser estabelecida de modo a comparar a frequência do decaimento exponencial da envoltória à frequência natural. O comportamento dinâmico do sistema de segunda ordem, neste caso, do conversor Buck, é descrito em termos dos dois parâmetros  $\zeta$  e  $\omega_o$ . Se  $0 < \zeta < 1$ , os polos de malha fechada são complexos conjugados e se situam no semiplano esquerdo do plano  $s$ . Se  $\zeta = 0$ , o sistema é então chamado subamortecido, ou seja, oscila antes de atingir o estado estacionário, com uma série de oscilações que diminuem gradualmente; se  $\zeta = 1$ , o sistema é denominado criticamente

amortecido, ou seja, o sistema retorna ao estado estacionário o mais rápido possível, sem oscilar e se  $\zeta > 1$ , é denominado superamortecido, ou seja, o sistema retorna ao estado estacionário sem oscilar, mas de forma mais lenta do que o criticamente amortecido (Ogata, 2010).

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_1.C_1}} \quad (2.70)$$

$$\zeta = \frac{\left(\frac{1}{C_1.R_o} + \frac{R_{L1}}{L_1}\right)}{2.\omega_o} \quad (2.71)$$

Por fim, obtêm-se a função de transferência de segunda ordem (2.72).

$$\frac{\bar{V}_{C1}(s)}{\bar{d}(s)} = \frac{V.\omega_o^2}{s^2 + 2.\zeta.\omega_o.s + \omega_o^2} \quad (2.72)$$

A função de transferência (2.72) correlaciona a variação da tensão média na carga, provocada por uma pequena oscilação alternada de razão cíclica em torno de um ponto de operação, sendo esse ponto o sistema de chaveamento.

O conversor Buck com interruptores ideais, do ponto de vista dos valores médios quase instantâneos, comportam-se linearmente, as condições iniciais não aparecem na equação final obtida (Barbi, 2015). E, devido à própria natureza do conversor Buck, nenhum dos parâmetros do circuito equivalente simplificado depende da razão cíclica, o que não acontece com outros conversores.

A função (2.72) pode definir a estrutura e os parâmetros do controlador da tensão de saída ou de carga (BARBI, 2015).

Uma outra forma de obter a função de transferência do conversor buck é utilizar a lei de Kirchhoff para obter o modelo matemático do conversor DC/DC representado pelas equações (2.73) e (2.74) (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020) tomando em conta o ciclo de comutação ativo do interruptor estático para o período de comutação T. Onde:

$$\frac{dI_{L1}(dT)}{dt} = \frac{1}{L_1}Vin(t) - \frac{1}{L_1}V_{c1}(t) \quad (2.73)$$

$$\frac{dV_{c1}(dT)}{dt} = \frac{1}{C1} I_{L1}(t) - \frac{1}{R_{L1}C1} V_{L1}(t) \quad (2.74)$$

E, considerando que a fonte de tensão é constante e o duty cycle é variável no tempo, a entrada de controle é escolhida para ser o duty cycle. Assim, de acordo com as equações (2.75) e (2.76) (BARBI, 2015) podem ser representados empregando o seguintes equações de estado-espço que representam o modelo médio do conversor buck.

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{c1}(t)}{dt} \\ \frac{dI_{L1}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{L1}C1} & \frac{1}{C1} \\ -\frac{1}{L1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c1} \\ I_{L1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{vin}{L1} \end{bmatrix} dt \quad (2.75)$$

$$V_o(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} V_{c1} \\ I_{L1} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Do modelo de estado-espço deste conversor descrito em (2.75) e (2.76), a função de transferência é obtida da seguinte forma:

$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = \bar{C}(s\bar{I} - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D} \quad (2.77)$$

Onde, a função de transferência de segunda ordem é dada por:

$$G_1(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.78)$$

A equação (2.78) representa o sistema linearizado em torno de um ponto de operação desejado, no caso, o chaveamento, onde  $b_0$ ,  $a_1$  e  $a_0$  são dados por (2.87), (2.88) e (2.89) respectivamente.

$$b_0 = \frac{vin}{L1C1} \quad (2.79)$$

$$a_1 = \frac{1}{L1C1} \quad (2.80)$$

$$a_0 = \frac{1}{RoC1} \quad (2.81)$$

## **Conclusão do Capítulo 2**

No Capítulo 2, concluiu-se o modelamento matemático do conversor buck e sua função de transferência, assim como os métodos de cálculos dos seus elementos de composição, onde os elementos de composição são aplicados na construção do simulador e do protótipo deste trabalho. Na sua modelagem, foi utilizado o sistema em espaço de estado porque o mesmo permite aplicar métodos de projetos de controladores, como controle ótimo, adaptativo e não-linear, e, facilita a modelagem, a solução de problemas de aplicações específicas, fornece uma maneira prática e compacta para modelar e analisar sistemas com múltiplas entradas e saídas.

# CAPÍTULO 3

## Cálculos Fracionários e Lógica *Fuzzy*

### 3.1 Introdução aos Cálculos Fracionários

Apresenta-se neste capítulo conhecimentos introdutórios sobre a teoria do cálculo de ordem fracionária como, sua origem, suas contribuições ao longo da história sobre as integrais e derivadas de ordem arbitrárias e desenvolvimentos aprimorados. São mostrados e descritos, os conceitos sobre região e estabilidade dos sistemas linearmente invariantes no tempo de ordem inteira e fracionária, bem como resposta em frequência de algumas funções e ordem fracionária.

Aborda-se a base da metodologia de aproximação e filtro de Oustaloup aplicado para aproximação de operações fracionárias sobre seu equivalente em ordem inteira.

#### 3.1.1 Cálculo de Ordem Fracionária

Os sistemas fracionários e o controle fracionário têm recebido grande atenção recentemente, tanto do ponto de vista acadêmico como industrial, devido ao seu aumento da flexibilidade (em relação a sistemas de ordem inteira) que permite uma estimativa mais precisa na modelagem de sistemas complexos e obtenção de mais controle nos requisitos desafiadores (Padula; Visioli, 2015).

O Cálculo Fracionário, conhecido também, como cálculo de ordem não inteira, é uma área da matemática onde são aplicadas integrais e derivadas de ordem não inteiras, baseando-se na generalização do cálculo tradicional usufruindo de conceitos e ferramentas de resolução similares, contudo com uma ampla aplicabilidade (SILVA, 2022).

Nas últimas três décadas, o cálculo fracionário foi revisitado por acadêmicos, cientistas e engenheiros aplicando esta ferramenta de cálculo em diversas áreas do conhecimento humano, em especial nas áreas de engenharia de controle e automação, gerando promissores resultados em estudos direcionados a sistemas dinâmicos e demais áreas do controle moderno. O cálculo fracionário teve sua origem em 1695, após troca de

correspondências entre L'Hopital e Leibniz, onde o teor das mensagens levou Leibniz a refletir sobre um questionamento de L'Hopital sobre o que de fato ocorreria caso o fator  $n$  da derivada de uma função de acordo com a Equação (3.1) fosse um valor fracionário (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

$$D^n = \frac{d^n f(x)}{dx^n} \quad (3.1)$$

Desde este fato, importantes matemáticos tais como Laplace, Fourier, Riemann, Liouville, Euler, Abel e Laurent se empenharam no trabalho de desenvolver a teoria que objetiva estudar integrais e derivadas de ordem arbitrária (SILVA, 2022). Matemáticos como Caputo (1969) apresentou uma nova ótica para resolução de derivadas e ordem fracionária e com este estudo chegou a solução do problema de viscoelasticidade e sismologia (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

No ano de 1998 Lorenzo e Hartley, apresentaram uma interpretação geométrica para a derivada fracionaria de Grünwald-Letnikov, demonstrando eficiência para resolver problemas numéricos.

Dentre o universo de funções relacionados ao cálculo fracionário, a função desenvolvida pelo matemático sueco Mittag-Leffer (1903) figura-se como sendo um dos mais importantes uma vez que representa a generalização para a função exponencial e possui fundamental importância nos estudos sobre equações diferenciais não inteiras. Um destes resultados gerou a formalização do operador generalizado que descreve a integração e derivação conforme Equação (3.2), (AYRES JUNIOR, 2018).

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q}, \text{ para } q > 0 \\ 1, \text{ para } q = 0 \\ \int_a^t (dt)^{-q}, \text{ para } q < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Onde:

$q$  – Define um parâmetro que define a ordem fracionária.

$a, t$  – Define os limites do operador integral

Há uma definição aplicada no diferencial fracionário de autoria de Riemann-Liouville, descrito na Equação (3.3), (PADULA; VISIOLI, 2015).

$${}_a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-q)} \left(\frac{d}{dt}\right)^m \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-(m-q)}} d\tau \quad (3.3)$$

Para  $m - 1 < q < m$  onde  $(\Gamma)$  é conhecido com função gama de Euler. A definição de Caputo é expressa na Equação (4.4).

$${}_a D_t^q f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{(q+1-m)}} d\tau, \text{ para } m-1 < q < m \\ \frac{d^m}{dt^m}, \text{ para } q = m \end{cases} \quad (3.4)$$

Onde:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (3.5)$$

Na definição de Caputo, a transformada de Laplace da derivada é demonstrada na Equação (3.6), considerando que para condições iniciais nulas, a operação fica restrita à Equação (3.7), (PADULA; VISIOLI, 2015; AYRES JUNIOR, 2018).

$$L\{ {}_0 D_t^q f(t) \} = s^q F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{q-k-1} f^{(k)}(0) \quad (3.6)$$

Onde,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  e  $q \in \mathbb{R}$ , tal que,  $n-1 < q < m$ .

$$L\{ {}_0 D_t^q f(t) \} = s^q F(s) \quad (3.7)$$

O primeiro a abordar o Cálculo Fracionário no Brasil foi o físico Aguinaldo Ricieri em seus estudos de 1993 menciona aplicações de cálculo fracionário. Existem ainda grupos de estudos no país como no Paraná, que surgiram no final do século XX, estes são formados por físicos liderados por Abilio Lenzi. Nas universidades grupos de estudos brasileiros como a Unicamp, Unesp, UFAM, UFPA, UFMG, CBPF, UFRRJ, UFSJ. (CARVALHO; OTTONI, 2018).

No ano de 2008, na Universidade de Campinas começaram as aplicações dos estudos relacionados ao Cálculo Fracionário, onde neste mesmo ano Danilo de Castro Rosendo publica sua dissertação de mestrado, na qual aborda uma pesquisa sobre a função de Mittag-Leffler e Equações Diferenciais Fracionárias.

No ano de seguinte, Rubens de Figueiredo Camargo publica sua tese de doutorado, aplicando uma pesquisa sobre Cálculo Fracionário Local e Funções Contínuas não-diferenciáveis. No ano de 2012, Felix Silva Costa apresenta sua tese de doutorado sobre a função H de Fox e Aplicações no Cálculo Fracionário. Em 2015 foi lançado o primeiro livro em língua portuguesa sobre o Cálculo Fracionário, com autoria de Rubens de Figueiredo Camargo e Edmundo Capelas de Oliveira, mostrando o grande potencial deste assunto avançar no Brasil.

Florindo Antônio de Carvalho Ayres Júnior no ano de 2014 apresentou na sua dissertação sobre estratégias de controle de ordem fracionária aplicadas ao amortecimento de Oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência e após quatro anos, em 2018, ele apresenta sua tese de doutorado sobre investigação de estratégias de controle de ordem fracionárias aplicadas a sistemas elétricos e industriais.

### **3.1.2 Estabilidade do Sistema de Ordem Fracionária**

Um sistema invariante no tempo (LIT), na teoria clássica de controle, é definido como sendo um sistema estável se as raízes do polinômio característico, ou seus polos, sejam negativos ou em caso de conjugado complexo, possuírem partes negativas. Isso significa que eles estarão alocados no semiplano esquerdo do plano complexo entre o segundo e terceiro quadrante do plano cartesiano (PADULA; VISIOLI, 2015).

No caso do LIT de ordem fracionária, sua estabilidade diferencia do de ordem inteira, entretanto faz-se possível aplicar o teorema da estabilidade de Matignon baseado na folha de Riemann para se analisar a estabilidade dos sistemas LIT de ordem inteira quanto de ordem fracionária (MONJE, et al., 2010). No caso dos sistemas de ordem fracionária, os limites de estabilidade são ligados diretamente ao expoente fracionário, onde sua equação característica baseia-se no polinômio da variável complexa  $\delta = s^\alpha$ , a condição de estabilidade pode ser expressa pela Equação (3.8) onde  $\delta_i$  são as raízes do polinômio característico, conforme folha de Riemann no plano complexo das figuras 8, 9 e 10. Para sistemas LIT de ordem inteira, sendo  $\alpha = 1$ , a condição de estabilidade é indicada na Equação (3.9), (VALÉRIO; COSTA, 2013).

$$|\arg(\delta_i)| = \delta \frac{\pi}{2}, \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.8)$$

$$|\arg(\delta_i)| = \frac{\pi}{2}, \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.9)$$

Graficamente podemos representar as regiões de estabilidade:

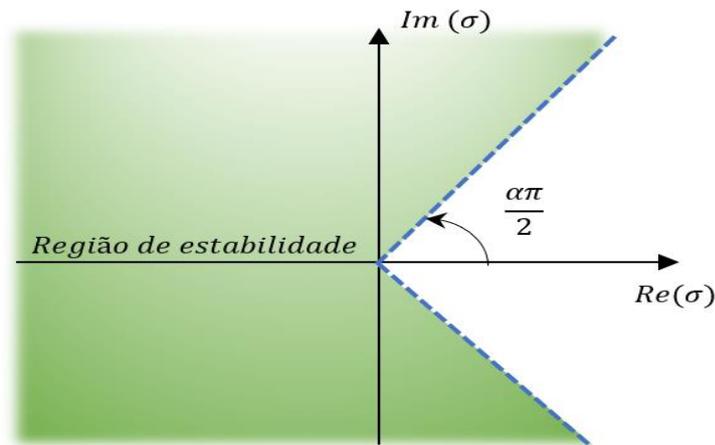


Figura 8 - Região de estabilidade  $0 < \alpha < 1$ .  
Fonte: Adaptado de VALÉRIO; COSTA (2013).

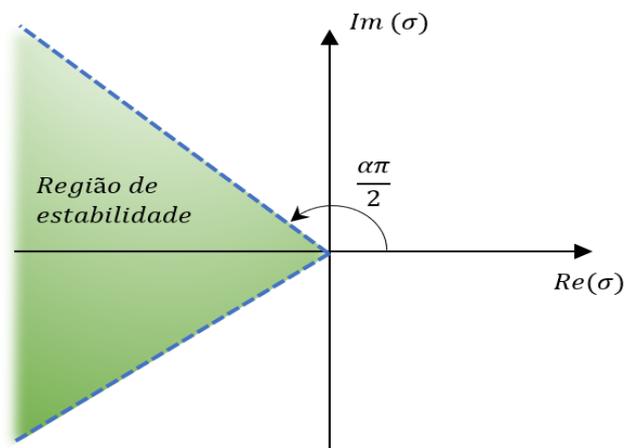


Figura 9 - Região de estabilidade  $1 < \alpha < 2$ .  
Fonte: Adaptado de VALÉRIO; COSTA (2013).

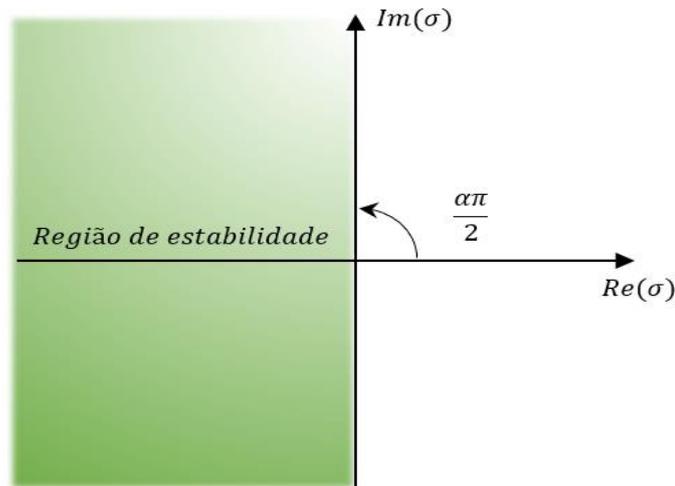


Figura 10 - Região de estabilidade  $\alpha = 1$ .  
 Fonte: Adaptado de VALÉRIO; COSTA (2013).

### 3.1.3 Resposta em Frequência de Sistemas de Ordem Fracionária

A função de transferência é uma representação analítica crucial para estudos e procura de respostas em frequência de um sistema, uma vez que a resposta em frequência é uma característica essencial desse sistema.

A frequência pode ser ilustrada através de um gráfico  $G(\omega)$  por  $\omega$ , onde  $\omega$  oscila entre  $(0, \infty)$ .

Similarmente, para uma função de transferência de ordem inteira, é possível calcular a resposta em frequência de uma função de transferência fracionária, substituindo  $s$  por  $j\omega$ . Dessa forma, a resposta em frequência será avaliada no semi-eixo imaginário positivo,  $s = j\omega, \omega \in \mathbb{R}^+$  (VALÉRIO; COSTA, 2013).

Utiliza-se o diagrama de Bode para representar a resposta em frequência, devido ao seu amplo intervalo e devido à sua escala semi-logarítmica ser mais adequada para essa situação de representação em vez de escalas lineares, o diagrama de Bode é semi-logarítmica em sua magnitude ( $dB - \text{decibéis}$ ) e de fase ( $^\circ$ ) de uma função de transferência pela frequência (SILVA, 2022).

Considerando-se, portanto, a função de transferência ideal apresentada na Equação (3.10), a resposta em frequência pode ser obtida através da Equação (3.11).

$$G(s) = s^\alpha \quad (3.10)$$

$$G(j\omega) = (j\omega)^\alpha \quad (3.11)$$

Deste modo, seu ganho e fase podem ser expressado por:

$$H(\omega) = 20 \log_{10} \omega^\alpha = 20\alpha \log_{10} \omega \text{ dB},$$

$$\varphi(\omega) = \angle(j\omega)^\alpha = \frac{\alpha\pi}{2} \quad (3.12)$$

Na representação gráfica do diagrama de Bode linear, conforme a Equação (3.11), o ganho representa uma inclinação constante de  $20\alpha$  dB/década, enquanto a fase é constante para qualquer valor de  $\omega$ , igual a  $\alpha 90^\circ$ .

Sabendo-se que:

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= (Tj\omega + 1)^\alpha = (a + jb)^\alpha \\ e^{j\theta} &= \cos \theta + j \operatorname{sen} \theta \\ (e^{j\theta'})^\alpha &= e^{j\theta'\alpha} \\ \ln(e^{j\theta'})^\alpha &= \alpha \ln(e^{j\theta'}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Logo:

$$\begin{aligned} \theta &= \alpha\theta' \\ \theta' &= \tan^{-1}(T\omega) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Se  $\alpha$  na equação (3.14) for igual a -0,5 e 0,5, obtemos o diagrama de Bode ilustrado na figura (10). Quando  $\alpha$  é igual a 0,5, ou seja,  $\alpha$  é maior que 0, o diagrama ilustra uma característica de um filtro de passa alta. Do mesmo modo, para  $\alpha$  igual a -0,5 ou seja,  $\alpha$  é menor que 0, o gráfico apresenta uma característica de um filtro passa baixa. A fase é constante e igual a  $\alpha = 90^\circ$  para todos os valores de frequência. Uma vez que  $\alpha = 0,5$  sua fase é de  $45^\circ$  e para  $\alpha = -0,5$  sua fase é de  $-45^\circ$ , sendo que para a frequência de corte, no ganho unitário de 0dB, o valor é de 1rad/s.

Também é observado que a frequência de corte, para um ganho unitário (0 db) é de 1 rad/s e independe do valor de  $\alpha$ , uma vez que  $20 \log_{10} |G(j)| = 20\alpha \log_{10} 1 = 0 \text{ db}$ .

Porém, para que seja possível obter as contribuições de ganho e fase do sistema, temos:

$$G(s) = (Ts + 1)^\alpha \quad (3.15)$$

Levando em consideração as equações (3.13) e (3.14), a contribuição de fase para o sistema da Equação (3.15) pode ser expressa:

$$\varphi(\omega) = \alpha \cdot \tan^{-1}(T\omega) \quad (3.16)$$

A contribuição do ganho é de:

$$H(\omega) = 20 \cdot \log_{10} \cdot |(J\omega T + 1)^\alpha|$$

$$H(\omega) = 20 \cdot \log_{10} \cdot \sqrt{1^2 + (\omega T)^2} \quad (3.17)$$

Para quando  $G(s)$  seja um sistema conforme equação demonstrado:

$$G(s) = (Ts^\alpha + 1) \quad (3.18)$$

Onde:

$$s^\alpha = (J\omega)^\alpha = \omega^\alpha \left[ \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + j \operatorname{sen}\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (3.19)$$

$$G(J\omega) = T\omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + j \operatorname{sen}\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + 1 \quad (3.20)$$

Com isso, obtém-se a fase da equação (4.18):

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \left[ \frac{T\omega^\alpha \operatorname{sen}\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}{T\omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)} \right] \quad (3.21)$$

A distribuição em magnitude pode ser expressa por:

$$H(\omega) = 20 \log_{10} T\omega^\alpha \operatorname{sen}\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + \omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

$$H(\omega) = 20 \log_{10} \left[ T^2 \omega^{2\alpha} + 2T\omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]^{1/2} \quad (3.22)$$

$$H(\omega) = 20 \log_{10} \left[ T^2 \omega^{2\alpha} + 2T\omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]$$

Na figura 11, são mostrados os gráficos da magnitude em dB e da fase em graus, no diagrama de Bode para  $\alpha = 0,5$ , para  $\alpha = -0,5$  e para  $\alpha = 1.0$ .

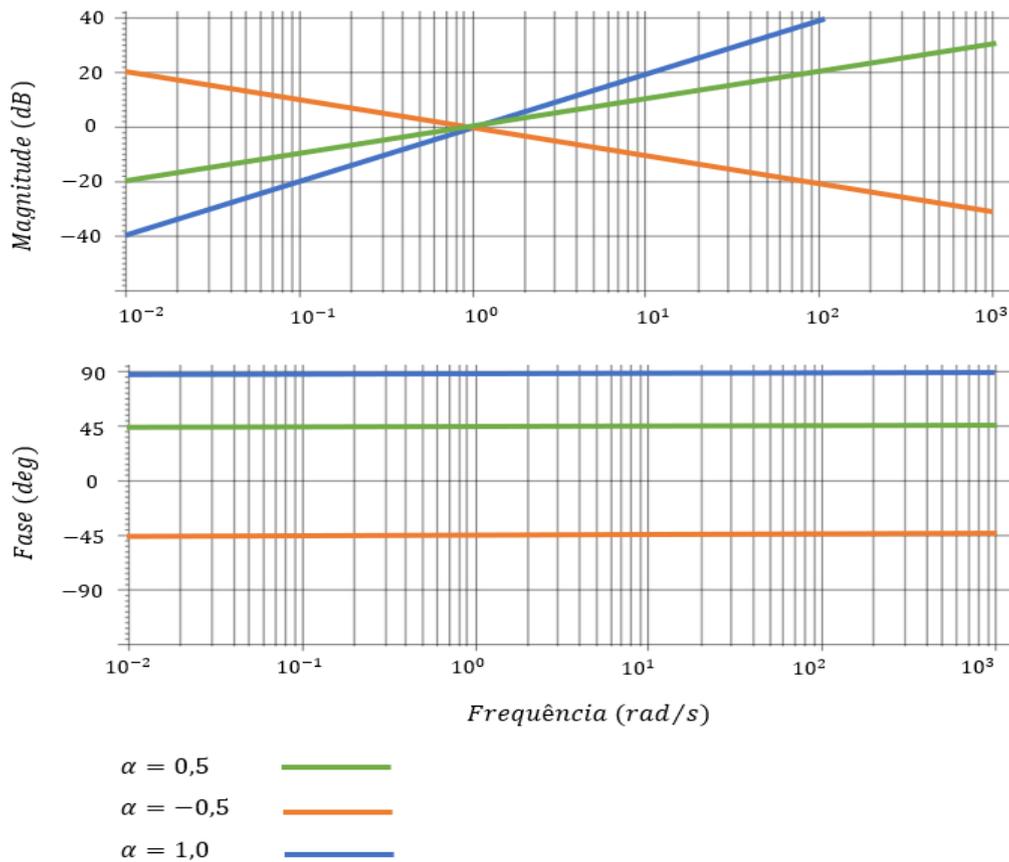


Figura 11 - Diagrama de Bode para  $G1(s) = s^\alpha$ .  
 Fonte: Adaptado de Silva (2022).

### 3.1.4 Metodologia de Aproximação de Oustaloup

Frequentemente, soluções analíticas são empregadas para resolver equações diferenciais de ordem fracionária. Assim, é usual empregar técnicas de aproximação numérica para encontrar soluções aproximadas. A aproximação de operadores de ordem fracionária para ordem inteira pode ser obtida através de estudos do comportamento das funções no domínio da frequência (AYRES JUNIOR, 2018).

Assim, é possível identificar funções de transferência de ordem inteira que se assemelham ao comportamento dinâmico de uma função de transferência fracionária específica, o que é extremamente útil na procura de soluções, mesmo existindo métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais fracionárias. Por exemplo, essa aproximação ajuda na implementação de controladores fracionários em hardware. Devido

à sua proximidade, eles apresentam a mesma performance, além de serem mais simples de serem implementados por custos reduzidos (VALERIO; COSTA, 2013).

O método de aproximação de  $s^\alpha$  é o de Oustaloup, também conhecido como aproximação de Crone (originário do acrônimo francês, Command Robuste d'Ordre Non-Entier), ou seja, controle robusto de ordem não inteira. Nesta metodologia a derivada de ordem fracionária é aproximada, no domínio da frequência, por intermédio de uma função de transferência racional (AYRES JUNIOR et al., 2018).

A aproximação de Oustaloup dadas pelas Equações (3.23 - 3.25) possuem  $N$  polos reais e estáveis e  $N$  zeros reais e estáveis dentro de uma faixa de frequência, sendo estas alta e baixa  $[\omega_l, \omega_h]$  (VALERIO; COSTA, 2013).

$$s^\alpha \approx C \prod_{m=1}^N \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z,m}}}{1 + \frac{s}{\omega_{p,m}}} \quad (3.23)$$

$$\omega_{z,m} = \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2m-1-\alpha}{2N}} \quad (3.24)$$

$$\omega_{p,m} = \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{2m-1-\alpha}{2N}} \quad (3.25)$$

O número de polos e zeros é cuidadosamente selecionado antes, e valores mais baixos levam a aproximações mais simples, porém provocam uma oscilação no comportamento de ganho e fase.

O ganho  $C$  é ajustado para que a aproximação tenha ganho unitário a 1 rad/s sendo  $|(j\omega)^\alpha| = 1$ , para qualquer valor de  $\alpha$ . Os polos e zeros são recursivamente alocados como se pode observar nas equações (3.24) e (3.25), (SILVA, 2022).

$$\frac{\omega_{z,m+1}}{\omega_{z+1}} = \frac{\omega_{p,m+1}}{\omega_{p,m}} = \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{1/N} \quad (3.26)$$

Compreende-se que, independentemente do valor de  $\alpha$ , os polos e os zeros se alternam no semi-eixo negativo real. A proporção fixa, evidenciada na equação (4.26), sugere que os polos e os zeros são equivalentes numa escala logarítmica de frequências, como as representadas no diagrama de Bode (VALERIO; COSTA, 2013).

## 3.2 Lógica Fuzzy

### 3.2.1 Introdução a Logica *Fuzzy*

Inicialmente, a teoria dos conjuntos fuzzy foi sugerida para formular classificadores de padrões, especialmente para problemas que admitiam imprecisões devido à falta de critérios rígidos para classificação, e que se assemelhava mais ao modo de raciocínio humano (ZADEH, 1965).

Zadeh (1965) introduziu o conceito de conjuntos fuzzy, definindo-os como uma classe de objetos com um grau de pertinência contínuo que varia de zero a um. Neste estudo preliminar, os conjuntos fuzzy foram estabelecidos. Operações matemáticas para este conjunto e várias propriedades, juntamente com um indicativo com potenciais usos, porém sem um aprofundamento maior.

Hoje em dia, a utilização da lógica fuzzy em sistemas de controle já está bem consolidada, com os controladores fuzzy mais proeminentes sendo aqueles baseados nos modelos Mamdani e Takagi-Sugeno (LILLY, 2011). Ademais, a combinação de controladores fuzzy com outros controladores tem se tornado uma prática habitual para se obter desempenhos superiores.

Segundo Ricardo Tanscheit (2004), os seres humanos possuem a habilidade de gerir processos bastante complexos, fundamentados em informações imprecisas ou aproximadas. A tática empregada pelos operadores humanos é igualmente imprecisa e frequentemente passível de ser expressa em termos linguísticos. Utilizando esta linha de raciocínio, a teoria dos conjuntos *fuzzy* e os princípios da lógica *fuzzy* podem ser empregados para converter a informação imprecisa expressa por um conjunto de normas linguísticas em termos matemáticos. Se um operador humano for capaz de articular sua estratégia de ação como um conjunto de regras da forma se ... então, um algoritmo passível de ser implementado em computador pode ser construído. O resultado é um sistema de inferência baseado em regras, no qual a Teoria de Conjuntos *Fuzzy* e Lógica *Fuzzy* fornecem o ferramental matemático para se lidar com as tais regras linguísticas.

## 3.2.2 Fundamentos

Na teoria clássica dos conjuntos, a ideia de que um elemento é pertinente a um conjunto é claramente estabelecida. Em um universo  $X$ , dado um conjunto  $A$ , os elementos deste universo simplesmente pertencem ou não pertencem a esse conjunto. A função característica  $f_A$  pode ilustrar isso:

$$f_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in A \\ 0 & \text{se e somente se } x \notin A \end{cases} \quad (5.1)$$

Zadeh sugeriu uma caracterização mais abrangente, estendendo a função característica para que ela pudesse assumir um número ilimitado de valores na faixa  $[0,1]$ . Um conjunto *fuzzy*  $A$  em um universo  $X$  é caracterizado pela função de pertinência  $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$ , que é representada por um conjunto de pares ordenados:

$$A = \{\mu_A(x)/x\} \quad x \in X \quad (5.2)$$

onde  $\mu_A(x)$  indica o quanto  $x$  é compatível com o conjunto  $A$ . Um determinado elemento pode pertencer a mais de um conjunto *fuzzy*, com diferentes graus de pertinência.

O conjunto suporte de um conjunto *fuzzy*  $A$  é o conjunto de elementos no universo  $X$  para os quais  $\mu_A(x) > 0$ . Um conjunto *fuzzy* cujo suporte é um único ponto  $\mu_A(x') = 1$  é chamado de conjunto unitário *fuzzy* ou *singleton*. Assim, um conjunto *fuzzy* também pode ser visto como o mapeamento do conjunto suporte no intervalo  $[0,1]$ , o que implica em expressar o conjunto *fuzzy* por sua função de pertinência.

Podemos definir conjuntos *fuzzy* em universos contínuos ou discretos. Se o universo  $X$  for discreto e limitado, normalmente é representado o conjunto *fuzzy*  $A$ :

- por um vetor contendo os graus de pertinência no conjunto  $A$  dos elementos correspondentes de  $X$ ;
- por meio da seguinte notação (que não deve ser confundida com a soma algébrica):

$$\sum_{i=1}^n \mu_A(x)/x \quad (5.3)$$

Frequentemente, se o universo  $X$  for contínuo, utiliza-se a seguinte notação (onde o símbolo de integral deve ser interpretado da mesma maneira que o de soma em um universo discreto):

$$\int_X \mu_A(x)/x \quad (5.4)$$

### 3.2.3 Variáveis Linguísticas

Uma variável linguística é um valor que corresponde a nomes de conjuntos complexos. Por exemplo, a alteração linguística da temperatura de um determinado processo pode assumir características de baixa, média e alta. Esses valores são comunicados por meio de conjuntos *fuzzy*, representados por funções de pertinência, como mostrado na figura 12 a seguir, tomando como referência a variável temperatura.

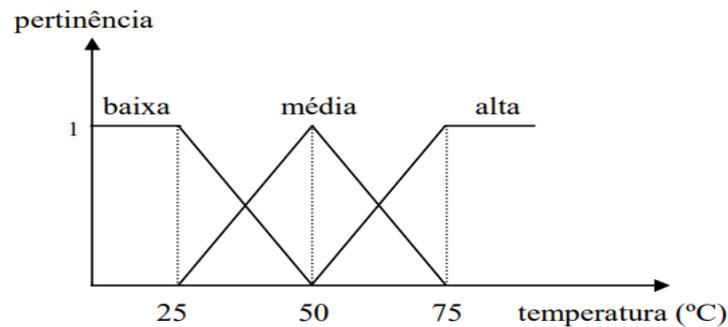


Figura 12: Funções de pertinências para a variável temperatura.

Fonte: (Adaptado de LJUNG, 1999 )

Em termos gerais, os valores de uma variável linguística podem ser sentenças em um idioma específico, formadas a partir de termos primários (como alto, baixo, pequeno, médio, grande, zero), de conectivos lógicos (como negação não, conectivos *e* e *ou*), de modificadores (como muito, pouco, levemente, extremamente) e de delimitadores (tais como parênteses).

A função primordial das variáveis linguísticas é proporcionar um método sistemático para uma descrição aproximada de fenômenos complexos ou mal definidos. Em resumo, o uso da descrição linguística utilizada por humanos, em vez de variáveis quantificadas, possibilita a análise de sistemas que são extremamente complexos para serem analisados por meio de terminologia matemática convencional.

Formalmente, uma variável linguística é caracterizada por uma quintupla  $(N, T(N), X, G, M)$ , onde têm-se:

$N$ : nome da variável;

$T(N)$ : conjunto de termos de  $N$ , ou seja, o conjunto de nomes dos valores linguísticos de  $N$ ;

$X$ : universo de discurso;

$G$ : regra sintática para gerar os **valores** de  $N$  como uma composição de termos de  $T(N)$ , conectivos lógicos, modificadores e delimitadores;

$M$ : regra semântica, para associar a cada valor gerado por  $G$  um conjunto fuzzy em  $X$ .

No caso da variável temperatura da Figura 13, ter-se-ia:

$N$ : temperatura;

$T(N)$ : {baixa, média, alta};

$X$ : 0 a 100 °C (por exemplo);

$G$ : temperatura não baixa e não muito alta, por exemplo;

$M$ : associa o valor acima a um conjunto *fuzzy* cuja função de pertinência exprime o seu Significado.

## 3.2.4 Sistema de Controle Fuzzy

Um controlador *fuzzy* pode ser projetado para agir de acordo com o raciocínio dedutivo, ou seja, o método usado pelas pessoas para chegar a conclusões a partir de informações que já possuem. (SIMÕES; SHAW, 2004).

Segundo Lee (apud FABRO, 2003), os sistemas de controle *fuzzy* têm uma série de vantagens quando comparados a outros sistemas de controle, a saber:

- Simplificação do modelo que representa o processo;

- Melhor tratamento das imprecisões inerentes aos sensores utilizados;
- Facilidade na especificação das regras de controle, em linguagem próxima da naturalidade;
- Satisfação de múltiplos objetivos de controle;
- Facilidade de incorporação do conhecimento de especialistas humanos.

Para se entender a concepção de um sistema de controle *fuzzy*, apresenta-se na figura 13 um esquema geral que descreve o modelo de um controlador e de um processo que está sendo controlado.

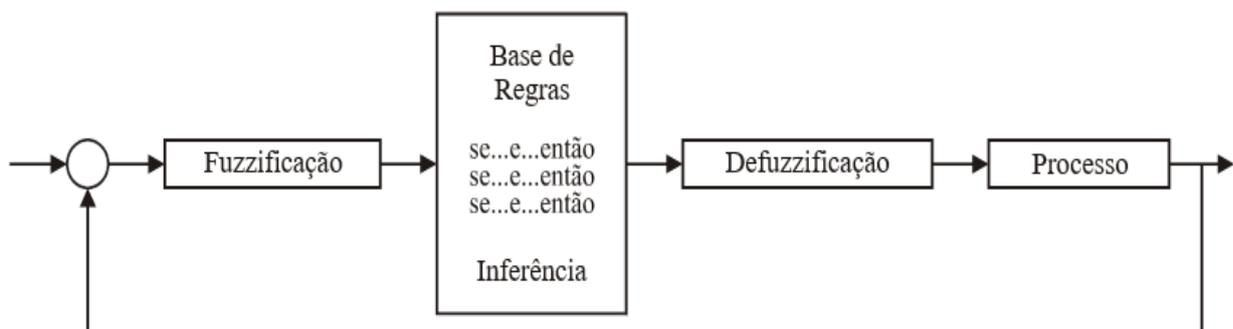


Figura 13: modelo de um controlador e de um processo que está sendo controlado

Fonte: (PASSINO; YURKOVICH, 1997)

Supondo que, ao construir um controlador *fuzzy*, ao invés de utilizar apenas parâmetros de modelos matemáticos, seja possível visualizar esse controle, permitindo que um operador humano, um especialista, seja encarregado de gerenciar os parâmetros do processo, tais como variáveis de entrada e saída.

As variáveis de entrada são as que o operador do processo utiliza para avaliar o desempenho e decidir os próximos passos a serem dados. Normalmente, a seleção dessas variáveis é feita de forma instintiva pelo operador. Em sistemas complexos, os dados dessas variáveis podem ser aproximados, pois há uma aproximação intrínseca ao modelo *fuzzy* e à sua aplicação.

As variáveis de saída são as variáveis controladas do processo, e são de mais fácil identificação, já que, na maioria dos casos, estão relacionadas aos objetivos do controle e

são as mesmas utilizadas nos controladores convencionais.

Após a definição de todas as entradas e saídas para o controlador *fuzzy*, deve-se especificar a base de conhecimento que formará o núcleo do sistema de controle *fuzzy*. As informações, nesse caso, não precisam ser precisas, porém devem estar dentro do contexto dos objetivos a serem alcançados no processo para assegurar um bom desempenho do sistema de controle.

Em conclusão, os objetivos do processo a ser controlado devem ser bem compreendidos, podendo haver uma incerteza dos dados e certa ambiguidade em algumas situações do processo, sendo que a escolha de entradas e saídas é de suma importância para o desenvolvimento do controlador.

### 3.2.5 Fuzzificação

O processo de fuzzificação transforma qualquer quantidade numérica, também conhecido como *crisp* na literatura, em uma quantidade *fuzzy*. Portanto, é uma função que assegura um certo nível de imprecisão a um valor numérico, relacionando o valor físico de uma variável de um processo com um universo de discurso normalizado (DRIANKOV; HELLENDORRN; REINFRANK, 1996). Isso é necessário para que a entrada do processo se torne compatível com a representação *fuzzy* adotada na base de regras.

Geralmente, os valores discretos das variáveis de entrada vêm de sensores. A fuzzificação consiste em converter esses valores de entrada em graus de pertinência, resultando em uma interpretação ou adjetivação desses valores. Em outras palavras, trata-se da conversão de um número (valor discreto) ou conjunto da lógica convencional em um conjunto de lógica *fuzzy*.

Os aspectos essenciais de todas as ações teóricas e práticas dos sistemas *fuzzy* são representados pelas funções de pertinência *fuzzy*. Uma função de pertinência é um tipo de função numérica, gráfica ou tabular que atribui valores *fuzzy* de pertinência para valores discretos de um dado (Simões; Shaw (2004).

Segundo (Türksen, 1984) as funções de pertinência são definidas com base nos seguintes metodologias:

- **Avaliação e dedução subjetivas:** Como buscam modelar a percepção e o saber humano, os conjuntos fuzzy podem ser estabelecidos através de métodos de cognição simples ou complexos. Em um cenário simples, indivíduos traçam ou definem curvas de pertinência distintas, adequadas ao desafio proposto. Em situações mais complexas, indivíduos podem ser avaliados para fornecer informações que auxiliem na determinação dos graus de pertinência.
- **Formas *ad hoc*:** Embora existam inúmeras possibilidades de funções de pertinência, as operações de controle *fuzzy* mais efetivas surgem de um conjunto restrito de curvas, como os conjuntos *fuzzy* triangulares. Isso torna o problema mais simples, pois, neste cenário, basta selecionar o valor central e a inclinação das linhas de ambos os lados do conjunto *fuzzy*.
- **Conversão de frequências ou probabilidades:** Eventualmente, as informações obtidas através de histogramas de frequências ou outras curvas de probabilidade servem como alicerce para a elaboração da função de pertinência. É importante ressaltar que funções pertinentes não são necessariamente probabilidades.
- **Mensuração física:** Numerosas aplicações da lógica *fuzzy* envolvem mensurações físicas, contudo, a maioria delas não avalia diretamente os graus de pertinência.

Na construção de um modelo *fuzzy*, a parte mais complexa é determinar a forma de cada conjunto *fuzzy*, visto que essa escolha é a correspondência entre os dados de entrada e os seus conceitos linguísticos correspondentes.

### 3.2.6 Inferências Fuzzy

Para obter um resultado específico de um conjunto específico de regras “**SE... ENTÃO**”, é realizada a implementação da interferência de *fuzzy*. Estas são as duas formas mais significativas para as regras de interferência, a Modus Ponens e a Modus Tollens, que são detalhadas nas Tabelas 4.1 e 4.2, respectivamente.

**Tabela 3.1:** Regras de inferência *Modus Ponens*.

Premissa 1 (fato):	$x_1 \text{ é } A$
Premissa 2 (lei):	<b>SE</b> $x_1 \text{ é } A$ , <b>ENTÃO</b> $x_2 \text{ é } B$
Consequência (conclusão):	$x_2 \text{ é } B$

**Tabela 3.2:** Regras de inferência *Modus Tollens*.

Premissa 1 (fato):	$x_2 \text{ não é } B$
Premissa 2 (lei):	<b>SE</b> $x_1 \text{ é } A$ , <b>ENTÃO</b> $x_2 \text{ é } B$
Consequência (conclusão):	$x_1 \text{ não é } A$

Num sistema *fuzzy*, os componentes principais são as funções de pertinência *fuzzy* e sua estrutura. Constata-se que, de maneira geral, a estrutura de um controlador *fuzzy* se apresenta por: controladores *fuzzy* baseados em regras, controladores *fuzzy* paramétricos e controladores *fuzzy* baseados em equações relacionais.

Os controladores *fuzzy* baseados em regras relacionam os conjuntos *fuzzy* da seguinte forma:

**SE** <condições>, **ENTÃO** <conclusão>

**SE** <antecedente>, **ENTÃO** <consequente>

**SE**  $x = \langle A \rangle$ , **ENTÃO**  $y = \langle B \rangle$

Os modelos paramétricos, essencialmente fundamentados na fusão de conceitos *fuzzy* e "não *fuzzy*", consistem em proposições condicionais que possuem como antecedentes variáveis linguísticas e como consequentes funções. Estes modelos tratam dos problemas unindo uma descrição abrangente fundamentada em normas com aproximações lineares locais.

Portanto, um sistema *fuzzy* pode ser descrito como um conjunto de regras lógicas

*fuzzy* ou como um conjunto de equações relacionais *fuzzy*. No segundo caso, os resultados são obtidos por duas operações: *identificação de sistemas* e *estimação*. Identificação de sistemas é a definição da estrutura e dos parâmetros de um modelo *fuzzy*, de modo que o modelo se comporte como o sistema real. A identificação é realizada por meio de equações relacionais. O desenvolvimento de um controlador por intermédio de equações relacionais elimina a necessidade de um operador com experiência, pois se baseia em medições cujos resultados são “entendidos” pelo sistema. Podem-se utilizar redes neurais artificiais como “métodos de treinamento”.

### 3.2.7 Defuzzificação

O processo inverso da fuzzificação é a defuzzificação, onde o valor da variável linguística de saída, inferida pelas regras *fuzzy*, é convertido em um valor de saída. Este valor é o que mais fielmente espelha os valores *fuzzy* extraídos da variável linguística de origem, a distribuição de possibilidades.

Em situações que exigem uma resposta numérica, o conjunto *fuzzy* de saída é convertido em um único valor através do processo de defuzzificação. Isso significa que o valor da variável linguística de saída, inferida pelas regras *fuzzy*, é convertido em um valor numérico (crisp), que atuará no processo para controlá-lo. O conceito de defuzzificação refere-se à conversão *fuzzy*-escalar, o que representa um mapeamento do espaço de ações de controle *fuzzy*, delimitado no universo discursivo, para o espaço de ações não *fuzzy* ou escalares.

No projeto proposto do controlador Fuzzy-PID fracionário, utilizou-se a técnica de Takagi-Sugeno onde a mesma não se utiliza a defuzzificação.

### 3.2.8 Modelo Takagi-Sugeno

Takagi e Sugeno (1985) desenvolveram um método matemático para a criação de modelos *fuzzy*, onde as premissas para uma implicação específica são descrições de um subespaço *fuzzy* de entradas e os consequentes são uma relação ou modelo linear entre entrada e saída.

O modelo Takagi-Sugeno, também chamado de TSK (Takagi-Sugeno Kang), envolve a divisão do espaço de entradas em partições fuzzy, onde cada uma dessas partições estabelece uma relação de entrada-saída. A conclusão da inferência fuzzy consiste na combinação dos valores inferidos a partir das aplicações realizadas para uma entrada fornecida (TAKAGI; SUGENO, 1985).

O modelo de inferência TSK tem a vantagem de ser capaz de modelar um sistema não linear a partir de modelos lineares próximos a condições operacionais conhecidas e de conectar tais modelos de forma fluida.

Takagi e Sugeno (1985) apresentam, além da sugestão deste modelo de inferência, uma metodologia de identificação fuzzy e um método de controle também fundamentado nesse modelo de inferência.

## Conclusão do Capítulo 3

Neste Capítulo foram apresentados os principais conceitos sobre os cálculos de ordem fracionária, onde, suas aplicações são importantes para o entendimento do controle fracionário e seu desenvolvimento. Desses conceitos apresentados, evidenciou-se a região de estabilidade de sistemas de ordem fracionaria e resposta no domínio da frequência o qual possuem comportamento dinâmico similar ao um filtro passa-alta e um filtro passa baixa. Apresentou-se em seguida a técnica de aproximação de um sistema fracionário para seu equivalente de ordem inteira (Oustaloup). Também foram apresentados os conceitos sobre lógica fuzzy, sua aplicação no processo do controlador *fuzzy*, o desempenho e a performance de sistemas de inferência *fuzzy* em geral, e de controladores *fuzzy* especificamente, são influenciados por diversos fatores ligados à sua estrutura e execução, incluindo: a quantidade de conjuntos *fuzzy* associados a cada variável, as formas das funções de pertinência, os operadores usados para implicar e representar conectivos, além de técnicas de quantificação e fatores de escala.

# Capítulo 4

## Desenvolvimento e Sintonia do Controlador Híbrido Proposto Neste Trabalho e a Metodologia Aplicada.

### 4.1 Introdução

O objetivo deste projeto é desenvolver e analisar a eficiência de uma técnica utilizando um controlador híbrido composto por lógica fuzzy e um controlador PID com expoente de ordem fracionária, com isso, aplicar essa técnica em um conversor Buck (abaixador de tensão DC), o qual é alimentado por uma fonte de tensão DC, objetivando demonstrar um melhor desempenho deste controlador em estabilizar a tensão na saída do conversor Buck, quando comparado as soluções clássicas de controle.

### 4.2 Parâmetros dos Componentes para o Projeto do Conversor Buck.

Antes de determinar o controlador Fuzzy-PID fracionário deste projeto, se faz necessário determinar as condições operacionais do conversor, como as tolerâncias de ripple de tensão e de corrente na carga, frequência de chaveamento, que influencia no ripple, e as faixas de tensão de entrada e saída. Também é necessário determinar quais componentes serão utilizados para chaveamento, medição e controle do sistema. E que são utilizados na função de transferência do conversor buck e na função de transferência do controlador.

Para esse projeto, a tensão de alimentação do conversor buck é de 19VDC e tolerável em uma variação de [15VDC – 19VDC], essa tensão é fornecida por uma fonte de tensão DC regulável, sendo que a carga a ser alimentada é uma bateria de 12V, com isso, as faixas operacionais de tensão devem estar em torno desses valores. Tendo em vista limitar a amplitude do ripple de tensão na carga e do ripple de corrente no indutor. Visto que nas Equações (2.29) e (2.36) o ripple é inversamente proporcional à frequência,

com isso, a frequência de chaveamento que obteve um desempenho muito bom foi a de 50 kHz. Os parâmetros selecionados para a montagem física do conversor buck são mostrados na Tabela 5.1.

Tabela 4.1: Parâmetros para o projeto do conversor Buck.

<i>PARÂMETROS</i>	<i>VALORES</i>
<i>Tensão de entrada</i>	<i>15 a 19 V</i>
<i>Tensão de saída</i>	<i>12V</i>
<i>Potência</i>	<i>30W</i>
<i>Frequência de chaveamento</i>	<i>50Khz</i>
<i>Ripple de corrente no indutor (<math>\Delta I_{L1}</math>)</i>	<i>10 % de <math>I_{L1}</math></i>
<i>Ripple de tensão de saída (<math>\Delta V_o</math>)</i>	<i>1% de <math>V_o</math></i>
<i>Corrente de Entrada (<math>I_{in}</math>)</i>	<i>1.58A</i>
<i>A Corrente de Carga (<math>I_o</math>)</i>	<i>2.5A</i>
<i>Razão Cíclica (<math>D</math>)</i>	<i>0.6</i>

Fonte: Próprio Autor.

A variação no ripple de tensão de saída  $\Delta V_o$  não deve ser menor que 1 % da tensão aplicada na carga ( $V_o$ ), de no máximo 13V, e 10 % da corrente no indutor ( $I_{L1}$ ), de no máximo 0,25 A. Esses percentuais de tolerância são típicos para diferentes aplicações, segundo BARBI (2015). A carga utilizada foi um resistor de 4.8  $\Omega$ , representando uma carga genérica calculada. Com isso, na Tabela 1 é mostrado as faixas de tensão de entrada e saída, a frequência de chaveamento, a carga utilizada e as tolerâncias de ripple. Sabendo a tensão máxima na carga e o valor de resistência, tem-se a potência de saída máxima no valor de 30W.

Com os valores mostrados nas Tabela 1, é possível projetar os valores de indutor e capacitor utilizando as equações (2.29) e (2.36). O valor da indutância resultou 22,1  $\mu H$  e da capacitância 5,2  $\mu F$ , esses valores são considerados os valores mínimos do induto e do capacitor, o qual, o conversor pode operar. Por questões de disponibilidade comercial dos componentes e a intenção de manter o ripple de corrente e ripple de tensão nos seus respectivos mínimos valores possíveis, para tanto, a indutância foi ajustada para 12 mH e o capacitor para 2200  $\mu F$  na montagem física do projeto. Também por questão de viabilidade, foram usados na carga dois resistores de potência de 22  $\Omega$  como divisores de tensão para referenciar o microcontrolador na coleta de dados. O chaveamento é aplicado pelo IGBT e pelo diodo, controlados pelo microcontrolador ESP 32, escolhido pela velocidade de processamento, entradas digitais e capacidade de operar o controle com velocidade maior que a frequência de chaveamento.

## 4.3 Partes e Componentes do Conversor Buck

O conversor Buck é composto por:

### 4.3.1 Fonte de Alimentação de Tensão DC

Nesta planta, foi utilizado uma fonte de tensão DC com capacidade de variação de tensão entre 0 a 24 volts DC. Fonte de Alimentação Digital Dupla 30V/3A Minipa MPC-3003.

### 4.3.2 Chaveador da Tensão

O qual foi utilizado um transistor IGBT o qual é comandado por um controlador para executar as comutações de tensão entre a fonte e o diodo. Modelo do transistor: IGB10N60T.

### 4.3.3 Diodo Semicondutor

Elemento que permite a passagem da tensão DC armazenada no capacitor, quando o chaveador está na posição de chave aberta para a fonte, ou seja, na posição 2 da figura 1. Modelo do diodo: *PKMUR 460*.

### 4.3.4 Indutor

É o elemento passivo que armazena energia na forma de corrente elétrica, quando carregado, comporta-se como uma chave fechada e descarrega a energia armazenada no circuito quando sua fonte de alimentação é descontinuada. Indutância do indutor 120mL.

### 4.3.5 Capacitor

É o elemento passivo que armazena energia na forma de tensão elétrica, quando carregado, comporta-se como uma chave aberta e descarrega a energia armazenada no circuito quando sua fonte de alimentação é descontinuada. Capacitância do capacitor 2200 $\mu$ F

### 4.3.6 Resistor (Carga)

Representa a carga vista a partir da etapa de potência de saída do conversor buck. Resistência do Resistor de carga 4.8 $\Omega$ .

### 4.3.7 Controlador do Chaveamento

É o componente que através de pulsos elétricos mantém o nível de tensão na saída estável atuando na frequência de acionamento da chave S1. A tensão  $V_o$  é determinada pelo período em que a chave S1 está ligada a  $V_{in}$  ou tensão de alimentação do conversor.

Este período,  $D$ , é denominado razão cíclica (Duty Cycle). Modelo do controlador: Microcontrolador ESP32 Node MCU Iot com WiFi e Bluetooth.

Na Tabela 5.2 exibe os componentes empregados nas equações demonstradas anteriormente, juntamente com os parâmetros de projeto dados na Tabela 5.1.

Tabela 4.2: Componentes para o projeto do conversor Buck.

<i>Componentes</i>	<i>Valores / Referências</i>
<i>Microcontrolador ESP 32</i>	Node MCU Iot com WiFi e Bluetooth
<i>Resistência da carga</i>	4.8 $\Omega$
<i>Indutor (L1)</i>	12 mH
<i>Capacitor (C1)</i>	2200 $\mu F$
<i>Diodo(D1)</i>	PKMUR 460
<i>IGBT(S1)</i>	IGBT10N60T

Fonte: Próprio Autor.

Definidos os parâmetros para montagem do conversor buck e as grandezas calculadas dos seus componentes, pôde-se iniciar as formulações do controlador PID fracionário e do controlador fuzzy.

## 4.4 Formulação do Controlador PID Clássico

O controlador PID (Proporcional – Integral – Derivativo) une as ações proporcional, integral e derivativa num só controlador, atuando tanto no regime transitório quanto no regime permanente.

A ação proporcional, o aumento do ganho, reduz o erro de estado estacionário ' $e_{ss}$ ', contudo, o tempo de acomodação aumenta, tendendo, em certos casos, a desestabilizar o sistema (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2004; OGATA, 2010).

Na ação integral, atua-se beneficemente na resposta em regime permanente, tendendo a eliminar o erro de estado estacionário, contudo, prejudica-se o regime transitório, pois acrescenta-se polos ao sistema tendendo a desestabilizá-lo, e com isso aumentar o tempo de acomodação (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2004; OGATA, 2010).

Na ação derivativa, associada à ação proporcional, corresponde ao acréscimo de um zero ao sistema, atuando beneficemente no regime transitório, tendendo a aumentar a estabilidade relativa do sistema e reduzindo o tempo de acomodação, contudo,

contrapondo-se a estas vantagens, ele aumenta o tempo de subida e, por não atuar no regime permanente, não corrige o erro de estado estacionário.

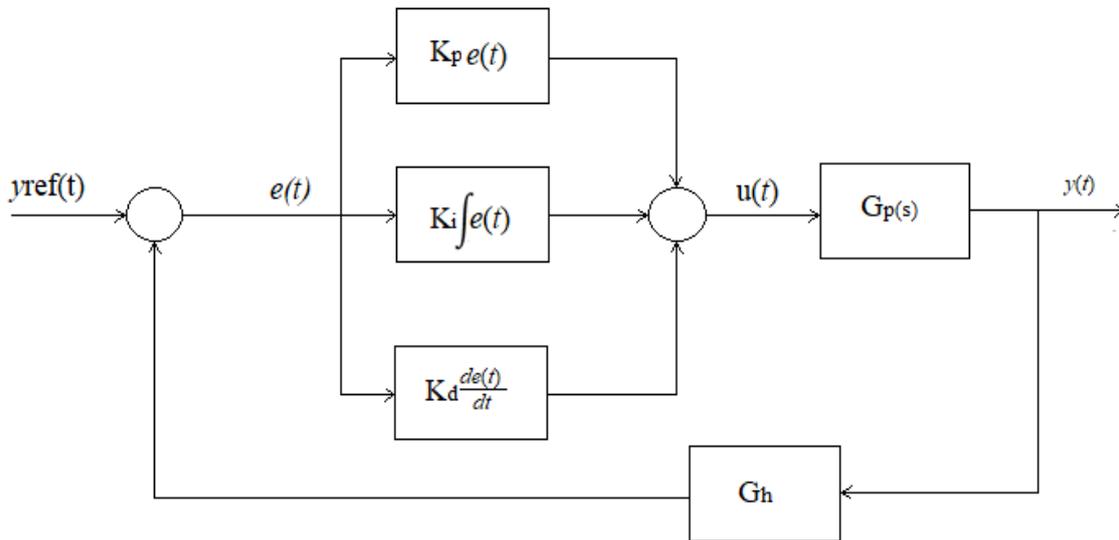


Figura 14: Controlador PID  
Fonte: Próprio autor.

Ao juntar os três termos como no diagrama da Figura 14, obtém-se uma equação diferencial ordinária capaz de representar o controlador PID:

$$g_c(t) = \frac{u(t)}{e(t)} = K_p e(t) + \int_0^t K_i e(t) + \frac{K_d de(t)}{dt} \quad (6.1)$$

Ao aplicar a transformada de Laplace, com condições iniciais nulas, na Equação (5.1) chega-se na fórmula tradicional do controlador PID inteiro, tem-se:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (6.2)$$

Para os propósitos deste trabalho a equação (6.2) será denominada de IOPID, do inglês, Integral Order PID.

O controlador PID introduz dois zeros que podem ser posicionados em qualquer ponto do plano pela manipulação dos ganhos ( $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ ). Estes zeros tem o objetivo de movimentar os polos da planta do sistema posicionando-os de forma a satisfazer as métricas de controle desejadas pelo usuário, também há introdução de um polo na origem do plano  $s$ , vindo direto do integrador, que tem o objetivo de sempre zerar o erro em estado estacionário do sistema à uma entrada em degrau (OGATA, 2010).

O controlador PID é um dos mais utilizados na indústria e pode ser implementado facilmente com o emprego de amplificadores operacionais, resistores, capacitores e um potenciômetro para variar seu ganho (OGATA, 2010).

## 4.5 Formulação do Controlador PID Fracionário

Com o conceito básico de uma malha de controle e um controlador PID inteiro definido é possível começar a explorar o controlador fracionário e sua implementação. Partindo dos conceitos discutidos na seção 3.1.1, passou-se a interpretar operações de integração e derivação como sendo dependentes do termo fracionário (Equação (3.2)). Então é possível reescrever a Equação (6.1) de forma mais genérica dependendo dos termos não inteiros como:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D^\lambda e(t) + K_d D^\mu e(t) \quad (6.3)$$

Aplicando a transformada de Laplace, com condições iniciais nulas na equação (6.3), é possível então obter uma função de transferência para o controlador PID fracionário (FOPID, do inglês, Fractional Order PID) no domínio da frequência:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (6.4)$$

O controlador FOPID mantém sua simplicidade por ter poucos parâmetros para sintonizar, além de ser mais adaptável que o seu equivalente de ordem inteira, permitindo mais especificações de performance. Assim, são imprescindíveis pelo menos 5 condições de projeto para a perfeita harmonia do controle.

Comparando as Equações (6.3) e (6.4) é possível notar que a diferença entre elas, encontram-se nos termos  $\lambda$  e  $\mu$ . Entretanto, para o caso onde ambos são iguais a 1, volta-se ao modelo original do controlador PID clássico. Isso mostra que o PID inteiro nada mais é que um subconjunto do PID fracionário (ZHAO et al., 2005), como é ilustrado na figura 15.

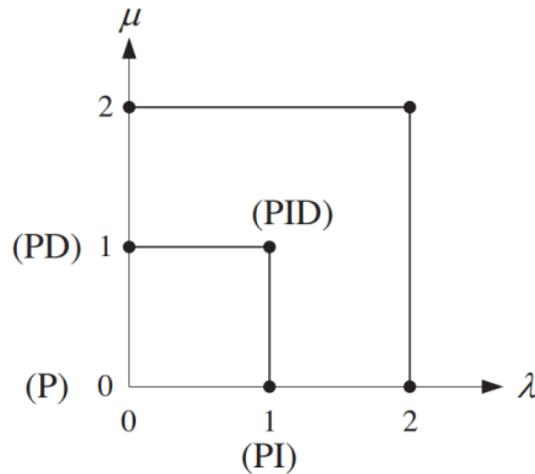


Figura 15 – Representação gráfica da relação entre o FOPID e o IOPID  
 Fonte: ZHAO et al., 2005.

Os dois novos termos do controlador introduzem mais liberdade na hora do ajuste dos parâmetros, permitindo, por exemplo, que se busque uma solução no espaço  $\mathbb{R}^5$ , em vez do  $\mathbb{R}^3$  – como feito no caso do PID clássico. Além disso, garantem-se ao controlador as características fracionárias que foram discutidas nas seções 3.1.1 e 3.1.4. Com a adição dos termos fracionários é possível analisar como a resposta em frequência de um sistema se comporta com a variação destes termos e o que isso pode implicar para o projeto do controlador. Como o operador diferencial-integral permite que a derivada e integral fracionárias sejam obtidas apenas mudando o valor de  $\alpha$  (Equação (3.2)), foi possível analisar a resposta em frequência do sistema quando variado o termo fracionário de -0,5 (um integrador) até 0,5 (um derivador), utilizou-se da aproximação do filtro de Oustaloup, como é mostrado na seção 3.1.4.

## 4.6 Sintonia do Controlador PID Fracionário

### 4.6.1 Função de Transferência

Um bom projeto de controle permite que o sistema tenha uma resposta transitória e em estado estacionário adequado quando excitado por um sinal externo (DORF; BISHOP, 2001). Para tanto, são necessárias métricas que definem o que é considerado como uma resposta aceitável dentro das limitações e requisitos do projeto em questão.

O controlador PID de base em dados coletados da função de transferência após a mesma ter sido aplicada a um degrau na sua entrada. Os valores de projeto das tabelas 5.1 e 5.2, foram utilizados nas equações (3.79), (3.80), (3.81) e aplicados na equação (3.78), obteve-se a função de transferência da planta.

$$G(s) = \frac{7.197 \times 10^5}{s^2 + 94.7s + 3.778 \times 10^4} \quad (6.5)$$

A função de transferência da planta do conversor, representado pela Equação (6.5) e em malha aberta, é estável (no sentido de que seu valor não diverge para infinito) sem a realimentação, porém apresenta um comportamento oscilatório graças aos seus dois polos complexos conjugados no semiplano esquerdo do plano  $s$ , a figura 16 demonstra seu comportamento. Porém, quando realimentada sem um controlador, o sistema aumenta sua oscilação, tornando-o instável.

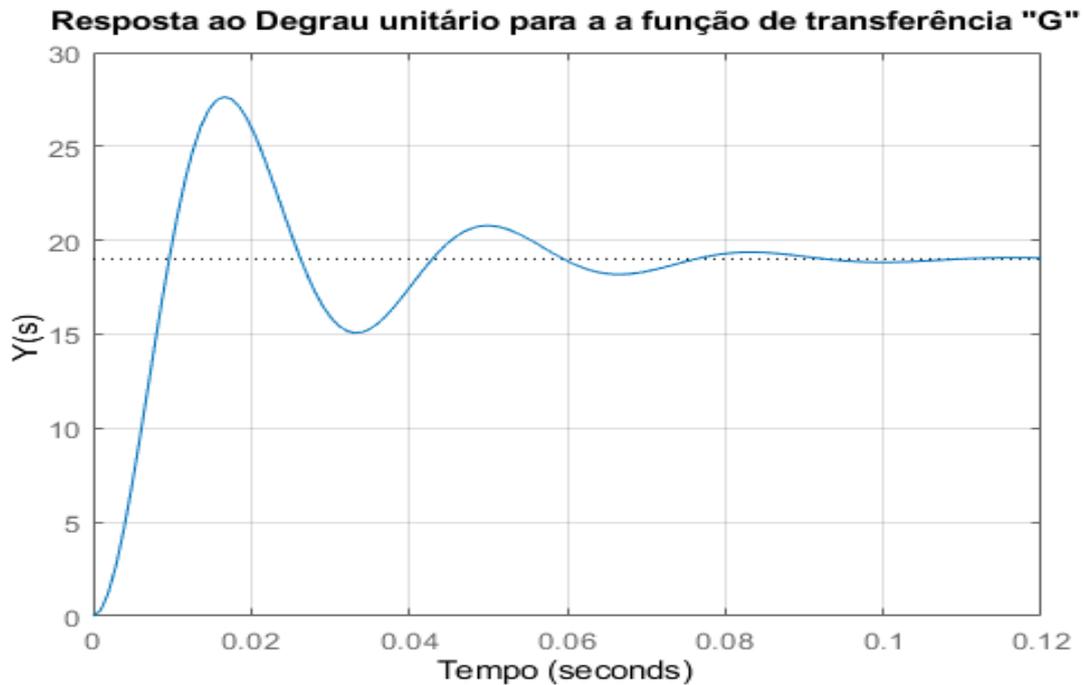


Figura 16; Degrau na função de transferência G em malha aberta.

Fonte: Próprio autor.

## 4.6.2 Métricas de Controle

Como foi citado na seção 4.6.1, são necessárias métricas aceitáveis para que se possa definir um bom projeto de controle, entre algumas das métricas de controle mais comuns, e que foram utilizadas no decorrer da pesquisa, pode-se citar:

- Tempo de Subida (Rise time ( $T_r$ )) - Medida do tempo que o sistema leva para alcançar 90% do seu valor final.
- Tempo de Acomodação (Setting time ( $T_s$ )) - Tempo que o sistema leva para entrar em uma faixa de  $\pm 2\%$  a  $\pm 5\%$  do valor final.
- Percentual de Sobressinal (Overshoot ( $M_{ss}$ )) - Valor máximo atingido pelo sistema quando submetido a uma excitação.
- Erro em Estado Estacionário (Final value (Erro)) - Erro entre o valor atingido pelo sistema em relação a referência desejada em estado estacionário.

Os métodos integrais, dentre as métricas que se baseiam no sinal de erro, costumam ser mais precisos na avaliação do desempenho dos controladores, pois consideram todo o comportamento dinâmico da resposta. As mais empregadas estão estabelecidas à seguir:

- (Integral of Square Error- ISE). é a integral do erro quadrático, no tempo.

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (6.6)$$

$$ISE = \sum_{i=1}^N e^2(i) \Delta t \quad (6.7)$$

- (Integral of Absolute Error- IAE). é a integral do valor absoluto do erro no tempo.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (6.8)$$

$$IAE = \sum_{i=1}^N |e(i)| \Delta T_s \quad (6.9)$$

- (Integral of Time and Absolute Error- ITAE). Corresponde à Integral do erro absoluto ponderado no tempo.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt \quad (6.10)$$

$$ITAE = \sum_{i=1}^N (i \cdot T_s) |e(i)| \Delta T_s \quad (6.11)$$

O índice IAE assegura que erros positivos e negativos serão considerados. Por outro lado, o índice ISE penaliza mais severamente erros de maior magnitude, enquanto o índice ITAE, por ser ponderado no tempo, tende a penalizar falhas que se mantêm ao longo do tempo.

Uma outra análise comparativa de controladores possível diz respeito ao Esforço de Controle,  $u(t)$ , efetivamente demandado para atingir um determinado desempenho.

- (Integral of Time and Absolute Control Effort- ITACE). é a integral do sinal de controle ponderado no tempo.

$$ITACE = \int_0^{\infty} t \cdot |u(t)| dt \quad (6.12)$$

$$ITACE = \sum_{i=1}^N (i \cdot T_s) \cdot |u(i)| \Delta T_s \quad (6.13)$$

- (Root MeanSquare-  $SC_{RMS}$ ). é a raiz quadrada da média dos quadrados do sinal de controle.

$$SC_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(i)^2} \quad (6.14)$$

Dentre esses índices o  $SC_{RMS}$  tende a indicar um valor médio, enquanto o ITACE pondera o sinal de controle no tempo.

Geralmente, esses indicadores de desempenho medem o erro de rastreamento e o esforço de controle. Normalmente, o desempenho do controlador é aprimorado com índices mais baixos. Variações significativas nesses índices para diferentes cargas e tensões indicam uma robustez reduzida.

Na figura 17, são mostradas as métricas do tempo de subida, tempo de acomodação, percentual de sobressinal e o erro de estado estacionário, e na figura 18, o diagrama de bode mostra o comportamento de margem e da fase. Esses parâmetros são

observados aplicando um degrau na função da planta, em malha aberta, no simulador MATLAB.

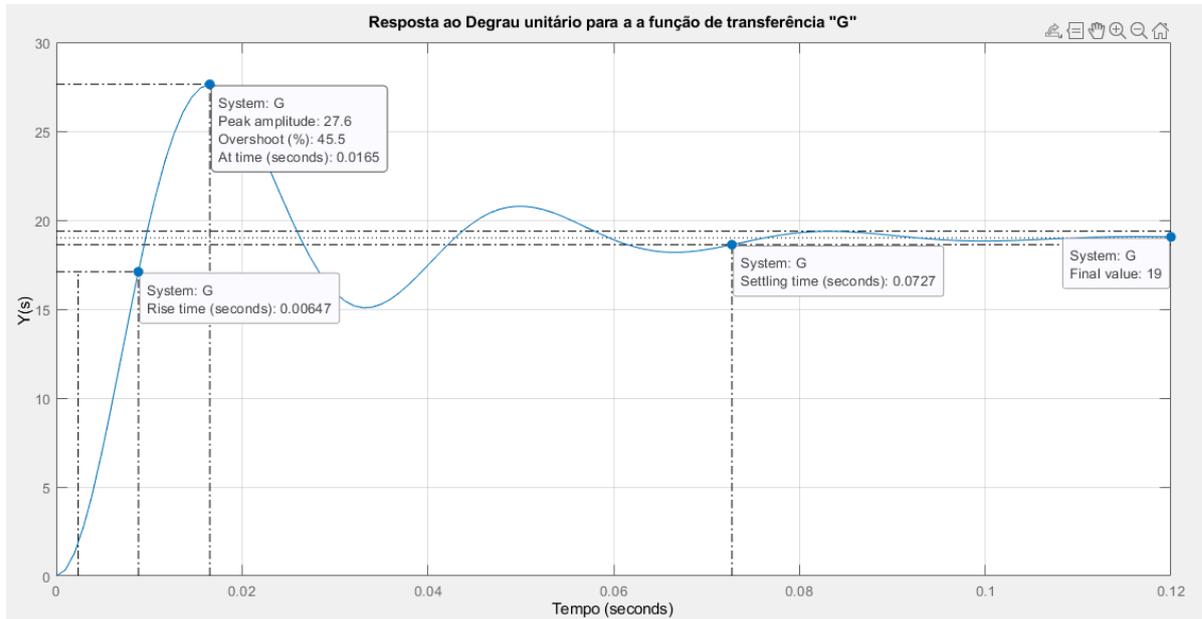


Figura 17: Métrica da base de controle da função G da planta.  
Fonte: Próprio autor.

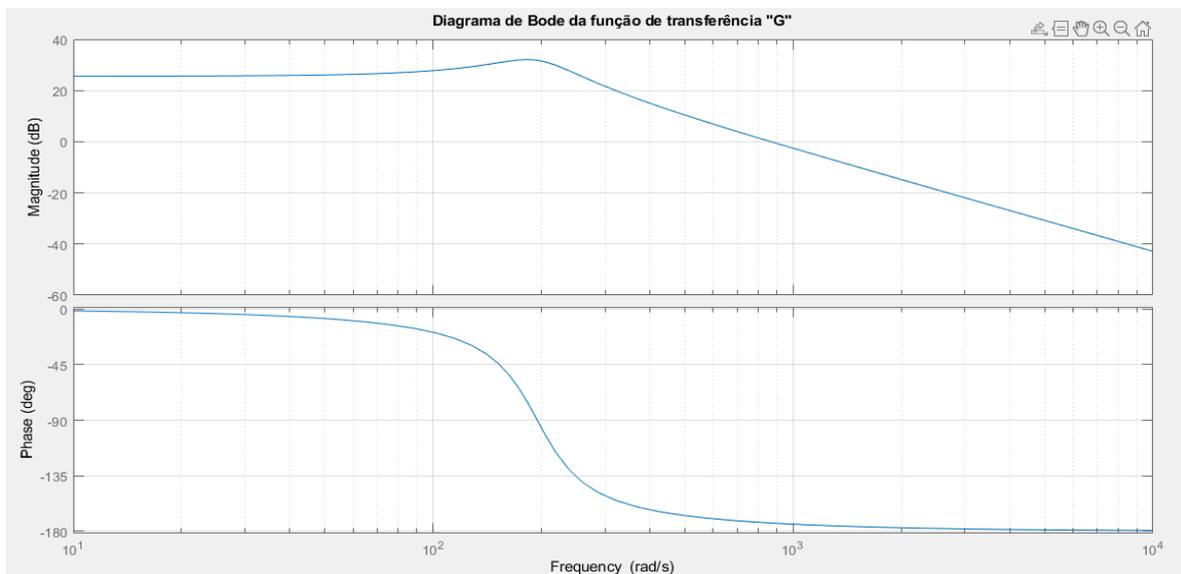


Figura 18: Diagrama de Bode da função G da planta em malha aberta.  
Fonte: Próprio autor.

Na figura 18, mostra o comportamento da magnitude que apresenta uma deformação como um pico de ressonância indicando que a função possui polos complexos conjugados, também que, possuir um coeficiente de amortecimento com baixo valor

(próximo de 0), com isso, o comportamento do gráfico da fase indica que o sistema possui instabilidade, pois o mesmo tem mudança levemente suavizada de direção.

### 4.6.3 Desenvolvimento do Sistema de Controle Fracionário para Simulações

Ao considerarem-se os critérios que desejam-se otimizar do controlador buck, é possível notar que todos os parâmetros se relacionam com o erro.  $T_r$  e  $T_s$  medem a velocidade com que o erro diminui no transitório até chegar ao estado estacionário.  $M_{ss}$  mede o erro máximo que o sistema apresenta, geralmente, na primeira vez que o sistema tenta chegar até a referência. E por fim o Erro, que mede o ' $e_{ss}$ ' já em regime estacionário para mostrar o quanto o sistema divergiu do valor de referência passado. Após observados os parâmetros da planta, já citados, foram feitas as escolhas do overshoot máximo, do tempo de estabilização e da frequência  $\omega_{n,d}$  para o projeto, a sugestão para  $\omega_{n,d}$  foi usar o mesmo valor controladores de sintonia obtidos pela metodologia IOPP (IOPP, do inglês *Integer Order Pole Placement*), após isso, foi aplicando o método de sintonia de controladores de ordem fracionário (FOPP, do inglês *Fractional Order Pole Placement*) de Ayres Junior (AYRES JUNIOR et al., 2020) para alcançar maior estabilidade do sistema. Essa metodologia consistiu-se nas sequências de ações mostradas a seguir:

**Ação 1:** Plotar curvas paramétricas  $\text{Overshoot} \times \xi$  e  $\text{Settling Time} \times \xi$  para algum parâmetro " $\alpha$ ", para encontrar valores de overshoot e tempo de acomodação com o objetivo de aplicar o algoritmo de busca em grade para realizar uma varredura em uma região de valores  $\xi$ . Baseado em tempo de acomodação desejado e overshoot e analisando os paramétricos das curvas, os  $\xi$  e  $\alpha$  desejados são obtidos. Porém, segundo o artigo *Fractional Order Pole Placement for a buck converter based on commensurable transfer function* (AYRES JUNIOR et al., 2020), o parâmetro para " $\alpha$ " que obteve um notável resultado foi de 0.5, e  $\xi$  de 0.4, baseado nessa experiência, foi proposto usar esses valores para " $\alpha$ " e para " $\xi$ " na função de segunda ordem para iniciar o projeto do controlador.

**Ação 2:** A escolha da estrutura do controlador, no presente trabalho, foi feita de acordo com a ordem da planta, e com ação integral destinada a regular o sistema, ou seja, um controlador PID de segunda ordem.

$$C_{FOPP} = \frac{c_{2.5}s^{2.5} + c_2s^2 + c_{1.5}s^{1.5} + c_1s^1 + c_{0.5}s^{0.5} + c_0}{s(s + d_{0.5}s^{0.5} + d_0)} \quad (6.23)$$

$$C_I = \frac{c_2s^2 + c_1s^1 + c_0}{s(s + d_0)} \quad (6.24)$$

**Ação 3:** Foram encontrados os ganhos desejados do controlador de ordem fracionária resolvendo as equações diofantinas usando Sylvester Matrix.

$$\text{den}\{T(s)\} = \text{den}\{C(s)G1(s)\} + \text{num}\{C(s)G1(s)\} \quad (6.25)$$

$$P(s) = \text{den}\{H(s)\} \text{Paux}(s) \quad (6.26)$$

onde,  $T(s)$ ,  $G1(s)$ ,  $H(s)$  e  $C(s)$  são, respectivamente, em malha fechada, o sistema do conversor buck, o controlador e a função de transferência fracionária de três termos.  $E$ ,  $P(s)$  e  $\text{Paux}(s)$  denotam, correspondentemente, o polinômio característico de malha fechada e um polinômio auxiliar usado para garantir que as equações Diofantinas têm uma única solução.

Os polinômios auxiliares desejados  $\text{Pd}(s)$  e  $\text{Paux}(s)$ , são apresentado abaixo e

$$\text{onde } \beta = 2 - 2\alpha; \beta = 2 - 2.0,5 = 1.$$

O mesmo é escolhido para completar o segunda ordem quando multiplicado pelo polinômio desejado. Além disso, os pólos auxiliares são incluídos para completar a ordem do sistema em malha fechada, de modo que a ordem do controlador seja igual à ordem da planta.

$$P(s) = \text{Pd}(s) \times \text{Paux}(s) = (s^{2\alpha} + a_{1d}s^\alpha + a_{0d})(s^\beta + f_0)(s + f_1)(s + f_2) \quad (6.27)$$

Onde  $a_{0d}$ ,  $a_{1d}$ ,  $f_0$ ,  $f_1$  e  $f_2$  são os parâmetros e as frequências desejadas para o polinômio fracionário.

Com isso, a equação característica de malha fechada de quarta ordem é apresentada da seguinte forma:

$$P(s) = s^4 + p_{3.5}s^{3.5} + p_3s^3 + p_{2.5}s^{2.5} + p_2s^2 + p_{1.5}s^{1.5} + p_1s^1 + p_0 \quad (6.28)$$

O polinômio  $P(s)$  é igual aos sistemas característicos polinomial  $\text{den}(T(s))$  representado por pela equação (6.29):

$$P(s) = \text{den} \{T(s)\} \quad (6.29)$$

Da equação (6.29), um conjunto de Equações Diofantinas expressas por (6.30) deve ser resolvido da forma a seguir:

$$\begin{cases} d_{0.5} + b_1c_{2.5} = p_{3.5} \\ d_0 + b_1c_2 + a_1 = p_3 \\ a_1d_{0.5} + b_0c_{2.5} + b_1c_{1.5} = p_{2.5} \\ a_1d_0 + b_0c_2 + b_1c_1 + a_0 = p_2 \\ a_0d_{0.5} + b_0c_{1.5} + b_1c_{0.5} = p_{1.5} \\ a_0d_0 + b_0c_1 + b_1c_0 = p_1 \\ b_0c_{0.5} = p_{0.5} \\ b_0c_0 = p_0 \end{cases} \quad (6.30)$$

A Sylvester Matrix  $M$  em (6.31) contém os parâmetros de  $\text{den}\{T(s)\}$ , e a matriz  $Q$  em (6.32) contém os parâmetros de polinômios  $P(s)$  e  $\text{den}\{T(s)\}$ . Essas matrizes são usadas para resolver Equações Diofantinas em (6.31).

$$M \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

$$Q \triangleq [p_{3.5} \quad (p_3 - a_1) \quad p_{2.5} \quad (p_2 - a_0) \quad p_{1.5} \quad p_1 \quad p_{0.5} \quad p_0] \quad (6.32)$$

Com isso, a solução de (6.32) é obtida da seguinte forma:

$$X = M^{-1}Q \quad (6.33)$$

Onde X contém os ganhos de:

$$X \triangleq [c_{2.5} \quad c_2 \quad c_{1.5} \quad c_1 \quad c_{0.5} \quad c_0 \quad d_{0.5} \quad d_0] \quad (6.34)$$

**Ação 4:** Depois de ajustar o controlador FOFP, a aproximação de Oustaloup, que foi explicada no capítulo 4, seção 4.5, desta pesquisa, a metodologia foi aplicada na equação (6.34), para duas oitavas acima e duas oitavas abaixo da frequência de projeto  $\omega_n, d = 115.9241$  rad/s, varrendo as frequências correspondentes entre 14.4905 rad/s e 927.3928 rad/s e a ordem de aproximação desejada para  $s^{0.5}$ . A metodologia foi aplicada nos 3 controladores que correspondem aos 3 níveis de tensões, 19VDC, 17VDC e 15VDC, respectivamente. Observou-se que o ajuste de ganho e fase entre a aproximação inteira, e o comportamento fracionário desejado é adequado para a região do banda de aproximação e as frequências abaixo do controlador, os ganhos obtidos por FOFP estão resumidos na Tabela 5.3.

**Tabela 4.3:** Ganhos dos 3 controladores após a aproximação FOFP.

Control\Ganhos	$c_{2.5}$	$c_2$	$c_{1.5}$	$c_1$	$c_{0.5}$	$c_0$	$d_{0.5}$	$d_0$
Frac 19	8.61	1429.7	0.01	0.90	7.46	175.03	1238.36	16666.48
Frac 17	8.61	1429.7	0.01	1.01	8.33	195.62	1384.05	18627.25
Frac 15	8.61	1429.7	0.02	1.14	9.44	221.70	1568.59	21110.88

Fonte: Próprio auto.

Se a resposta de frequência da aproximação não tivesse se ajustado adequadamente, então, as restrições de largura de banda seriam reduzidas, ou seja, seriam escolhidas larguras de bandas mais estreitas. O controlador obtido após a aproximação de Oustaloup é de trigésima ordem.

$$C_{Ousta}^{FOFP} = \frac{e_{10}s^{30} + e_9s^{29} + \dots + e_2s^2 + e_1s^1 + e}{s(s^{29} + d_8s^{28} + \dots + d_2s^2 + d_1s^1 + d_0)} \quad (6.35)$$

**Ação 5:** Como a ordem do controlador é de trigésima ordem, para reduzir a complexidade deste controlador, uma técnica de redução de ordem conhecida por redução de ordem de Hankel foi utilizada e, com isso, um controlador equivalente de segunda ordem foi obtido com a função de transferência dada por (6.36). Porém, como se tem na alimentação de tensão do controlador buck uma tolerância da variação da tensão entre 19V, 17V e 15V,

houve a necessidade de sintonizar 3 controladores, um para cada nível de tensão, respectivamente.

$$C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{19}}} = \frac{1.4286s^2 + 489.41s + 30,666 \times 10^3}{s^2 + 2097s} \quad (6.36)$$

$$C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{17}}} = \frac{1.5967s^2 + 577.39s + 34,301 \times 10^3}{s^2 + 2097s} \quad (6.37)$$

$$C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{15}}} = \frac{1.8096s^2 + 620.01s + 38,926 \times 10^3}{s^2 + 2097s} \quad (6.38)$$

Essa etapa foi muito importante porque, controladores comensuráveis de ordem fracionária geralmente levam a controladores inteiros de alta ordem após o uso de aproximações para modelos equivalentes de ordem completa. Se o desempenho obtido pela redução de ordem não fosse satisfatório, deveria-se voltar a ação 1 e amenizar as restrições de desempenho (máximo overshoot e tempo de assentamento).

Após sintonizados os controladores, é aplicado um degrau na função do controlador (6.28), juntamente com a função da planta (6.5) em sistema de malha fechada e observado o comportamento do gráfico formado na figura 19.

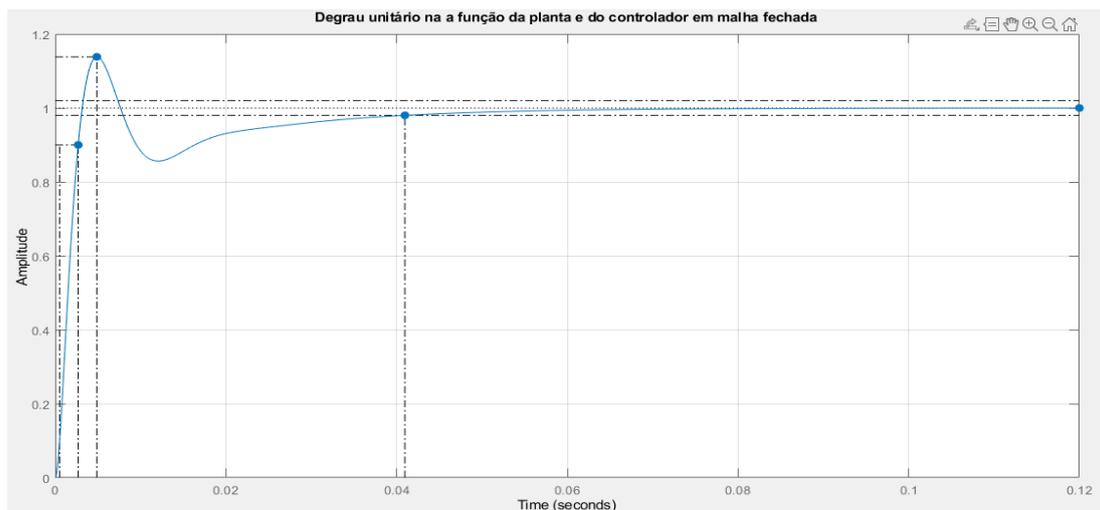


Figura 19: Degrau na função  $G$  e no  $C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{19}}}$  em malha fechada.

Fonte: Próprio autor.

- O tempo de Subida (Rise time ( $Tr$ )) ficou em torno de 0.00218 segundos.

- O tempo de Acomodação (Settling time ( $T_s$ )) ficou em torno de 0.041 segundos.
  - O percentual de Sobressinal (Overshoot ( $M_{ss}$ )) ficou em menos de 20%, ou seja, 13.8%.
  - O erro em Estado Estacionário (Final value (Erro)) foi zerado em torno de 0.1 segundo.
- Comparando com as métricas da planta sem o controlador, notou-se considerável melhora nos seus parâmetros.

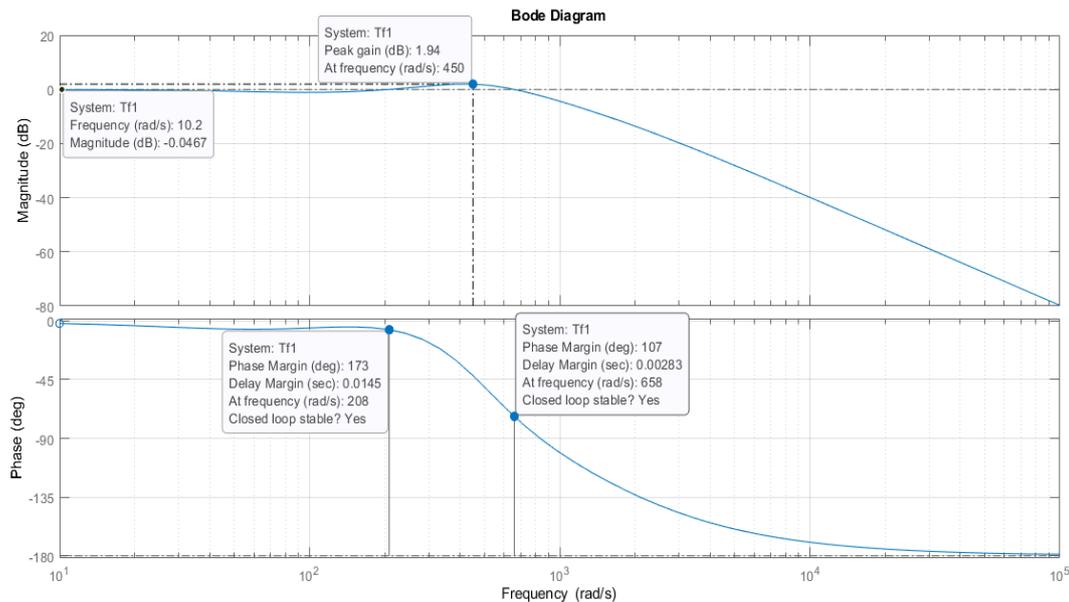


Figura 20: Diagrama de Bode da função  $G * C_{FOPP_{ordem\ reduzida_{19}}}$

Fonte: Próprio autor.

Na figura 20, mostra o comportamento da magnitude com um leve ganho, porém, sem pico de ressonância, isso indica que a função possui um bom coeficiente de amortecimento (com valor próximo de 1) e o comportamento do gráfico da fase indica que o sistema é estável, pois, não tem mudanças bruscas de direcionamento, sua curva é suavizada.

A Figura 21 representa o Diagrama de Bode dos 3 Controladores FOPP com coeficientes fracionários (em azul) e seu equivalente inteiro após a aproximação de Oustaloup (em vermelho) para frequências entre  $10^0$  e  $10^5$  rad/s.

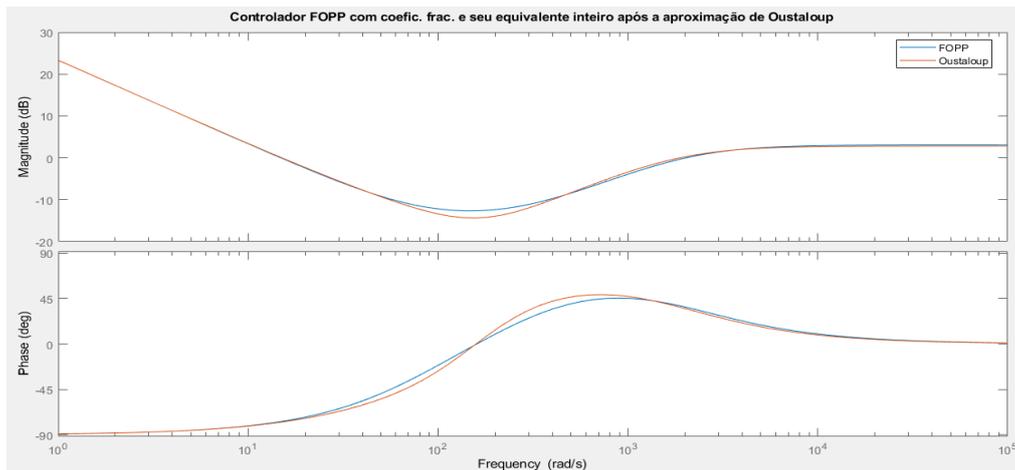


Figura 21: Diagrama de Bode da função  $G$  do Controlador FOPP com coefic. frac. e com a aproximação de Oustaloup .

Fonte: Próprio autor.

## 4.7 Sintonia do Controlador Fuzzy

Nesta seção são apresentadas as elaborações dos sistemas fuzzy para escalonar os ganhos dos controladores PID fracionário e PID convencional de acordo a referência aplicada ao sistema.

O funcionamento dos controladores fuzzy são similares a um seletor de ganhos que irá comutar diversas sintonias dentro das regiões de operação da planta.

Os estudos previamente realizados sobre as regiões de operação e suas sintonias foram utilizados como base para o desenvolvimento do sistema baseado em lógica fuzzy.

Para a elaboração da lógica fuzzy foi utilizada a técnica conhecida como técnica de Takagi-Sugeno, também conhecido como Takagi-Sugeno-Kang, a mesma possui aplicações em diversas áreas incluindo: automação e controle, previsão de séries temporais, reconhecimento de padrões e biomatemática (Valle, 2015).

Em Takagi e Sugeno (1985), além da proposta desse modelo de inferência, são apresentadas uma metodologia de identificação fuzzy, bem como uma forma de controle também baseada nesse modelo de inferência.

Esta técnica está inserida em uma ferramenta com interface funcional existente no próprio simulador Matlab, chamado de Fuzzy Logic Editor. A figura 22 apresenta a tela inicial da interface para o PID fracionário e para o PID convencional, respectivamente.

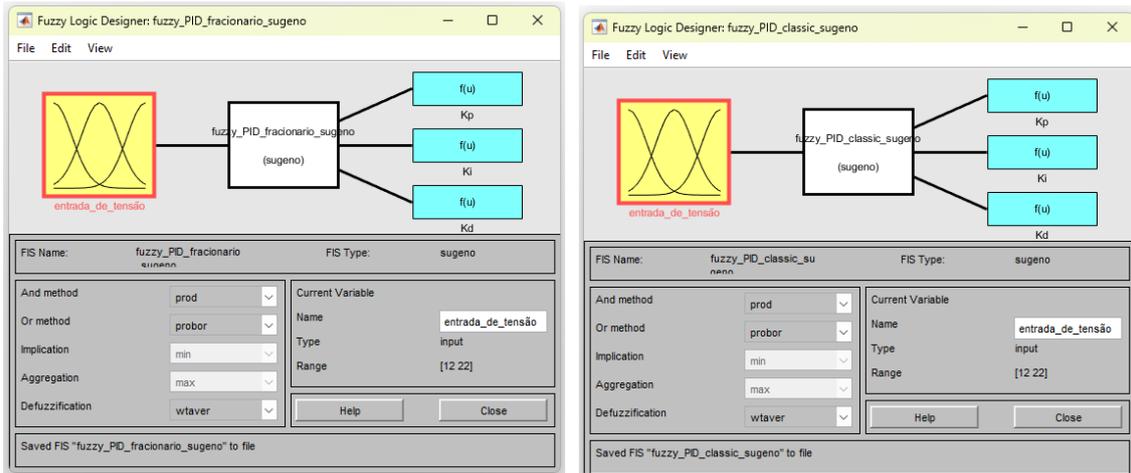


Figura 22: Tela inicial da interface para edição da lógica fuzzy.

Fonte: Próprio Autor.

As figuras 23, 24, 25 e 26, apresentam as funções de pertinência e universo de discurso das variáveis de entrada e saída do sistema fuzzy para o PID fracionário e para o PID convencional. A figura 27 apresenta as regras fuzzy utilizadas para os controladores fracionário e convencional, respectivamente.

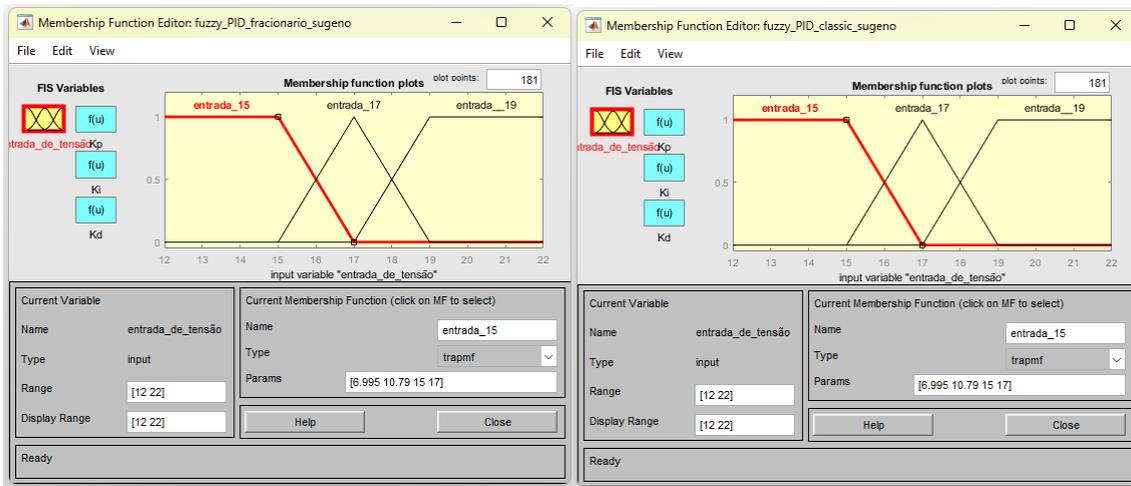


Figura 23: Funções de pertinência da variável de entrada (set-point).

Fonte: Próprio Autor.

A variável de entrada é a tensão de alimentação do conversor Buck, em volts DC, a qual pode variar num range de 15VDC a 19VDC.

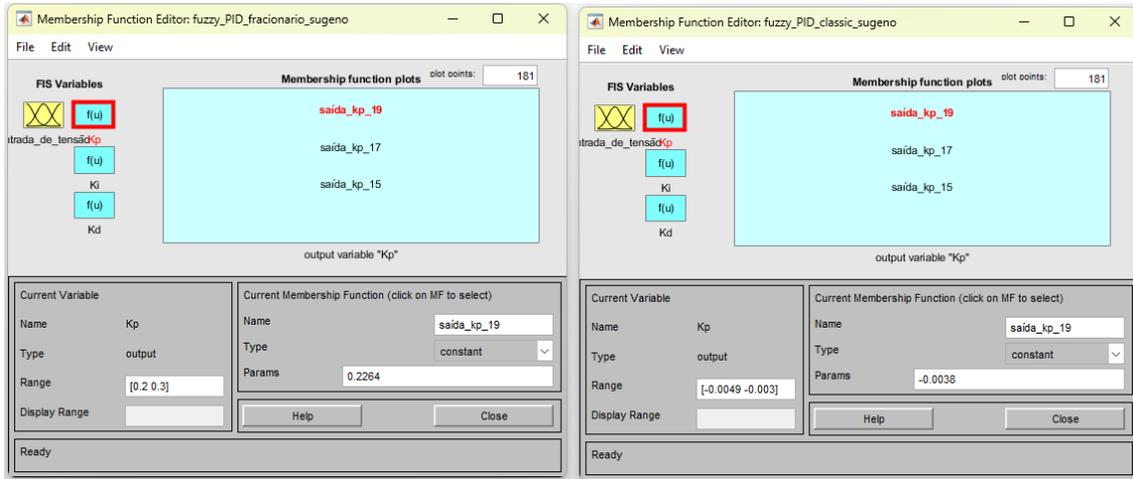


Figura 24: Funções de pertinência da variável de saída  $K_p$   
 Fonte: Próprio Autor.

$K_p$  é o ganho proporcional do controlador e o mesmo é escalonado pelo controlador fuzzy de acordo com o range da tensão de entrada.

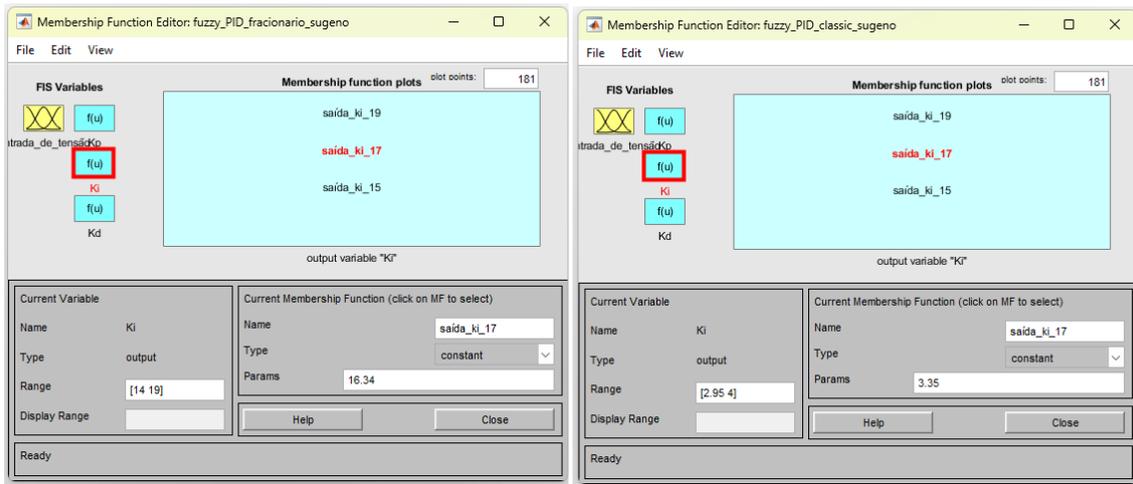


Figura 25: Funções de pertinência da variável de saída  $K_i$   
 Fonte: Próprio Autor.

$K_i$  é o ganho integral do controlador e o mesmo, também é escalonado pelo controlador fuzzy de acordo com o range da tensão de entrada.

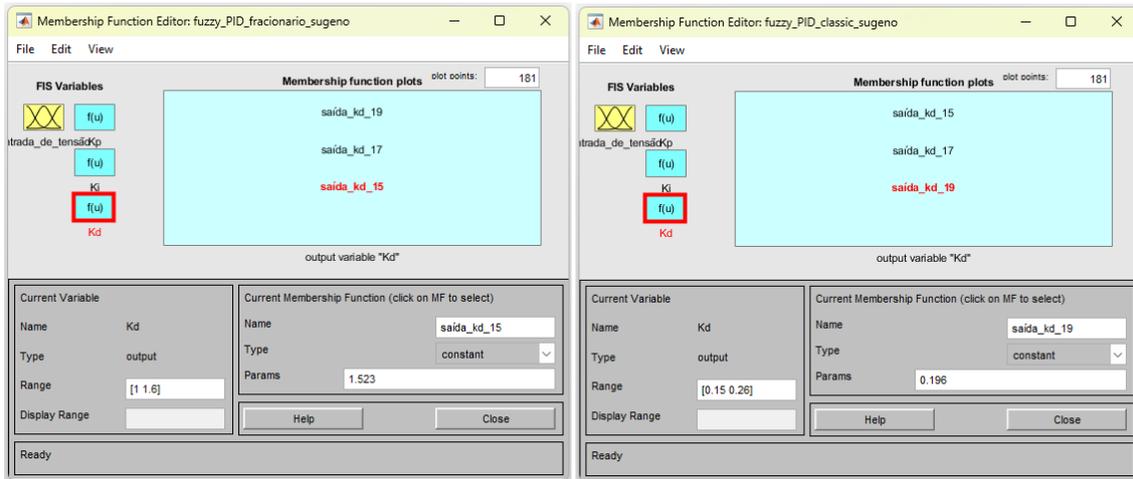


Figura 26: Funções de pertinência da variável de saída Kd  
 Fonte: Próprio Autor.

Kd é o ganho derivativo do controlador e como Kp e Ki, o mesmo também é escalonado pelo controlador fuzzy de acordo com o range da tensão de entrada.

Os universos dos discursos são evidenciados no campo de edição “Range”, assim como os nomes das funções de pertinência “Name” e o tipo em “Type”. A Tabela 5.4 destaca os ranges de cada variável e seu respectivo controlador, fracionário e convencional.

**Tabela 4.4:** Range de cada variável da lógica *fuzzy*.

<b>Variáveis: Controlador Fracionário</b>	Range
Set -point	[15V– 19V]
Kp	[0.2868 – 0.2264]
Ki	[18.52 – 14.62]
Kd	[1.523 –1.2022]
<b>Variáveis: controlador Convencional</b>	Range
Set -point	[15V–19V]
Kp	[-0.0048 – -0.0038]
Ki	[3.80 –2.99]
Kd	[0.248 – 0.196]

As regras fuzzy usadas para esta abordagem são apresentadas na figura 26.

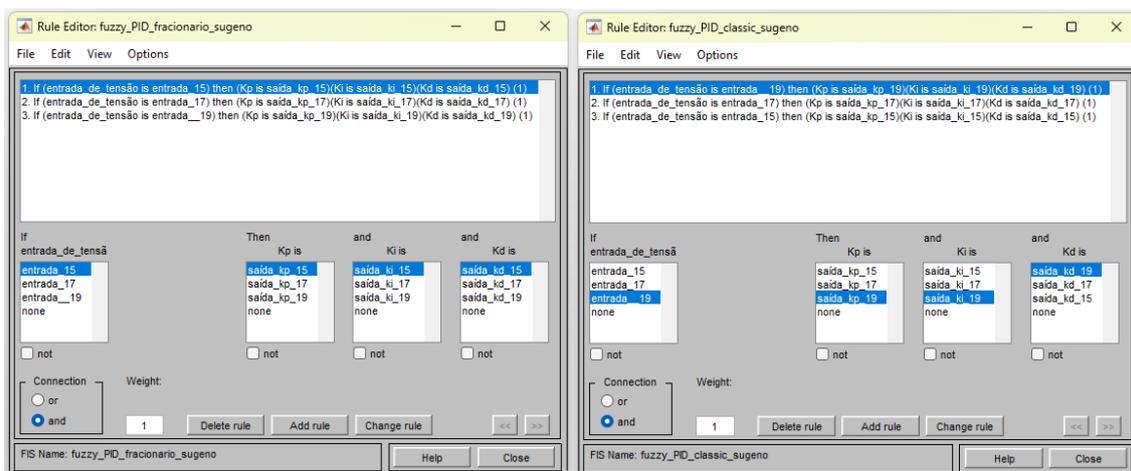


Figura 27: Regras fuzzy utilizadas para os controladores fracionário e convencional, respectivamente.

Fonte: Próprio Autor.

## Conclusão do Capítulo 4

Neste Capítulo foram desenvolvidos e apresentados os cálculos dos ganhos aplicando a metodologia de sintonia do controlador PID de ordem fracionária, que associou os seus ganhos de  $K_p$ ,  $K_d$  e  $K_i$  à estratégia de escalonamento de controle por lógica *fuzzy* para o desenvolvimento do controlador Fuzzy-PID de ordem fracionária, aplicado para controle de tensão na saída do conversor buck.

# Capítulo 5

## Experimentos e Resultados

### 5.1 Introdução

Com o objetivo de avaliar o comportamento dinâmico do conversor buck DC-DC através do modelo do controlador Fuzzy-PID fracionário desenvolvido no capítulo 4, foram feitas simulações de acordo com as condições do projeto que consideraram a estabilidade da tensão na saída do conversor, para isso, foram utilizadas variações das tensões do projeto na sua entrada, após isso, feito as comparações entre o modelo convencional de controle e o modelo de controle de ordem fracionaria no conversor buck.

### 5.2 Desenvolvimento do projeto no *Simulink*

No programa Simulink do Matlab, foi desenvolvido o diagrama do conversor buck. O diagrama de simulação do conversor Buck é mostrado na figura 28.

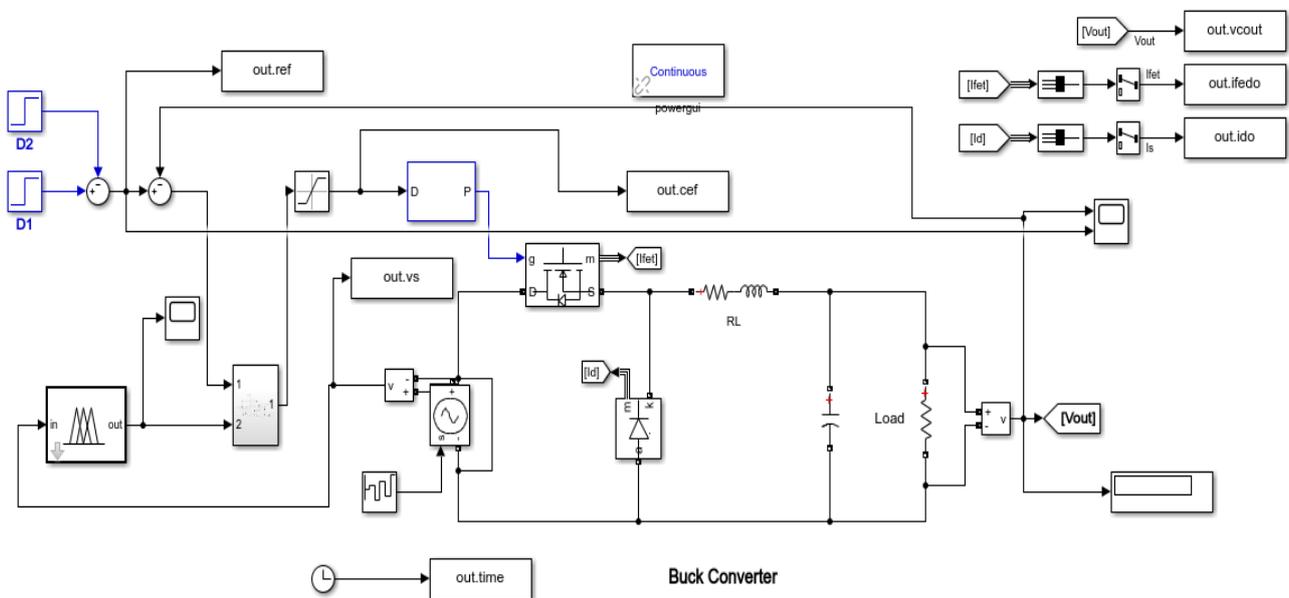


Figura 28: Diagrama do Conversor Buck com o Controlador Fuzzy com o Bloco do Controlador PDI.

Fonte: Próprio Autor.

O bloco do PID possui duas entradas e uma saída, a entrada número 1, recebe as referências e o erro da tensão de saída do conversor buck, a entrada número 2 recebe os ganhos escalonados dos controlador fuzzy, esses ganhos são reconhecidos e relacionados de acordo com a o erro, na saída número 1 são enviados esses ganhos, as referências e o erro para o PID que é encarregado de enviar essas informações para o ciclo de trabalho no PWM, que por sua vez, controla o Duty Cycle de modo que, a tensão de saída do conversor Buck permaneça na referência. O bloco do controlador PID é mostrado na figura 29.

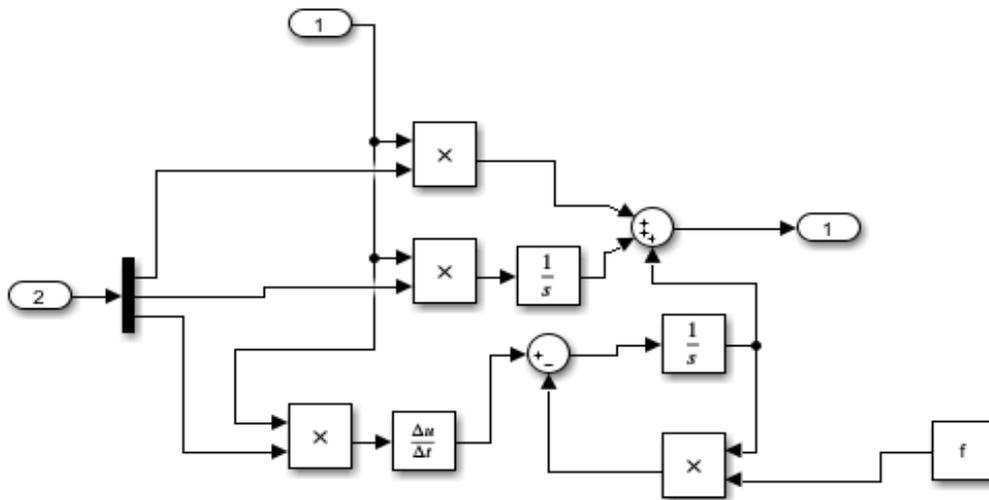


Figura 29: Diagrama do Bloco do Controlador PID que Recebe os Ajustes do Fuzzy.  
Fonte: Próprio Autor

## 5.3 Simulações

Nesta etapa do projeto, foram feitas as simulações da operação do conversor buck comandado pelos controladores Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional, ambos no simulador Simulink. Inicialmente, foram comparados os desempenhos do controlador Fuzzy-PID convencional (linha pontilhada) com o controlador Fuzzy-PID fracionário (linha tracejada) em relação a referência (linha contínua), aplicando seis variações de tensão na entrada do conversor Buck. Na figura 29, é mostrada essa comparação de desempenho onde se foi variando a tensão de entrada do conversor Buck com valor inicial de 16VDC e posteriormente a cada 0.1 segundo, as tensões sofreram variações para 17VDC, 13VDC, 18VDC, 14VDC e por último 20VDC, as tensões 13VDC, 14VDC e 20VDC são tensões que estão fora do range do projeto, que é de

15VDC a 19VDC, porém, essas tensões foram necessárias para obter dados de como os controladores se comportariam em eventuais tensões fora do seu range para os quais foram projetados e os resultados são observados nas figuras 30 e 31.

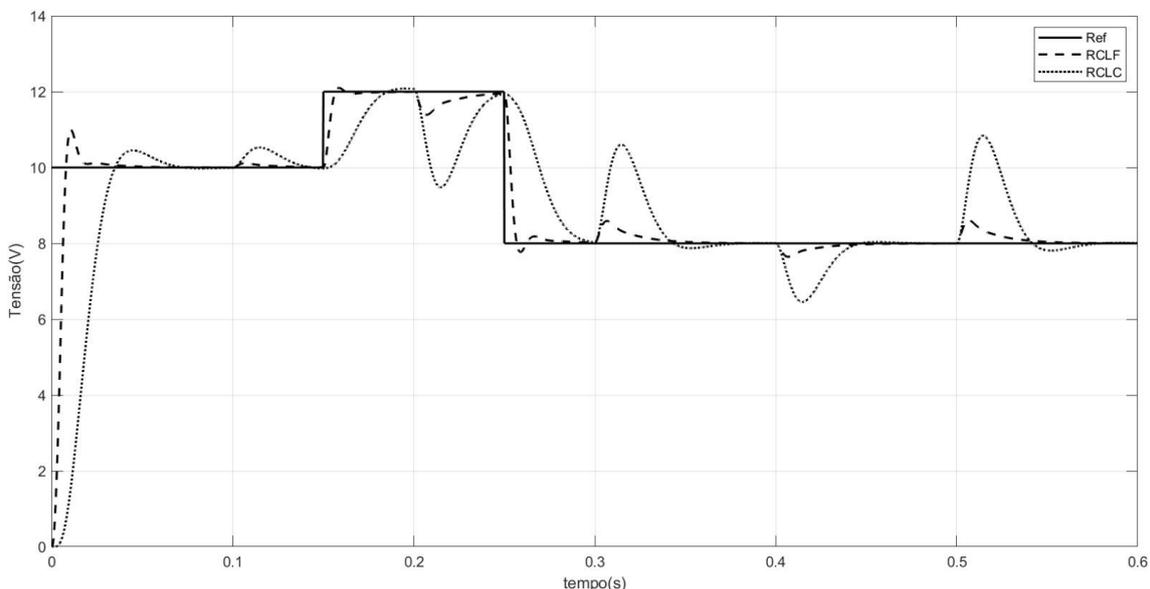


Figura 30: Comparação de Desempenho do Controlador Fuzzy-PID Fracionário e do Controlador PID-Fuzzy Convencional.

Fonte: Próprio Autor.

Na presente simulação, o valor da tensão de referência no instante 0 até 0.15 segundos são de 10VDC, de 0.15 até 0.25 segundos são de 12VDC e de 0.25 até 0.60 segundos são de 8VDC. Observou-se que nos parâmetros tempo de assentamento, overshoot e no ripple na tensão de saída do conversor buck, o qual é comandado pelo controlador Fuzzy-PID fracionário, obteve um melhor desempenho em manter a tensão de saída próxima da referência do que no conversor buck comandado pelo controlador Fuzzy-PID convencional, comparando os mesmos parâmetros.

Na figura 29, podem ser observados os esforços dos controladores para manter a tensão de saída do conversor estabilizada na referência, mesmo com variações da tensão de entrada a cada 0.1 segundo. Iniciando a simulação em 0 segundo com 16VDC, em 0.1 segundo a tensão de entrada no conversor sofre variação da tensão e sobe para 17VDC, são observados leves picos de tensão, em 0.2 segundos a tensão sofre variação de 17VDC para 13VDC, essa tensão de entrada está fora do range de projeto, observou-se que o Fuzzy-PID fracionário conseguiu suporta a brusca variação de tensão melhor que o Fuzzy-PID convencional, mantendo a tensão de saída do conversor próxima da referência

sem muitos ruídos, 0.3 segundos a tensão de entrada sofre variação de 13VDC para 18VDC, novamente o foi observado que o Fuzzy-PID fracionário não apresenta brusca alteração como no Fuzzy-PID convencional e mantém a tensão de saída próxima da referência, em 0.4 segundos, a variação é para 14VDC, essa tensão de entrada também está fora do range de projeto, mas o controladores conseguem trazer a tensão de saída pra a referência, novamente e em 0.5 segundos, a tensão de entrada no conversor sofre variação da tensão de 14VDC para 20VDC, outra tensão fora do range de projeto, e também, foi observado que novamente o Fuzzy-PID fracionário teve melhor controle da tensão em mantê-la na referência do que o Fuzzy-PID convencional que sofre um pico e, após isso, procura manter o esforço em estabilizar a tensão de saída na referência.

Na figura 31, são mostradas as comparações dos ciclos de trabalho dos controladores fracionário e convencional.

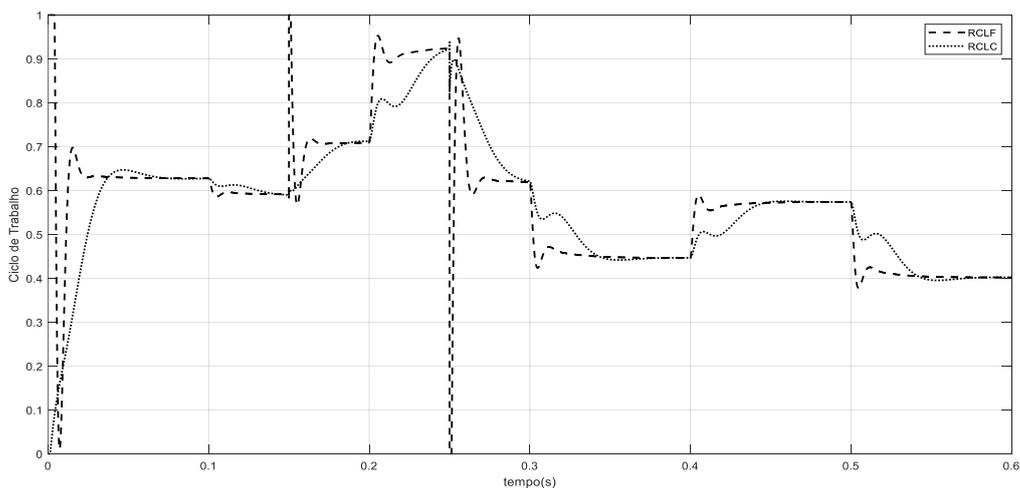


Figura 31: Ciclo de Trabalho dos Fuzzy-PID Fracionário e Fuzzy-PID Convencional.  
Fonte: Próprio Autor.

No gráfico apresentado, as linhas tracejadas representam o ciclo de trabalho do controlador Fuzzy-PID fracionário e as linhas pontilhadas o ciclo de trabalho do Fuzzy-PID convencional. Como pôde ser observado, os esforços dos controladores para manter a tensão de saída do conversor buck na referência, mesmo com as variações da tensão de entrada. Iniciando em 0 segundo com 16VDC de tensão na entrada do conversor, o esforço de controle para manter a tensão na sua saída é ligeiramente maior no controlador Fuzzy-PID fracionário do que no controlador Fuzzy-PID convencional, com isso, pode ser notada uma melhor eficiência, em 0.1segundo quando a tensão de entrada sofre a

variação para 17VDC, ambos os controladores sofrem uma leve variação no controle e estabilizam rapidamente, no instante 0.15 segundos, a referência muda de 10VDC para 12VDC, então é notado um ligeiro pico de esforço no controlador Fuzzy-PID fracionário, isso ocorreu para que a tensão na saída do conversor Buck sofresse um leve ruído e retornasse à referência com mais eficiência que o controlador Fuzzy-PID convencional, em 0.2 segundos, a tensão de entrada varia para 13VDC, mais uma vez, o esforço do controlador Fuzzy-PID fracionário mostra-se mais eficiente do que o esforço do controlador Fuzzy-PID convencional em manter a tensão de saída do conversor próximo e com rápido retorno à referência, em 0.25 segundos, a referência varia para 8VDC, o esforço do controlador Fuzzy-PID fracionário tem um queda abrupta, mas retorna quase que imediatamente para a zona de controle, mantendo a tensão de saída na referência de 8VDC, no controlador Fuzzy-PID convencional é notado um esforço mais lento para manter a tensão de saída na referência, em 0,3 segundos, quando a tensão de entrada varia para 18VDC, o esforço de trabalho do controlador Fuzzy-PID fracionário se mantém mais eficiente que o do controlador Fuzzy-PID convencional, retornando a tensão de saída para a referência sem muitos ruídos e com mais rapidez, em 0.4 segundos, a tensão de entrada varia para 14VDC, o controlador Fuzzy-PID fracionário mantém a eficiência melhor que o controlador Fuzzy-PID convencional e em 0.5 segundos, a tensão de entrada varia para 20VDC, foi novamente notado que o controlador Fuzzy-PID fracionário manteve sua eficiência muito melhor que o controlador Fuzzy-PID convencional, pois, seu esforço de trabalho manteve a tensão de saída estabilizada e alinhada com a referência.

## **5.4 Resultados das Simulações**

As simulações realizadas no controlador Fuzzy-PID fracionário proposto, foram comparadas com as simulações realizadas no controlador Fuzzy-PID convencional, aplicados no conversor buck, as mesmas foram analisadas de acordo com seus respectivos desempenhos para diferentes valores da tensão de alimentação, com isso, foi evidenciado nesta experiência os escalonamentos dos ganhos dos controladores PID fracionário e PID convencional pelo controlador Fuzzy. Essas ações dos escalonamentos dos ganhos ocasionou em demonstrar, experimentalmente que, o controlador Fuzzy-PID fracionário teve o comportamento mais eficiente do que o controlador Fuzzy-PID convencional, em manter a tensão de saída do conversor buck dentro do valor de referência projetado.

Após validar a eficiência dos controladores híbridos com as simulações, foram feitas as montagens físicas dos conversores buck conforme seus respectivos parâmetros desenvolvidos para o controlador Fuzzy-PID fracionário e para o controlador Fuzzy-PID convencional.

## 5.5 Montagem da Planta e Rastreamento

Após o desenvolvimento controladores Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional, que se mostraram serem promissores em comandar o sistema de controle do conversor, foram feitas as montagens físicas de dois conversores buck, os mesmos utilizaram os controladores híbrido fracionário e o híbrido convencional com o objetivo de, novamente, comparar e validar seus desempenhos em estabilizar com eficiência a tensão nas saídas dos seus respectivos conversores, como mostra a figura 31.

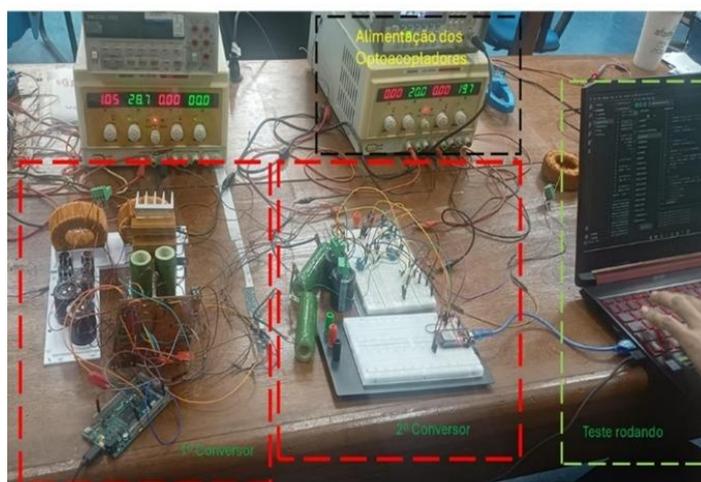


Figura 32: Conversores Buck montados com seus respectivos controladores, Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional.

Fonte: Próprio Autor

Realizadas as montagens físicas dos conversores buck, foram iniciados os testes para a validação dos resultados do controlador Fuzzy-PID fracionário, proposto. Foram realizados os testes para analisar o desempenho do controlador para diferentes valores de

referência da tensão de alimentação, com finalidade de evidenciar a necessidade do escalonamento dos ganhos do controlador PID fracionário. A figura 33 mostra as variações da tensão de alimentação do conversor buck, tanto para o controlador Fuzzy-PID fracionário ( $V_{sf}$ ) como para o controlador Fuzzy-PID convencional ( $V_{si}$ ).

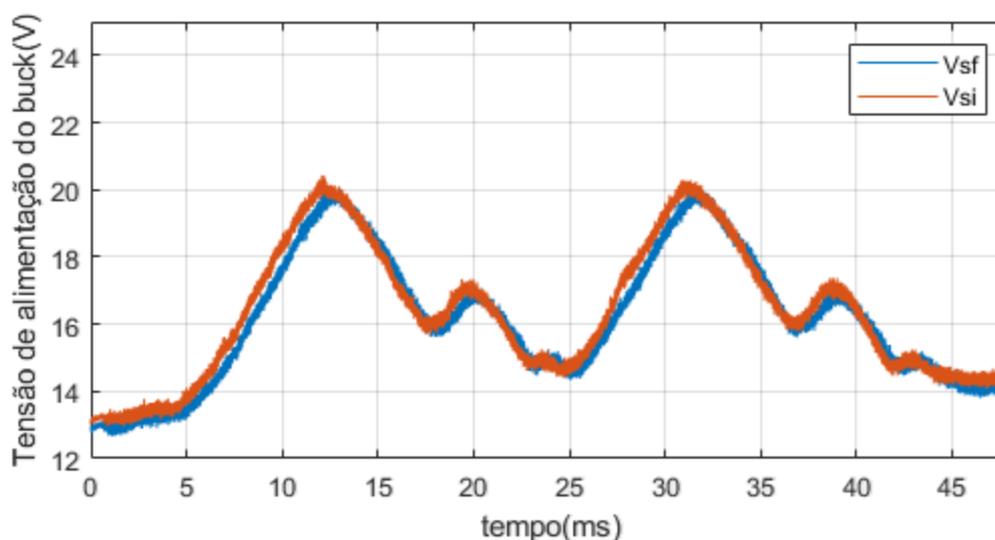


Figura 33: Gráfico da Variação da tensão de alimentação do conversor Buck.

Fonte: Próprio Autor.

Nesta etapa do projeto, foram feitas as operações do conversor buck comandado pelos controladores Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional. Foram aplicadas variações de tensão na entrada do conversor Buck como mostra a figura 31, com isso, foi feita a variação da tensão de entrada do conversor Buck com valor inicial aproximado de 13VDC em 5ms e posteriormente a tensão foi alterada com o decorrer do tempo e modificada para 20VDC em 12ms, 17VDC em 20ms, 14.5VDC em 25ms, 19.9VDC em 31ms, 15.7VDC em 37ms, 17VDC em 39ms e por último 14.3VDC em 45ms, assim como na simulação, foram utilizadas tensões que estão fora do range do projeto, ou seja, tensões abaixo de 15VDC e acima de 19VDC, porém, essas tensões também foram necessárias para obter dados de como os controladores se comportariam em eventuais tensões fora do seu range para os quais foram projetados.

No controlador Fuzzy, foram inseridas as funções de pertinências as quais escalonam os valores dos ganhos de  $K_p$ ,  $K_d$  e  $K_i$  de cada controlador, esses ganhos são analisados e enviados pelo controlador fuzzy para o controlador PID fracionário e para o

controlador PID convencional, e, de acordo com a necessidade de zerar o erro da planta, que é identificado na saída do conversor buck, os mesmos utilizam seus respectivos ganhos de  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  no seu ciclo de trabalho.

Contudo, esses valores foram ajustados para serem próximos dos valores calculados, pois, devidos as próprias condições estruturais dos componentes causarem pequenas perdas durante o funcionamento do conversor buck. As figuras 34 e 35 mostram o comportamento de controle dos ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  nas funções de pertinências, dos controladores Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional, respectivamente. Para o controlador Fuzzy-PID fracionário, o gráfico vermelho representa a aplicação dos ganhos para 15VDC (Pf 15), o gráfico azul representa a aplicação dos ganhos para 17VDC (Pf 17) e o gráfico verde representa a aplicação dos ganhos para 19VDC (Pf 19).

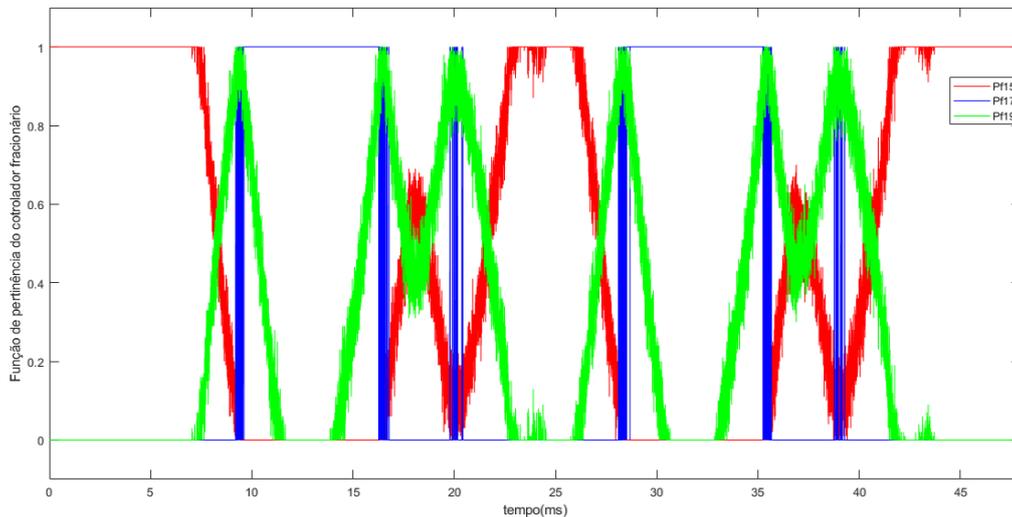


Figura 34: Gráfico dos escalonamentos dos ganhos do controlador fuzzy para o controlador PID fracionário.

Fonte: Próprio Autor.

Para o controlador Fuzzy-PID convencional, o gráfico amarelo representa a aplicação dos ganhos para 15VDC (Pi 15), o gráfico azul-claro representa a aplicação dos ganhos para 17VDC (Pi 17) e o gráfico azul representa a aplicação dos ganhos para 19VDC (Pi 19).

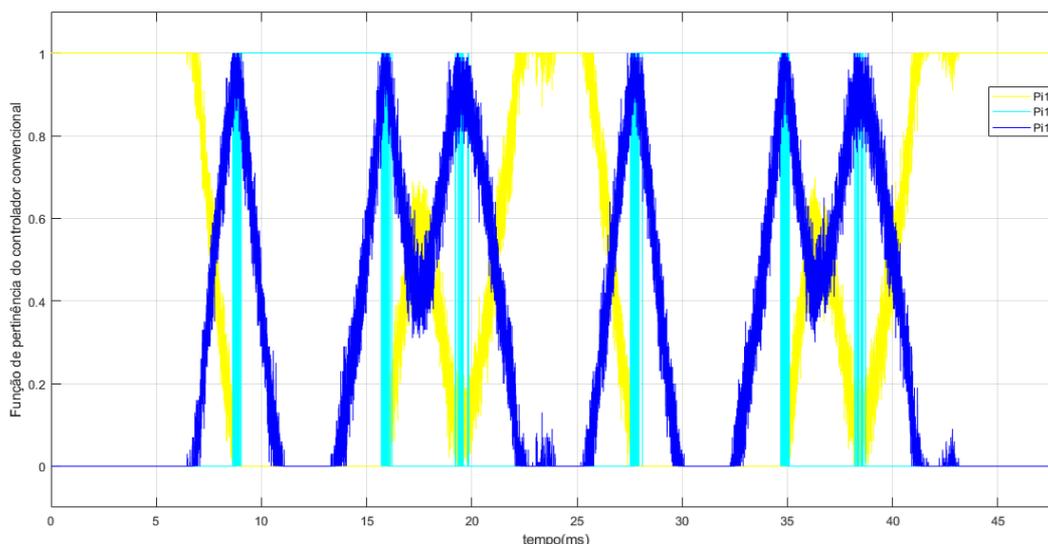


Figura 35: Gráfico dos escalonamentos dos ganhos do controlador fuzzy para o controlador PID convencional.

Fonte: Próprio Autor.

Com os controladores em funcionamento, foram apresentados os resultados obtidos dos controladores Fuzzy-PID fracionário e Fuzzy-PID convencional, através do gráfico da figura 36, e também, foram comparados os seus desempenhos em relação à referência, onde é possível observa que o controlado Fuzzy-PID fracionário tem um melhor desempenho de controle em corrigir o erro e manter a estabilidade da planta em todas etapas das variações da tensão de entrada do conversor buck do que o controlador Fuzzy-PID convencional. O gráfico azul representa o desempenho do controlador Fuzzy-PID fracionário (FFOPP), o gráfico vermelho representa o desempenho do controlador Fuzzy-PID convencional (FIOPP) e o gráfico amarelo representa a referência (Ref).

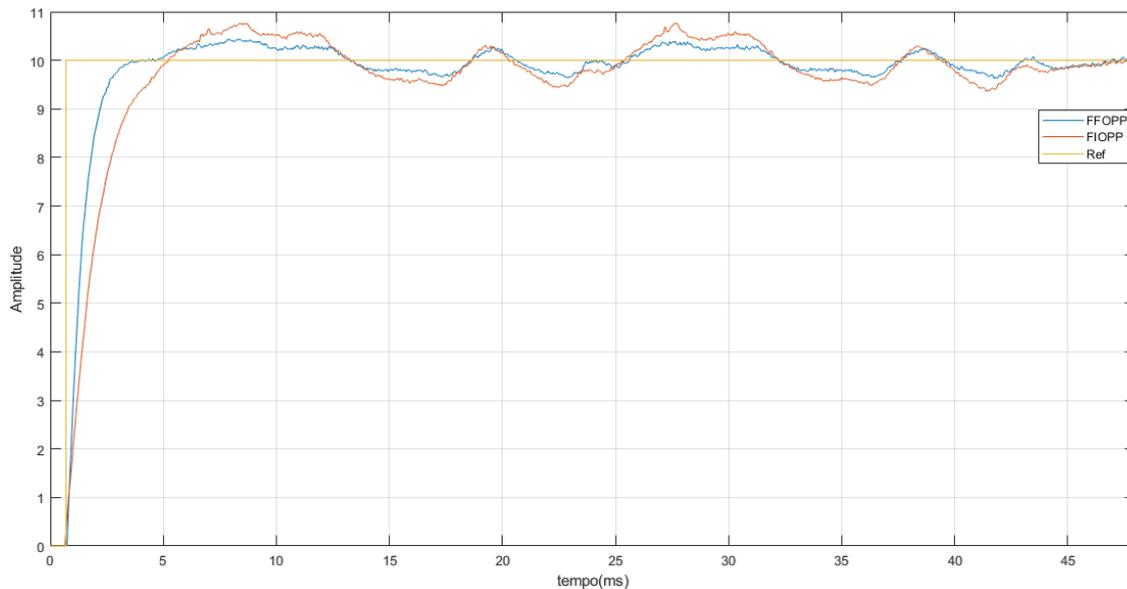


Figura 36: Comparação de Desempenho do Controlador Fuzzy-PID Fracionário e do Controlador PID-Fuzzy Convencional.

Fonte: Próprio Autor.

Observou-se também que nos parâmetros tempo de assentamento, overshoot e no ripple na tensão de saída do conversor que o controlador Fuzzy-PID fracionário teve melhor desempenho em manter a tensão de saída próxima da referência do que o controlador Fuzzy-PID convencional.

Nesta mesma operação do conversor buck, também foram observados os esforços dos controladores, nos seus ciclos de trabalhos, para manter a tensão de saída do conversor estabilizada e na referência, mesmo variando a tensão de entrada de modo abrupto e com variações fora do range de projeto, percebe-se que o Fuzzy-PID fracionário conseguiu suporta a brusca variação de tensão melhor que o Fuzzy-PID convencional, procurando manter a tensão de saída do conversor na sua referência.

Na figura 37, são mostrados os comportamentos dos ciclos de trabalhos dos controladores, onde, o gráfico azul representa o ciclo de trabalho do controlador Fuzzy-PID fracionário (Duty f) e o gráfico vermelho representa o ciclo de trabalho do controlador Fuzzy-PID convencional (Duty i).

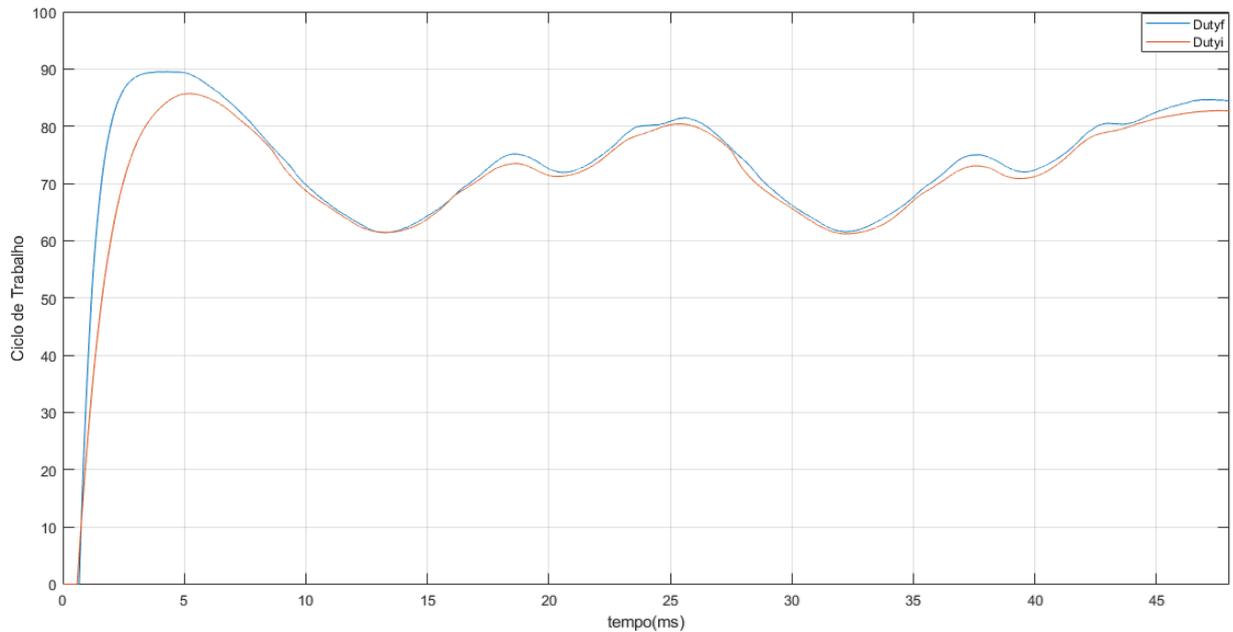


Figura 37: Ciclo de Trabalho dos Fuzzy-PID Fracionário e Fuzzy-PID Convencional.  
Fonte: Próprio Autor.

Notou-se, claramente que no controlador Fuzzy-PID fracionário existe um maior esforço de controle para manter a estabilidade do sistema quando há variação na tensão de alimentação do conversor buck do que, no controlador PID-Fuzzy convencional, isso ocorre devido haver um refinamento de precisão dos escalonamentos dos ganhos  $K_p$ ,  $K_d$  e  $K_i$ , proporcionando uma resposta mais rápida no seu ciclo de trabalho.

## 5.6 Aplicação das Métricas baseadas no Erro

Como foi abordado no Cap. 4, seção 4.6.2, as métricas baseadas no sinal do erro costumam possuir uma alta precisão na avaliação do desempenho dos controladores, pois consideram todo o comportamento dinâmico da resposta.

Nesta pesquisa, foram utilizadas essas métricas com o objetivo de avaliar o desempenho de cada controlador, na tabela 5.1 constam as métricas baseadas no erro, tanto para um controlador Fuzzy-PID fracionário quanto para um controlador Fuzzy-PID convencional.

Tabela 5.1- Métricas Baseadas no Erro das Funções dos Controladores

$\Delta V$	Métricas Baseadas no Erro			
0 - 10 (V)	$e(t)$ (Ref - y(t))	ISE $\int_0^{\infty} e^2(t) dt$	IAE $\int_0^{\infty}  e(t)  dt$	ITAE $\int_0^{\infty} t \cdot  e(t)  dt$
Fuzzy-PIDf	10 - Vcf1	115,713	22,620	213,023
Fuzzy-PIDi	10 - Vci1	142,458	33,282	361,023

Onde:

$\Delta V$  é a variação da tensão entre o início do processo e a sua referência;

$e(t)$  é o erro do sistema, ou seja, é a referência do processo menos as áreas oscilantes da função aplicada

Vcf1 é a função do controlador Fuzzy-PID fracionário;

Vci1 é a controlador Fuzzy-PID convencional.

Através das métricas baseadas no erro, foi possível observa que o controlador Fuzzy-PID fracionário obteve um melhor controle do sistema, comparado ao controlador Fuzzy-PID convencional.

Na tabela 5.2 é aprestado um comparativo das métricas baseadas no esforço de controle.

Tabela 5.2 - Métrica do Esforço de Controle

$\Delta V$	Métrica do Esforço de Controle
0 - 10 (V)	ITACE $\int_0^{\infty} t \cdot  u(t)  dt$
Fuzzy-PIDf	114,032
Fuzzy-PIDi	109,131

Onde

$u(t)$  é o sinal de controle ponderado no tempo.

Percebe-se que o valor do ITACE com a ação do controlador Fuzzy-PID fracionário foi ligeiramente maior, indicando um maior dispêndio de energia. Isso também pode ser observado na figura 37. Essa é uma contrapartida para se alcançar uma resposta do sistema mais suave e com menor regime transiente.

As métricas aplicadas baseadas no erro serviram para avaliar e comparar o desempenho dos controladores desenvolvidos neste trabalho, ambos têm capacidade de manter a estabilidade do sistema, porém

# Capítulo 6

## Análise dos Resultados

### 6.1 Comparação e Análise dos Resultados da Simulação.

Inicialmente, as tensões foram ajustadas para 16VDC e, a cada 0.1 segundo, passaram para 17VDC, 13VDC, 18VDC, 14VDC e finalmente 20VDC. Como foi citado anteriormente, as tensões de 13VDC, 14VDC e 20VDC estão fora do intervalo projetado para os controladores, que varia de 15VDC a 19VDC. No entanto, essas tensões foram essenciais para coletar informações sobre o comportamento dos controladores em possíveis tensões além do intervalo projetado, como foi demonstrado na figura 30.

Na figura 31, foi visivelmente notado que os controladores se esforçam para manter a tensão de saída do conversor buck constante, mesmo com as flutuações da tensão de entrada.

As simulações conduzidas no controlador Fuzzy-PID fracionário sugerido foram comparadas com as realizadas no controlador Fuzzy-PID convencional, utilizado no conversor buck. Essas simulações foram avaliadas com base em seus respectivos desempenhos para variados valores de tensão de alimentação. Assim, ficou evidente nesta experiência a escala de ganhos dos controladores PID fracionário e PID convencional através do controlador Fuzzy. Esses ajustes nos ganhos resultaram na demonstração experimental de que o controlador Fuzzy-PID fracionário demonstrou um desempenho mais eficaz do que o controlador Fuzzy-PID convencional em manter a tensão de saída do conversor buck dentro do valor de referência estabelecido pelo projeto.

### 6.2 Comparação e Análise dos Resultados do Projeto.

A experiência prática do projeto foi desenvolvida após sua montagem do conversor buck, depois disso, começaram os testes para confirmar os resultados do controlador Fuzzy-PID fracionário, sugerido. Os testes foram conduzidos para avaliar o desempenho do controlador em diversos valores de referência da tensão de alimentação, com o objetivo de destacar a importância do escalonamento dos ganhos do controlador PID fracionário. A figura 33 ilustrou as alterações na tensão de alimentação do conversor buck, tanto para o controlador Fuzzy-PID fracionário ( $V_{sf}$ ) quanto para o controlador Fuzzy-PID tradicional ( $V_{si}$ ).

As métricas baseadas no erro ( $e(t)$ ) serviram para comparar as respostas dinâmicas do sistema controlado e validar o desempenho dos controladores Fuzzy-PID fracionário e do Fuzzy-PID convencional.

# Capítulo 7

## Conclusão

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma estratégia de controle não convencional, utilizando técnicas de controle avançadas baseadas na sintonia do controlador por lógica Fuzzy, do controlador PID convencional e do controlador PID de ordem exponencial fracionária, aplicando para este último o método de Ayres Junior (AIRES JUNIOR et al., 2020) e o método de redução de ordem, sem desconsiderar os aspectos positivos dos métodos tradicionais de ajuste de controladores, contribuindo assim, com melhorias de informações para pesquisadores e profissionais de engenharia.

Os controladores propostos foram simulados e implementados para testes experimentais em uma bancada didática com dispositivos industriais para o controle do valor da tensão na saída de um conversor buck. A partir dos testes experimentais os controladores tiveram seus desempenhos comparados para se avaliar quais deles obtiveram melhores resultados.

Os resultados deste trabalho demonstraram que a implementação de um controlador PID com escalonamento de ganhos por lógica fuzzy obteve um melhor desempenho se comparado a aplicação do Fuzzy-PID convencional ou com sintonia fixa, para o sistema analisado.

O controlador híbrido Fuzzy-PID de ordem exponencial fracionária foi capaz de manter o nível do valor da tensão de referência da planta sob controle, com um desempenho melhor do que o do Fuzzy-PID convencional, mesmo diante de mudanças bruscas da tensão na entrada do conversor Buck. A utilização do mapeamento das regiões de operação do controlador híbrido, foi importante para identificar a não linearidade inerente ao processo e contribuiu positivamente para o projeto do sistema de escalonamento Fuzzy e dos ganhos do PID fracionário.

Entretanto, faz-se necessário ainda buscar uma melhor sintonia sobretudo para o controle de ordem fracionaria e efetuar as comparações do resultado deste para com o controle clássico.

## 7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para prosseguir com a pesquisa, explorando aspectos não abordados no trabalho atual ou aprimorando as formulações apresentadas, seguem algumas sugestões e considerações para futuras pesquisas:

a) Elevar as variações paramétricas, como a tensão de alimentação e da carga, da planta de trabalho e reformular os controladores associados para verificar se haverá alguma melhoria de performance relevante;

b) Executar um teste de robustez paramétrica e comparar com outros controladores concebidos para lidar com tais variações.

c) Incorporar um método de reconhecimento automático que possa ser executado em tempo real;

d) Desenvolver e implementar um controlador fracionário adaptativo em sistemas de controle para uma escala de teste em processos industriais.

# Referências

1. AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. 4ª edição. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.
2. ARRABAÇA, Devair Aparecido; GIMENEZ, Salvador Pinillos. **Conversores de energia elétrica CC/CC para aplicações em eletrônica de potência: conceitos, metodologia de análise e simulação**. 1ª ed. Editora Erica, 2013.
3. AYRES JUNIOR, Florindo A. C. **Investigação de Estratégias de Controle de Ordens Fracionárias Aplicadas a Sistemas Elétricos e Industriais**, 2018. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.
4. AYRES JUNIOR, F. A. de C.; BESSA, I. V.; PEREIRA, V. M. B.; SILVA FARIAS, N. J.; MENEZES, A. R.; MEDEIROS, R. L. P.; COSTA, C. T. (2020). **Fractional Order Pole Placement for a buck converter based on commensurable transfer function**. ISA Transactions. doi:10.1016/j.isatra.2020.07.034
5. BARBI, Ivo, **Modelagem de Conversores CC-CC Empregando Modelo Médio em Espaço de Estados**. Edição do Autor, Florianópolis, SC – Brasil, 2015.
6. BRITO, T. S. P. **Desenvolvimento de um controlador PID-FUZZY para o controle de nível de água de um pressurizador de um reator nuclear**. 2015. 92f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.
7. BOYLESTAD, Robert. L. **Introdução à análise de circuitos**. Traduzido por J. A. Souza. 8. ed. Rio de Janeiro: Ed. Prentice-Hall do Brasil Ltda, 1997, 790p.
8. CALDERÓN, A.; VINAGRE, B.; FELIU, V. **Fractional order control strategies for power electronic buck converters**. Signal Process. 2006, 86, 2803–2819
9. CAMARGO, R. Figueiredo. OLIVEIRA, E. Capelas. **Cálculo Fracionário**. – Editora

- Livraria da Física, São Paulo. ISBN 978-85-7861-329-7 (2015).
10. CARVALHO, M. Dias de; OTTONI, José Eloy. **Introdução ao Cálculo Fracionário com Aplicações**. Revista de Matemática de Ouro Preto. Periódicos UFOP. V.1 pp: 50-77 (2018): 2237-8103.
  11. CAMPOS, M. M.; SAITO, K. **Sistemas Inteligentes em Controle e Automação**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2004.
  12. CHIPIPO, B. et al. Designing of fractional order PID controller for hard-to-be-control plant with time delay. In: **PROCEEDINGS OF THE 2019 JOIN INTENATIONAL CONFERENCE ON DIGITAL ARTS, MEDIA AND TECHNOLOGY WITH ECTU NORTHERN SECTION CONFERENCE ON ELECTRICAL, ELETRONICS, COMPUTER AND TELECOMUNICATIONS ENGINEERING (ECTI DAMT-NCON)**. IEEE,2019. P. 73-76. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/268437.268460>.
  13. DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 1 Lake St Upper Saddle River,United States: Addison Wesley Longman, 2001.
  14. DRIANKOV, Dimiter; HELLENDORRN, Hans; REINFRANK, Michel. **An Introduction to Fuzzy Control**. New York: Springer-Verlag, 1996. 316p.
  15. ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. **Fundamentals of Power Electronics**. 3. ed. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, Springer Cham. 2020.
  16. FABRO, J. A. **Uma abordagem neuro-nebulosa para controle preditivo de processos multi-estágios**. 2003. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, CEFET-PR, Ciritiba-PR,2003.
  17. LJUNG, Lennart. **System Identification – Theory for the User**. 2. Ed. Upper Saddle River, New Jersey: PTR Prentice Hall, 1999.

18. LILLY, J. H. Fuzzy control and identification. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
19. MONJE, Concepción A.; CHEN, YangQuan; VINAGRE, Blas M.; XUE, Dingyu; FELIU-BATLLE, Vicente. **Fractional-order Systems and Controls, Fundamentals and Applications**. [S.l.]: Springer-Verlag London, 2010. ISBN 978-1-84996-334.
20. OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. trad. Heloísa Coimbra de Souza. rev. tec. Eduardo Aoun Tannuri- São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
21. OUSTALOUP, A. et al. **Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis**. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications**, IEEE, v. 47, n. 1, p. 25–39, 2000
22. PASSINO, Kevin M.; YURKOVICH, Stephen. **Fuzzy Control**. Menlo Park, California Adison Wesley Longman, 1997. ISBN 0-2001-18074-X. 475 p. Disponível em <http://www2.ece.ohio-state.edu/~passino/FCbook.pdf>. Acesso em: 15 out. 2022.
23. SIMÕES, M. G.; I. S. **Controle e Modelagem Fuzzy**. 2. Ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.
24. SILVA, Claudia Sabrina Monteiro da. **Implementação de estratégia de controle de ordem fracionária aplicadas ao amortecimento de oscilações eletromecânicas em um sistema de geração em escala reduzida**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Amazonas UFAM- Manaus/AM. (2022).
25. SILVA, Sérgio. A. O. da. **Eletrônica de Potência**. 2012. 69-85 p. Notas de aula (Graduação) - Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2012.
26. TANSCHKEIT, R. Sistemas Fuzzy. In: **VI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, 2003, Bauru, SP. Anais de minicursos do VI SBAI, 2003.

27. TÜRKSEN, I. B. **Measurement of fuzziness**: interpretation of the axioms of measure. In: CONFERENCE ON FUZZY INFORMATION AND KNOWLEDGE REPRESENTATION FOR DECISION ANALYSIS, IFAC, July 19-22, 1983 Marseille, France. **Proc...** Oxford: Pergamon Press, pp. 97-102, 1984.
28. SALLES, Rafael de Souza, **Implementação de um Controlador Híbrido FUZZY-PID: Análise de Desempenho em uma Planta de Nível**, 2020.
29. VALÉRIO, Duarte; COSTA, José Sá. **An Introduction to Fractional Control**. London, UK: The Institution of Engineering and Technology – IET, 2013. ISBN 978-1-84919-545-4, 2013.
30. VINAGRE, B. et al. **Some approximations of fractional order operators used in control theory**. Fractional Calculus Applied Analysis (FCAA), v. 3, p. 1–16, 01 2000.
31. YANG, J.; CUI, H.; LI, S.; ZOLOTAS, A. Optimized Active Disturbance Rejection Control for DC-DC Buck Converters With Uncertainties Using a Reduced-Order GPI Observer. IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap. 2018, 65, 832–841.
32. YANG, Won Young; CHANG, Tae G.; SONG, Ik H.; HEO, J.; JEON, Won G.; LEE, Jeong W.; KIM, Jae K. Signals and Systems with MATLAB. [S.l.], 2009
33. WEI, C. L. et al. **Design of an average-current-mode noninverting buck boost dc dc converter with reduced switching and conduction losses**. IEEE Transactions on Power Electronics, v. 27, p. 4934–4943, 2012.
34. ZADEH, L. A. **Fuzzy sets**. **Information and Control**, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
35. ZHAO, C.; XUE, D.; CHEN, Y. A fractional order pid tuning algorithm for a class of fractional order plants. In: **PROCEEDINGS IEEE INTERNATIONAL**

**CONFERENCE MECHATRONICS AND AUTOMATION. IEEE, 2005. v. 1, p.**

216 – 221. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1626550>.

36. ZULFATMAN; RAHMAT, M. F. **Application of self-tuning Fuzzy PID controller on industrial hydraulic actuator using system identification approach.**

International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2009.