UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS - UFAM
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS - ICE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIM

JÉRBESON COSTA NUNES

O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM À LUZ DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MANAUS - AM
2025

JÉRBESON COSTA NUNES

O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM À LUZ DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de Pesquisa 02: Processos de Ensino-Aprendizagem em Ciência e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa

MANAUS - AM

2025

Ficha Catalográfica

Elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

N972c Nunes, Jérbeson Costa
O campo conceitual multiplicativo: uma proposta de aprendizagem à luz da teoria das situações didáticas nos anos finais do ensino fundamental / Jérbeson Costa Nunes. - 2025.
159 f. : il., color. ; 31 cm.

Orientador(a): Francisco Eteval da Silva Feitosa.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Amazonas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Manaus, 2025.

1. Ensino de matemática. 2. Teoria dos Campos Conceituais. 3. Campo Conceitual Multiplicativo. 4. Situações-problemas. I. Feitosa, Francisco Eteval da Silva. II. Universidade Federal do Amazonas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título

JÉRBESON COSTA NUNES

O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM À LUZ DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPGECIM da Universidade Federal do Amazonas/UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

A dissertação foi defendida e aprovada pela banca em 11/04/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa
Presidente da Banca

Prof. Dr. Yuri Expósito Nicot
Membro Interno

Prof. Dr. Jorge de Menezes Rodrigues
Membro Externo

Prof.ª. Drª. Yachiko Nascimento Wakiyama – Membro Interno – ICE/UFAM.

Prof. Dr. Deniz dos Santos Mota - Membro Externo – ICE/UFAM.

Dedico esta dissertação à minha mãe, pelo apoio incondicional, sabedoria e dedicação constantes. Sua confiança e incentivo foram fundamentais para a realização deste trabalho, especialmente nos momentos de desafio. Este trabalho reflete, em grande parte, sua influência e suporte ao longo da minha trajetória acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ser a minha fonte constante de força, sabedoria e inspiração. Sem Sua orientação e bênçãos, nada disso seria possível. Sou profundamente grato por Sua presença em minha vida, que me deu coragem para enfrentar os desafios e perseverar durante todo o percurso dessa jornada.

À minha mãe, Erbene, que sempre me apoiou incondicionalmente e esteve ao meu lado em todos os momentos, e ao meu padrasto, Edilson, que também me ofereceu seu amor e suporte. A presença e a dedicação de ambos foram fundamentais para que eu conseguisse seguir em frente, sempre com confiança e segurança.

Aos meus irmãos Jeison e Jorbem, que, mesmo com suas próprias vidas e responsabilidades, estiveram sempre ao meu lado, oferecendo carinho, apoio e uma força incansável. A nossa convivência é uma fonte inesgotável de inspiração e motivação.

À minha filha, Luna Melissa, que é a razão do meu viver e de continuar lutando pelos meus sonhos. Seu amor e alegria tornam cada desafio mais leve e me lembram a importância de sempre seguir em frente, independentemente das dificuldades.

Ao meu orientador, Francisco Eteval, pela orientação dedicada, paciência e confiança. Sua contribuição foi essencial para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu crescimento como pesquisador.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFAM, pela formação acadêmica e pelo incentivo ao desenvolvimento científico e pedagógico.

Aos meus amigos Almizael, Valdiek e Valdejane, pelo apoio constante e pela amizade. Almizael, pela ajuda ao longo de todo o processo, e Valdiek e Valdejane, pela acolhida e suporte durante o período em que estive longe de casa.

Agradeço imensamente ao meu amigo Sena, cuja partida deixou um vazio imensurável, mas também uma marca indelével em minha vida.

Aos meus colegas de mestrado, especialmente a Malena, Aline, Josias, Ana Camila e Paula, pelo apoio mútuo e pela colaboração, que tornaram esse percurso mais leve e enriquecedor.

À FAPEAM, pelo apoio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho.

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho e para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

RESUMO

A presente pesquisa investiga os efeitos da abordagem de ensino baseada na Teoria das Situações Didáticas sobre o desempenho dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo. Como fundamentação teórica, utilizou-se a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1990), que examina a construção do conhecimento por meio das situações e das representações mobilizadas pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem, e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996, 2008), que aborda a aprendizagem por meio da adaptação dos alunos ao "milieu", um ambiente que desafia suas concepções prévias e promove a construção de conhecimento através da interação direta com problemas e desafios, sem intervenção direta e contínua do professor. O principal objetivo é analisar os efeitos dessa abordagem de ensino sobre o desempenho dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo. Este estudo adota uma abordagem qualitativa, exploratória e descritiva, com o delineamento de um estudo de caso. A investigação foi realizada na Universidade Federal do Amazonas, dentro do projeto denominado Escola de Matemática Básica. Participaram da pesquisa 28 estudantes distribuídos entre o 6º, 7º e 8º ano do Ensino Fundamental. Os resultados indicam uma melhoria significativa na habilidade dos alunos de compreender e aplicar conceitos multiplicativos em situações-problema envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, sugerindo que a integração da Teoria das Situações Didáticas e da Teoria dos Campos Conceituais facilita um aprendizado matemático mais profundo e engajado. Conclui-se que a abordagem pedagógica que incorpora essas teorias não apenas contribui para superar dificuldades conceituais em matemática, mas também promove um aprendizado mais potencialmente significativo e duradouro.

Palavras-chave: Ensino de matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Campo Conceitual Multiplicativo; Situações-problemas.

ABSTRACT

This research investigates the effects of a teaching approach based on the Theory of Didactic Situations on the performance of students in the Final Years of Elementary School in solving problem situations related to the Multiplicative Conceptual Field. The theoretical foundation used was Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (1983, 1990), which examines knowledge construction through situations and representations mobilized by students during the teaching and learning process, and Brousseau's Theory of Didactic Situations (1996, 2008), which addresses learning through students' adaptation to the "milieu"—an environment that challenges their prior conceptions and promotes knowledge construction through direct interaction with problems and challenges, without direct and continuous intervention from the teacher. The main objective is to analyze the effects of this teaching approach on the performance of students in the Final Years of Elementary School in solving problem situations of the Multiplicative Conceptual Field. This study adopts a qualitative, exploratory, and descriptive approach, with a case study design. The research was conducted at the Federal University of Amazonas, within the project called Basic Mathematics School. Twenty-eight students from 6th, 7th, and 8th grades participated in the research. The results indicate a significant improvement in students' abilities to understand and apply multiplicative concepts in problem situations involving the Multiplicative Conceptual Field, suggesting that integrating the Theory of Didactic Situations and the Theory of Conceptual Fields facilitates deeper and more engaged mathematical learning. It is concluded that the pedagogical approach incorporating these theories not only helps to overcome conceptual difficulties in mathematics but also promotes more potentially meaningful and lasting learning.

Keywords: Mathematics education; Theory of Conceptual Fields; Multiplicative Conceptual Field; Problem situations.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Processos do mapeamento sistemático..28
Figura 2 - Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo 51
Figura 3 - Esquema de uma situação de ação 55
Figura 4 - Esquema de uma situação de formulação 56
Figura 5 - Esquema de uma situação de validação...57
Figura 6 - Situação adidática 59
Figura 7 - Situação didática 59
Figura 8 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na primeira situação matemática 70
Figura 9 - Resposta apresentada pelo estudante A6-2 na primeira situação matemática 71
Figura 10 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na primeira situação matemática 71
Figura 11 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na segunda situação matemática 71
Figura 12 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na segunda situação matemática 72
Figura 13 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na segunda situação matemática 73
Figura 14 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na segunda situação matemática 73
Figura 15 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na segunda situação matemática 73
Figura 16 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na terceira situação matemática 74
Figura 17 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na segunda situação matemática 74
Figura 18 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na quarta situação matemática 75
Figura 19 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na quarta situação matemática 75

Figura 20 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na quarta situação matemática 76
Figura 21 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na quarta situação matemática 76
Figura 22 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na quinta situação matemática 77
Figura 23 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na quinta situação matemática 77
Figura 24 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na quinta situação matemática 78
Figura 25 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na sexta situação matemática 78
Figura 26 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na sexta situação matemática 79
Figura 27 - Resposta apresentada pelo estudante A6-7 na sexta situação matemática 79
Figura 28 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na sexta situação matemática 80
Figura 29 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na sétima situação matemática 80
Figura 30 - Resposta apresentada pelo estudante A6-7 na sétima situação matemática 81
Figura 31 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na sétima situação matemática 81
Figura 32 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na sétima situação matemática 82
Figura 33 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na oitava situação matemática 82
Figura 34 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na oitava situação matemática 83
Figura 35 - Resposta apresentada pelo estudante A6-2 na oitava situação matemática 83
Figura 36 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na oitava situação matemática 84

Figura 37 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na primeira situação matemática......86
Figura 38 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na primeira situação matemática......86
Figura 39 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na primeira situação matemática......87
Figura 40 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na segunda situação matemática......87
Figura 41 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na segunda situação matemática......87
Figura 42 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na segunda situação matemática......88
Figura 43 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na segunda situação matemática......88
Figura 44 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na segunda situação matemática......89
Figura 45 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na terceira situação matemática......89
Figura 46 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na terceira situação matemática......90
Figura 47 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na terceira situação matemática......90
Figura 48 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na terceira situação matemática......91
Figura 49 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na quarta situação matemática......91
Figura 50 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na quarta situação matemática......91
Figura 51 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na quarta situação matemática......92
Figura 52 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na quarta situação matemática......92
Figura 53 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na quinta situação matemática......94

Figura 54 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na quinta situação matemática 94
Figura 55 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na quinta situação matemática 95
Figura 56 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na quinta situação matemática 95
Figura 57 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na sexta situação matemática 95
Figura 58 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na sexta situação matemática 96
Figura 59 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na sexta situação matemática 96
Figura 60 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na sexta situação matemática 97
Figura 61 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na sexta situação matemática 97
Figura 62 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na sétima situação matemática 98
Figura 63 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na sétima situação matemática 98
Figura 64 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na sétima situação matemática 99
Figura 65 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na sétima situação matemática 99
Figura 66 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na oitava situação matemática 100
Figura 67 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na oitava situação matemática 100
Figura 68 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na oitava situação matemática 101
Figura 69 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na primeira situação matemática 103
Figura 70 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na primeira situação matemática 103

Figura 71 - Resposta apresentada pelo estudante A8-5 na primeira situação matemática 104
Figura 72 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na primeira situação matemática 104
Figura 73 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na primeira situação matemática 105
Figura 74 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na primeira situação matemática 105
Figura 75 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na segunda situação matemática 106
Figura 76 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na segunda situação matemática 106
Figura 77 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na segunda situação matemática 106
Figura 78 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na segunda situação matemática 107
Figura 79 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na terceira situação matemática 107
Figura 80 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na terceira situação matemática 108
Figura 81 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na terceira situação matemática 108
Figura 82 - Resposta apresentada pelo estudante A8-8 na terceira situação matemática 108
Figura 83 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na terceira situação matemática 109
Figura 84 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática 109
Figura 85 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática 110
Figura 86 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na quarta situação matemática 110
Figura 87 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática 110

Figura 88 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na quarta situação matemática 111
Figura 89 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na quarta situação matemática 111
Figura 90 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na quarta situação matemática 112
Figura 91 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na quinta situação matemática 113
Figura 92 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na quinta situação matemática 113
Figura 93 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na quinta situação matemática 113
Figura 94 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na quinta situação matemática 114
Figura 95 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na sexta situação matemática 114
Figura 96 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na sexta situação matemática 114
Figura 97 - Resposta apresentada pelo estudante A8-5 na sexta situação matemática 115
Figura 98 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na sexta situação matemática 115
Figura 99 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na sexta situação matemática 116
Figura 100 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na sexta situação matemática 116
Figura 101 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na sétima situação matemática 117
Figura 102 - Resposta apresentada pelo estudante A8-11 na sétima situação matemática 117
Figura 103 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na sétima situação matemática 117
Figura 104 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na sétima situação matemática 118

Figura 105 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na oitava situação matemática 118
Figura 106 - Resposta apresentada pelo estudante A8-8 na oitava situação matemática 119
Figura 107 - Estudantes resolvendo as situações da avaliação a posteriori 125
Figura 108 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1 126
Figura 109 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3 127
Figura 110 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3 127
Figura 111 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4 128
Figura 112 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5 128
Figura 113 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6 129
Figura 114 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7 130
Figura 115 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8 130
Figura 116 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1 133
Figura 117 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 2 134
Figura 118 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3 134
Figura 119 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4 135
Figura 120 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5 135
Figura 121 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6 136

Figura 122 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7 136
Figura 123 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8 137
Figura 124 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1 140
Figura 125 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 2 141
Figura 126 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3 141
Figura 127 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4 142
Figura 128 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5 142
Figura 129 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6 143
Figura 130 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7 143
Figura 131 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8 144

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Objetivos e questões norteadores do MS 28
Quadro 2 - Trabalhos no Eixo do Campo Multiplicativo e Estruturas Matemáticas ...33
Quadro 3 - Trabalhos no Eixo de Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático 35
Quadro 4 - Trabalhos no Eixo de Metodologias de Ensino e Diagnóstico de Aprendizagem 38
Quadro 5 - Exemplos de problemas relativos às relações quaternárias 52
Quadro 6 - Exemplos de problemas relativos às relações ternárias 52
Quadro 7 - Situações matemáticas da avaliação a priori 68
Quadro 8 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 6º ano na Avaliação a priori 85
Quadro 9 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 7º ano na Avaliação a priori 102
Quadro 10 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 8º ano na Avaliação a priori 120
Quadro 11 - Situações matemáticas da avaliação a posteriori 121
Quadro 12 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G6-1 na Avaliação a posteriori..131
Quadro 13 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G7-2 na Avaliação a posteriori..137
Quadro 14 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G8-4 na Avaliação a posteriori..144

LISTA DE TABELA

Tabela 1 - Quantidade de trabalhos, por *strings* de busca, encontrado na BTD e Periódicos da CAPES 30
Tabela 2 - Distribuição dos trabalhos por categorias de aplicação e tipos de *strings* de busca 31
Tabela 3 - Distribuição dos Trabalhos por Categorias de Aplicação e Abordagem...32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFAM – Universidade Federal do Amazonas

PPGECIM – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

BTD – Banco de Teses e Dissertações (CAPES)

MS – Mapeamento Sistemático

RS – Revisão Sistemática

TCC – Teoria dos Campos Conceituais

CCM – Campo Conceitual Multiplicativo

TSD – Teoria das Situações Didáticas

FAPEAM – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

CEP – Comitê de Ética em Pesquisa

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 20
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA 20
1.2. OBJETIVOS 22
1.3. JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO 23
2. REVISÃO DE LITERATURA 27
2.1. MAPEAMENTO SISTEMÁTICO 27
2.2. PROCESSO DE REVISÃO/MAPEAMENTO SISTEMÁTICO 27
2.2.1. Planejamento da revisão 28
2.2.2. Condução da pesquisa 30
2.3. REVISÃO SISTEMÁTICA DOS TRABALHOS CORRELATOS 33
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 41
3.1. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (TCC) 41
3.1.1. O conceito 44
3.2. O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO (CCM) 49
3.3. A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD) 53
3.3.1. Tipologia das situações na didática 55
3.3.1.1. Esquema geral de uma situação de ação 55
3.3.1.2. Esquema geral de uma situação de formulação 56
3.3.1.3. Esquema geral de uma situação de validação 56
3.3.1.4. Institucionalização das situações 57
4. PERCURSO METODOLÓGICO 61
4.1. ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA 61
4.2. CONTEXTO E PARTICIPANTES 63
4.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS DA PESQUISA 64
4.4. ETAPAS DE COLETA DE DADOS DA PESQUISA 66
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES 67
5.1. ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO A PRIORI 67
5.1.1. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 6º ano 70
5.1.2. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 7º ano 86
5.1.3. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 8º ano 103
5.2. ELABORAÇÃO DA AVALIAÇÃO A POSTERIORI 121

5.2.1. Aplicação da avaliação a posteriori 122
5.2.2. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G6-1..126
5.2.3. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G7-2..133
5.2.4. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G8-4..140
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 148
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 150
APÊNDICE 1 – AVALIAÇÃO A PRIORI 155
APÊNDICE 2 – AVALIAÇÃO A POSTERIORI 156

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

A aritmética é um ramo da matemática que estuda as propriedades e as relações dos números, especialmente as operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão. Esse campo matemático lida com os conceitos básicos da manipulação de números e suas propriedades algébricas e é essencial para a compreensão e resolução de problemas relacionados a quantidades e operações numéricas, sendo a base para muitos outros ramos da matemática.

Sob uma perspectiva técnica e prática, as quatro operações fundamentais da aritmética desempenham papéis importantes em nosso cotidiano. A adição, subtração, multiplicação e divisão são ferramentas essenciais que permeiam diversas situações, proporcionando eficiência na manipulação e interpretação de informações numéricas.

A adição é empregada para combinar quantidades, calcular totais e avaliar resultados ao somar valores numéricos. A subtração, por sua vez, é essencial para determinar diferenças entre quantidades, calcular variações e avaliar resultados ao subtrair valores numéricos. A multiplicação desempenha um papel crucial no cálculo preciso de áreas, volumes, proporções e em operações de contagem mais eficientes. Por fim, a divisão é utilizada para distribuir quantidades, calcular médias, proporções e compreender a relação entre diferentes grandezas.

Dessa forma, independentemente da aplicação específica, a compreensão e o domínio dessas operações são fundamentais para uma tomada de decisão precisa e eficiente. Elas constituem a base matemática que permeia diversas áreas da vida, contribuindo para resolver uma variedade de problemas de forma prática e acessível.

Corroborando com o exposto acima, Mendes (2021) salienta que, as operações aritméticas desempenham um papel fundamental no ensino da Matemática, uma vez que representam a base primordial para a compreensão do ser humano. Isso se deve ao imperativo de incorporar, de forma clara, o ensino da Aritmética em todos os níveis de educação, destacando a sua relevância no contexto cotidiano, especialmente na abordagem educacional do século XXI.

No entanto, embora alguns campos matemáticos tenham aplicações práticas e relevantes no dia a dia dos alunos, convém lembrar que a educação matemática, muita das vezes, ainda é caracterizada pela abordagem tradicional em que o professor introduz conceitos e métodos matemáticos, seguidos pela prática dos alunos na resolução de exercícios (Oliveira, 2019). Nessa abordagem, o foco principal está na transmissão de conhecimento pelo professor e na aplicação repetitiva dos conteúdos pelos estudantes.

Essa prática, embora tenha sido utilizada ao longo dos anos e tenha suas vantagens, também pode apresentar algumas limitações. Ao se concentrar exclusivamente na memorização e na aplicação mecânica de fórmulas e técnicas, pode-se deixar de estimular o pensamento crítico e a compreensão profunda dos conceitos matemáticos. Os alunos podem se tornar mais adeptos a seguir um caminho pré-estabelecido pelo professor em vez de desenvolver suas habilidades de resolução de problemas de forma criativa e autônoma.

Assim, entendendo que o campo aritmético das operações básicas possui implicações salientes em diversas áreas do conhecimento, para promover um aprendizado matemático mais relevante, é preciso adotar metodologias que envolvam os alunos ativamente na construção do conhecimento, por meio de problemas reais e desafiadores, permitindo que eles percebam a matemática como uma ferramenta poderosa para enfrentar questões do mundo real e desenvolver habilidades analíticas e de resolução de problemas (Silva, 2019).

Nesse panorama, a Teoria das Situações Didáticas (TSD), proposta por Guy Brousseau, é uma teoria que estabelece um modelo educacional no qual a aprendizagem ocorre por meio da adaptação do aluno ao *milieu* (um meio material como peças de um jogo, um desafio ou um problema, juntamente com as regras de interação associadas), enfatizando a importância da assimilação e adaptação ao meio criado durante o processo. Ela destaca a mudança fundamental que permite aos alunos se envolverem em atividades autônomas.

A importância da TSD no trabalho pedagógico é que ela fornece uma estrutura para o professor criar um ambiente de aprendizado que permita aos alunos se envolverem em atividades autônomas e assimilarem o conhecimento de forma mais eficaz. Além disso, a TSD enfatiza a importância da adaptação do aluno ao meio criado durante o processo de aprendizagem, o que pode ajudar a aumentar a motivação e o engajamento dos alunos (Brousseau, 1996).

Destaca-se também a Teoria dos Campos Conceituais – TCC, proposta por Gerard Vergnaud e seus colaboradores, sendo que essa teoria cognitivista tem como objetivo principal fornecer um embasamento teórico para compreender como os conhecimentos estão conectados e como ocorrem as mudanças conceituais ao longo do tempo (Moreira, 2002).

Ressalta-se que a TCC é importante para a aprendizagem porque ela permite identificar e analisar as conexões existentes entre os conhecimentos com base nos conteúdos conceituais. Isso possibilita a investigação das dificuldades dos educandos, especialmente no contexto do aprendizado de conceitos, e possibilita ao professor estimular e valorizar a atividade dos alunos. Além disso, a TCC concentra-se na investigação das condições nas quais os alunos podem compreender, assimilar e internalizar conceitos específicos provenientes do saber escolar (Vergnaud, 2009).

Vale destacar que na presente pesquisa o foco está direcionado na aprendizagem das operações de multiplicação e de divisão, que na TCC está relacionada ao Campo Conceitual Multiplicativo (CMM).

Considerando tudo que foi exposto, foi apresentado uma proposta para o ensino e aprendizagem de multiplicação e divisão no Ensino Fundamental com a utilização de tarefas fundamentadas na TCC realizadas por meio da abordagem da TSD como ferramentas pedagógicas.

De forma particular, esse estudo concentrará seus esforços na implementação dessas abordagens teóricas com alunos do 6º, 7º e 8º ano do Ensino Fundamental que participam de um projeto de aula de reforço, intitulado Escola de Matemática Básica, dentro da Universidade Federal do Amazonas - UFAM localizada no município de Manaus-AM, com o intuito de aprimorar a compreensão do campo conceitual multiplicativo.

Em vista disso, a presente pesquisa é norteada pela seguinte questão: Como o raciocínio dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental na resolução de problemas do Campo Multiplicativo são influenciados pela abordagem de ensino baseada na Teoria das Situações Didáticas?

1.2. OBJETIVOS

Com base em tudo que foi exposto delimitou-se o objetivo desta pesquisa em: Analisar os efeitos da abordagem de ensino orientada pela Teoria das Situações Didáticas sobre o desempenho de estudantes dos Anos Finais do Ensino

Fundamental na resolução de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo.

Para se atingir o objetivo de investigação, se estabeleceu os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as relações, os eixos e as classes das estruturas multiplicativas nas quais os estudantes têm mais dificuldades;
- Elaborar situações-problema baseadas no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas;
- Implementar uma sequência didática alinhada com a Teoria das Situações Didáticas para promover a aprendizagem no Campo Conceitual Multiplicativo;
- Interpretar, à luz da Teoria das Situações Didáticas, os níveis de estratégias demonstrados pelos estudantes na resolução de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo.

1.3. JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO

A motivação para investigar os elementos inerentes ao processo de ensino-aprendizagem das operações de multiplicação e divisão emergiu da experiência enquanto professor de matemática na Educação Básica. No contexto de atuação no ensino fundamental, pode-se identificar algumas dificuldades conceituais dos estudantes relacionadas a esses tópicos.

Algumas abordagens dos alunos revelaram desafios na compreensão completa das propriedades subjacentes às operações de multiplicação e divisão, ocasionalmente considerando-as de maneira limitada como simples procedimentos numéricos, ao passo que se depararam com obstáculos na diferenciação precisa entre os conceitos e aplicações específicas de multiplicação e divisão.

Além disso, é possível identificar que os conteúdos de multiplicação e divisão são frequentemente abordados por meio de uma perspectiva algorítmica nos recursos didáticos, pois segundo Oliveira e Sá (2023) essas operações são caracterizadas por enunciados padronizados que solicitam predominantemente a aplicação automatizada de procedimentos aritméticos, requerendo, em certa medida, uma compreensão mais profunda dos princípios fundamentais elevando-os a um plano secundário.

É evidente que existe uma necessidade de abordar esses conceitos de maneira holística, promovendo uma compreensão sólida da multiplicação e divisão como operações fundamentais e incentivando os alunos a visualizar essas operações como essenciais para a resolução de problemas matemáticos (Couto; Lima; Santana, 2021).

Esta pesquisa visa explorar estratégias pedagógicas que possam desmistificar esses tópicos e destacar a sua aplicabilidade no mundo real, permitindo que os estudantes transcendam a abordagem puramente algorítmica e construam uma compreensão mais profunda e intuitiva da multiplicação, divisão e proporção.

Conforme apontado por Moreira (2017), quando os conteúdos são apresentados com o propósito de memorizar informações específicas, as quais devem ser reproduzidas em um prazo breve, como nos exames escolares, os alunos têm a tendência de rapidamente esquecê-las devido à falta de uso frequente. Esse cenário caracteriza a chamada aprendizagem mecânica, contrariando assim uma das premissas preconizadas durante a análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também delineia suas considerações sobre o tema e orienta que os processos de aprendizado se desdobrem através da aquisição de competências e habilidades. Entre as competências delineadas neste documento, sobressaem aquelas pertencentes ao domínio cognitivo, nas quais o discente é instado a cultivar o pensamento crítico e criativo a fim de indagar, formular, submeter à prova conjecturas e resolver desafios, recorrendo ao acervo de saberes provenientes de distintas áreas do conhecimento (BRASIL, 2018).

A habilidade de compreender e aplicar tais operações em diferentes situações revela-se de extrema importância, conferindo aos alunos uma ferramenta poderosa para análise e solução de problemas práticos. Além disso, a BNCC, ao orientar os processos de aprendizado, destaca a necessidade de cultivar o pensamento crítico e criativo nos discentes, instigando-os a indagar, formular hipóteses, submetê-las à prova e resolver desafios. Nesse sentido, a aplicação das operações matemáticas, como multiplicação e divisão, torna-se um elemento essencial no desenvolvimento das competências cognitivas preconizadas pela BNCC.

Aprofundar-se nas operações de multiplicação e divisão não apenas enriquece a compreensão da aritmética, mas também proporciona um alicerce sólido para o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais, tais como a capacidade de raciocínio lógico, formulação de hipóteses e resolução de desafios complexos. Nesse contexto, a resolução e elaboração de problemas envolvendo números, nos quais se aplicam as operações de multiplicação e divisão, são abordadas conforme a habilidade EF06MA03 da BNCC que propõe:

> Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora (Brasil, 2018, p. 299).

Essa abordagem visa promover uma compreensão profunda das operações matemáticas fundamentais e suas aplicações práticas, contribuindo para o desenvolvimento global das habilidades matemáticas dos estudantes.

Vale destacar também que o entendimento e aplicação dessas operações em variados contextos não apenas enriquecem nosso repertório matemático, mas também nos capacitam a abordar desafios complexos em nossa vida pessoal e profissional. Ao dominar esses conceitos no campo conceitual multiplicativo, somos habilitados a fornecer soluções precisas e confiáveis para uma diversidade de situações do mundo real, contribuindo assim para o desenvolvimento de competências cognitivas definidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Este tópico matemático é habilmente delineado também como uma das habilidades subjacentes nos descritores de matemática para o ensino fundamental anos iniciais, com um enfoque específico em “Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória” de acordo com as diretrizes curriculares estabelecidas por Brasil (2020, p. 14).

Dessa forma, percebe-se que a natureza abstrata dos conceitos pode ser intensificada pela falta de uma abordagem pedagógica eficaz, que enfatize a aplicação prática, forneça exemplos concretos e promova a compreensão gradual do objeto de conhecimento.

Superar esses obstáculos requer uma abordagem educacional que combine a teoria com a aplicação prática, utilizando exemplos do mundo real e exercícios que permitam aos alunos experimentar e praticar as operações do campo conceitual multiplicativo.

Alicerçado nessas discussões, empenhamo-nos na identificação dessas dificuldades e na proposição de estratégias que possam enriquecer a assimilação dos conceitos pelos educandos. Desta forma, ante à necessidade de abordagens inovadoras para facilitar o processo de ensino-aprendizagem em matemática, em consonância com as recomendações de documentos oficiais (Brasil, 2018, 2020) e pesquisas constatadas na revisão de literatura sobre o tema, esta pesquisa assume relevância ao promover a convergência entre teoria e prática no campo da Educação Matemática, visando à geração de saberes matemáticos aplicáveis tanto na sala de aula quanto para a sala de aula.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. MAPEAMENTO SISTEMÁTICO

Para dar início à pesquisa, foi realizado um levantamento bibliográfico abrangente sobre os trabalhos existentes na área de interesse. Esse processo teve como principais objetivos compreender as abordagens pedagógicas adotadas, identificar as estratégias de ensino empregadas nas aulas, analisar a aplicação da TCC no contexto educacional, com ênfase no CCM, e definir os parâmetros iniciais da pesquisa.

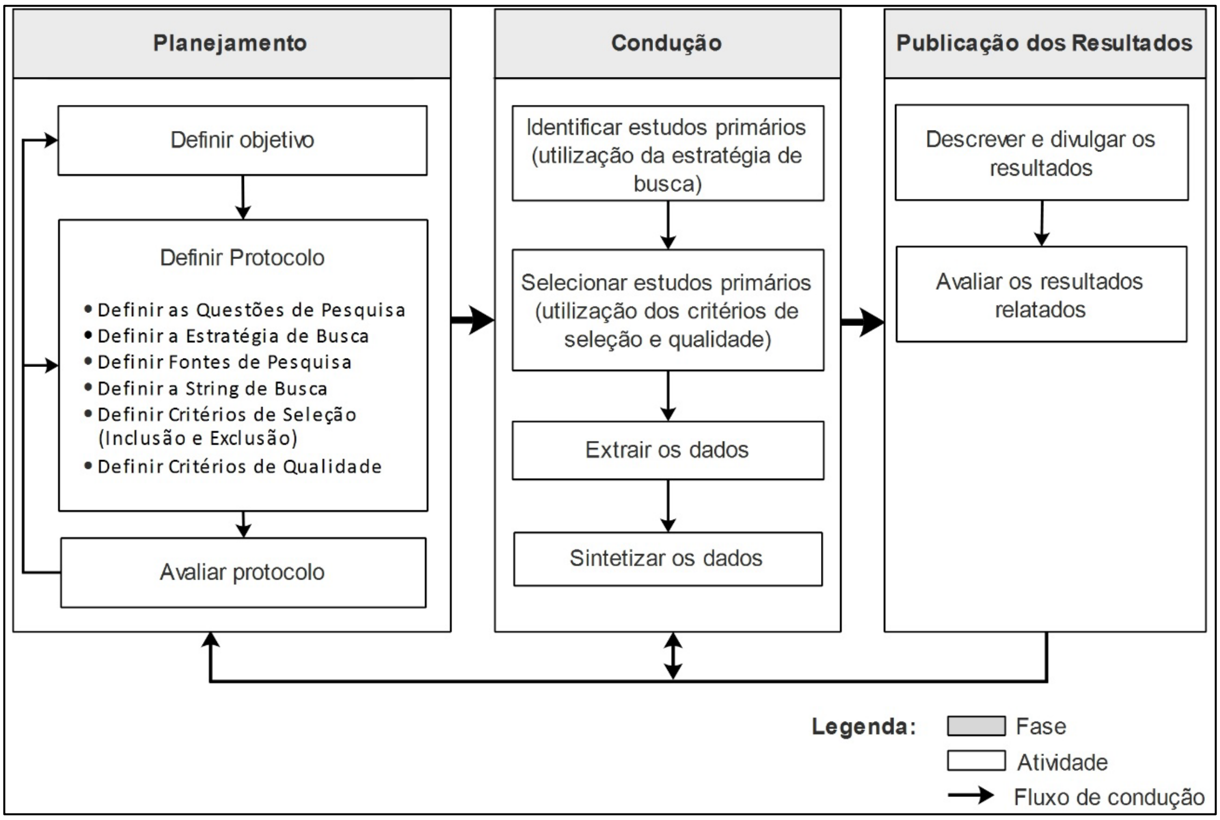
Para tanto, foram conduzidas buscas através de um Mapeamento Sistemático (MS) que segundo Falbo *et al* (2017, p. 1) “é uma revisão ampla dos estudos primários existentes em um tópico de pesquisa específico que visa identificar a evidência disponível nesse tópico”. Tais buscas foram realizas em bases de dados acadêmicas, abordando uma variedade de metodologias relacionadas ao ensino das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental. A seleção criteriosa dos trabalhos incluiu a análise de sua relevância e pertinência para o escopo da pesquisa.

Esse MS permitiu uma base sólida para a definição dos próximos passos da pesquisa, incluindo a formulação de hipóteses, a elaboração de instrumentos de coleta de dados e o delineamento detalhado das atividades a serem realizadas. Destarte, o levantamento bibliográfico serviu como fundamento essencial para orientar o desenvolvimento da pesquisa, garantindo uma abordagem informada e embasada em evidências.

2.2. PROCESSO DE REVISÃO/MAPEAMENTO SISTEMÁTICO

O processo de Revisão Sistemática/Mapeamento Sistemático (RS/MS) é estruturado em três fases essenciais: Planejamento da Revisão, Condução da Revisão e Publicação dos Resultados (Kitchenham; Charters, 2007). Essas etapas, juntamente com suas respectivas atividades, são conduzidas de forma iterativa, garantindo a sistematização e a reprodutibilidade da investigação. A Figura 1 apresenta a estrutura detalhada dessas fases e suas respectivas atividades, conforme descrito a seguir.

Figura 1 - Processos do mapeamento sistemático



Fonte: Falbo, 2017.

2.2.1 Planejamento da revisão

- **Identificação da Necessidade:** Foi identificado que o tema "Estruturas Multiplicativas e Campo Conceitual Multiplicativo (CCM)" ainda possui lacunas no Ensino Fundamental – anos finais, justificando a realização do MS.

- **Definição do Protocolo:**

Quadro 1 - Objetivos e questões norteadores do MS

Abordagens pedagógicas e estratégias de ensino no CCM.
Objetivo: Revisar abordagens pedagógicas relacionadas ao CCM, estratégias de ensino e sua aplicação em contextos educacionais.
Questões de Pesquisa: ➢ Quais são os grupos de participantes contemplados nos estudos (Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Estudantes de licenciatura, professores em formação continuada)?

- Os estudos possuem abordagem aplicada (intervenções práticas) ou são pesquisas de natureza básica (teóricas e conceituais)?
- Quais metodologias e estratégias de ensino são utilizadas nos estudos?
- Os estudos abordam conceitos de multiplicação e divisão ou incluem outros tópicos matemáticos relacionados?
- Quais são os principais achados e contribuições dos estudos para o ensino e aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo?

Fonte – Elaborado pelo(s) o(s) autor(es).

Fontes de Pesquisa: Na seleção das fontes, priorizou-se a relevância das publicações e a reputação das revistas acadêmicas. Para isso, foram realizadas buscas nos recursos essenciais da comunidade acadêmica, incluindo o Portal Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (BTD) e o Portal de Periódicos CAPES.

***Strings* de Busca:** As strings utilizadas no processo de busca foram "Estrutura(s) Multiplicativa(s)" e "Campo Conceitual Multiplicativo", elaboradas para direcionar a pesquisa e identificar estudos relevantes relacionados às estruturas multiplicativas e ao Campo Conceitual Multiplicativo no contexto educacional.

Estabelecimento dos Critérios de Seleção: Os critérios de seleção adotados na pesquisa consideraram tanto critérios de inclusão quanto de exclusão, de forma a garantir a relevância e a qualidade dos trabalhos analisados. Foram incluídos estudos publicados entre 2014 e 2024, com acesso ao texto completo (trabalhos na íntegra), que abordassem especificamente o Ensino Fundamental – Anos Finais. Em contrapartida, foram excluídos trabalhos relacionados ao Ensino Fundamental – Anos Iniciais, Ensino Médio e Ensino Superior, bem como aqueles focados na formação de professores ou que não estivessem disponíveis na íntegra. Esse processo assegurou que o corpus final da pesquisa estivesse alinhado ao objetivo de investigar abordagens pedagógicas e estratégias de ensino no contexto do Campo Conceitual Multiplicativo.

Processo de Seleção: A seleção dos estudos foi conduzida seguindo duas etapas principais: a seleção inicial e a seleção final. Na seleção inicial, títulos, resumos e palavras-chave foram avaliados para a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, garantindo a triagem de estudos alinhados ao escopo da pesquisa. Na seleção final, foi realizada a leitura integral dos textos para confirmar sua relevância e qualidade. Após esse refinamento, o corpus da pesquisa foi consolidado, assegurando a adequação dos estudos ao objetivo central de compreender as abordagens pedagógicas e estratégias de ensino aplicadas ao Campo Conceitual Multiplicativo (CCM).

2.2.2. Condução da pesquisa

As buscas realizadas no Portal CAPES (BTD e Periódicos) foram conduzidas utilizando *strings* específicas para localizar estudos relevantes. Abaixo, segue um breve detalhamento de cada *strings*. A tabela a seguir apresenta a quantidade de trabalhos identificados a partir dessas buscas:

Tabela 1 - Quantidade de trabalhos, po*r strings* de busca, encontrado na BTD e Periódicos da CAPES

Strings	**BTD**	**Periódicos CAPES**
Estrutura(s) Multiplicativa(s)	30	36
Campo Conceitual Multiplicativo	10	33

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es).

Como critério de inclusão, foram considerados os trabalhos publicados entre 2014 e 2024. Inicialmente, identificaram-se 109 trabalhos relevantes. Em seguida, aplicou-se o critério de "trabalhos na íntegra", dos quais 8 estavam indisponíveis para leitura na BTD e 1 no Portal de Periódicos da CAPES, não sendo possível obter acesso por meio da internet. Assim, restaram 100 trabalhos de pesquisa, sendo 32 dissertações e os outros 68 artigos.

Para refinar ainda mais a pesquisa, foram aplicados critérios de exclusão que descartaram estudos voltados para o contexto do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, Ensino Médio e Ensino Superior, isto é, restando apenas os trabalhos relacionados ao Ensino Fundamental – Anos Finais. Dessa forma, sobraram 19 dissertações e 39 artigos.

Por fim, levando em consideração o critério de inclusão de pesquisas do tipo aplicada, cujo público-alvo são estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, foram excluídos os trabalhos relacionados à linha de pesquisa sobre formação de professores. Ao final, permaneceram 15 trabalhos, dos quais 7 eram dissertações e 8 artigos.

Vejam as tabelas a seguir que mostram a distribuição dos trabalhos encontrados.

Tabela 2 - Distribuição dos trabalhos por categorias de aplicação e tipos de *strings* de busca

<table>
<tr><th colspan="2">Categorias</th><th>Estrutura(s) Multiplicativa(s)</th><th>Campo Conceitual Multiplicativo</th><th>Total</th></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Fundamental – Anos Iniciais</td><td>20</td><td>15</td><td>35</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Fundamental – Anos Finais</td><td>10</td><td>5</td><td>15</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Médio</td><td>3</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Superior</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Formação de Professores</td><td>Formação Inicial</td><td>5</td><td>4</td><td>9</td></tr>
<tr><td>Formação Continuada</td><td>18</td><td>16</td><td>34</td></tr>
<tr><td colspan="2">Acesso Restrito</td><td>8</td><td>1</td><td>9</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es).

A Tabela 2 evidencia a predominância de estudos voltados para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais (35 trabalhos) e para a Formação Continuada de Professores (34 trabalhos), refletindo um interesse maior da comunidade acadêmica por essas duas frentes no que se refere ao ensino das estruturas multiplicativas e do campo conceitual multiplicativo. Em contrapartida, observa-se uma lacuna significativa no número de pesquisas direcionadas ao Ensino Fundamental – Anos Finais, com apenas 15 trabalhos identificados, dos quais 10 abordam estruturas multiplicativas e 5 tratam diretamente do campo conceitual multiplicativo. Esse dado revela uma carência de investigações voltadas especificamente para essa etapa do ensino básico, reforçando a relevância da presente pesquisa ao explorar estratégias pedagógicas fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas e na Teoria dos Campos Conceituais voltadas a esse público.

Dando continuidade à análise dos estudos levantados no mapeamento sistemático, a Tabela 3 apresenta a distribuição desses trabalhos segundo a categoria de aplicação e o tipo de abordagem metodológica adotada, distinguindo entre estudos com enfoque aplicado e teórico. Essa classificação é fundamental para compreender não apenas os contextos em que as pesquisas foram desenvolvidas, mas também o grau de intervenção prática realizado nos diferentes níveis de ensino e nas iniciativas de formação docente.

Tabela 3 - Distribuição dos Trabalhos por Categorias de Aplicação e Abordagem

<table>
<tr><th colspan="2">Categorias</th><th>Abordagem Aplicada</th><th>Abordagem Teórica</th></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Fundamental – Anos Iniciais</td><td>30</td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Fundamental – Anos Finais</td><td>15</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Médio</td><td>3</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Superior</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Formação de Professores</td><td>Formação Inicial</td><td>7</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Formação Continuada</td><td>28</td><td>6</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es).

A Tabela 3 revela que a abordagem aplicada predomina de forma significativa nas pesquisas voltadas ao Ensino Fundamental – Anos Iniciais (30 trabalhos) e à Formação Continuada de Professores (28 trabalhos), indicando um forte direcionamento para intervenções práticas nesses contextos. Em contraste, nota-se uma ausência total de estudos com abordagem teórica ou aplicada no Ensino Fundamental – Anos Finais que, conforme já apontado na Tabela 2, é uma etapa com menor volume de produções. Essa lacuna evidencia uma necessidade urgente de investigações que explorem metodologias ativas e fundamentadas teoricamente voltadas a esse segmento escolar. A presença tímida de trabalhos no Ensino Médio e Superior, bem como a modesta incidência de abordagens teóricas nas demais categorias, reforça a importância de ampliar a produção científica com foco em propostas pedagógicas inovadoras e consistentes, sobretudo quando relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo.

Após a leitura dos materiais, foram definidas categorias, denominadas "eixos convergentes". Para isso, foi elaborado um quadro analítico contendo o nome do autor, título, ano e os principais resultados identificados em cada estudo. Com base nessa leitura, e considerando os objetivos de cada trabalho analisado, os estudos foram agrupados em eixos temáticos que apresentam convergência de objetivos de pesquisa. Esses eixos são:

- Campo Multiplicativo e Estruturas Matemáticas (6): Este eixo agrupa trabalhos que focam na compreensão e aplicação do campo multiplicativo, com ênfase em estruturas conceituais matemáticas e no desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em diferentes contextos e faixas etárias.
- Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático (6): Este eixo foca em trabalhos que analisam as estratégias de resolução de problemas matemáticos, incluindo combinatória e proporcionalidade, explorando como os alunos desenvolvem raciocínios específicos.
- Metodologias de Ensino e Diagnóstico de Aprendizagem (3): Este eixo engloba trabalhos que avaliam a eficácia de metodologias de ensino, como sequências didáticas e diagnósticos, no desenvolvimento de competências matemáticas nos alunos.

O passo seguinte envolveu a leitura detalhada e a análise dos trabalhos, com o objetivo de identificar suas convergências e destacar os pontos relevantes que cada um trouxe em relação à temática investigada. Após aplicar os critérios de filtragem e seleção, consolidou-se o corpus de pesquisa, que será discutido e analisado na próxima seção.

2.3. REVISÃO SISTEMÁTICA DOS TRABALHOS CORRELATOS

Ao examinar cada eixo temático individualmente, identificou-se seis trabalhos que se concentraram em compreender e aplicar o campo multiplicativo, destacando as estruturas matemáticas e o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em diferentes contextos e idades. Confira o quadro resumo a seguir:

Quadro 2 - Trabalhos no Eixo do Campo Multiplicativo e Estruturas Matemáticas

Autor	Título do trabalho
MELLO, 2023	Campo multiplicativo: Um estudo diagnostico de aprendizagem.
LAGARES, 2022	Campo conceitual multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos.
DORNELES E DURO, 2018	Estratégias de estimativa na reta numérica.

MOURA E ESPINDOLA, 2017	Resolução de situações-problemas do campo conceitual multiplicativo: o cálculo relacional e o numérico
SANTANA E OLIVEIRA, 2023	Proporcionalidade: um Panorama dos Esquemas Apresentados Por Estudantes do Ensino Fundamental
GOMES, 2020	Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano.

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es) a partir da consulta no BTD e Periódicos da CAPES.

Os trabalhos no eixo Campo Multiplicativo e Estruturas Matemáticas exploram diversas abordagens para investigar como os alunos constroem suas compreensões sobre o campo conceitual multiplicativo, um conceito fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático. Cada pesquisa aborda diferentes aspectos dessa construção, desde o diagnóstico das dificuldades dos alunos até as estratégias pedagógicas mais eficazes para promover a compreensão dos conceitos multiplicativos.

No trabalho de Mello (2023), o foco é um diagnóstico da aprendizagem dos alunos do 6º ano sobre o campo multiplicativo. A pesquisa identifica as principais dificuldades encontradas pelos estudantes ao lidar com operações multiplicativas e propõe intervenções pedagógicas para melhorar a compreensão desses conceitos. A partir dessas dificuldades, Lagares (2022) segue um caminho semelhante, mas com uma ênfase maior na argumentação dos alunos durante a resolução de problemas. Lagares destaca como os alunos justificam suas respostas e a importância do diálogo e da interação em sala de aula para aprofundar o entendimento do campo multiplicativo, evidenciando que o raciocínio matemático pode ser melhorado através de discussões reflexivas e colaborativas.

Avançando na mesma linha de raciocínio, Dorneles e Duro (2018) investigam as estratégias que os alunos utilizam para estimar valores na reta numérica, um conceito fortemente relacionado à multiplicação. A pesquisa deles foca em como os alunos posicionam números em uma reta e utilizam essa habilidade para desenvolver uma compreensão mais sólida das operações multiplicativas. Essa abordagem de estimativa conecta-se diretamente com a análise de Moura e Espindola (2017), que examinam como os alunos resolvem situações-problemas dentro do campo conceitual multiplicativo, tanto do ponto de vista relacional quanto numérico. Moura e Espindola sugerem que os alunos, ao trabalharem com situações-problemas, são capazes de aplicar as operações multiplicativas de maneira mais eficaz, o que reforça a necessidade de práticas pedagógicas que integrem problemas aplicados no cotidiano dos estudantes.

A pesquisa de Santana e Oliveira (2023) também aborda a multiplicação, mas com um foco mais específico na proporcionalidade. Os autores analisam os esquemas cognitivos utilizados pelos alunos do ensino fundamental ao lidarem com conceitos de proporção, revelando diferentes níveis de entendimento e sugerindo intervenções que possam auxiliar no desenvolvimento dessa habilidade. A compreensão de proporcionalidade é essencial dentro do campo multiplicativo, pois ajuda os estudantes a lidar com questões que exigem comparações entre quantidades, algo que também é explorado no estudo de Gomes (2020).

Por fim, Gomes (2020) contribui para o eixo com uma análise sobre a construção de conceitos matemáticos no 8º ano, focando em operações de multiplicação e divisão. O estudo sugere que a utilização de materiais concretos e recursos didáticos em sala de aula pode facilitar a aprendizagem desses conceitos, promovendo uma melhor assimilação das operações multiplicativas pelos alunos.

Conectando esses estudos, percebeu-se que o campo multiplicativo é uma área complexa que requer uma variedade de abordagens para ser plenamente compreendida pelos alunos. As pesquisas convergem ao sugerir que práticas pedagógicas que incentivem o raciocínio argumentativo, a resolução de problemas e o uso de recursos concretos podem ser fundamentais para o desenvolvimento de uma compreensão mais sólida das operações multiplicativas.

Em relação ao eixo de Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático, foram incluídos os estudos que investigaram estratégias de resolução de problemas matemáticos e o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Identificaram-se seis trabalhos que exploraram a resolução de problemas e a noção de proporcionalidade, conforme indicado no quadro a seguir:

Quadro 3 - Trabalhos no Eixo de Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático

Autor	Título do trabalho
MOREIRA, 2023	Análise de estratégias de resolução mobilizadas por alunos do 9º ano frente a atividades envolvendo raciocínio combinatório
AGUIAR, 2017	Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental
RIBEIRO, 2020	Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do ensino fundamental
SOUZA E BARBOSA, 2023	Análise das estratégias de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas

TEIXEIRA, 2018	O desempenho de estudantes do 5º e 9º anos frente a situações de proporção simples: uma análise comparativa
MAGINA, SANTOS E MERLINI, 2014	O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es) a partir da consulta no BTD e Periódicos da CAPES.

Os trabalhos no eixo Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático destacam a importância de explorar como os alunos utilizam diferentes estratégias ao resolver problemas matemáticos, bem como as estruturas cognitivas envolvidas no desenvolvimento do raciocínio. Este eixo enfoca desde o raciocínio combinatório até a introdução de conceitos de proporcionalidade e análise de desempenho em diferentes níveis de ensino, proporcionando uma visão ampla de como os estudantes raciocinam e resolvem problemas matemáticos.

O estudo de Moreira (2023) se concentra em analisar as estratégias que alunos do 9º ano utilizam ao resolver atividades que envolvem raciocínio combinatório. A pesquisa explora as diferentes abordagens dos alunos ao lidar com problemas que exigem combinações e arranjos, revelando uma variedade de métodos utilizados, desde tentativas sistemáticas até a aplicação de fórmulas prontas. Moreira destaca que a compreensão do raciocínio combinatório é essencial para o desenvolvimento das habilidades matemáticas mais complexas, e a pesquisa sugere que o ensino deve integrar mais atividades práticas e exploratórias para fortalecer essa área.

Seguindo essa linha de resolução de problemas, Aguiar (2017) examina a introdução da noção de proporcionalidade através da resolução de problemas. Focado nos alunos do 7º ano, o estudo analisa como os esquemas cognitivos dos estudantes são mobilizados ao enfrentar questões de proporcionalidade. Aguiar argumenta que a resolução de problemas é uma metodologia eficaz para ajudar os alunos a internalizarem conceitos abstratos como a proporcionalidade, e sugere que a prática repetida com problemas contextualizados pode melhorar significativamente a compreensão dos estudantes.

Complementando essa visão, Ribeiro (2020) investiga o raciocínio funcional em alunos do 6º ano, com foco em como os estudantes resolvem problemas que envolvem funções matemáticas. A pesquisa explora as formas pelas quais os alunos lidam com generalizações e padrões, oferecendo insights sobre como o raciocínio funcional pode ser incentivado no ensino fundamental. Ribeiro destaca que muitos alunos encontram dificuldades em visualizar e aplicar relações funcionais, e propõe uma abordagem de ensino que incorpore mais atividades baseadas em investigações e descobertas guiadas.

O estudo de Souza e Barbosa (2023) também se alinha com a análise de estratégias de resolução de problemas, mas com foco nas estruturas multiplicativas. A pesquisa investiga como os alunos do 6º ano lidam com questões envolvendo operações multiplicativas em diferentes contextos. Souza e Barbosa demonstram que as estratégias utilizadas pelos alunos variam amplamente, com alguns alunos aplicando corretamente as operações multiplicativas, enquanto outros recorrem a métodos alternativos que revelam lacunas na compreensão. O estudo sugere que os professores devem diversificar as abordagens didáticas para cobrir uma gama maior de estratégias e ajudar os alunos a construir uma base sólida em multiplicação.

O estudo de Magina, Santos e Merlini (2014) complementa esse eixo ao analisar o desempenho e as estratégias de estudantes de 5º e 6º do Ensino Fundamental frente a situações do Campo Conceitual Multiplicativo. A pesquisa identifica níveis de raciocínio empregados pelos alunos e destaca a transição entre o pensamento aditivo e multiplicativo, com foco na resolução de problemas que envolvem as ideias de "um para muitos" e "muitos para muitos". Os resultados revelam uma evolução limitada nas competências multiplicativas dos alunos, sugerindo a necessidade de práticas pedagógicas que integrem o ensino de relações quaternárias e ternárias para fortalecer o raciocínio multiplicativo.

Por fim, Teixeira (2018) apresenta um estudo comparativo entre alunos do 5º e 9º anos, avaliando seu desempenho em situações de proporção simples. A pesquisa revela que, embora os alunos mais velhos geralmente tenham um melhor desempenho, ainda existem desafios significativos em ambos os grupos ao lidar com conceitos de proporcionalidade. Teixeira sugere que as dificuldades podem ser atribuídas à falta de compreensão dos princípios básicos da proporcionalidade, e propõe que o ensino desse conceito deve começar mais cedo e ser reforçado com atividades que conectem a proporção a situações do cotidiano.

Em conjunto, esses trabalhos ilustram como a resolução de problemas e o raciocínio matemático são elementos centrais para o desenvolvimento do pensamento matemático. As pesquisas apontam para a necessidade de diversificar as abordagens pedagógicas, incorporando mais problemas contextualizados, atividades investigativas e métodos que incentivem os alunos a explorarem e justificarem suas estratégias, promovendo uma compreensão mais profunda e sólida dos conceitos matemáticos.

Já no eixo relacionado a Metodologias de Ensino e Diagnóstico de Aprendizagem, foram incluídos os trabalhos que avaliaram a eficácia de metodologias de ensino e a aplicação de sequências didáticas no desenvolvimento das competências matemáticas dos alunos. Ao todo, foram selecionados três estudos que analisaram o impacto dessas metodologias no processo de ensino-aprendizagem, conforme descrito no quadro a seguir:

Quadro 4 - Trabalhos no Eixo de Metodologias de Ensino e Diagnóstico de Aprendizagem

Autor	Título do trabalho
ALMEIDA, 2017	Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática
ALTOÉ E FREITAS, 2020	Formulação de problemas no campo conceitual multiplicativo: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas
BARBOSA E OLIVEIRA, 2018	Produto de medidas: analisando as estratégias de resolução de problemas de estudantes do 7º ano do ensino fundamental

Fonte: Elaborado pelo(s) o(s) autor(es) a partir da consulta no BTD e Periódicos da CAPES.

Os trabalhos no eixo Metodologias de Ensino e Diagnóstico de Aprendizagem analisam o impacto de diferentes abordagens pedagógicas e diagnósticos no desenvolvimento das competências matemáticas dos alunos. Este eixo concentra-se em como as metodologias de ensino podem ser aplicadas para melhorar a compreensão de conceitos multiplicativos e em como o diagnóstico das dificuldades dos alunos pode orientar a prática docente.

O estudo de Almeida (2017) explora a solução de situações de comparação multiplicativa e o papel da criatividade no desenvolvimento do raciocínio matemático. A pesquisa se concentra em como a criatividade pode ser utilizada como uma ferramenta pedagógica para incentivar os alunos a desenvolver estratégias inovadoras ao resolver problemas de comparação multiplicativa. Almeida propõe que, ao integrar a criatividade no processo de ensino, os alunos são capazes de construir um entendimento mais profundo das relações multiplicativas, o que pode levar a uma maior autonomia e confiança na resolução de problemas matemáticos. O trabalho também sugere que atividades criativas podem ajudar os professores a diagnosticar de maneira mais eficaz as dificuldades específicas dos alunos, permitindo intervenções mais direcionadas.

Altoé e Freitas (2020) avançam na mesma direção, mas com foco específico na formulação de problemas no campo conceitual multiplicativo. Eles propõem uma metodologia que envolve a criação de situações-problema que enfatizam o eixo de produto de medidas, com o objetivo de ensinar conceitos de multiplicação e divisão. A pesquisa demonstra que a formulação de problemas é uma ferramenta poderosa para engajar os alunos e promover a compreensão de conceitos abstratos de maneira prática e contextualizada. Ao criar problemas baseados em situações reais, os professores podem estimular os alunos a aplicar conceitos matemáticos em diferentes contextos, o que não só fortalece o aprendizado, mas também facilita o diagnóstico de possíveis dificuldades. Altoé e Freitas argumentam que essa abordagem permite que os alunos se tornem agentes ativos no processo de aprendizagem, incentivando o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda e funcional da multiplicação e divisão.

Barbosa e Oliveira (2018) seguem uma linha de pesquisa que complementa os estudos anteriores, focando na análise das estratégias de resolução de problemas de produto de medidas por alunos do 7º ano. O estudo examina como os estudantes aplicam as operações de multiplicação em problemas que envolvem o conceito de produto de medidas, identificando as estratégias utilizadas e as dificuldades encontradas. A pesquisa revela que muitos alunos ainda enfrentam desafios ao compreender o conceito de produto de medidas, sugerindo que a introdução de metodologias de ensino mais interativas e baseadas em problemas pode melhorar significativamente o desempenho. Barbosa e Oliveira também destacam a importância de diagnósticos contínuos para avaliar o progresso dos alunos e ajustar as práticas pedagógicas de acordo com as necessidades específicas de cada estudante.

Esses três estudos evidenciam a importância de metodologias de ensino baseadas em problemas e diagnósticos contínuos no processo de ensino-aprendizagem. A formulação de problemas, a criatividade e o diagnóstico preciso são elementos fundamentais para promover uma aprendizagem significativa e adaptada às necessidades dos alunos, permitindo um desenvolvimento mais alentado das competências matemáticas no ensino fundamental.

Em conjunto, os trabalhos analisados nos três eixos mostram que o desenvolvimento de habilidades matemáticas depende de uma abordagem pedagógica diversificada e integrada, que inclui diagnóstico, resolução de problemas e a criação de estratégias metodológicas inovadoras. Esses estudos contribuem significativamente para a compreensão de como o campo conceitual multiplicativo e o raciocínio matemático podem ser fortalecidos no ambiente escolar, proporcionando aos estudantes uma base mais sólida para o aprendizado matemático.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo tem como objetivo apresentar os referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa, abordando conceitos essenciais para a compreensão do fenômeno investigado. Inicialmente, discute-se a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud, a fim de elucidar como os conhecimentos matemáticos são estruturados e mobilizados pelos sujeitos em diferentes situações de aprendizagem. Em seguida, focaliza-se o Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa, com o intuito de detalhar os elementos que compõem esse domínio específico e sua relevância para o ensino e a aprendizagem da matemática. Por fim, são apresentados os pressupostos fundamentais da Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau, que subsidiam a análise das interações entre professor, aluno e saber matemático no contexto escolar. Dessa forma, este capítulo fornece a base conceitual necessária para a compreensão e desenvolvimento da investigação proposta.

3.1. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (TCC)

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi concebida por Gérard Vergnaud, psicólogo, professor e pesquisador francês, em conjunto com seus colaboradores. Essa teoria é considerada cognitivista, neopiagetiana, e tem como objetivo principal fornecer um embasamento teórico para compreender como os conhecimentos estão conectados e como ocorrem as mudanças conceituais ao longo do tempo. Adicionalmente, é válido destacar que:

> A teoria dos campos conceituais é uma teoria do desenvolvimento. Tem dois objetivos: (1) descrever e analisar a complexidade progressiva, a longo e médio prazo, das competências matemáticas que os alunos desenvolvem dentro e fora da escola, e (2) estabelecer melhores conexões entre a forma operacional do conhecimento, que consiste na ação no mundo físico e social, e a forma predicativa do conhecimento, que consiste nas expressões linguísticas e simbólicas desse conhecimento. Como lida com a complexidade progressiva do conhecimento, a estrutura conceitual dos campos conceituais também é útil para ajudar os professores a organizar situações didáticas e intervenções, com base na epistemologia da matemática e em uma melhor compreensão do processo de conceitualização dos estudantes. (Vergnaud, 2009, p.83, tradução nossa).

De acordo com Vergnaud (1994) essa teoria pressupõe que a aquisição do conhecimento é moldada por situações, problemas e ações do sujeito nessas situações. Dessa forma, o enfrentamento dos estudantes às diferentes situações, especialmente as mais complexas, favorece o desenvolvimento cognitivo e possibilita o domínio de múltiplos conceitos. Isso significa que esse processo promove a conceitualização, que envolve a interação entre as informações presentes nas situações e a estrutura cognitiva do indivíduo (Grings; Caballero; Moreira, 2006). Por essa razão, Moreira (2002) explica que o foco dessa teoria está no estudo do funcionamento cognitivo do “sujeito-em-situação”.

Nesse contexto, o cerne fundamental da TCC é a construção de conceitos, pois, segundo Vergnaud (2009), essa teoria permite identificar e analisar as conexões existentes entre os conhecimentos com base nos conteúdos conceituais. Isso possibilita a investigação das dificuldades conceituais dos estudantes em relação à aprendizagem e abre caminho para a criação de estratégias que possam superá-las.

Segundo Vergnaud (1983) o conhecimento se encontra organizado em campos conceituais e é construído através das situações e das representações mobilizadas pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem. O autor definiu campo conceitual com base em três argumentos principais: 1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações; 2) uma situação não se analisa com um só conceito; 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

O autor delineia o campo conceitual como uma amalgama de situações que englobam uma diversidade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas. Este domínio, por sua vez, exige a maestria em diversos conceitos de naturezas heterogêneas.

> Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. É definido também como sendo, em primeiro, lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos, procedimentos e representações de naturezas distintas (Vergnaud, 1983, p.40).

Vergnaud (1993, p. 01) considera que a TCC é “[...] uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual". Nesse enfoque mais minucioso não apenas revela as ligações entre conhecimentos, mas também destaca as lacunas e rupturas que ocorrem no processo de construção e evolução do entendimento.

Além disso, vale ressaltar que essa teoria visa compreender as relações entre o conteúdo a ser ensinado e as capacidades dos educandos, especialmente no contexto do aprendizado de conceitos, haja a vista que

> A TCC dedica-se aos estudos da formação do conceito pela criança em diferentes domínios do pensamento racional, o que possibilita ao professor estimular e valorizar esta atividade dos alunos, ainda mais, trata-se de um conhecimento sobre o conteúdo a ser ensinado e das relações desse conteúdo com as atividades que os educandos são capazes de realizar, o que nos possibilita compreender como estes aprender os conceitos, em especial, os conceitos relacionados à matemática (Zanella; Barros, 2014, p. 11).

Na interseção entre o saber cotidiano e o saber científico, o saber escolar a TCC se posiciona estrategicamente, já que desempenha um papel relevante ao conferir aos conceitos significados de natureza educacional. Pais (2008, p. 52) salienta que a TCC serve como "[...] parâmetro orientador para que a educação escolar não permaneça na dimensão empírica do cotidiano nem se perca no isolamento puro da ciência". Essa abordagem contribui para a construção de um ambiente educacional enriquecedor, que não apenas reconhece a relevância do saber cotidiano, mas também propicia a conexão com o conhecimento científico, assegurando uma educação escolar fundamentada e contextualizada.

A TCC concentra-se na investigação das condições nas quais os alunos podem compreender, assimilar e internalizar conceitos específicos provenientes do saber escolar. Para o autor a complexidade progressiva destaca a evolução gradual do pensamento e da compreensão, fornecendo uma estrutura teórica para analisar como os alunos constroem conhecimento em diferentes domínios das competências matemáticas.

Segundo Vergnaud (2009), a construção e evolução de um conhecimento conceitual devem originar-se de situações-problema que incorporem a consideração tanto da representação quanto do conceito, assim como dos invariantes operatórios (conceitos e teoremas em ação) presentes na situação-problema.

De acordo com Astolfi (2002), as situações-problema são mais refinadas e precisamente ajustadas, pois têm como ponto de partida a análise e resolução de um problema complexo. Essas situações-problema podem ser criadas em torno de uma dificuldade de aprendizagem previamente identificada, e a abordagem para superá-la envolverá debates científicos em sala de aula.

Destarte, a resolução de uma situação-problema não é apenas percebida como uma ferramenta para alcançar soluções práticas, mas também como uma estratégia instrucional que catalisa o pensamento crítico e a participação ativa dos estudantes, enriquecendo, assim, o processo de aprendizagem.

No entanto, é necessário que o planejamento de situações-problema leve em conta o conhecimento prévio do estudante. Segundo Magina *et al*. (2009), a aquisição de conhecimento geralmente ocorre por meio de situações e problemas já familiares, caracterizados por particularidades locais. Dessa forma, todos os conceitos apresentam um domínio de validade restrito, sendo esta restrição associada à experiência e ao desenvolvimento cognitivo dos alunos. Portanto, a TCC sustenta a perspectiva de que diversos fatores influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento de conceitos, enfatizando que o conhecimento deve emergir no contexto de situações-problema.

3.1.1. O conceito

Conforme Vergnaud (1993), a elaboração de um conceito requer não apenas uma definição explícita, mas também a compreensão do que está implícito na habilidade de abordar e resolver uma situação apresentada. Em outras palavras, o conceito não deve restringir-se apenas à sua definição; é relevante enfatizar que sua construção também deriva das experiências individuais, das interações sociais e dos conhecimentos adquiridos pelos estudantes.

Na TCC, o conceito de situação não se refere aqui a uma situação didática específica, mas sim a uma tarefa mais ampla. A perspectiva apresentada sugere que qualquer situação complexa pode ser desdobrada em uma combinação de tarefas, sendo crucial compreender a especificidade e a dificuldade inerentes a cada uma delas. No tocante às situações, o autor concebe que estas se configuram como tarefas, sejam elas de natureza teórica ou empírica, a serem empreendidas pelo sujeito. Visto que:

> O conceito de situação aqui não tem o significado de situação didática, mas sim de tarefa, a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas das quais é importante conhecer a

> especificidade e a dificuldade. A dificuldade de uma tarefa não é a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas, mas é claro que a falha em uma subtarefa leva à falha geral (Vergnaud, 1990, p. 146).

O aluno, ao se valer corretamente das situações-problema, aprimora sua compreensão das interligações entre diferentes conceitos. Dessa forma, o conhecimento é encarado como uma sequência de ajustes que o estudante efetua a partir das situações que experiência tanto no ambiente escolar quanto na vida diária (Pais, 2008).

Em consonância com Vergnaud (1996), uma perspectiva psicológica e didática sobre a formação de conceitos matemáticos sugere que um conceito pode ser compreendido como um conjunto de invariantes utilizados pelo aluno durante a ação. Nesse contexto, a definição pragmática de um conceito emerge a partir do conjunto de situações que servem como referência para suas distintas propriedades, bem como do conjunto de esquemas mobilizados pelos indivíduos nessas situações.

Vergnaud (1993) concebe os conceitos como uma tríade de conjuntos inter-relacionados, onde o conjunto de situações atua como o referente do conceito, os invariantes constituem os significados intrínsecos ao conceito, e as representações simbólicas assumem o papel de elementos significantes para o conceito (C = (S, I, R)). Para descrever cada elemento em detalhes:

> S: o conjunto de situações que conferem sentido ao conceito (referência); I: o conjunto dos invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado); R: o conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante) (Vergnaud, 1993, p. 08).

É relevante enfatizar que, na perspectiva da Teoria da Cognição Construtivista (TCC), os conjuntos de situações, invariantes e representações são intrinsecamente interligados. Ao investigar o desenvolvimento e funcionamento de um conceito ao longo dos processos de ensino e aprendizagem, é imperativo reconhecer que esses três conjuntos coexistem de maneira simultânea nas práticas educacionais. Contudo, é importante destacar que não se estabelece uma correspondência direta entre esses conjuntos, isto é, não se pode reduzir o significado aos significantes, nem às situações, e vice-versa.

Vergnaud destaca a relevância atribuída aos conceitos, sugerindo, entretanto, uma ênfase maior na ação do sujeito diante de uma situação. Ele propõe que a execução de tarefas é o momento crucial em que o estudante coloca em prática seus conhecimentos implícitos, organiza suas ações e expõe seu modo de resolução diante do desafio apresentado. Nesse contexto, o sujeito mobiliza seus esquemas, independentemente de a resposta ser pertinente ou não, correta ou incorreta.

Essa abordagem ressalta a importância do processo ativo de aprendizagem, onde a interação prática com situações desafia o estudante a aplicar seus conhecimentos e estratégias de resolução. Ao focar na ação do sujeito, Vergnaud destaca a necessidade de compreender como os alunos aplicam seus esquemas mentais na resolução de problemas, enfatizando a dinâmica entre teoria e prática no processo educacional. Isso implica reconhecer que o aprendizado não ocorre apenas por meio da compreensão teórica dos conceitos, mas também na aplicação prática desses conceitos em situações concretas. Dessa forma:

> O esquema é definido precisamente como a organização invariante da atividade para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos em ação do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à ação do sujeito ser operatória (Vergnaud, 1996, p. 201).

Na perspectiva da TCC, o conjunto de situações está intimamente vinculado aos processos cognitivos e às respostas dos alunos quando confrontados com essas situações, as quais podem ser equiparadas a atividades ou tarefas. Conforme delineado por Vergnaud (1993), duas ideias fundamentais surgem no entendimento das situações:

> 1. A de variedade: existe grande variedade de situação num campo conceitual dado; as variáveis de situação são um meio de construir sistematicamente o conjunto das classes possíveis. 2. A de história: os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo para as primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar-lhes (Vergnaud, 1993, p.12).

A primeira ideia destacada por Vergnaud refere-se à grande variedade de situações presentes em um campo conceitual específico. Essa diversidade de situações contribui para a construção sistemática do conjunto de classes possíveis. Em outras palavras, a multiplicidade de contextos nos quais um conceito pode ser aplicado permite aos alunos explorar e compreender suas diferenciações, promovendo uma compreensão mais robusta e abrangente.

A segunda ideia apresentada por Vergnaud destaca o papel crucial das experiências passadas na formação do conhecimento dos alunos. Os conhecimentos são elaborados por meio das situações que os alunos enfrentaram e dominaram progressivamente ao longo do tempo. Esse processo é particularmente relevante nas primeiras situações, as quais desempenham um papel fundamental ao atribuir sentido aos conceitos e procedimentos que se pretendem ensinar. A ênfase na história do aprendizado destaca a importância de uma abordagem progressiva, reconhecendo que a construção do conhecimento é um processo contínuo, moldado pela vivência e pela superação gradual de desafios educacionais.

Ressaltar-se que um conceito não adquire sua significação exclusivamente em uma única categoria de situações, e, de modo recíproco, uma situação não é interpretada através de um único conceito (Zanella; Barros, 2014). As situações desempenham um papel fundamental na atribuição de significado aos conceitos matemáticos, mas é importante notar que o sentido não reside intrinsecamente nas situações em si.

O conceito de "esquema" revela-se intrigante em ambas as categorias de situações, embora sua dinâmica não se desdobre de maneira idêntica nos dois contextos. Na primeira instância, observam-se comportamentos amplamente automatizados e organizados por um único esquema, enquanto, na segunda situação, nota-se o desencadeamento sequencial de vários esquemas, os quais podem entrar em competição. Para atingir a solução desejada, esses esquemas precisam ser acomodados, descombinados e recombinados; um processo que invariavelmente está vinculado à ocorrência de descobertas. Essa sucessão de eventos representa uma característica distintiva no processo de compreensão e resolução associado ao conceito de "esquema" (Vergnaud, 1990).

Segundo Vergnaud (1993), um esquema está invariavelmente vinculado a uma situação, uma vez que toda situação implica uma resposta gerada pelo aluno. Portanto, não há situação desprovida de esquema, nem esquema desprovido de situação. Nessa ótica, o conceito de esquema revela-se altamente produtivo, não apenas para a descrição de comportamentos já familiares, mas também para a compreensão e análise dos processos envolvidos na resolução de problemas.

Os esquemas, de acordo com Vergnaud (1998, p. 173), são formados por quatro elementos fundamentais que compõem a sua configuração, sendo eles:

> **1. Metas e antecipações** (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos); **2. Regras de ação** do tipo "se ... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da sequência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação; **3. Invariantes operatórios** (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas; **4. Possibilidades de inferência** (ou raciocínios) que permitem "calcular", "aqui e agora", as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos "aqui e imediatamente" em situação.

Dentre esses elementos, os invariantes operatórios, categorizados principalmente como teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, constituem a base conceitual subjacente. Em conformidade com Carvalho Júnior e Aguiar Júnior (2008), essa base permite a obtenção de informações pertinentes e, com base nelas e nos objetivos a serem alcançados, a dedução das regras de ação mais relevantes. Portanto, é nos esquemas que se deve investigar os conhecimentos-em-ação do sujeito, compreendendo os conceitos-em-ação e as teorias-em-ação. É nesse contexto que foi encontrado os elementos categóricos que conferem operacionalidade à sua ação.

Além disso, por meio dos invariantes operatórios, o estudante não apenas resolve a situação proposta, mas também oferece ao educador uma oportunidade de interpretar e analisar seus esquemas mentais evidenciados nas respostas geradas a partir das situações apresentadas. E ainda, esse processo proporciona ao educador a capacidade de conceber novas perspectivas de mediação e intervenção pedagógica, contribuindo assim para uma compreensão mais aprofundada do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Vergnaud (1993) destaca a importância dos "conceitos-em-ação" no processo cognitivo do estudante. Esses conceitos são inerentes aos esquemas mentais utilizados nas respostas às situações propostas. Eles podem ser classificados como pertinentes ou não, sendo os pertinentes aqueles que contribuem para a resolução correta da situação, enquanto os não pertinentes, embora sejam conceitos matemáticos, não são necessários para a solução.

Através desses conceitos-em-ação, o estudante não apenas resolve as situações, mas também oferece ao educador *insights* para interpretar seus esquemas mentais, possibilitando intervenções pedagógicas mais eficazes. Esses conceitos-em-ação, selecionados a partir de um vasto repertório, permanecem em grande parte implícitos durante a ação do sujeito, destacando a complexidade e a seletividade envolvidas nesse processo.

Diferentes dos conceitos-em-ação, os teoremas-em-ação consistem em proposições suscetíveis de veracidade ou falsidade. Os teoremas-em-ação, conforme concebidos por Vergnaud (1993), são inerentemente implícitos e aplicáveis apenas a conjuntos específicos de situações. Destaca-se que a verdade associada a essas proposições é subjetiva, no sentido de que um sujeito pode considerá-las verdadeiras em seu contexto, mesmo que possam ser falsas quando avaliadas sob os parâmetros do domínio matemático.

Diante do exposto, o referencial teórico proposto por Vergnaud, ao lidar com a progressiva complexidade do conhecimento, oferece uma ferramenta valiosa para orientar os professores na estruturação de situações e intervenções didáticas. Essa abordagem visa promover eficazmente o processo de conceitualização dos estudantes em relação a um determinado objeto de conhecimento. Ao reconhecer e incorporar a natureza evolutiva do aprendizado, os educadores podem adaptar suas práticas pedagógicas, proporcionando ambientes de aprendizagem mais alinhados com a forma como os alunos assimilam e internalizam conceitos ao longo do tempo.

A seguir, abordar-se-á[9] sobre o campo conceitual multiplicativo, uma área fundamental no estudo da Matemática que se concentra nas operações de multiplicação e divisão, bem como nas relações conceituais subjacentes a essas operações.

3.2. O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO (CCM)

Sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), os conceitos da operação de divisão estão inseridos no Campo Conceitual Multiplicativo (CCM). Assim, o CCM pode ser representado pela tríade C = (S, I, R). Essa tríade é composta por:

S (a referência): o conjunto de situações que conferem sentido aos conceitos de multiplicação e divisão;

I (o significado): o conjunto de invariantes que fundamentam a operacionalidade dos esquemas utilizados para resolver tarefas relacionadas à multiplicação e divisão;

R (o significante): o conjunto de formas que possibilitam a representação das estruturas multiplicativas, abrangendo suas propriedades, situações e procedimentos para lidar com tarefas envolvendo esses conceitos.

A seguir, serão apresentados os elementos teóricos necessários para a construção dos conceitos concernentes ao campo conceitual multiplicativo.

É relevante considerar primeiro um campo conceitual como um conjunto de situações, sendo que as estruturas multiplicativas, fundamentais em matemática, compreendem operações de multiplicação, divisão ou as combinações destas. A multiplicação, ao representar a combinação de grupos iguais, e a divisão, ao distribuir quantidades equitativamente, são componentes essenciais dessas estruturas.

No contexto abordado, o termo "situação" não se refere a uma situação didática, mas sim a uma tarefa. A essência reside na ideia de que qualquer complexidade pode ser desmembrada em tarefas, cuja natureza e dificuldade específicas são cruciais para compreensão (Vergnaud, 1990).

Para Vergnaud (1990) a dificuldade de uma tarefa não se resume à soma ou ao produto das dificuldades das subtarefas individuais; entretanto, é evidente que o insucesso em uma subtarefa implica no fracasso global da situação. Dessa forma, a análise e compreensão das características distintas de cada tarefa são essenciais para enfrentar eficazmente situações complexas.

Além disso, Vergnaud (1990, p. 147-148) enfatiza ainda que

> o campo conceitual das estruturas multiplicativas é tanto o conjunto de situações cujo tratamento envolve uma ou mais multiplicações ou divisões, quanto o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, linear e n- função linear, direta e indiretamente, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, etc.

De acordo com Santana et al. (2016) para entender as estruturas multiplicativas, é fundamental inicialmente considerar que suas relações podem assumir formatos ternários e quaternários. No contexto ternário, observa-se uma conexão entre duas quantidades, podendo ser de natureza semelhante ou diferente, e a operação entre essas resultará em uma terceira quantidade. Por outro lado, a relação quaternária envolve o manuseio de quatro quantidades, combinando-as duas a duas, e abordando duas grandezas distintas.

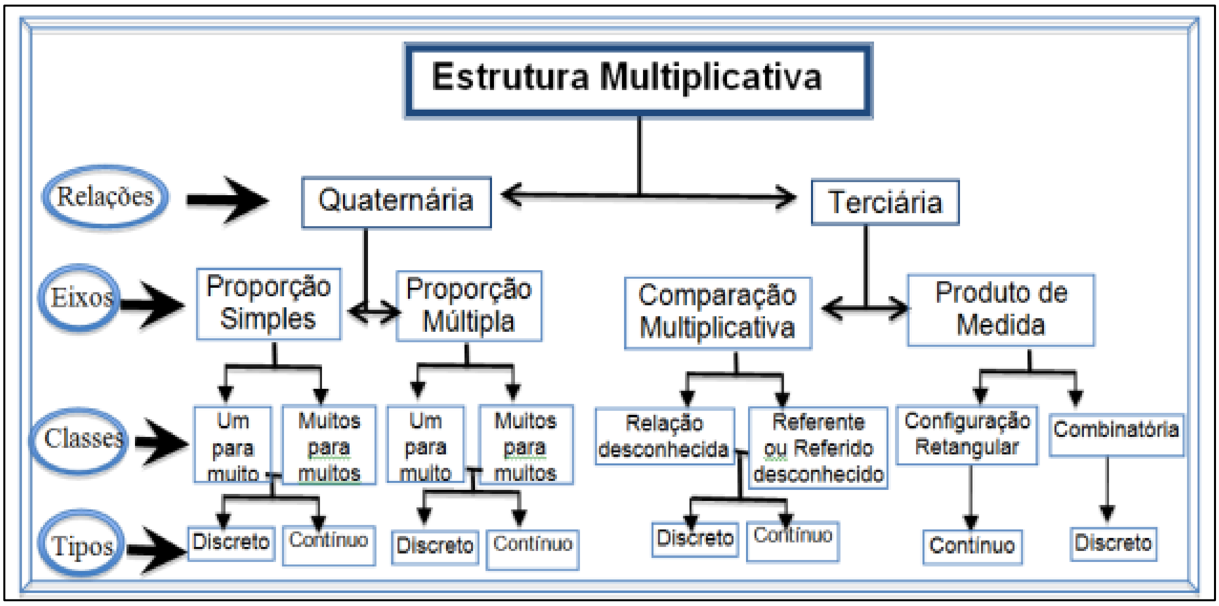
Ainda, segundo a autora, cada uma das relações agrupa eixos distintos. Os eixos relativos às relações quaternárias são: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Os relativos às relações ternárias são: comparação multiplicativa e produto de medidas.

Assim, os problemas de natureza multiplicativa são sistematicamente categorizados em duas grandes classes de relações.

> **Isomorfismo de medidas:** a primeira grande forma de relação multiplicativa é uma relação quaternária entre quatro quantidades, sendo duas medidas de certo tipo e as outras duas de outro tipo; e **produto de medidas:** essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das outras duas, tanto no plano numérico quanto no plano dimensional (Vergnaud, 2009, p. 239).

Para uma compreensão mais aprofundada desta estrutura, Merlini e Santos (2016) desenvolveram um esquema do Campo Conceitual Multiplicativo (Figura 2), abrangendo todos os elementos das duas relações mencionadas anteriormente.

Figura 2 - Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Merlini e Santos (2016).

Assim, para entender a dimensão das Estruturas Multiplicativas é necessária uma compreensão conceitual, bem como, a possibilidade de pensar a formação do conceito com a finalidade de romper com o campo aditivo e, assim, ampliar o repertório de conhecimento matemático tanto para o professor quanto para os estudantes (Lopes, 2023).

É pertinente neste contexto proporcionar uma exemplificação das duas grandes categorias em questão: as relações quaternárias (Quadro 5) e ternárias (Quadro 6) que serão apresentadas a seguir por meio de situações-problema. Vale ressaltar que os problemas destacados foram oriundos do trabalho de Lopes (2023).

Quadro 5 - Exemplos de problemas relativos às relações quaternárias

Situação-problema	Eixo	Classe
Mateus tem 30 figurinhas e colocou em pacotes, com 5 figurinhas cada um. Ele vai dar 1 pacote para cada um de seus amigos. Quantos amigos de Mateus ganharão figurinhas?	Proporção Simples	Um para muitos
Num determinado supermercado havia uma promoção: na compra de 5 caixas de café ganhe 2 canecas. Se eu quiser ganhar meia dúzia de canecas, quantas caixas devo levar?	Proporção Simples	Muitos para muitos
Numa receita de bolo, para cada colher de sopa de fermento devemos colocar 2 ovos e para cada ovo, devemos colocar 2 xícaras de açúcar. Se queremos fazer esta receita usando 3 colheres de sopa de fermento, quantos ovos e quantas xícaras de açúcar precisaremos usar?	Proporção Múltipla	Um para muitos
Um grupo com 50 pessoas vai passar 28 dias em férias no campo. Elas precisam comprar uma quantidade de açúcar suficiente. Elas sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 3,5kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?	Proporção Múltipla	Muitos para muitos

Fonte: Adaptado de Lopes (2023).

Quadro 6 - Exemplos de problemas relativos às relações ternárias

Situação-problema	Eixo	Classe
Meu filho tem 20 anos e sua vó tem 4 vezes a sua idade. Quantos anos têm sua vó?	Comparação Multiplicativa	Relação desconhecidas
Comprei uma boneca por R$ 21,00 e uma bola por R$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?	Comparação Multiplicativa	Referente ou Referido desconhecido
Num auditório, as cadeiras estão dispostas em 12 fileiras de 15 cadeiras cada. Quantas cadeiras há ao todo?	Produtos de Medidas	Configuração retangular
Numa festa foram formados 12 casais (rapazes e moças) para participarem de um número de dança. Quantos rapazes dançarinos estavam na festa, sabendo-se que as moças dançarinas eram 4?	Produtos de Medidas	Combinatória

Fonte: Adaptado de Lopes (2023).

Com base nas situações-problema apresentadas nos Quadros 2 e 3, pode-se observar que os problemas envolvem diferentes tipos de relações matemáticas, tais como relações quaternárias e ternárias.

É evidente que compreender e resolver problemas que envolvem essas relações do Campo Multiplicativo são habilidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico dos alunos. Segundo Lopes (2023) ao aplicar esses conceitos em situações do cotidiano, os estudantes podem aprimorar não apenas suas habilidades matemáticas, mas também sua capacidade de raciocínio lógico e resolução de problemas.

A seguir, discute-se a Teoria das Situações Didáticas, que é relevante para a formação de professores de Matemática. Essa teoria tem como objetivo guiar as práticas pedagógicas durante o planejamento e a execução das aulas, delineando os papéis do professor e dos alunos.

3.3. A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996, 2008) complementa a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1990) ao fornecer um arcabouço didático que possibilita a mobilização dos esquemas conceituais dos estudantes em contextos de aprendizagem estruturados. Enquanto a Teoria dos Campos Conceituais enfatiza a construção do conhecimento por meio da interação entre conceitos, teoremas em ação e esquemas operatórios, a Teoria das Situações Didáticas contribui ao delinear condições específicas em que essa construção ocorre, estruturando desafios que promovem a adaptação ativa do aluno ao *milieu* (BROUSSEAU, 1996). Dessa forma, ao integrar ambas as teorias, o ensino pode ser planejado de maneira a potencializar a aprendizagem significativa, uma vez que os conceitos emergem da interação com problemas contextualizados e da necessidade de formular e testar estratégias de resolução (Vergnaud, 1990). Essa complementaridade reforça a importância de um ambiente de ensino que favoreça a autonomia intelectual do estudante, permitindo que ele desenvolva progressivamente seus esquemas conceituais por meio de desafios adequadamente estruturados.

Durante os anos de 1970, a situação era predominantemente uma ferramenta manipulada pelo professor. Nesse cenário, o educador utilizava diversos recursos, como textos e materiais, para criar um ambiente de aprendizado. Sob esse paradigma, o professor não apenas delineava o ambiente, mas também controlava ativamente as interações dos alunos com o conteúdo.

Entretanto, conforme a teoria evolui, Brousseau (2008) destaca uma mudança fundamental, isto é, as situações matemáticas passam a permitir que o aluno se envolva em atividades autônomas, sem intervenção direta do professor. Nessa fase, a situação didática se transforma em um modelo que descreve de maneira abrangente as complexas interações entre o professor, o aluno e o sistema educacional.

Brousseau (2008), em sua Teoria das Situações Didáticas, estabelece um modelo educacional no qual a aprendizagem ocorre por meio da adaptação do aluno ao *milieu*. O autor enfatiza que a aprendizagem só ocorre quando o sujeito assimila e se adapta ao meio criado durante o processo.

De acordo com Reges (2020, p. 90) em se tratando de matemática,

> [...] o *milieu* pode ser uma situação-problema, um enigma, um jogo ou um dominó de frações, por exemplo. É algo que mobilize a função cognitiva do sujeito, ou seja, o aluno vai necessitar fazer uso de conhecimentos que ele já tenha, mas que não são suficientes para a resolução imediata da atividade, tornando-a desafiadora.

A interação com *milieu* ocorre através da escolha do dispositivo feita pelo professor ao planejar sua aula. Ao se deparar com o dispositivo e suas regras de interação, o aluno interage com ele, geralmente de forma colaborativa, experimentando, tomando decisões, formulando e testando hipóteses, buscando argumentos para sustentar suas estratégias de resolução e compartilhando-as com os colegas (Reges, 2020).

> O *milieu* deve ser preparado no sentido de provocar desequilíbrio no aluno, para que ele, através de processos adaptativos (assimilação e acomodação) consiga se reequilibrar, assim ocorrendo a aprendizagem. Neste caso, considera-se que o *milieu* é antagonista, ou seja, um fator de dificuldades, contradições e desequilíbrio (Reges, 2020, p. 91).

Portanto, o *milieu* é concebido como um elemento que cria um ambiente propício para a construção do conhecimento, mesmo que isso implique em enfrentar dificuldades e contradições, pois é nesse contexto que ocorre o verdadeiro processo de aprendizagem.

Três tipos de situações didáticas são estabelecidos por Brousseau (2008):

Situação de Ação, Situação de Formulação e Situação de Validação, cujos os esquemas serão apresentados posteriormente.

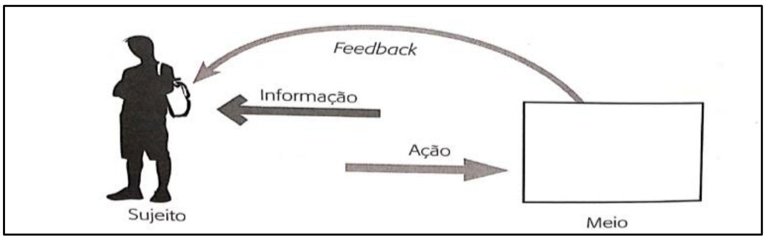
3.3.1. Tipologia das situações na didática

Para Brousseau as interações de um aluno com seu meio podem ser classificadas em, no mínimo, três grandes categorias distintas. Sendo elas: (1) Troca de informações não codificadas ou sem linguagem (ações e decisões); (2) Troca de informações codificadas em uma linguagem (mensagens) e (3) Troca de opiniões (sentenças que exercem o papel da teoria).

3.3.1.1. Esquema geral de uma situação de ação

Neste contexto de ação, um indivíduo age escolhendo estados do ambiente de acordo com suas motivações. Se o ambiente responde de forma consistente, o sujeito aprende com o feedback, antecipa respostas e as incorpora em futuras decisões. Para Brousseau (2008, p. 28) "a aprendizagem é o processo que os conhecimentos são modificados". Assim, a aprendizagem modifica esses conhecimentos, representados por táticas ou procedimentos do que o indivíduo considera, embora sejam projeções. O conhecimento permite ajustar essas antecipações, influenciando as escolhas do indivíduo.

Figura 3 - Esquema de uma situação de ação



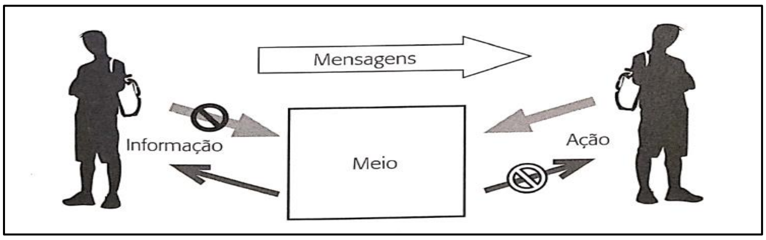
Fonte: Brousseau (2008, p. 28).

Nesse cenário, o estudante realiza uma análise reflexiva e simula diversas abordagens, optando por um método de resolução no contexto de um esquema adaptativo. Essa escolha é guiada pela interação dinâmica com o '*milieu*', permitindo ao aluno tomar as decisões necessárias para estruturar de maneira eficaz a resolução do problema (Brousseau, 1996).

3.3.1.2. Esquema geral de uma situação de formulação

Nesta ação, Brousseau (2008) discute a complexidade dos modelos implícitos de ação e como eles mudam à medida que são formulados. Segundo ele, a formulação de um conhecimento implícito não apenas o define, mas também afeta a maneira como pode ser tratado, aprendido e adquirido. Esse processo envolve o sujeito sendo capaz de reconhecer, identificar, decompor e reconstruir esse conhecimento em um sistema linguístico. Além disso, o autor sugere que a formulação de um conhecimento implica a interação com um outro sujeito, real ou fictício, a quem a informação deve ser comunicada.

Figura 4 - Esquema de uma situação de formulação



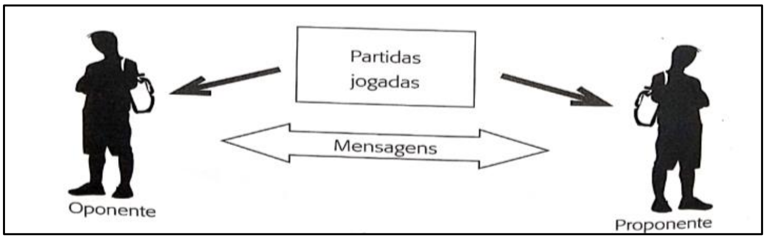
Fonte: Brousseau (2008, p. 29).

Na etapa de formulação, segundo a abordagem de Brousseau (1996), ocorre uma troca dinâmica de informações entre o aluno e o '*milieu*'. Esse intercâmbio se realiza por meio de uma linguagem mais adaptável, sem a obrigatoriedade de recorrer explicitamente à linguagem matemática formal. Durante esse processo, podem surgir elementos como ambiguidade, redundância, metáforas, criação de termos semiológicos inovadores, e há a possibilidade de falta de pertinência e eficácia na transmissão da mensagem, no contexto de contínuas retroalimentações. Assim, nas fases de formulação, os alunos buscam alterar a linguagem comum, adaptando-a às informações que precisam comunicar de maneira mais efetiva.

3.3.1.3. Esquema geral de uma situação de validação

Em tal situação, o emissor não é apenas um informante, mas um proponente ativo, enquanto o receptor é um oponente crítico. Ambos colaboram para conectar o conhecimento à situação, confrontando-se e desafiando suas ideias. Juntos, formulam relações entre o contexto e o conhecimento matemático. Cada um pode discordar e pedir justificativas, promovendo uma construção coletiva do entendimento e facilitando a resolução de problemas complexos.

Figura 5 - Esquema de uma situação de validação



Fonte: Brousseau (2008, p. 30).

Segundo Brousseau (1996), nesta etapa, os estudantes procuram persuadir os interlocutores (os outros grupos) da validade de suas afirmações por meio da utilização de uma linguagem matemática apropriada, frequentemente empregando demonstrações. As fases de devolução, ação, formulação e validação são distintivas da situação adidática, na qual o professor concede ao aluno a autonomia para percorrer os caminhos da descoberta, abstendo-se de revelar suas intenções didáticas. Nessa dinâmica, o professor assume unicamente o papel de mediador.

Nesse contexto, fica claro que o aprendizado não é apenas um processo passivo de absorção de informações, mas sim uma interação dinâmica entre o sujeito e seu ambiente. Conforme Brousseau (2008) enfatiza, a aprendizagem implica na modificação dos conhecimentos, onde as experiências e as escolhas do indivíduo são fundamentais. Além disso, a interação entre indivíduos é crucial na formulação do conhecimento, revelando a necessidade de comunicação eficaz e compreensão mútua.

3.3.1.4. Institucionalização das situações

Nunes (2019) salienta que na fase de institucionalização, ocorre a definição da estrutura matemática a ser estudada. Durante as etapas prévias, uma narrativa singular se desenvolve, agora elevada a um status universal, integrando-se à cultura que origina o conhecimento em questão. É neste ponto que o conhecimento é formalmente validado e oficializado.

Inicia-se o processo de institucionalização do conhecimento, destinado a estabelecer normas sociais e a refletir as intenções do professor. Durante esse momento, o professor retoma parte da responsabilidade anteriormente concedida aos alunos, avaliando e validando as produções dos estudantes ou descartando aquelas que não atendem aos critérios estabelecidos. Isso se concretiza por meio da formalização e generalização, onde os objetos de estudo são definidos. É na fase de institucionalização que o papel explícito do professor se manifesta, o objeto de estudo é oficialmente assimilado pelo aluno, e o professor reconhece formalmente tal processo de aprendizagem (Brousseau, 2008).

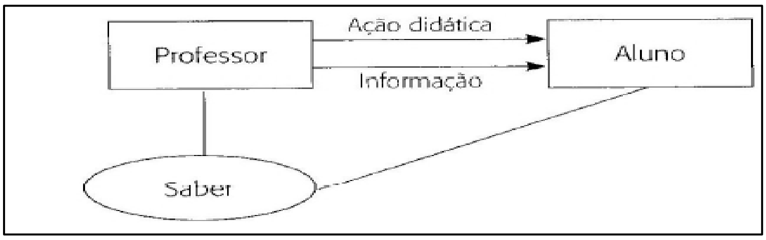
Dessa forma, a institucionalização se configura como o processo pelo qual o conhecimento transita de seu papel como meio de resolução imediata de situações de ação, formulação ou validação, para o papel de referência para utilizações futuras, tanto coletivas quanto pessoais.

É uma maneira dos professores trabalharem de forma interdisciplinar, envolvendo conteúdos matemáticos, tecnologias digitais e situações do dia-a-dia dos alunos buscando enriquecer o processo ensino-aprendizagem dentro e fora da sala de aula. Dessa forma, o termo “situação didática” está relacionado aos conteúdos matemáticos que o aluno sabe de acordo com seu ambiente ao redor, sendo assim esse processo acontecerá se o discente demonstrar interesse em ampliar e reestruturar seu conhecimento.

O conceito de situações didáticas e adidáticas, conforme formulado por Brousseau (1996), oferece um modelo de interação educacional baseado na relação triangular entre professor, aluno e o saber. A situação adidática é caracterizada pela interação direta entre o aluno e o saber, sem a mediação explícita do professor. Neste cenário, o aluno explora e aprende de forma independente, utilizando seus próprios métodos para resolver problemas, o que promove a autonomia e o desenvolvimento de estratégias pessoais de aprendizagem (Azevedo; Alves; Oliveira, 2018). Essa situação ocorre quando o ambiente educacional permite que os alunos interajam diretamente com os materiais ou situações-problema sem instruções diretas do professor, permitindo uma descoberta mais intuitiva do conhecimento.

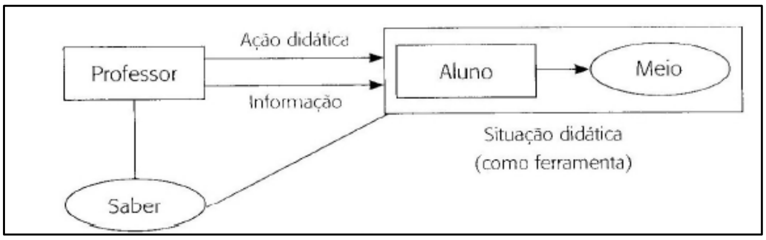
Por outro lado, a situação didática envolve uma abordagem mais estruturada, onde o professor desempenha um papel ativo na criação de condições que estimulam o aluno a alcançar os objetivos de aprendizagem. Aqui, de acordo com Azevedo, Alves e Oliveira (2018), o docente não apenas transmite conhecimento, mas estrategicamente configura o meio de aprendizagem para despertar no aluno a curiosidade e a capacidade de descobrir conceitos não necessariamente focados em objetivos didáticos explícitos. Isso inclui a utilização de situações didáticas bem planejadas, que são estruturadas para provocar questionamentos, investigações e reflexões nos alunos, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada dentro de um ambiente didático controlado.

Figura 6 - Situação adidática



Fonte: Brousseau (2008, p. 54).

Figura 7 - Situação didática



Fonte: Brousseau (2008, p. 54).

Assim, a situação didática compreende um conjunto de atividades que servem como instrumentos através dos quais o professor proporciona ao aluno a oportunidade de vivenciar experiências fundamentais para o desenvolvimento de competências e habilidades, resultando em uma aprendizagem potencialmente significativa.

Diante do exposto, percebe-se que a Teoria dos Campos Conceituais, o campo conceitual da estrutura multiplicativa e a Teoria das Situações Didáticas se complementam ao fornecerem subsídios teóricos para a compreensão dos processos de aprendizagem matemática. Enquanto a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud, permite analisar como os conhecimentos matemáticos se organizam em esquemas cognitivos a partir de diferentes situações, o campo conceitual da estrutura multiplicativa aprofunda a compreensão específica sobre os conceitos e relações envolvidos na multiplicação e divisão.

Já a Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau, contribui ao evidenciar a importância das interações didáticas no processo de construção do conhecimento, delineando como as situações de ensino podem favorecer a mobilização e a apropriação dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Assim, este estudo parte do pressuposto de que tais abordagens dialogam entre si ao articular aspectos cognitivos, conceituais e didáticos da aprendizagem, oferecendo uma base sólida para o ensino da estrutura multiplicativa na educação básica.

4. PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo é destinado a abordar os procedimentos metodológicos da pesquisa, no qual apresenta-se a sua abordagem, seus instrumentos, descrevendo a escolha e o contexto dos participantes envolvidos e apresentando os procedimentos de coleta e análise de dados.

4.1. ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa, conforme definido por Creswell (2010), que a concebe como um método de investigação que visa explorar e entender a complexidade de um fenómeno social ou humano, focado na compreensão dos significados atribuídos pelos indivíduos à sua experiência. Em vez de se concentrar em números e medidas quantitativas, esta abordagem procura explorar as perspectivas e significados subjetivos dos participantes.

Segundo Creswell (2010, p. 162), “na pesquisa qualitativa, a intenção é explorar o conjunto complexo de fatores que envolvem o fenômeno central e apresentar as perspectivas ou os significados variados dos participantes”.

Justifica a escolha por esta abordagem o fato da pesquisa que se almeja realizar possuir as seguintes características:

> 1) A interpretação como foco. Nesse sentido, há um interesse em interpretar a situação em estudo sob o olhar dos próprios participantes; 2) A subjetividade é enfatizada. Assim, o foco de interesse é a perspectiva dos informantes; 3) A flexibilidade na conduta do estudo. Não há uma definição a priori das situações; 4) O interesse é no processo e não no resultado. Segue-se uma orientação que objetiva entender a situação em análise; 5) O contexto como intimamente ligado ao comportamento das pessoas na formação da experiência; e 6) O reconhecimento de que há uma influência da pesquisa sobre a situação, admitindo-se que o pesquisador também sofre influência da situação de pesquisa (Oliveira, 2008, p. 14).

A metodologia qualitativa é adequada para este estudo devido à sua ênfase na interpretação e subjetividade, permitindo explorar como os alunos do 6º, 7º e 8º ano do Ensino Fundamental compreendem e aplicam os conceitos de multiplicação e divisão. Além disso, essa abordagem permite captar a complexidade das interações dos alunos com o ambiente de aprendizagem e com as metodologias propostas, como a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações Didáticas, oferecendo uma visão detalhada sobre o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

A pesquisa assume uma natureza tanto exploratória como descritiva, que de acordo com Gil (2002) as pesquisas exploratórias e descritivas frequentemente são consideradas etapas preliminares essenciais para a obtenção de explicações científicas.

A abordagem exploratória se caracteriza pela sondagem da temática junto aos participantes, objetivando a identificação de seus conhecimentos prévios. Esse tipo de pesquisa visa principalmente desenvolver, esclarecer e ajustar conceitos e ideias, com o intuito de formular problemas mais precisos ou hipóteses passíveis de investigação em estudos subsequentes (Gil, 2002).

A natureza exploratória é justificada pela busca em sondar os conhecimentos prévios dos estudantes, desenvolver novos *insights* sobre a aplicação das teorias envolvidas, e a flexibilidade metodológica que permite ajustes conforme novos dados surgem. Além do mais, a pesquisa enfatiza a investigação dos processos de aprendizagem, ao invés de apenas medir resultados, contribuindo assim para a formulação de problemas mais precisos e hipóteses para estudos futuros. Essa abordagem é adequada para explorar um fenômeno pouco compreendido, desenvolver novas perspectivas de ensino e gerar um entendimento mais claro e contextualizado das experiências dos estudantes na aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo.

Trata-se de uma pesquisa descritiva, pois seu foco reside na descrição do fenômeno observado através da TCC e da TSD. Pois conforme Gil (2002) as pesquisas descritivas têm como principal objetivo a apresentação detalhada das características de uma determinada população ou fenômeno, ou ainda, a análise das relações entre diferentes variáveis. Esses estudos abrangem uma ampla gama de investigações e se destacam pela adoção de métodos padronizados de coleta de dados, como questionários e observações sistemáticas.

O delineamento desta pesquisa utiliza o estudo de caso, considerado por Yin (2005) como uma estratégia metodológica ideal para investigar fenômenos complexos dentro de seus contextos reais. Yin (2005) destaca que os estudos de caso são particularmente úteis para explorar situações em que as intervenções e os resultados não são claramente distinguíveis dos contextos nos quais ocorrem. Ele afirma: "O estudo de caso é uma inquirição empírica que investiga um fenômeno contemporâneo (o 'caso') em profundidade e dentro de seu contexto real, especialmente quando os limites entre fenômeno e contexto não estão claramente evidentes" (Yin, 2005, p. 18).

Seguindo essa orientação, o presente estudo de caso foi desenhado para capturar as nuances das práticas pedagógicas em matemática, permitindo uma análise detalhada de como estratégias específicas de ensino impactam o aprendizado dos estudantes. Este método é particularmente valioso para entender a interação entre a teoria educacional e a prática pedagógica, oferecendo insights profundos sobre as dinâmicas da sala de aula e a eficácia das intervenções didáticas.

Dessa forma, além da análise do desempenho dos estudantes, buscou-se promover ajustes e reflexões sobre suas estratégias de resolução. No contexto do estudo de caso, essa abordagem permitiu uma investigação aprofundada das interações entre os alunos e as metodologias de ensino adotadas, proporcionando uma compreensão mais detalhada sobre os desafios e avanços no aprendizado matemático. Conforme Yin (2005), o estudo de caso possibilita não apenas a observação de fenômenos dentro de seus contextos reais, mas também a análise de como fatores específicos influenciam os resultados educacionais.

Assim, o envolvimento contínuo dos participantes neste estudo possibilitou um ciclo dinâmico de observação, análise e adaptação, garantindo que as dificuldades identificadas pudessem ser abordadas por meio de estratégias ajustadas ao contexto da aprendizagem. Esse processo reforça a natureza do estudo de caso como um método que integra teoria e prática, possibilitando a formulação de recomendações baseadas em evidências concretas obtidas ao longo da pesquisa.

4.2. CONTEXTO E PARTICIPANTES

No que diz respeito ao *locus* da pesquisa, a coleta de dados foi realizada na Universidade Federal do Amazonas (UFAM), na cidade de Manaus. Os participantes foram 28 estudantes da Educação Básica, especificamente dos 6º, 7º e 8º anos do Ensino Fundamental, oriundos de escolas públicas, que se inscreveram voluntariamente no projeto de extensão intitulado Escola de Matemática Básica. Este projeto ocorre semanalmente aos sábados, dentro das dependências da UFAM, e tem como principal objetivo oferecer aulas de reforço em matemática para alunos da rede pública. As aulas são ministradas por licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática, vinculados à disciplina semestral de Ensino de Matemática, sob a coordenação do professor responsável pela disciplina - que também atua como orientador desta pesquisa. A cada semestre, novas turmas de licenciandos são formadas para atuarem no projeto, promovendo um ambiente de aprendizagem colaborativa que beneficia tanto os estudantes da educação básica quanto os futuros professores em formação. A seleção deste contexto específico visa atender de forma direta aos objetivos do estudo, favorecendo a análise das estratégias e compreensões desenvolvidas no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo.

Os critérios de inclusão/exclusão dos participantes nesta pesquisa estão vinculados à condição de ser aluno do 6º, 7º ou 8º ano do Ensino Fundamental integrante do projeto Escola de Matemática Básica, na UFAM, cujos pais ou responsáveis legais tenham formalizado a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), autorizando a participação no estudo. E foram excluídos da pesquisa os indivíduos que faltaram um dos encontros durante a realização da pesquisa.

Este estudo foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal do Amazonas (CEP/UFAM), seguindo integralmente as diretrizes estabelecidas pela Resolução CNS 466/12. Com o objetivo de assegurar a integridade dos participantes e evitar qualquer impacto negativo à sua dimensão psíquica e/ou moral, como cansaço, desconforto, constrangimento ou aborrecimento durante as atividades da pesquisa (execução das situações matemáticas, observações e gravações), as identidades dos envolvidos foram preservadas. Além disso, todos os registros audiovisuais e documentais permaneceram restritos ao escopo do estudo, sendo vedada sua divulgação ao público externo.

4.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS DA PESQUISA

Na execução da pesquisa, destacam-se três principais técnicas de coleta de dados: **observação direta**, técnica que consiste no acompanhamento sistemático das ações e comportamentos dos participantes em seu ambiente natural, sem que o pesquisador atue diretamente na dinâmica das atividades. Durante esse processo, também foi utilizada a **documentação fotográfica**, com o intuito de registrar momentos significativos das interações entre os estudantes e os materiais didáticos, bem como suas estratégias de resolução. Além disso, foi elaborado um **protocolo estruturado**, composto por um quadro previamente elaborado, no qual os alunos registravam suas respostas, estratégias e justificativas durante a realização das atividades matemáticas.

De forma complementar, para aprimorar a abordagem, foram utilizados instrumentos como um **diário de bordo** para registrar reflexões e *insights*, a **câmera do celular** para capturar momentos-chave e **avaliação impressa** para analisar o desempenho e a compreensão dos participantes. Essa combinação estratégica de técnicas e instrumentos proporcionou uma análise abrangente e fundamentada das situações matemáticas em estudo.

Nesse contexto, a análise dos dados da pesquisa foi conduzida por meio da Análise de Conteúdo que segundo Bardin (2016) essa análise compreende três fases distintas. A primeira, denominada pré-análise, engloba a seleção dos documentos, a formulação de hipóteses e a preparação do material para análise. Na segunda fase, ocorre a exploração do material, que inclui a identificação das unidades, sua enumeração e classificação. Por fim, a terceira etapa consiste no tratamento, inferência e interpretação dos dados. Além disso,

> [...] é um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo de mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (Bardin, 2004, p.37).

Assim, a Análise Conteúdo busca descobrir os elementos ou unidades de sentido presentes em um conjunto de mensagens. Ela envolve a aplicação de procedimentos sistemáticos e objetivos para categorizar esses elementos e extrair inferências sobre o conteúdo, as condições de produção e recepção das mensagens, bem como os contextos em que foram geradas. Bardin (2004) enfatiza a importância de uma abordagem rigorosa e estruturada na análise de conteúdo, que permite uma interpretação confiável e válida dos dados comunicativos.

Assim, a pesquisa utilizou a Análise de Conteúdo conforme Bardin (2016) para examinar os dados coletados, garantindo uma interpretação sistemática e aprofundada das respostas dos participantes. A categorização foi fundamental para organizar e compreender os conteúdos emergentes, permitindo uma análise estruturada com base nos níveis estabelecidos.

Inicialmente, foi realizada uma avaliação a priori, em que as categorias foram definidas com base no referencial teórico adotado. Esse procedimento possibilitou uma primeira organização dos dados, orientando a análise para aspectos previamente determinados, conforme os objetivos do estudo. A exploração do material ocorreu de maneira estruturada, com a identificação de padrões e recorrências dentro das respostas dos participantes.

A exploração do material foi realizada em dois momentos: primeiramente, nas discussões coletivas entre os participantes, onde foram reorganizados os elementos das respostas iniciais, promovendo a reconstrução dos argumentos e aprofundamento das reflexões. Em um segundo momento, com a reavaliação das respostas finais, o material foi consolidado, permitindo a identificação de variações nas percepções e possíveis mudanças na compreensão dos conceitos analisados.

Após essa etapa, realizou-se uma avaliação a posteriori, na qual novas categorias emergiram a partir da análise dos dados reorganizados. Esse processo garantiu flexibilidade ao estudo, permitindo que elementos não previstos inicialmente fossem incorporados à análise, proporcionando uma visão mais ampla e detalhada do fenômeno investigado.

A combinação da avaliação a priori e a posteriori, aliada à exploração do material em diferentes momentos da pesquisa, assegurou a sistematização dos resultados e favoreceu uma interpretação mais aprofundada. Assim, a Análise de Conteúdo possibilitou não apenas a categorização das respostas, mas também a identificação de nuances e variações no discurso dos participantes, contribuindo para uma compreensão mais robusta das informações levantadas.

4.4. ETAPAS DE COLETA DE DADOS DA PESQUISA

Para organizar as ações de coleta de dados da pesquisa, o procedimento foi estruturado em duas etapas principais:

I) Avaliação a priori;

II) Avaliação a posteriori mediante a aplicação de uma sequência didática envolvendo a Teoria das Situações Didáticas – TSD.

Essas etapas serão detalhadas nas próximas seções do trabalho, delineando os métodos específicos de coleta de dados e os objetivos para cada fase do processo.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO A PRIORI

A primeira etapa da coleta de dados, a avaliação a priori, foi desenhada para identificar a compreensão dos estudantes sobre situações matemáticas relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo.

A avaliação a priori contém perguntas que abordam o conhecimento sobre as relações ternárias e quaternárias. O principal objetivo dessa avaliação é identificar as dificuldades conceituais relacionadas a esses objetos de conhecimento, considerando as concepções destacadas na Revisão de Literatura. As questões empregadas estão disponíveis no APÊNDICE 1.

Para esse fim, um teste foi aplicado a estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental que participam do projeto Escola de Matemática Básica na Universidade Federal do Amazonas (UFAM). O desempenho e as estratégias utilizadas por 28 estudantes foram analisados, distribuídos da seguinte forma: 9 do 6º ano, 7 do 7º ano e 12 do 8º ano.

A execução da avaliação a priori ocorreu de forma individual, com a entrega do instrumento impresso a cada um dos 28 estudantes participantes. A atividade foi realizada em sala de aula, com tempo estimado de uma hora para a resolução das questões. Durante esse período, os alunos trabalharam de maneira autônoma, sem auxílio direto do professor ou interferência externa, possibilitando a coleta de dados iniciais sobre seus conhecimentos e estratégias relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo. Essa etapa teve como objetivo diagnosticar os níveis de compreensão prévios dos estudantes, antes da implementação das intervenções didáticas fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas.

A condução do teste ficou sob responsabilidade do pesquisador, com o apoio do orientador, utilizando o instrumento e as categorias de análise desenvolvidos por Magina, Santos e Merlini (2014).

Destaca-se que a análise qualitativa será conduzida adotando uma abordagem holística dos dados coletados. As abordagens identificadas serão subsequentemente descritas, classificadas e quantificadas em quatro níveis de estratégias.

Nível 1: Incompreensível – Este nível inclui estratégias em que o estudante não registrou claramente no papel a operação utilizada para resolver o problema, ou, quando registrada, o raciocínio subjacente não foi identificável. Também foram classificadas neste nível as respostas em que o aluno produziu um desenho irrelevante para a solução, simplesmente repetiu um dado do problema, ou escolheu um número aleatoriamente sem uma justificativa compreensível.

Nível 2: Pensamento Aditivo – Este nível engloba estratégias que utilizam operações de adição, seja através de representações pictóricas ou soluções numéricas. Os estudantes neste nível recorrem à adição para resolver problemas, demonstrando um entendimento básico do processo aditivo ao combinar elementos ou quantidades de forma visual ou através de cálculos diretos.

Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo) – Neste nível, a estratégia dos estudantes envolve a formação de grupos com quantidades iguais. Essa abordagem consiste em somar repetidamente a mesma quantidade, seja através de ícones agrupados (por exemplo, IIII IIII IIII = 12) ou numericamente (4 + 4 + 4 = 12). Embora essa estratégia se aproxime do pensamento multiplicativo, ela ainda se baseia no raciocínio aditivo, pois envolve a formação de grupos iguais seguida pela operação de adição. A representação pictórica dessa estratégia é claramente demarcada pelos grupos desenhados, enquanto a representação numérica manifesta-se na soma de parcelas iguais. Denominou-se esse fenômeno como estratégia de transição, por conectar os conceitos aditivo e multiplicativo.

Nível 4: **Pensamento Multiplicativo –** Neste nível, a estratégia adotada pelo estudante é caracteristicamente relacionada ao campo conceitual multiplicativo, isto é, demonstrando uma compreensão e aplicação direta da estrutura multiplicativa em suas resoluções.

Esta avaliação a priori foi composta por 8 questões, distribuídas entre os eixos e classes das relações ternárias e quaternárias compostas no quadro a seguir.

Quadro 7 - Situações matemáticas da avaliação a priori

RELAÇÃO TERNÁRIA		
Situação-problema	**Eixo**	**Classe**
1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?	Comparação Multiplicativa	Relação desconhecidas

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?	Comparação Multiplicativa	Referente ou Referido desconhecido
3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?	Produtos de Medidas	Configuração retangular
4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?	Produtos de Medidas	Combinatória
RELAÇÃO QUATERNÁRIA		
Situação-problema	**Eixo**	**Classe**
5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?	Proporção Simples	Um para muitos
6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?	Proporção Simples	Muitos para muitos
7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?	Proporção Múltipla	Um para muitos
8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?	Proporção Múltipla	Muitos para muitos

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os resultados obtidos das situações na avaliação a priori foram utilizados para estabelecer um diálogo com as descobertas da revisão de literatura. Nesta etapa, o foco estava em identificar as dificuldades conceituais relacionadas a esses objetos de conhecimento manifestadas pelos estudantes.

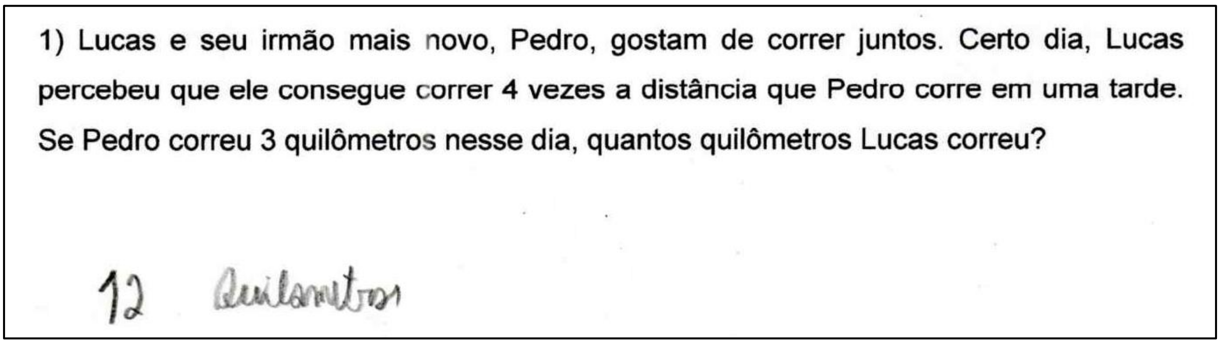
Além disso, a identificação dos estudantes foi realizada por meio de um código único para cada um, que inclui um prefixo correspondente ao seu ano letivo seguido de um número sequencial. Por exemplo, alunos do 6º ano são identificados com o prefixo "A6", seguido de um hífen e um número que indica a ordem de registro na pesquisa, como "A6-1" para o primeiro aluno, "A6-2" para o segundo, e assim por diante. Esse método é aplicado consistentemente aos alunos do 7º e 8º anos, utilizando os prefixos "A7" e "A8", respectivamente.

5.1.1. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 6º ano

Realizaram a avaliação a priori 9 estudantes do 6º ano, 12 do 7º ano e 12 do 8º ano. Em relação ao 7º ano, 5 estudantes não realizaram a avaliação a posteriori. Dessa forma, aplicando o critério de exclusão, são trazidos nessa análise os 7 estudantes do 7º ano que realizaram as duas avaliações.

Em relação ao 6º ano, 9 estudantes foram selecionados como amostra para a avaliação a priori. E na questão 1, apenas o aluno A6-1 se enquadrou na estratégia de **Nível 1: Incompreensível**, pois forneceu diretamente a resposta "12", sem apresentar qualquer justificativa ou explicação que revelasse o raciocínio por trás da solução. Para classificar adequadamente a resposta do aluno, seria necessário um contexto mais amplo sobre o problema que estava sendo resolvido. No entanto, a ausência de raciocínio explícito ou justificativa na resposta sugere uma abordagem que se alinha com o Nível 1. Observe a Figura 8 a seguir:

Figura 8 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na primeira situação matemática



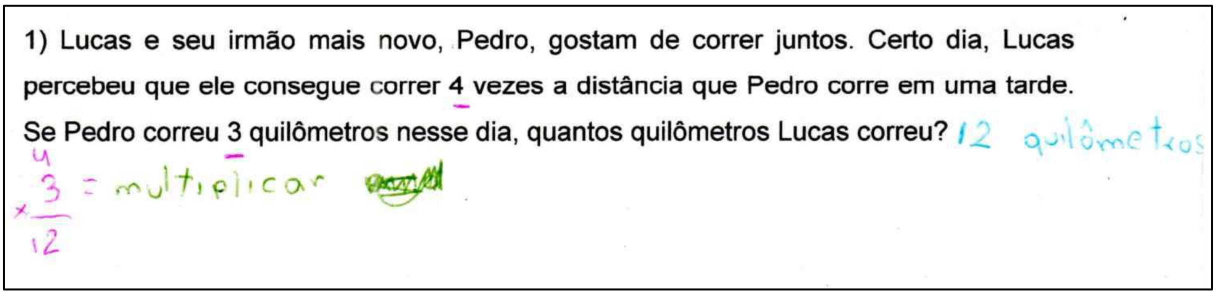
1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

12 Quilometros

Fonte: Os autores.

De acordo com as Figuras 9 e 10, os 8 alunos restantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois foram capazes de aplicar a multiplicação na prática, realizando corretamente a operação 4x3 para chegar ao resultado 12. Esse desempenho sugere que eles têm uma compreensão eficiente das estruturas multiplicativas, na classe das relações desconhecidas, permitindo-lhes resolver esse tipo de problema matemático de maneira adequada.

Figura 9 - Resposta apresentada pelo estudante A6-2 na primeira situação matemática

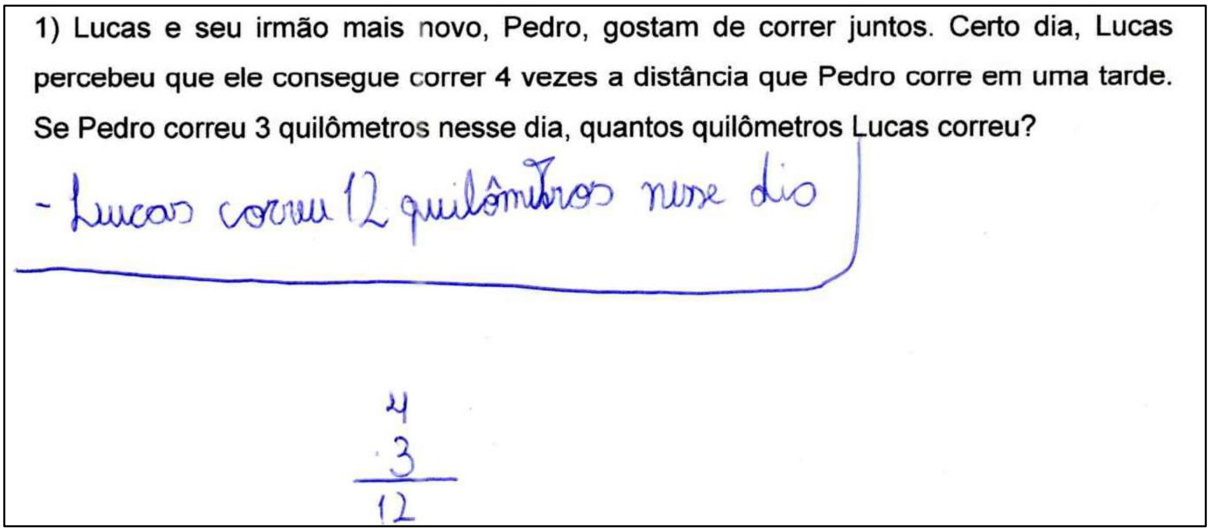


1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu? 12 quilômetros

4
× 3 = multiplicar
12

Fonte: Os autores.

Figura 10 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na primeira situação matemática



1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

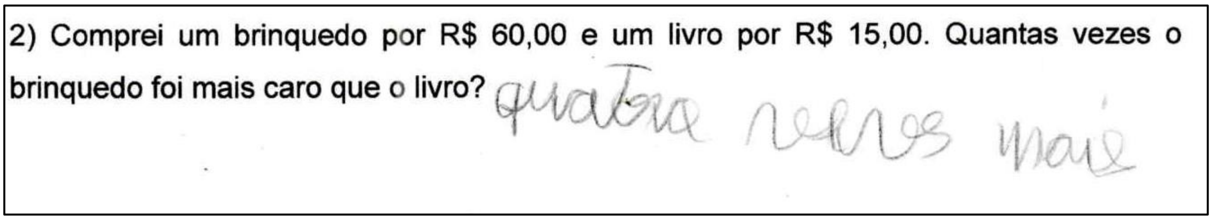
- Lucas correu 12 quilômitros nesse dia

4
· 3
12

Fonte: Os autores.

Relacionada à segunda questão, três alunos foram classificados no **Nível 1: Incompreensível** devido às suas respostas inadequadas ao problema proposto. Os alunos A6-1 e A6-9 responderam "4 vezes mais", mas não forneceram nenhum cálculo ou justificativa que explicasse como chegaram a essa conclusão, demonstrando falta de compreensão sobre como expressar o raciocínio matemático necessário, ver Figura 11.

Figura 11 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na segunda situação matemática

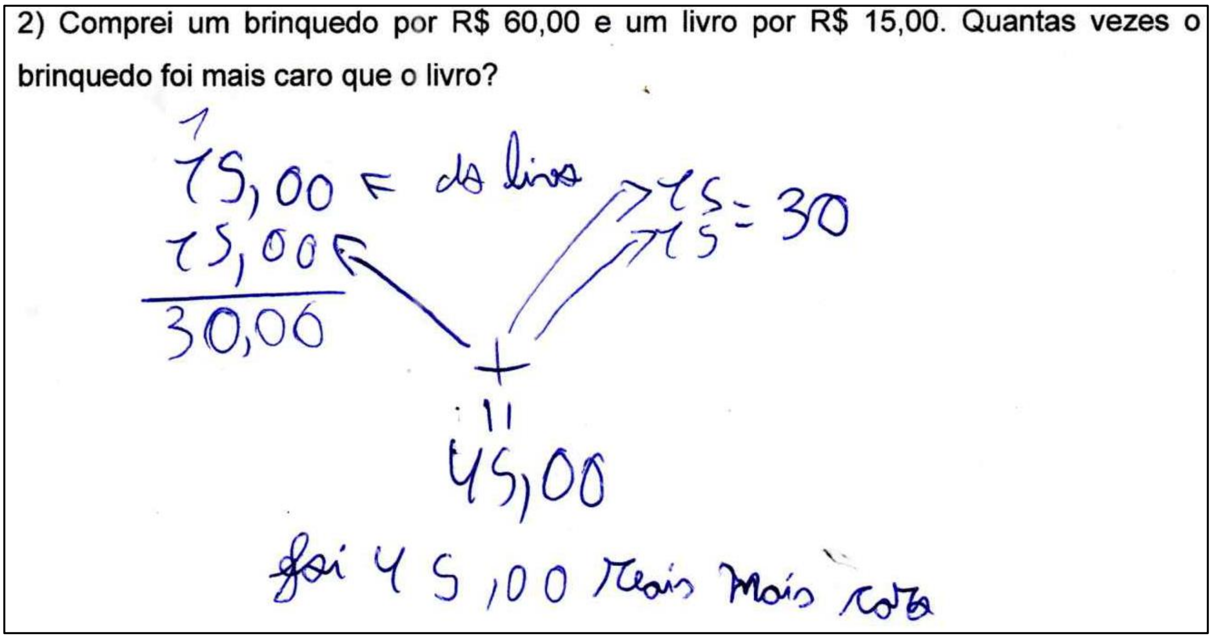


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro? quatra vezes mais

Fonte: Os autores.

Já o estudante A6-6 indicou que o brinquedo era "45 reais mais caro", abordando o problema como uma simples questão de subtração e mostrando uma compreensão equivocada do pedido por uma comparação proporcional. Veja a Figura 12.

Figura 12 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na segunda situação matemática

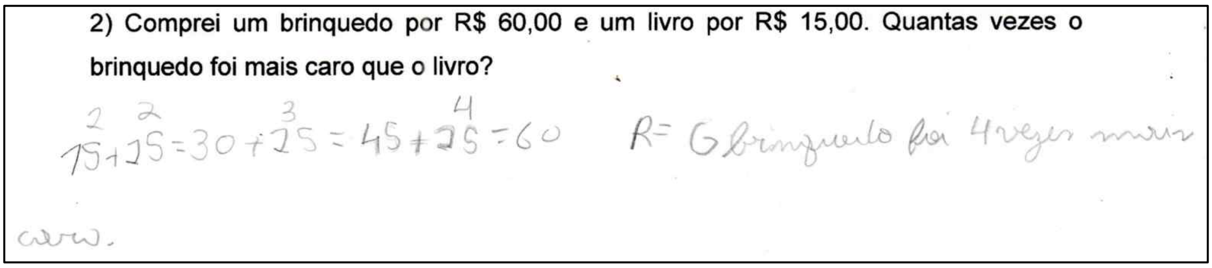

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

15,00 = do livro
15,00
30,00
15 = 30
15
45,00
foi 45,00 reais mais caro

Fonte: Os autores.

Já o aluno (A6-7) foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)** devido à sua abordagem na resolução do problema. O aluno usou a operação 15+15 = 30+15 = 45+15 = 60, conforme a Figura 13, para justificar que o brinquedo é 4 vezes mais caro que o livro. Essa resposta demonstra uma compreensão correta da relação proporcional entre os preços, porém ainda se apoia no pensamento aditivo ao realizar somas repetidas. Este método indica que o aluno está na fase de transição, começando a entender a multiplicação como uma operação mais eficiente para este tipo de cálculo, mas ainda recorre à adição repetida para chegar à conclusão correta.

Figura 13 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na segunda situação matemática

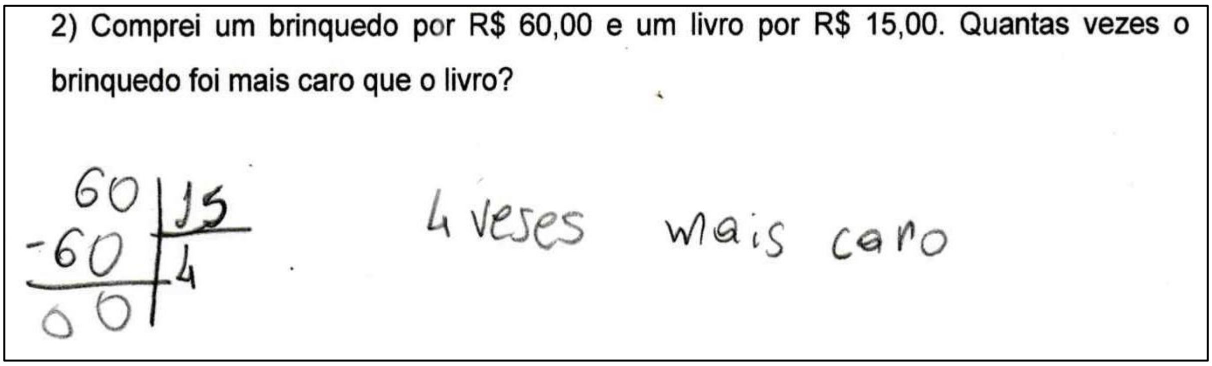

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

15+15=30+15=45+15=60 R= O brinquedo foi 4 vezes mais caro.

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes resolveram a questão usando a multiplicação 4×15 ou a divisão 60÷15, ver Figura 14 e 15, sendo classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Eles demonstraram uma boa compreensão das relações proporcionais aplicando métodos matemáticos apropriados. Esta abordagem indica uma familiaridade com conceitos de multiplicação e divisão, sugerindo um desenvolvimento adequado de habilidades matemáticas para resolver problemas de proporção de forma eficiente.

Figura 14 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na segunda situação matemática

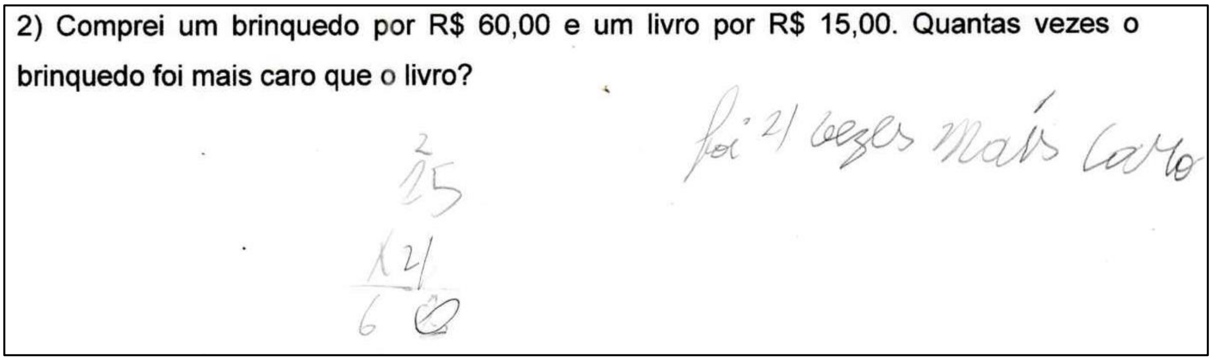

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

60 | 15
-60 | 4
00

4 veses mais caro

Fonte: Os autores.

Figura 15 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na segunda situação matemática


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

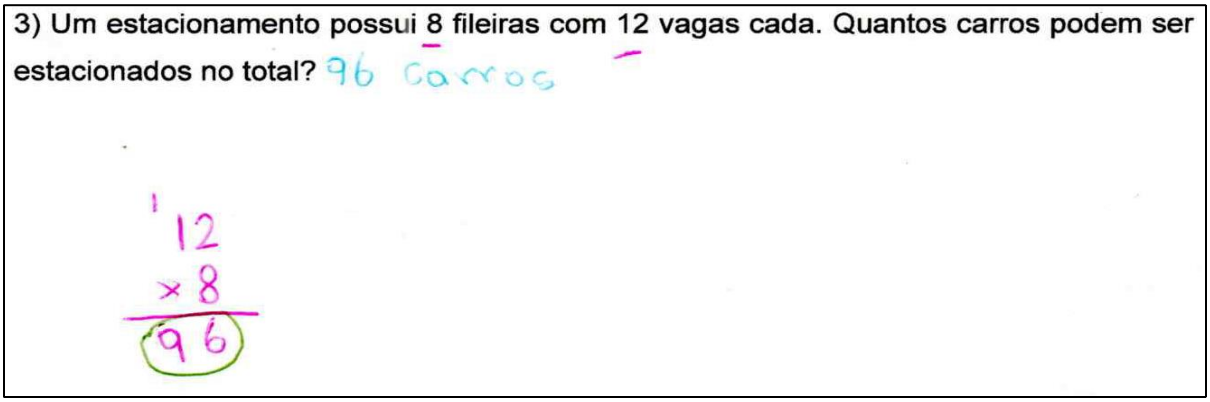
15
x4
60

foi 4 bezes mais caro

Fonte: Os autores.

Na questão de número 3, todos os alunos usaram a multiplicação 12×8, obtendo o resultado de 96. Com isso, foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois aplicaram uma estratégia direta e adequada para resolver o problema, demonstrando indícios de compreensão da estrutura multiplicativa e da relação proporcional envolvida. Observe a Figura 16 e 17.

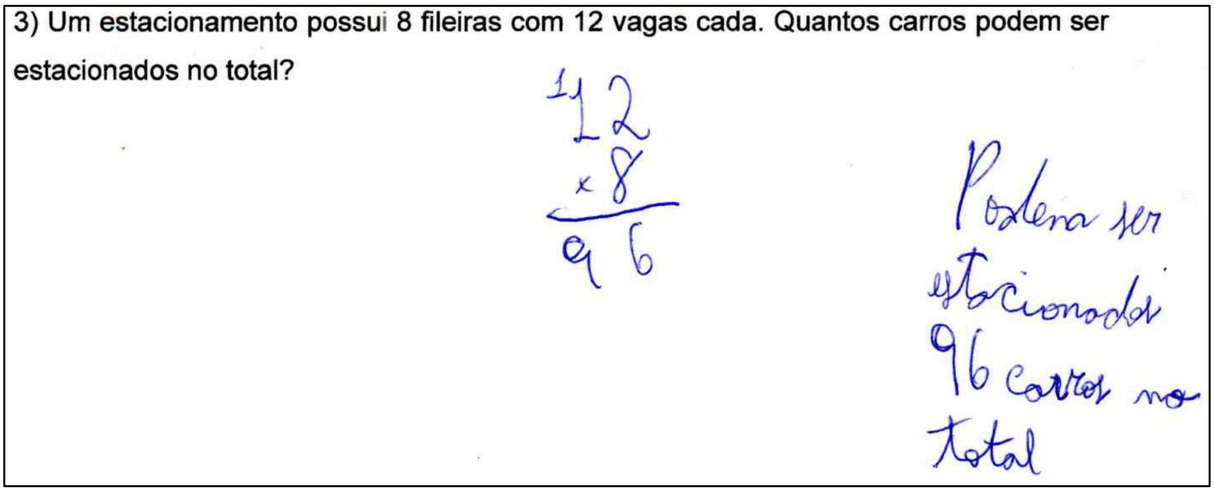
Figura 16 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na terceira situação matemática


3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total? 96 carros

12
×8
96

Fonte: Os autores.

Figura 17 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na segunda situação matemática


3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

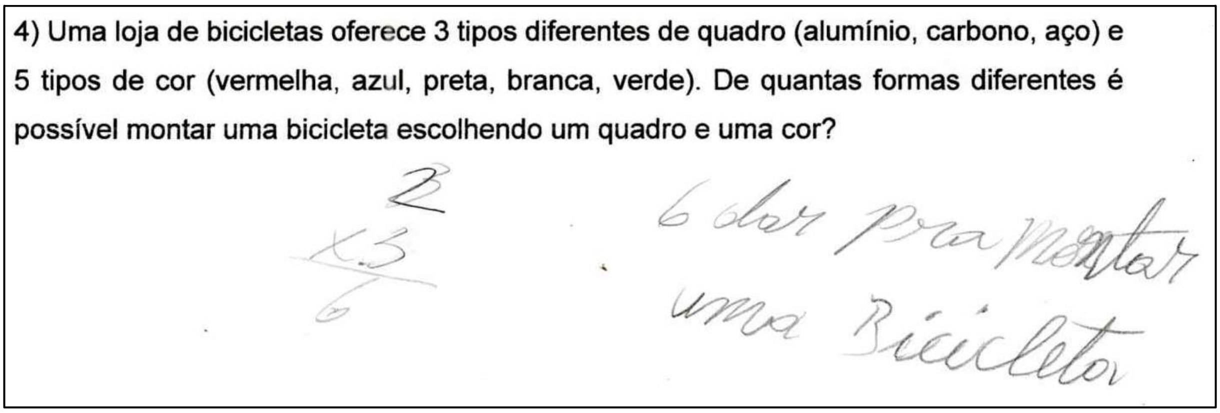
12
×8
96

Podera ser estacionado 96 carros no total

Fonte: Os autores.

Em relação à quarta questão, o estudante A6-5 foi classificado no **Nível 1: Incompreensível**. Ele realizou a multiplicação 2×3, observar a Figura 11, indicando uma compreensão equivocada do problema, já que a questão envolvia combinar 3 tipos de quadro com 5 tipos de cor, o que requer a multiplicação 3×5. A resposta apresentada sugere uma interpretação incorreta da situação proposta e uma falta de entendimento da lógica combinatória necessária para resolver o problema corretamente (Observe a Figura 18).

Figura 18 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na quarta situação matemática


4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

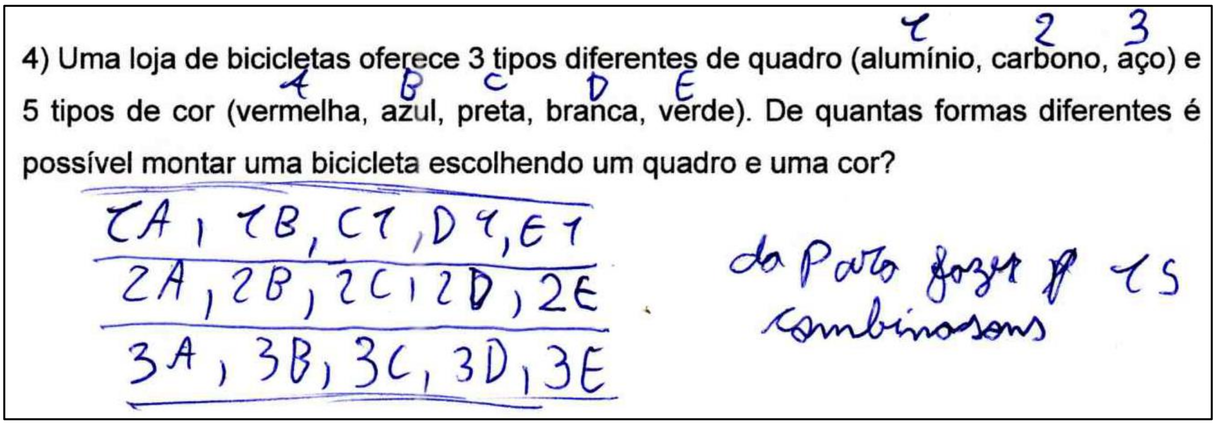
2
×3
6

6 dar pra montar uma Bicicleta

Fonte: Os autores.

Já o estudante A6-6 foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois sua estratégia envolveu somar os elementos listados individualmente para chegar ao total de 15 combinações. Embora tenha chegado ao resultado correto, sua abordagem não refletiu a utilização de somas de parcelas iguais, seja de forma numérica ou pictórica, nem o uso de multiplicação, indicando que sua compreensão ainda se limita a operações aditivas sem reconhecer plenamente a estrutura multiplicativa. Essa estratégia evidencia um entendimento inicial do problema, mas revela a necessidade de avanços no domínio conceitual da multiplicação e proporcionalidade. Veja a Figura 19.

Figura 19 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na quarta situação matemática


4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

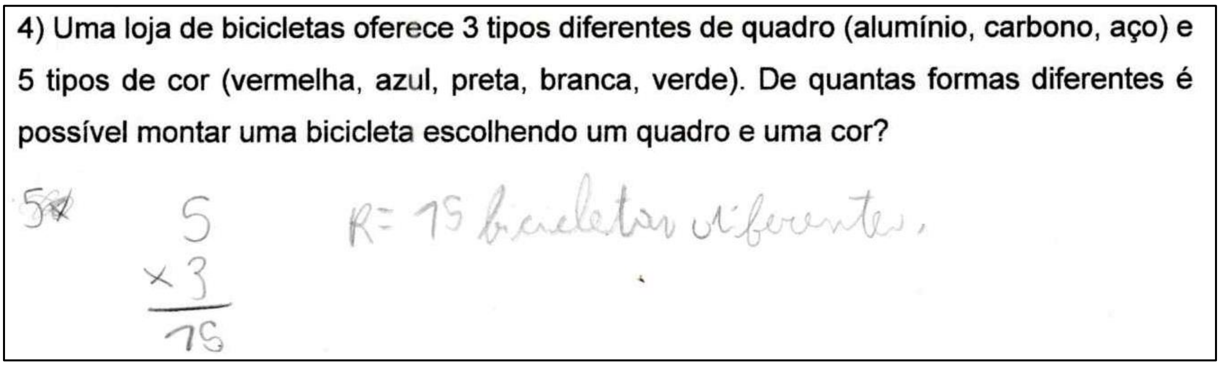
1A, 1B, C1, D1, E1
2A, 2B, 2C, 2D, 2E
3A, 3B, 3C, 3D, 3E

da Para fazer 15 combinaçons

Fonte: Os autores.

Os demais alunos foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois aplicaram a multiplicação 3×5 para calcular o número total de combinações, conforme as Figuras 20 e 21, chegando ao resultado de 15. Essa abordagem sugere que os alunos compreenderam o conceito de combinações e utilizaram a multiplicação de forma direta e eficiente, indicando indícios de domínio da estrutura multiplicativa para resolver o problema.

Figura 20 - Resposta apresentada pelo estudante A6-9 na quarta situação matemática

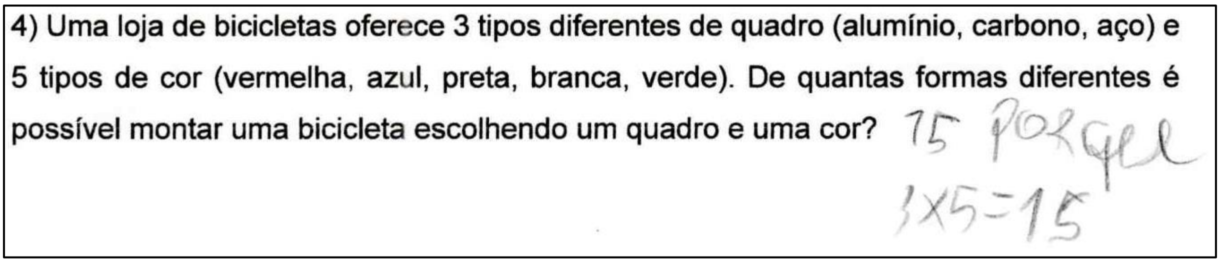

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

R= 15 bicicletas diferentes.

Fonte: Os autores.

Figura 21 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na quarta situação matemática


4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor? 15 porque
3x5=15

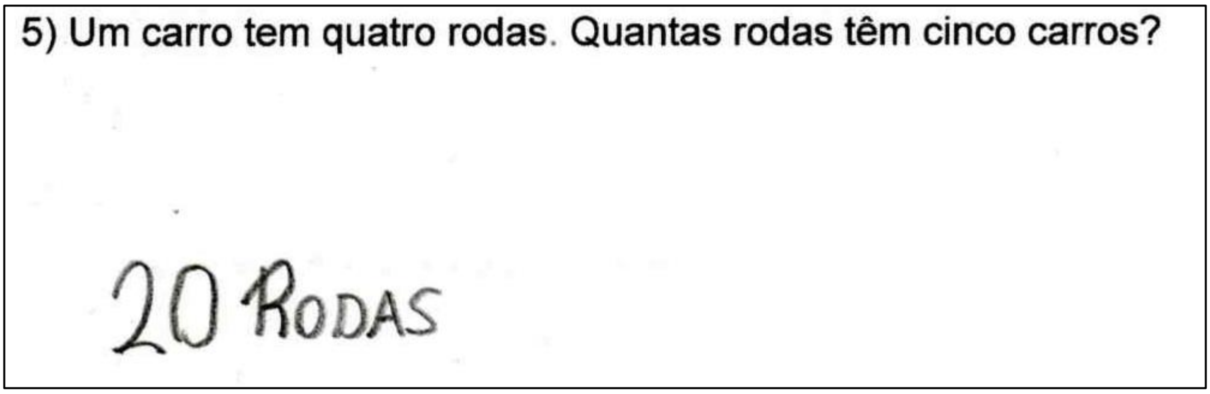
Fonte: Os autores.

Os resultados das quatro primeiras questões, que envolvem relações ternárias, estão alinhados com o estudo de Moura e Espindola (2017). Nesse trabalho, as autoras também observaram um maior número de acertos em situações-problema relacionadas ao eixo de proporção simples (partição) e ao eixo de produto de medidas (combinatória). Por outro lado, as situações-problema do eixo de comparação multiplicativa (procura do referente) foi aquela em que os alunos enfrentaram maior dificuldade em responder corretamente.

O presente trabalho vai de encontro ao de Aguiar (2017), pois ambos exploram a forma como os estudantes lidam com relações matemáticas antes de uma introdução formal aos conceitos, com destaque para as relações ternárias. Enquanto Aguiar analisa como os alunos utilizam esquemas aditivos e multiplicativos para resolver problemas envolvendo proporcionalidade e produtos de medidas, este estudo descreve situações práticas, como combinatória e comparação multiplicativa, para identificar níveis de estratégias conceitual. Ambos os estudos destacam a importância de observar as estratégias espontâneas dos estudantes, permitindo identificar transições do pensamento aditivo para o multiplicativo, alinhando-se na análise do desenvolvimento cognitivo em contextos de resolução de problemas matemáticos.

Na questão 5, o aluno A6-1 foi classificado no **Nível 1: Incompreensível**. Ele respondeu diretamente "20 rodas", mas não apresentou qualquer cálculo ou justificativa que indicasse o raciocínio ou a multiplicação envolvida. Essa ausência de explicação ou registro do processo matemático reflete uma falta de clareza na demonstração do pensamento necessário para resolver o problema, configurando uma abordagem inadequada para evidenciar a compreensão do conceito de proporcionalidade esperado na questão. Observe a Figura 22.

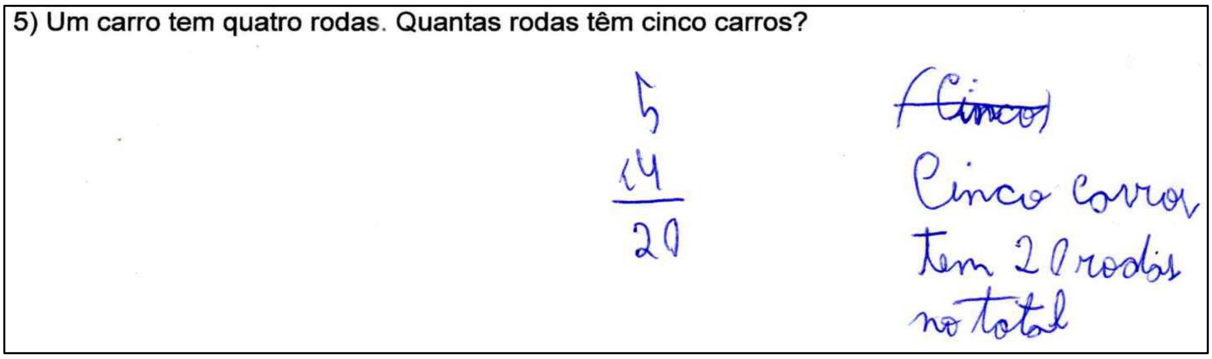
Figura 22 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na quinta situação matemática



Fonte: Os autores.

Em contrapartida, os demais alunos foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois realizaram corretamente a multiplicação 4×5, chegando ao resultado de 20 rodas, ver a Figura 23.

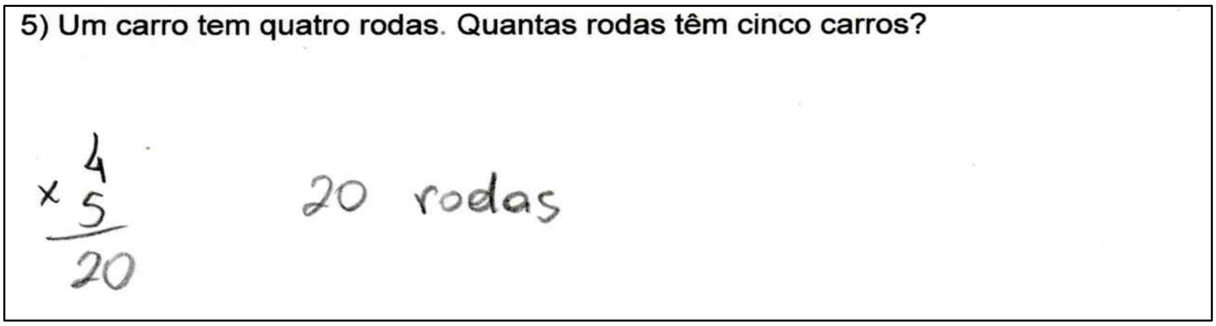
Figura 23 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na quinta situação matemática



Fonte: Os autores.

Essa abordagem indica que os alunos compreenderam a relação proporcional entre o número de carros e o número de rodas e aplicaram a operação matemática de forma direta e apropriada. Essa estratégia sugere indícios de domínio do conceito de multiplicação e sua aplicação prática para resolver problemas envolvendo proporcionalidade, observe a Figura 24.

Figura 24 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na quinta situação matemática


5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

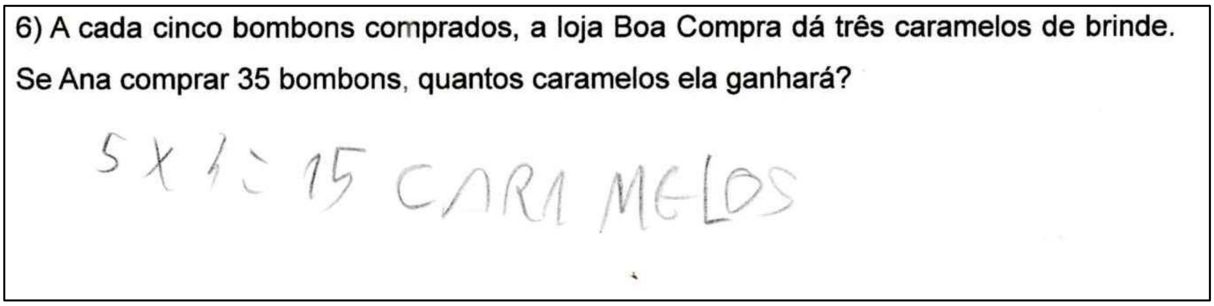
$\times$ 4 5 = 20

20 rodas

Fonte: Os autores.

Na sexta situação-problema, 5 alunos foram classificados no **Nível 1: Incompreensível** devido aos equívocos em suas respostas. Os alunos (A6-4, A6-5 e A6-6) realizaram a multiplicação 35×3 (ver Figura 25) chegando ao resultado incorreto de 105, indicando uma interpretação equivocada da relação proporcional entre os bombons e os caramelos de brinde.

Figura 25 - Resposta apresentada pelo estudante A6-6 na sexta situação matemática

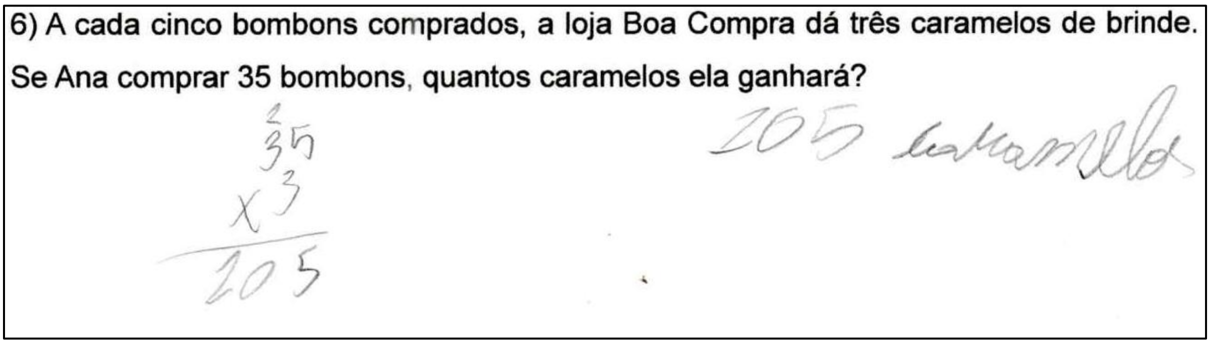

6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

5 x 3 = 15 CARAMELOS

Fonte: Os autores.

Já os outros dois estudantes (A6-3 e A6-9) realizaram a multiplicação 3×5 (conforme a Figura 26), também errando ao aplicar uma operação inadequada para resolver o problema. Esses erros refletem uma dificuldade em compreender o enunciado e estabelecer corretamente a proporção entre os itens, o que caracteriza a classificação no Nível 1.

Figura 26 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

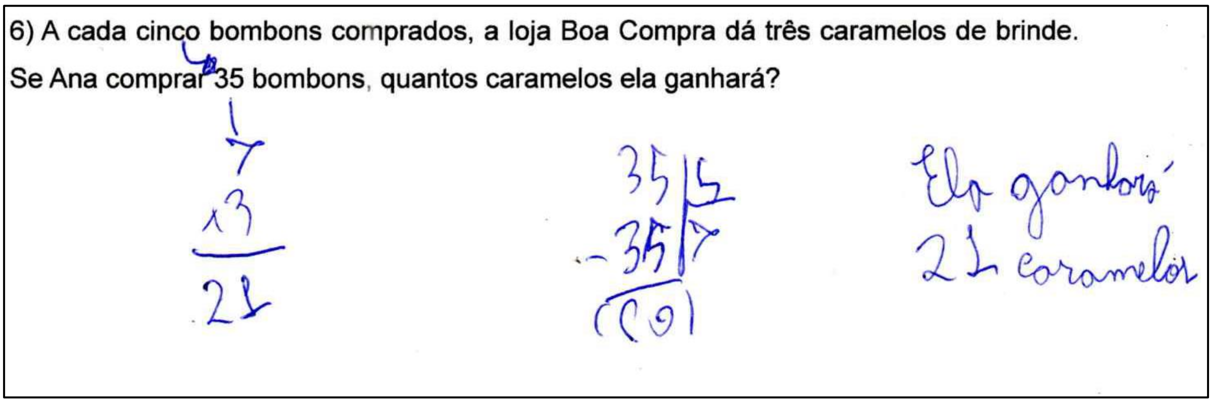
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 3 \\ \hline 105 \end{array}$$

105 caramelos

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois aplicaram estratégias corretas para resolver o problema. Dois alunos (A6-1 e A6-7) multiplicaram diretamente 3×7 (de acordo com a Figura 27), reconhecendo que Ana receberia três caramelos para cada grupo de cinco bombons, totalizando 7 grupos. Outros dois alunos dividiram 35÷5 para determinar o número de grupos de cinco bombons, e em seguida multiplicaram o resultado por 3 (ver Figura 28), chegando também à resposta correta. Essas abordagens demonstram uma compreensão consolidada das relações proporcionais e a aplicação eficiente de operações matemáticas adequadas para resolver problemas desse tipo.

Figura 27 - Resposta apresentada pelo estudante A6-7 na sexta situação matemática

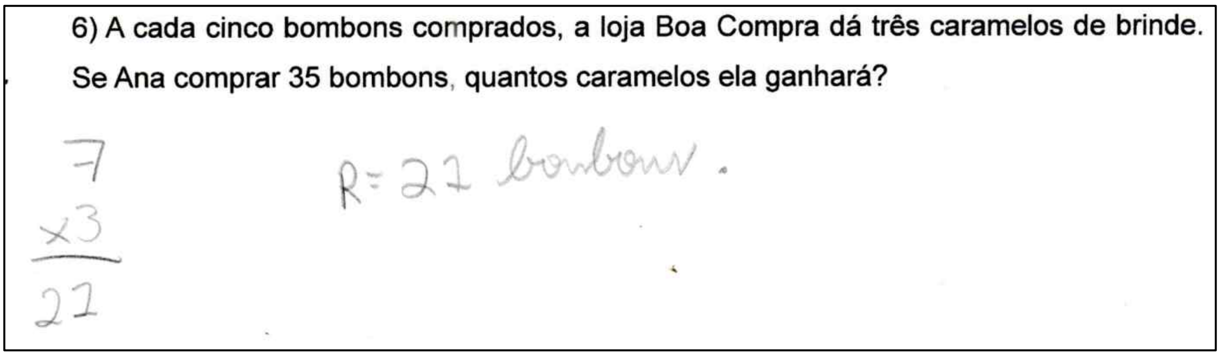

6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times\ 3 \\ \hline 21 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ -35 & 7 \\ \hline (0) & \end{array}$$

Ela ganhará 21 caramelos

Fonte: Os autores

Figura 28 - Resposta apresentada pelo estudante A6-8 na sexta situação matemática



6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

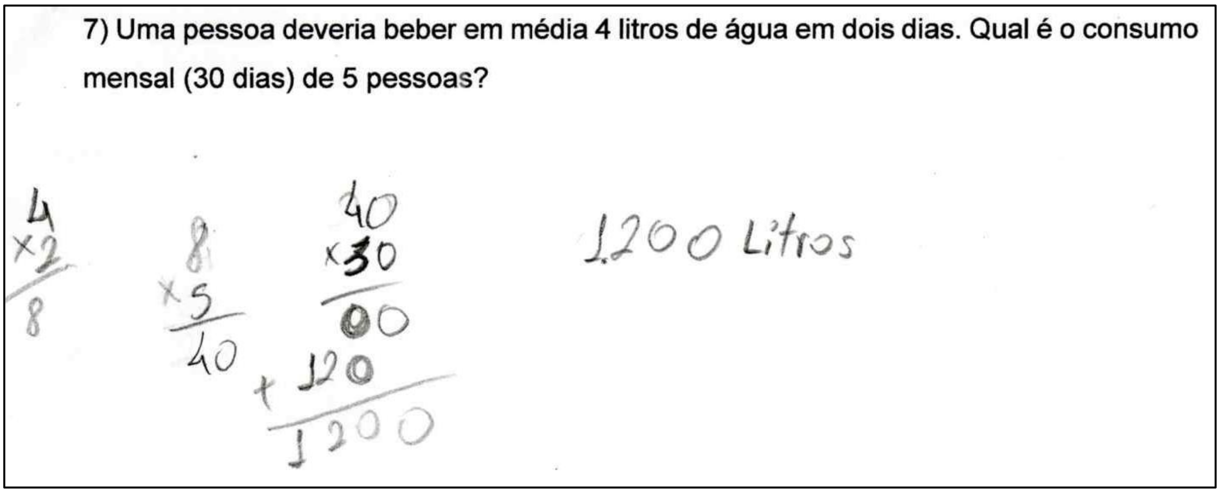
7
×3
21

R= 21 bombons.

Fonte: Os autores

Com relação à questão 7, 5 alunos (A6-4, A6-5, A6-6, A6-7 e A6-9) não compreenderam o problema e erraram a questão, sendo classificados no **Nível 1: Incompreensível**. Esses alunos demonstraram dificuldade em interpretar as etapas necessárias para resolver o problema, como determinar o consumo diário e escalá-lo para 30 dias e 5 pessoas. Essa falta de compreensão e abordagem incorreta pode ser observada nas Figuras 29 e 30, indicando a necessidade de melhorar a interpretação nesse tipo de problema.

Figura 29 - Resposta apresentada pelo estudante A6-3 na sétima situação matemática



7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

4
×2
8

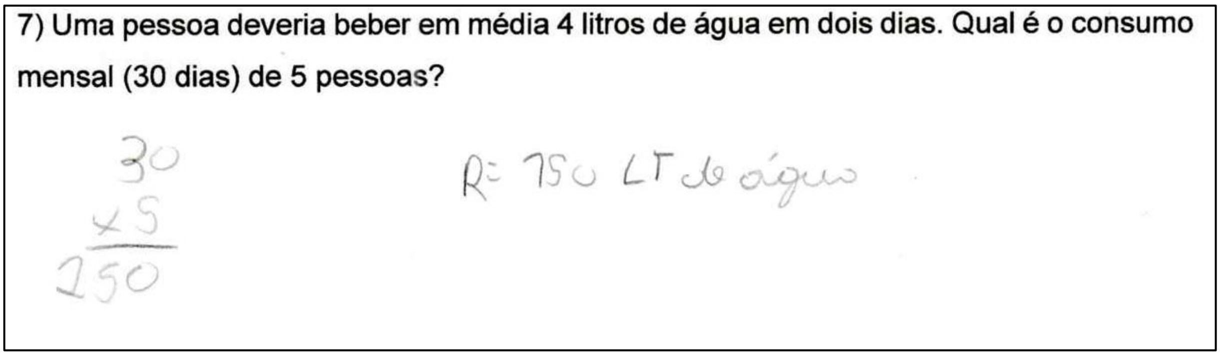
8
×5
40

40
×30
00
+120
1200

1200 Litros

Fonte: Os autores.

Figura 30 - Resposta apresentada pelo estudante A6-7 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

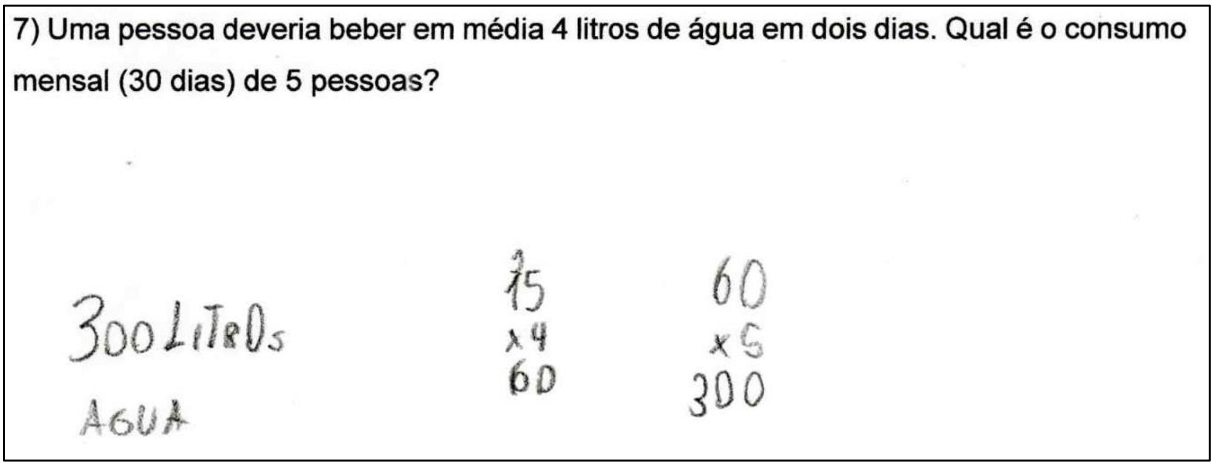
30
x5
150

R= 150 LT de água

Fonte: Os autores.

Por outro lado, o restante dos estudantes foi classificado no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois aplicaram corretamente as etapas necessárias para resolver o problema. Eles multiplicaram os 4 litros pelo número de períodos de 2 dias em 30 dias, totalizando 15, e em seguida multiplicaram esse valor pela quantidade de pessoas (5), chegando ao resultado final correto de 300 litros. Essa abordagem demonstra uma compreensão clara das relações proporcionais envolvidas e uma aplicação assertiva das operações matemáticas. As respostas podem ser observadas nas Figuras 31 e 32.

Figura 31 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

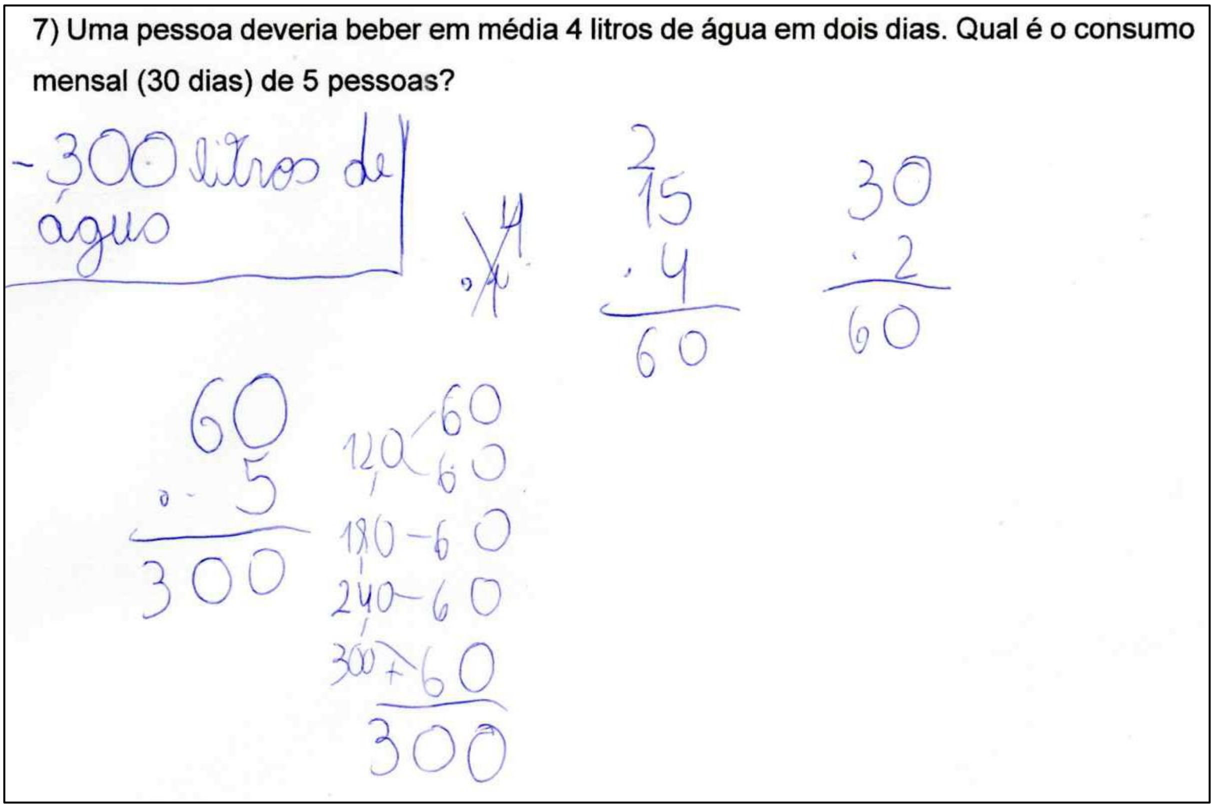
300 LiTROS
AGUA

15
x4
60

60
x5
300

Fonte: Os autores.

Figura 32 - Resposta apresentada pelo estudante A6-1 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

300 litros de água

$15 \cdot 4 = 60$ $\quad$ $30 \cdot 2 = 60$

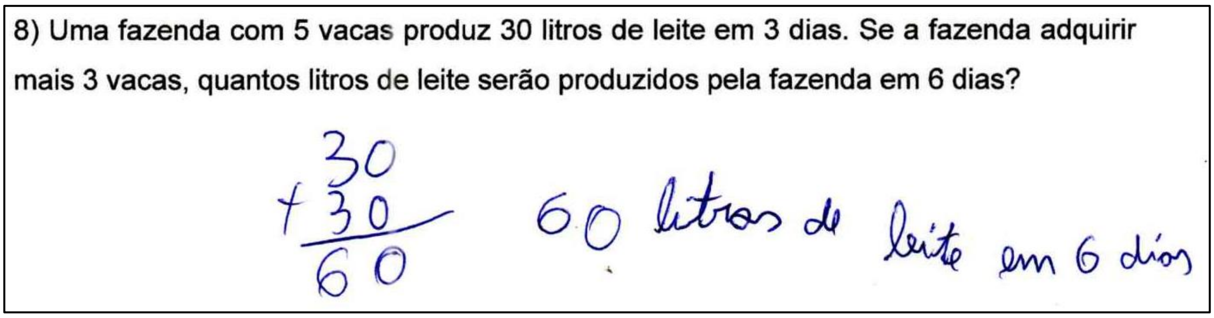
$60 \cdot 5 = 300$

$60 + 60 + 60 + 60 + 60 = 300$

Fonte: Os autores.

Na oitava questão, 6 alunos foram classificados no **Nível 1: Incompreensível** devido às respostas incorretas. Três alunos (A6-3, A6-5 e A6-7) chegaram ao resultado incorreto de 240 litros (ver Figura 33), enquanto os outros três (A6-1, A6-6 e A6-9) apresentaram respostas equivocadas variadas (observar a Figura 34). Esses erros sugerem que os alunos não compreenderam adequadamente a proporcionalidade do problema, falhando em identificar as etapas necessárias para ajustar a produção diária com base no aumento no número de vacas e no dobro do período de produção.

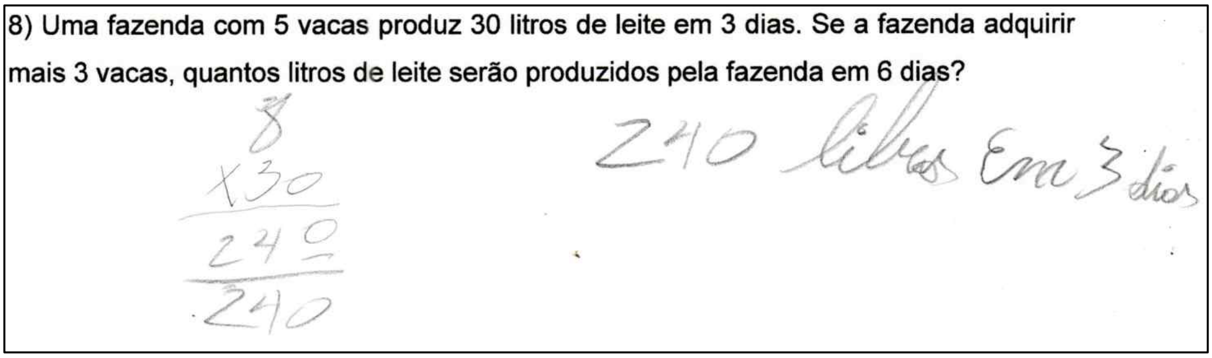
Figura 33 - Resposta apresentada pelo estudante A6-5 na oitava situação matemática


8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

$30 + 30 = 60$ $\quad$ 60 litros de leite em 6 dias

Fonte: Os autores.

Figura 34 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na oitava situação matemática

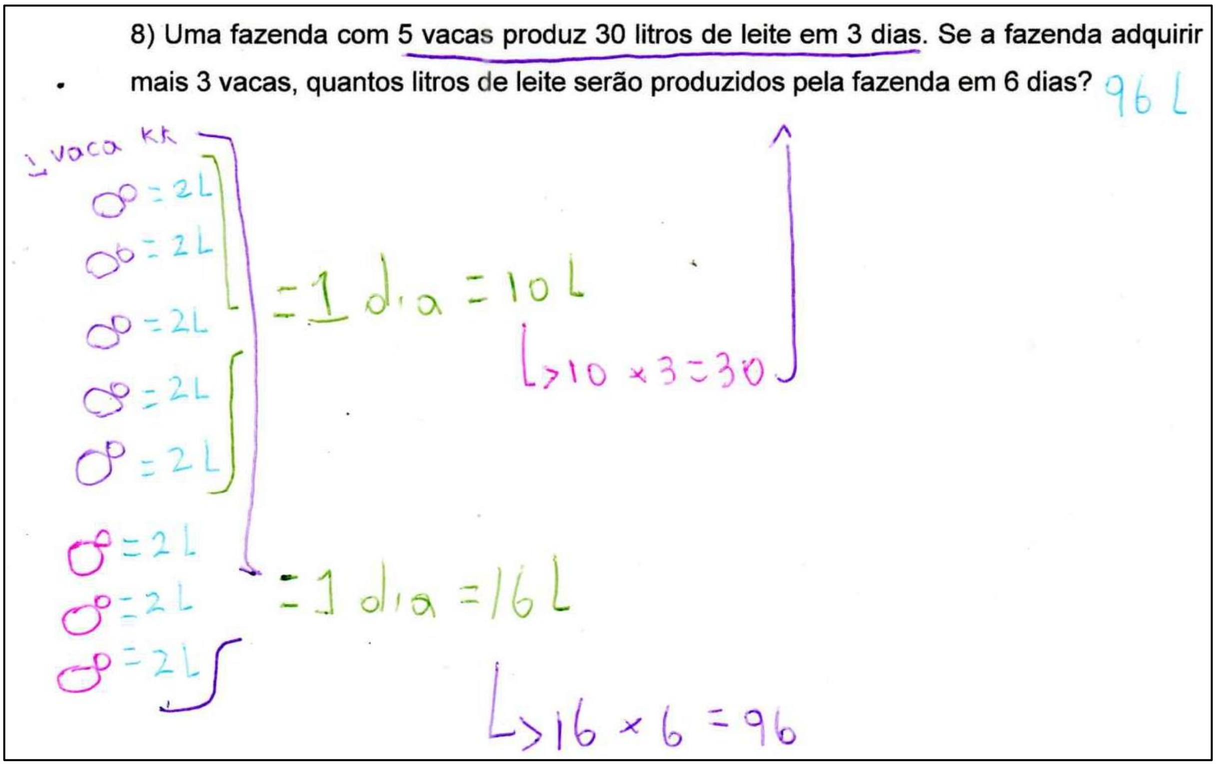


8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

Fonte: Os autores.

Por fim, o restante dos estudantes (A6-2, A6-4 e A6-8) foi classificado no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois realizaram as proporções e os cálculos de multiplicação e divisão de forma assertiva, chegando ao resultado correto de 96 litros. Esses alunos demonstraram uma compreensão clara das relações proporcionais envolvidas no problema, aplicando operações matemáticas apropriadas para ajustar o cálculo ao número de vacas e ao período de produção. As respostas corretas podem ser observadas nas Figuras 35 e 36.

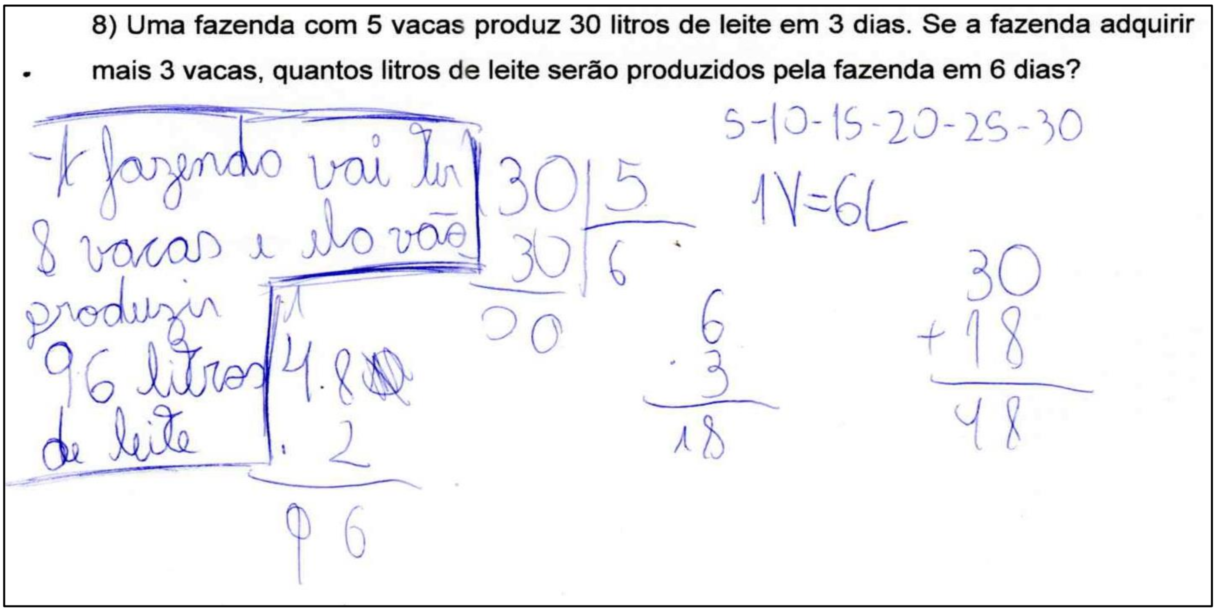
Figura 35 - Resposta apresentada pelo estudante A6-2 na oitava situação matemática



8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

Fonte: Os autores.

Figura 36 - Resposta apresentada pelo estudante A6-4 na oitava situação matemática



Fonte: Os autores.

Com relação às relações quaternárias, Magina, Santos e Merlini (2014) não corroboram com os resultados da presente pesquisa, pois as autoras constataram que a representação pictórica foi de grande valia para os estudantes, contribuindo para o sucesso na resolução das questões. No entanto, no trabalho atual, quase não houve utilização de representações pictóricas, evidenciando uma abordagem diferente e indicando que este recurso não foi empregado como estratégia para solucionar os problemas apresentados.

Outrora, os estudantes classificados no Nível 4 da avaliação diagnóstica parecem apresentar estratégias que estão alinhadas às características descritas por Almeida (2017) em relação à estrutura multiplicativa, particularmente na aplicação direta da multiplicação para resolver problemas proporcionais. Esses alunos podem demonstrar indícios de compreensão das relações multiplicativas, identificando proporções e escalas de maneira aparentemente autônoma, sem recorrer a pistas explícitas no enunciado. Além disso, há sinais de familiaridade com os conceitos subjacentes à proporcionalidade, utilizando a multiplicação de forma eficiente, o que pode indicar um progresso na internalização das estruturas multiplicativas descritas pela autora.

No Quadro 8, são apresentados os resultados gerais dos estudantes do 6º ano.

Quadro 8 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 6º ano na Avaliação a priori

Estudantes	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
A6-1	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 1
A6-2	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A6-3	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A6-4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A6-5	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 4
A6-6	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 2	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 4
A6-7	Nível 4	Nível 3	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 1
A6-8	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A6-9	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 1

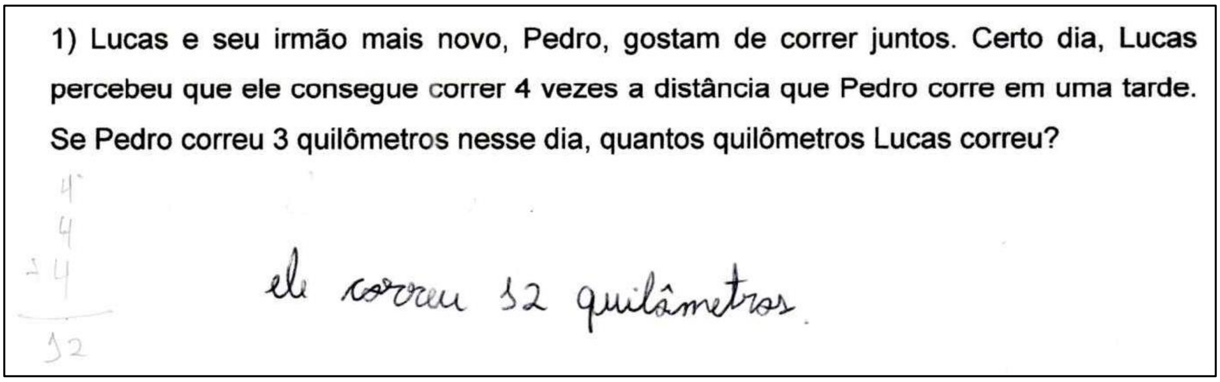
Fonte: Os autores.

De acordo com o quadro acima, observa-se que no 6º ano, a maioria dos alunos demonstrou domínio do pensamento multiplicativo (Nível 4) em grande parte das questões, especialmente nas que envolvem relações proporcionais e produtos de medidas. No entanto, em questões mais complexas, como a de combinatória (Q4) e proporção múltipla (Q8), alguns alunos apresentaram dificuldades significativas, sendo classificados nos níveis iniciais. Esses resultados indicam que, embora o grupo tenha consolidado o raciocínio multiplicativo em contextos básicos, ainda enfrentam desafios na interpretação e resolução de problemas que requerem maior abstração e a aplicação integrada de conceitos matemáticos.

5.1.2. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 7º ano

No 7º ano, foi selecionada uma amostra de sete estudantes para a realização da avaliação a priori. Na questão 1, o aluno A7-3 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**. Ele utilizou a estratégia de somar parcelas iguais, representada por 4+4+4=12, para resolver o problema. Observe a Figura 37, que ilustra o raciocínio empregado. Essa abordagem demonstra uma compreensão inicial da estrutura multiplicativa, mas ainda fundamentada no pensamento aditivo, caracterizando a transição entre os dois raciocínios.

Figura 37 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na primeira situação matemática



1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

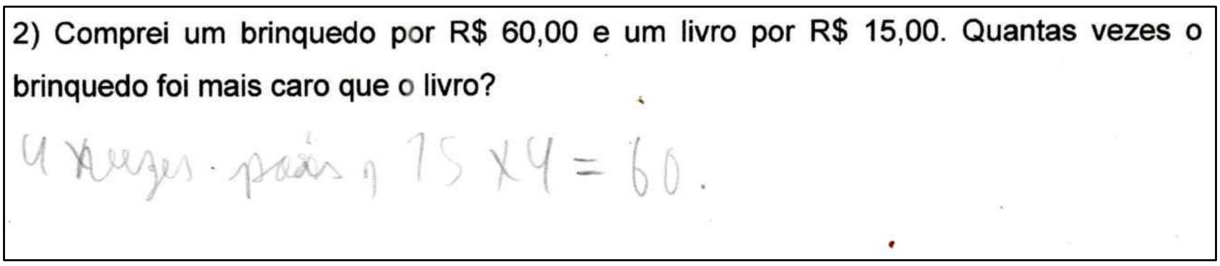
4
4
+4
12

ele correu 12 quilômetros.

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. De acordo com as Figuras 38 e 39, esses alunos aplicaram diretamente a multiplicação 4×3=12 para resolver o problema, sugerindo indícios de domínio das estruturas multiplicativas e uma abordagem mais eficiente.

Figura 38 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na primeira situação matemática



2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

4 vezes. pois 15 x 4 = 60.

Fonte: Os autores.

Figura 39 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na primeira situação matemática

1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

R=12 quilômetros.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \cdot 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

Fonte: Os autores.

Na questão 2, os estudantes A7-6 e A7-7 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**. O aluno A7-6 respondeu "3 vezes", sem apresentar justificativa ou cálculo que sustentasse sua resposta, o que pode ser visto na Figura 40. Já o aluno A7-7 realizou a subtração 60−15=45, tratando o problema como uma diferença simples em vez de uma comparação proporcional. Essa compreensão equivocada está evidenciada na Figura 41.

Figura 40 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na segunda situação matemática

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

60 − 15 = 45 − 15 = 30 − 15 = 15

3 vezes

Fonte: Os autores.

Figura 41 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na segunda situação matemática

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

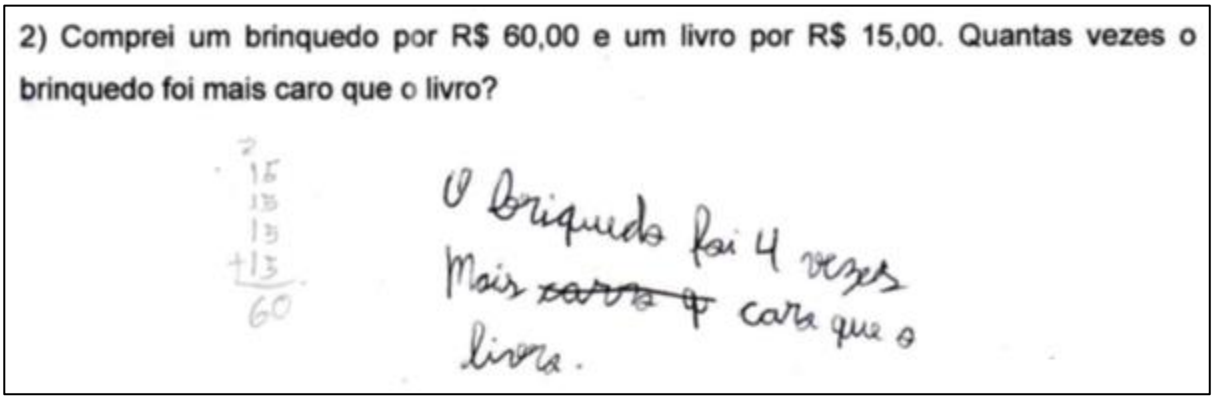
R=R$45,00.

$$\begin{array}{r} 60 \\ -15 \\ \hline 45 \end{array}$$

Os autores.

Já o estudante A7-3 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**. Conforme representado na Figura 42, ele respondeu corretamente ao utilizar a estratégia 15+15+15+15, resultando em "4 vezes". Essa abordagem demonstra o uso do pensamento aditivo de parcelas iguais, aproximando-se do conceito de estrutura multiplicativa.

Figura 42 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na segunda situação matemática


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

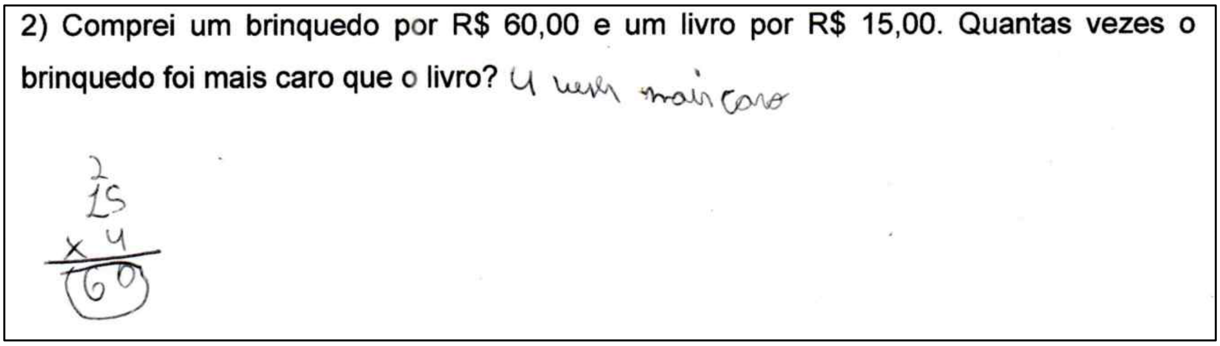
15
15
15
+15
60

O briquedo foi 4 vezes Mais ~~caro~~ caro que o livro.

Fonte: Os autores.

Os cinco estudantes restantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Eles empregaram estratégias como a multiplicação direta 4×15 ou a divisão proporcional 60÷15, alcançando o resultado correto de "4 vezes". As Figuras 43 e 44 apresentam as resoluções desses estudantes, indicando um entendimento consolidado das relações proporcionais.

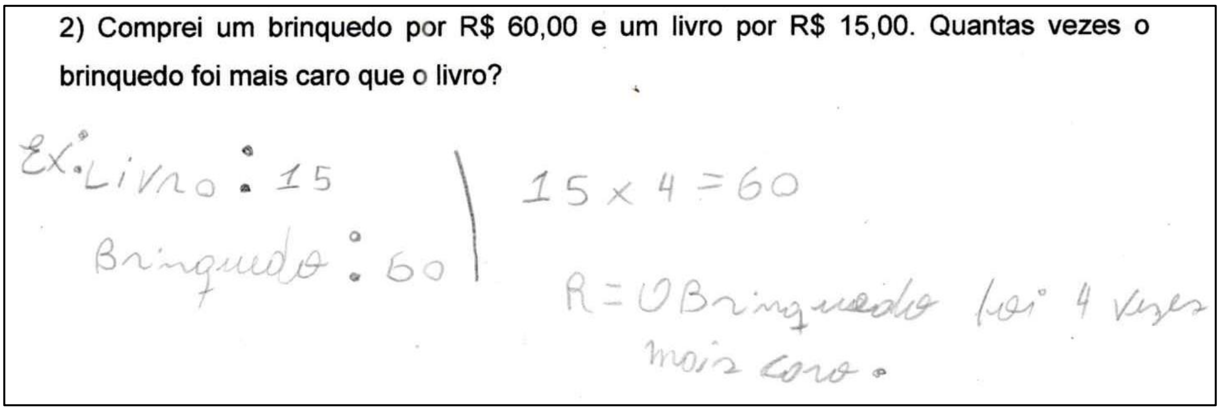
Figura 43 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na segunda situação matemática


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro? 4 vezes mais caro

15
x 4
60

Fonte: Os autores.

Figura 44 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na segunda situação matemática


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

Ex. Livro: 15
Brinquedo: 60

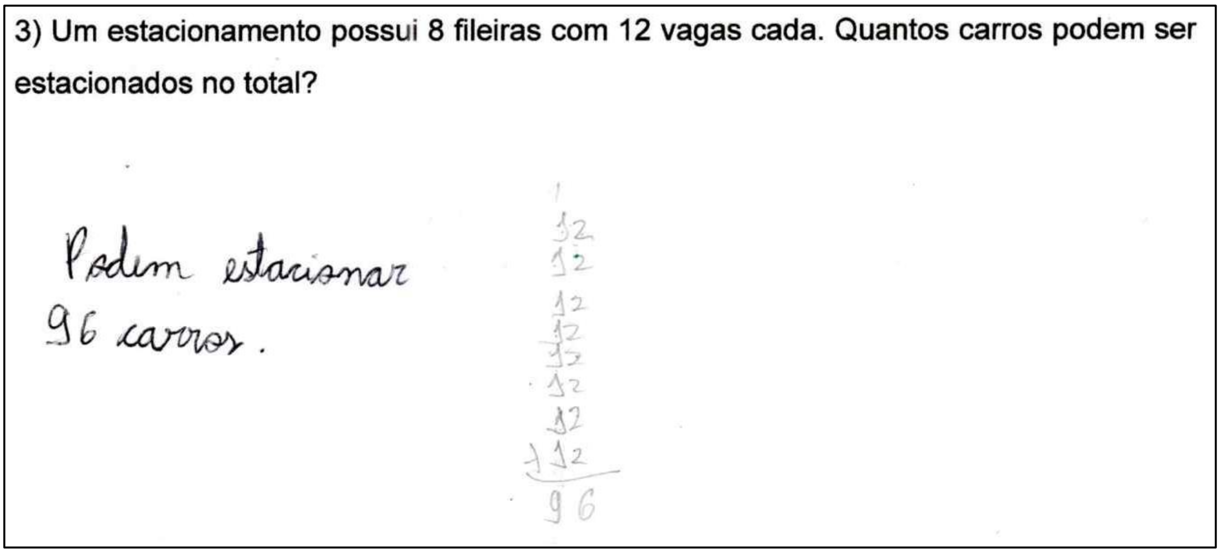
15 x 4 = 60

R = O Brinquedo foi 4 vezes mais caro.

Fonte: Os autores.

Com relação a terceira questão, os alunos A7-3 e A7-7 foram classificados no **Nível 3 (Transição do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, os alunos representaram o cálculo como 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 96, somando o número 12 oito vezes. Essa estratégia reflete o progresso para o pensamento multiplicativo, mas ainda fundamentada no uso de repetições aditivas em vez de aplicar diretamente a multiplicação. Ver Figuras 45 e 46.

Figura 45 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na terceira situação matemática

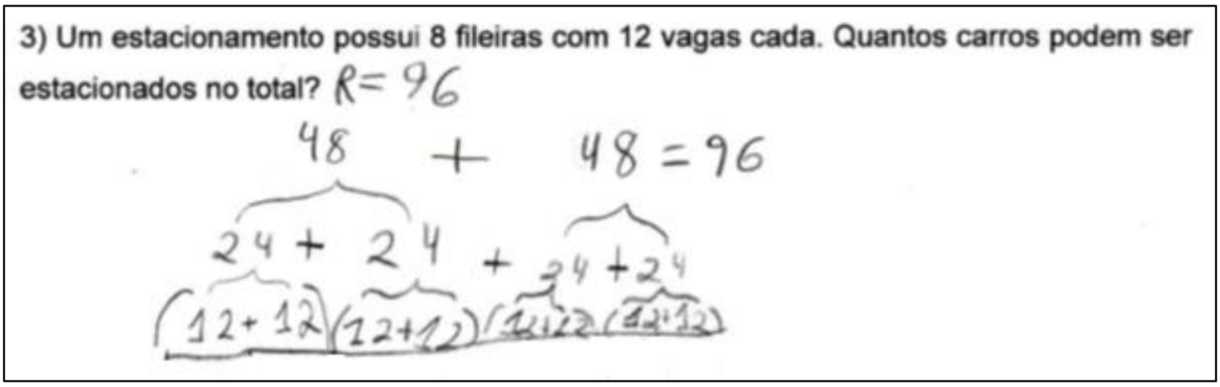

3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

Podem estacionar 96 carros.

12
12
12
12
12
12
12
+12
96

Fonte: Os autores.

Figura 46 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na terceira situação matemática



3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total? R= 96

48 + 48 = 96

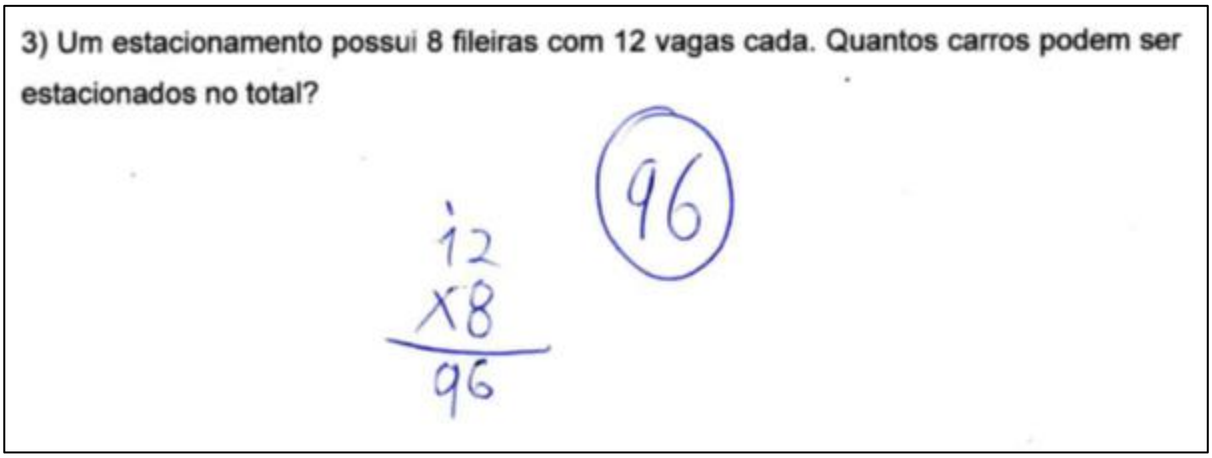
24 + 24 + 24 + 24

(12+12)(12+12)(12+12)(12+12)

Fonte: Os autores.

Os outros estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, uma vez que resolveram a operação 12×8 diretamente, reconhecendo que a estrutura do problema exige a repetição de 12 oito vezes e aplicando de forma eficiente a multiplicação para alcançar o resultado de 96, conforme mostra as Figuras 47 e 48. Essa abordagem demonstra que esses alunos compreenderam o conceito de proporção necessário para resolver o problema de maneira mais rápida e precisa.

Figura 47 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na terceira situação matemática



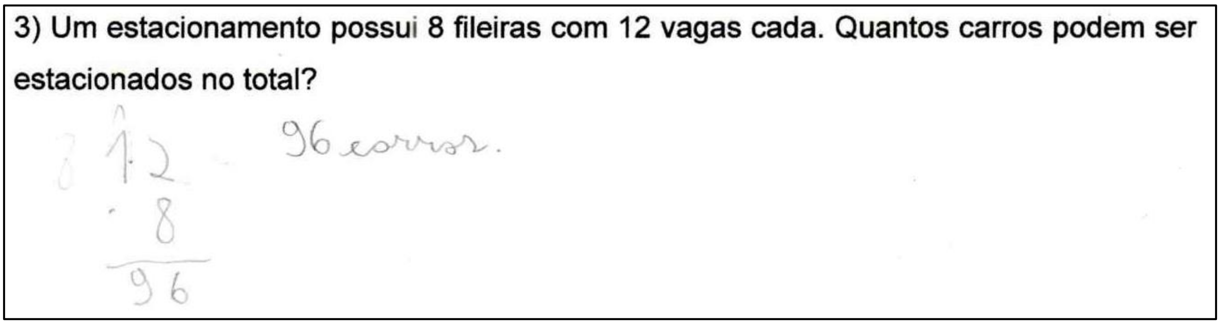
3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

96

Fonte: Os autores.

Figura 48 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na terceira situação matemática


3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

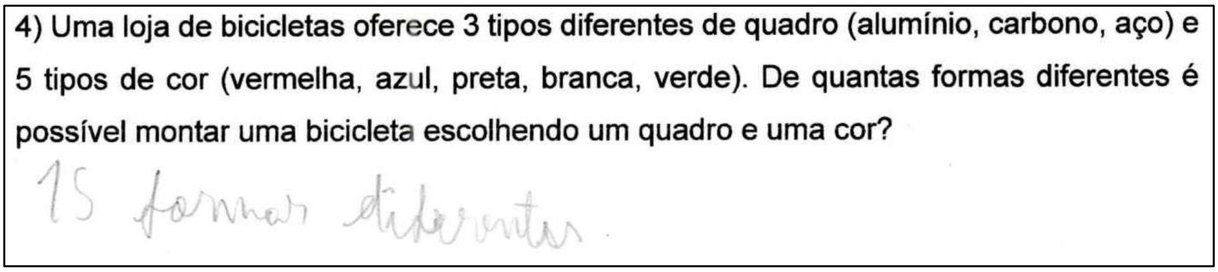
12
· 8
96

96 carros.

Fonte: Os autores.

Com relação à quarta questão, cinco alunos (A7-1, A7-2, A7-3, A7-6 e A7-7) foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**. O aluno A7-1 escreveu "15 formas diferentes" diretamente, sem apresentar justificativa ou explicação do raciocínio seguido. De acordo com as Figuras 49 e 50, o aluno A7-6 somou incorretamente as combinações possíveis, respondendo "18 formas diferentes". Já os estudantes A7-2, A7-3 e A7-7 deixaram a questão em branco, evidenciando dificuldades em compreender a proposta do problema.

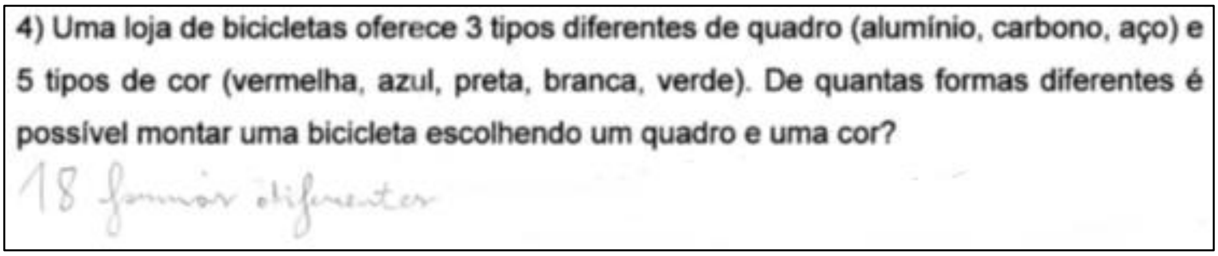
Figura 49 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na quarta situação matemática


4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

15 formas diferentes.

Fonte: Os autores.

Figura 50 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na quarta situação matemática

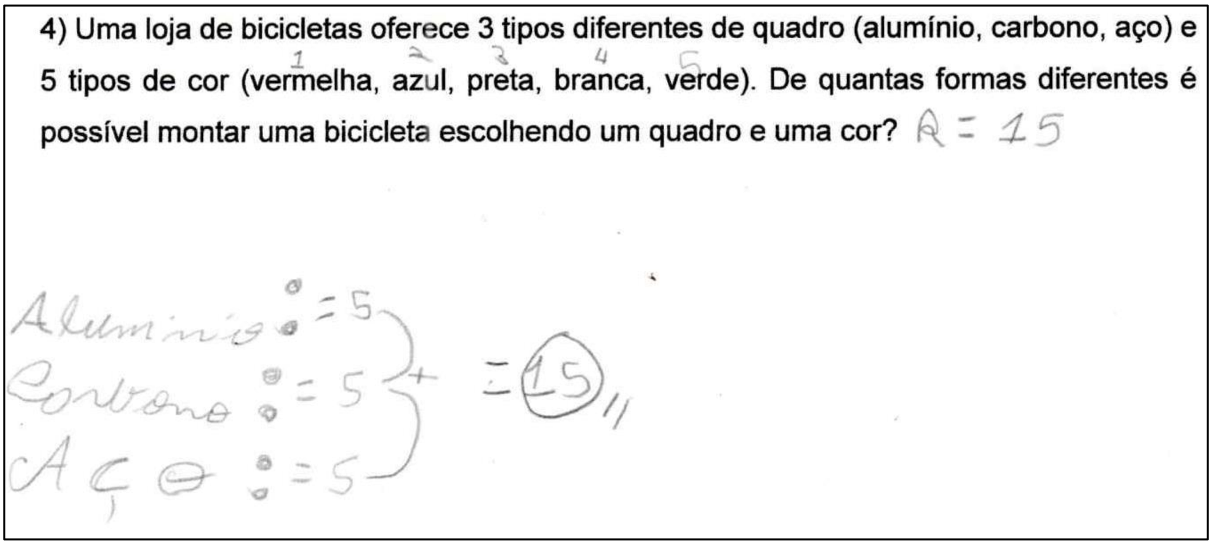

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

18 formas diferentes

Fonte: Os autores.

O aluno A7-5 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**. Ele somou repetidamente o número 5 (5 + 5 + 5) para calcular as combinações possíveis de cores para cada tipo de quadro, como mostrado na Figura 51. Embora tenha identificado o padrão de repetição, ainda recorreu ao pensamento aditivo em vez de aplicar diretamente a multiplicação 3×5.

Figura 51 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na quarta situação matemática

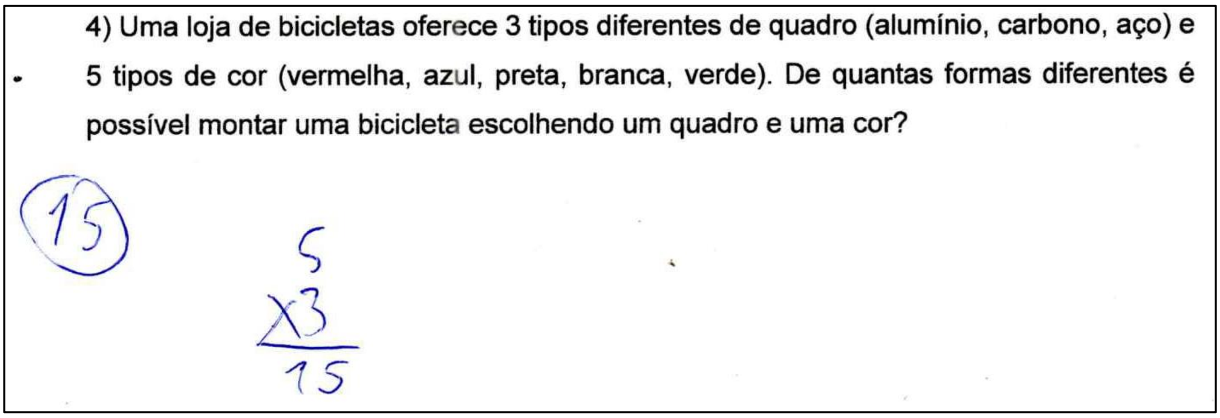

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor? R = 15

Alumínio = 5
Carbono = 5 + = 15
Aço = 5

Fonte: Os autores.

Por fim, o aluno A7-4 foi classificado no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Ele parece ter utilizado diretamente a multiplicação 3×5=15, chegando ao resultado correto. Essa abordagem, representada na Figura 52, indica indícios de uma compreensão consolidada da estrutura multiplicativa.

Figura 52 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na quarta situação matemática


4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

15

5
x3
15

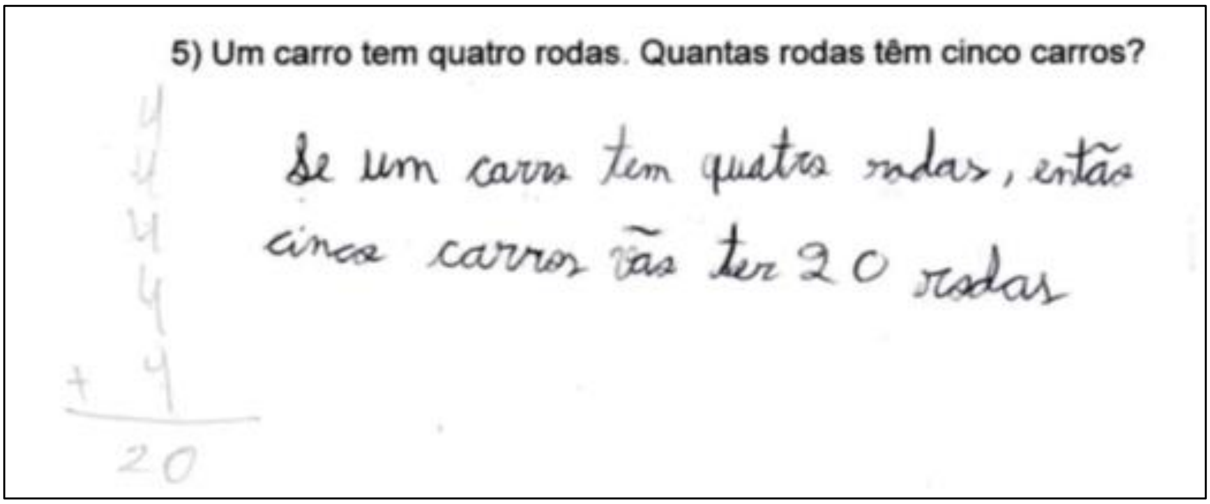
Fonte: Os autores.

A análise dos resultados das quatro primeiras questões, que envolvem relações ternárias, apresenta alinhamento parcial com as conclusões de Moura e Espindola (2017). Os alunos demonstraram maior facilidade em resolver problemas relacionados ao eixo de proporção simples (partição) e ao eixo de produto de medidas (combinatória), mas, diferentemente do que as autoras observaram, na questão de combinação (relacionada ao produto de medidas), muitos estudantes não obtiveram sucesso. Uma vez que, uma parcela significativa apresentou dificuldades, sendo classificados no **Níveis 1**, o que sugere que a lógica combinatória ainda não está totalmente consolidada para parte do grupo.

Os resultados também dialogam com o estudo de Aguiar (2017), ao destacar como os estudantes lidam com relações ternárias antes de uma introdução formal aos conceitos. Em especial, nas transições entre o pensamento aditivo e o multiplicativo, observou-se que alguns alunos classificados no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)** recorreram à soma repetida para resolver problemas relacionados à proporcionalidade e ao produto de medidas. Isso está de acordo com as verificações de Aguiar, que mostram a importância de identificar esses padrões como parte do processo de desenvolvimento cognitivo.

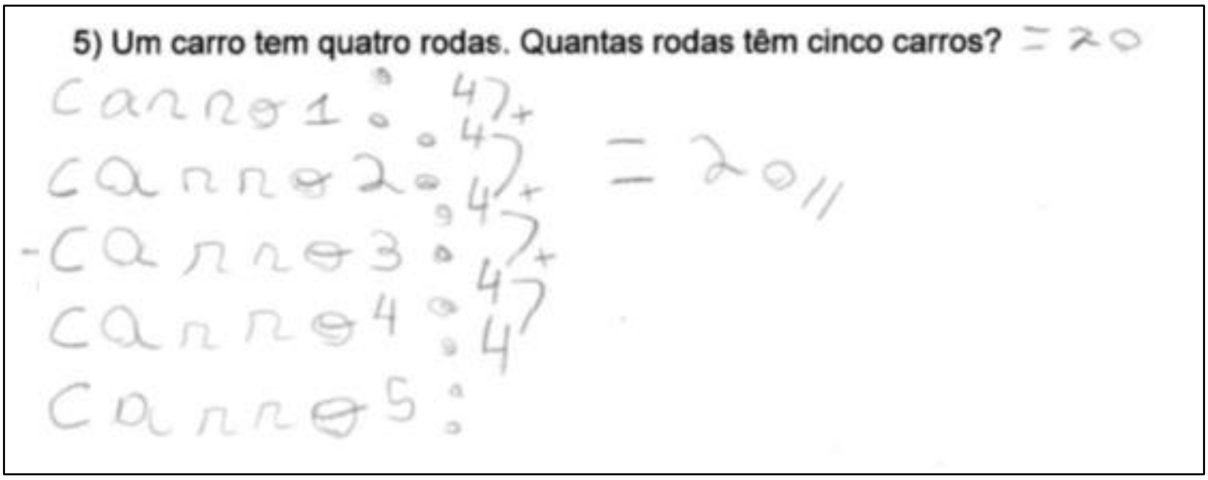
Com relação à questão de número 5, os estudantes A7-3 e A7-5 foram classificados no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**. Ambos utilizaram a estratégia de somar repetidamente o número 4 cinco vezes (4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20) para resolver o problema. Essa abordagem evidencia que os estudantes reconheceram o padrão de repetição necessário para a solução, mas ainda recorreram ao pensamento aditivo em vez de aplicar diretamente a multiplicação (4×5). Essa estratégia reflete uma compreensão inicial da estrutura multiplicativa, porém ainda fundamentada em operações aditivas, caracterizando o estágio de transição entre os dois raciocínios. As estratégias adotadas por esses alunos podem ser observadas nas Figuras 53 e 54.

Figura 53 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na quinta situação matemática



Fonte: Os autores.

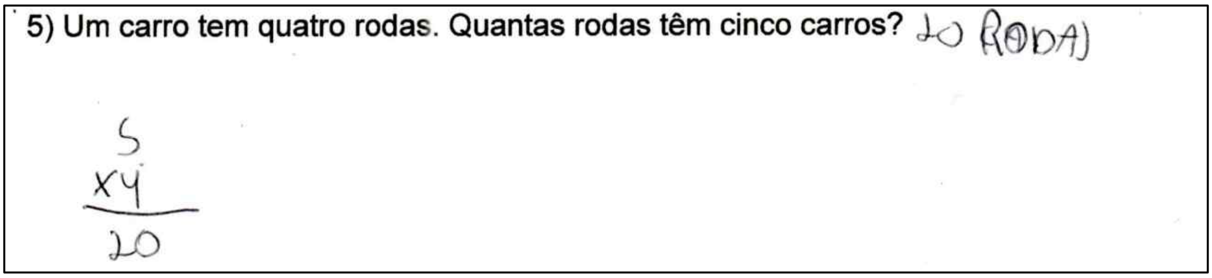
Figura 54 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na quinta situação matemática



Fonte: Os autores.

De acordo com as Figuras 55 e 56, os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Eles utilizaram a multiplicação direta 4×5=20 para determinar a quantidade total de rodas em cinco carros. Essa abordagem sugere indícios de compreensão clara da estrutura multiplicativa e das relações proporcionais envolvidas, permitindo uma resolução eficiente e direta do problema.

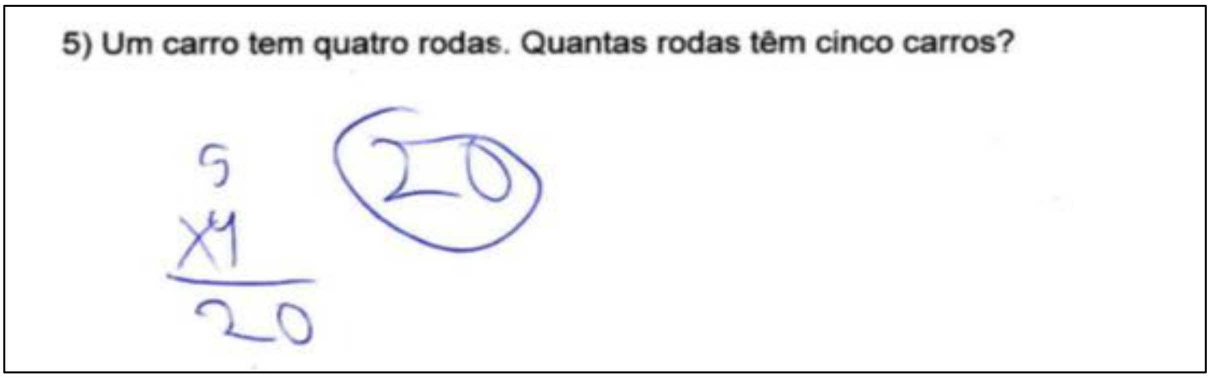
Figura 55 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na quinta situação matemática


5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros? 20 RODA)

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

Fonte: Os autores.

Figura 56 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na quinta situação matemática

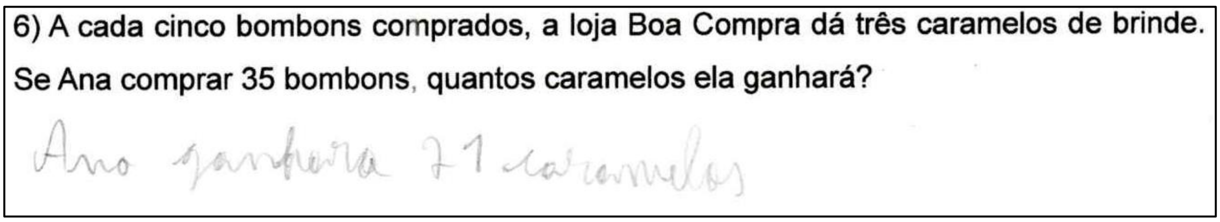

5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array} \qquad 20$$

Fonte: Os autores.

Na questão 6, os estudantes A7-1, A7-4 e A7-5 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, pois apresentaram respostas incorretas. O aluno A7-1 respondeu diretamente "21 caramelos", sem justificar ou apresentar qualquer cálculo que explicasse sua resposta. O estudante A7-4 indicou "105", realizando uma multiplicação equivocada, enquanto o aluno A7-5 chegou ao valor "27", sem explicar o raciocínio utilizado na resolução da proporção. Essas respostas refletem dificuldades em compreender a relação proporcional exigida pelo problema. Veja as Figuras 57 e 58 para uma análise detalhada dessas respostas.

Figura 57 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

Ana ganhara 21 caramelos

Fonte: Os autores.

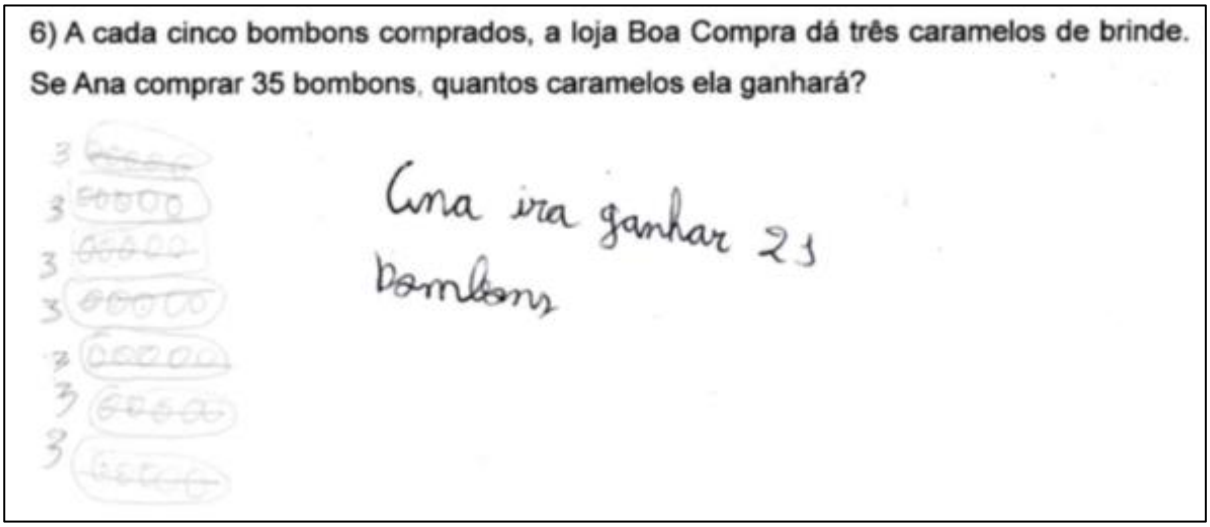
Figura 58 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na sexta situação matemática

6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará? = 27

Fonte: Os autores.

Já o aluno A7-3 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, pois utilizou a estratégia de somar o número 3 sete vezes (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21) para calcular a quantidade de caramelos. Essa abordagem demonstra que o estudante reconheceu o padrão de repetição necessário para resolver o problema, mas ainda recorreu ao pensamento aditivo em vez de aplicar diretamente a multiplicação (3×7). Isso sugere que ele está em um estágio de transição, aproximando-se do raciocínio multiplicativo, mas ainda utilizando estratégias aditivas para alcançar a solução. Essa resolução está ilustrada na Figura 59.

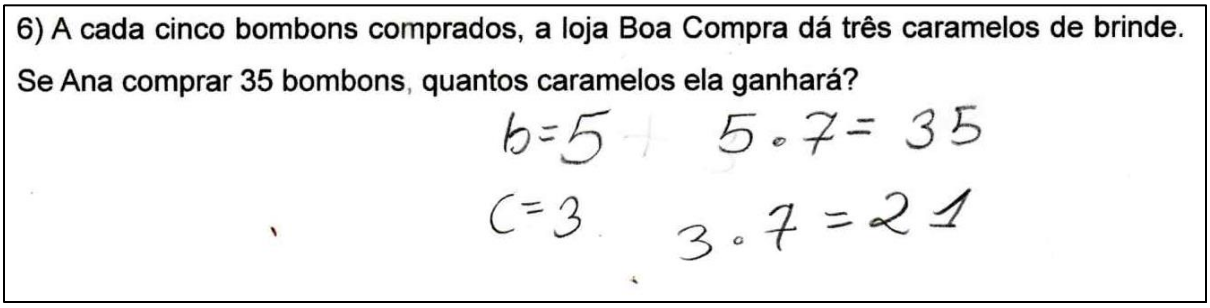
Figura 59 - Resposta apresentada pelo estudante A7-3 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes (A7-2, A7-6 e A7-7) foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois resolveram o problema aplicando diretamente a multiplicação 3×7=21 ou utilizando uma abordagem proporcional equivalente. Essas estratégias, conforme apresentado na Figuras 60.

Figura 60 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

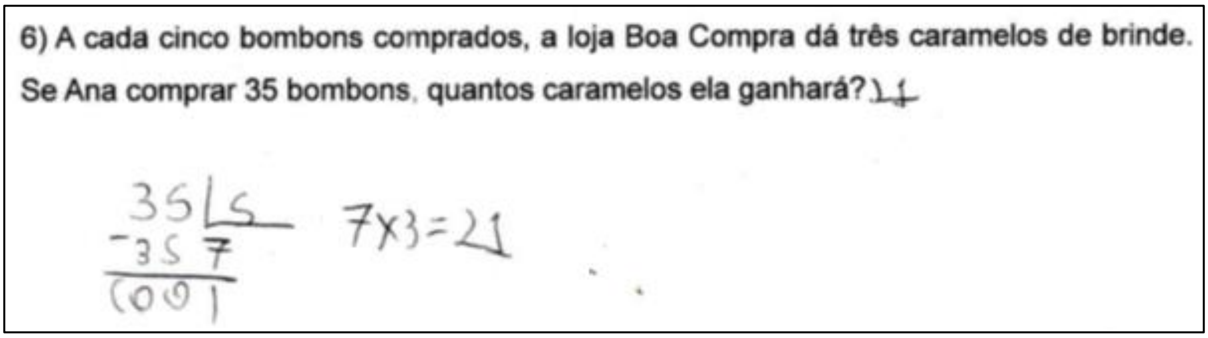
$b=5 \quad 5 \cdot 7 = 35$

$C=3 \quad 3 \cdot 7 = 21$

Fonte: Os autores.

A Figura 61, sugere indícios de um entendimento mais avançado da relação proporcional envolvida no problema, permitindo uma resolução direta e eficiente.

Figura 61 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará? 21

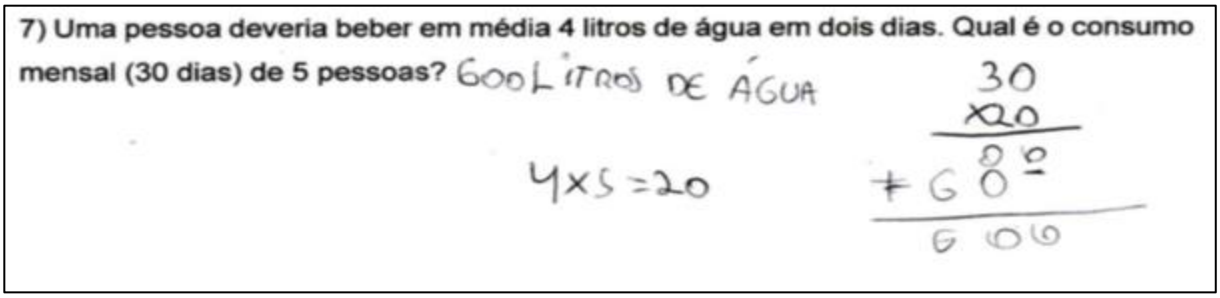
35 | 5
-35 7
(00)

$7 \times 3 = 21$

Fonte: Os autores.

No problema de número 7, os estudantes A7-2, A7-3, A7-5 e A7-6 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, pois realizaram uma multiplicação direta de todos os números apresentados no problema, chegando ao resultado incorreto de 600 litros. Essa abordagem demonstra uma falta de compreensão das etapas necessárias para resolver a questão, indicando dificuldades em interpretar corretamente a proporcionalidade envolvida no cálculo. As respostas podem ser analisadas nas Figuras 62 e 63.

Figura 62 - Resposta apresentada pelo estudante A7-2 na sétima situação matemática



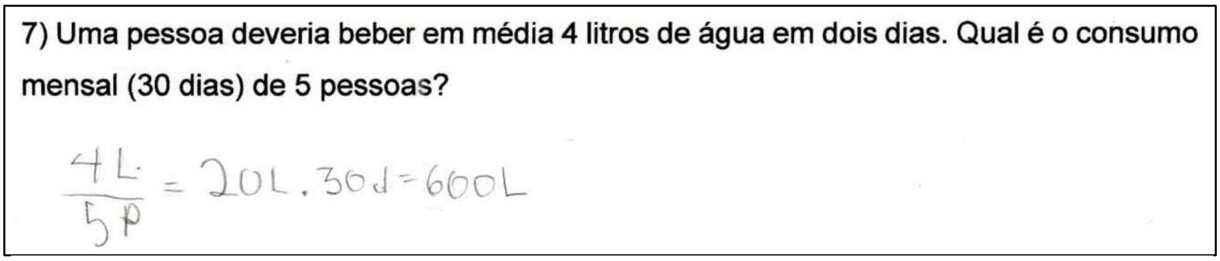
7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas? 600 LITROS DE ÁGUA

4x5=20

30
x20
00
+60
600

Fonte: Os autores.

Figura 63 - Resposta apresentada pelo estudante A7-6 na sétima situação matemática



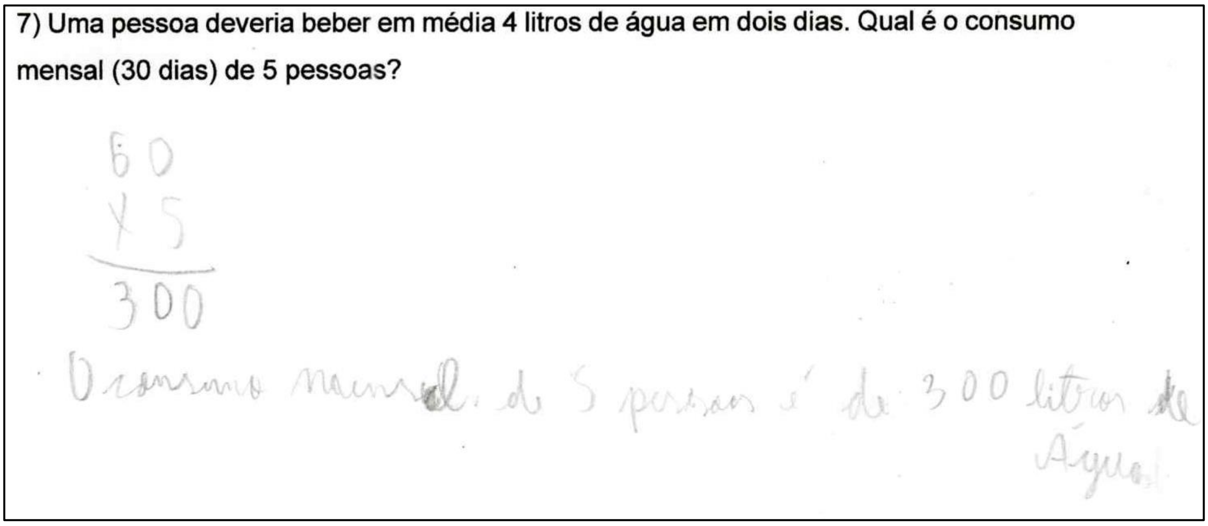
7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

$\frac{4L}{5P}$ = 20L . 30d = 600L

Fonte: Os autores.

Por outro lado, os estudantes A7-1, A7-4 e A7-7 foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois resolveram o problema corretamente, aplicando as etapas proporcionais necessárias. Eles multiplicaram o consumo médio de água por pessoa para dois dias (4 litros) pelo número de períodos em um mês (15) e, em seguida, multiplicaram o resultado pelo número de pessoas (5), chegando ao valor correto de 300 litros. Essa abordagem sugere indícios de compreensão clara das relações proporcionais e da aplicação correta das operações matemáticas no problema. As Figuras 64 e 65 apresentam os métodos utilizados por esses estudantes.

Figura 64 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na sétima situação matemática

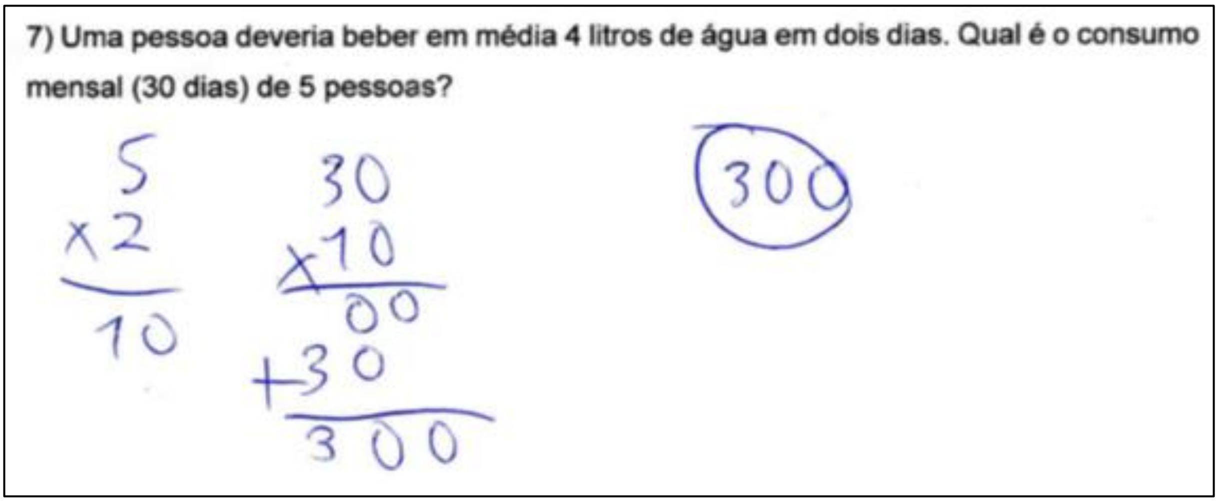

7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

60
x 5
300

O consumo mensal de 5 pessoas é de 300 litros de Água.

Fonte: Os autores.

Figura 65 - Resposta apresentada pelo estudante A7-4 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

5
x 2
10

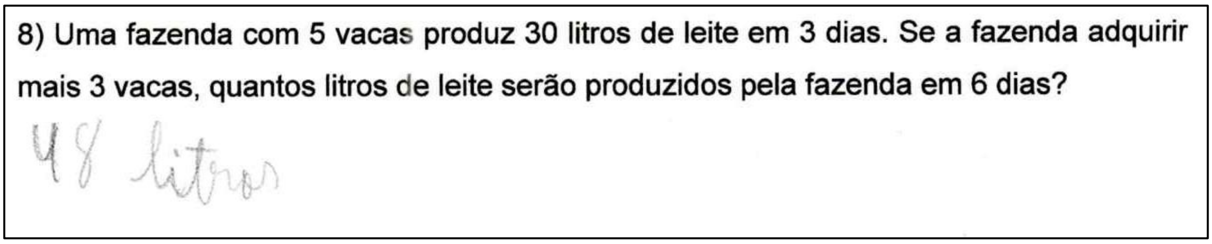
30
x 10
00
+30
300

300

Fonte: Os autores.

No problema de número 8, seis estudantes (A7-1, A7-2, A7-3, A7-4, A7-5 e A7-6) foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, pois apresentaram resultados incorretos, como "480" ou "48", sem demonstrar uma compreensão adequada do problema. Essas respostas sugerem que os alunos não conseguiram interpretar corretamente as etapas de proporcionalidade necessárias para ajustar a produção de leite considerando o aumento no número de vacas e o período dobrado. Os erros podem ter resultado de operações incorretas ou de interpretações equivocadas dos dados fornecidos no enunciado, evidenciando dificuldades em aplicar os conceitos de proporção e multiplicação. Essas resoluções inadequadas estão representadas nas Figuras 66 e 67.

Figura 66 - Resposta apresentada pelo estudante A7-1 na oitava situação matemática

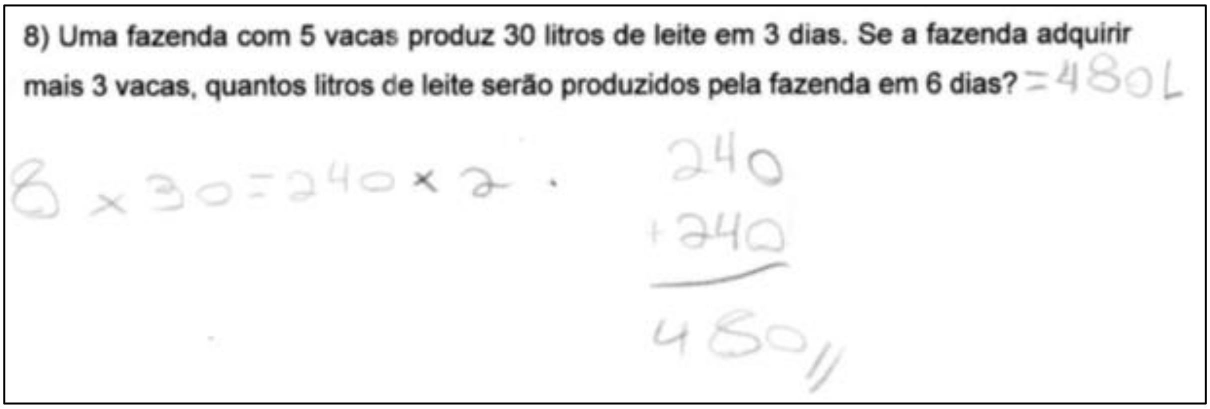


8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

48 litros

Fonte: Os autores.

Figura 67 - Resposta apresentada pelo estudante A7-5 na oitava situação matemática



8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias? = 480L

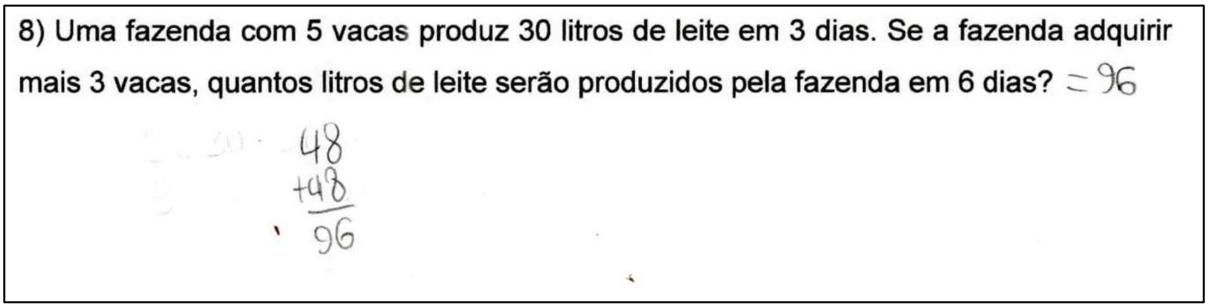
8 x 30 = 240 x 2 .

240
+240
480

Fonte: Os autores.

Por fim, o estudante A7-7 foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizou uma estratégia de soma para resolver o problema. Ele considerou que 8 vacas produziram 48 litros em 3 dias e, para calcular a produção em 6 dias, somou 48+48=96. Embora tenha utilizado uma lógica correta para dobrar o valor, recorreu à soma repetida em vez de aplicar diretamente a multiplicação (48×2 ou 8×6). Essa abordagem demonstra que o aluno conseguiu compreender parcialmente a proporcionalidade envolvida no problema, mas ainda não utiliza plenamente o pensamento multiplicativo, caracterizando uma limitação ao pensamento aditivo. Veja a Figura 68 para uma análise da resposta.

Figura 68 - Resposta apresentada pelo estudante A7-7 na oitava situação matemática



Fonte: Os autores.

A análise dos resultados relacionados às relações quaternárias apresenta algumas convergências e divergências em relação ao estudo de Magina, Santos e Merlini (2014). Embora o presente trabalho evidencie que os estudantes quase não utilizaram representações pictóricas como estratégia para solucionar os problemas, diferindo do apontado pelas autoras, há uma similaridade importante: os estudantes enfrentaram grandes dificuldades em resolver questões de Proporção Múltipla associadas a relações quaternárias, especialmente em comparação com as Proporções Simples.

Por outro lado, os estudantes classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** apresentaram estratégias alinhadas às descrições de Almeida (2017). Esses alunos demonstraram capacidade de aplicar diretamente a multiplicação para resolver problemas de proporção, sem necessidade de pistas explícitas ou representações visuais. De acordo com Almeida, esse comportamento reflete uma compreensão consolidada da estrutura multiplicativa, permitindo que os estudantes identifiquem proporções e escalas de forma autônoma. No presente estudo, esses padrões são observados nas respostas diretas e eficientes de alguns alunos, que, mesmo diante da complexidade das relações quaternárias, foram capazes de abstrair as operações necessárias e resolver os problemas corretamente.

O Quadro 9 apresenta uma síntese dos resultados gerais obtidos pelos estudantes do 7º ano.

Quadro 9 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 7º ano na Avaliação a priori

Estudantes	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
A7-1	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1
A7-2	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 1
A7-3	Nível 3	Nível 3	Nível 4	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 1
A7-4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A7-5	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 4
A7-6	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 3	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A7-7	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 1

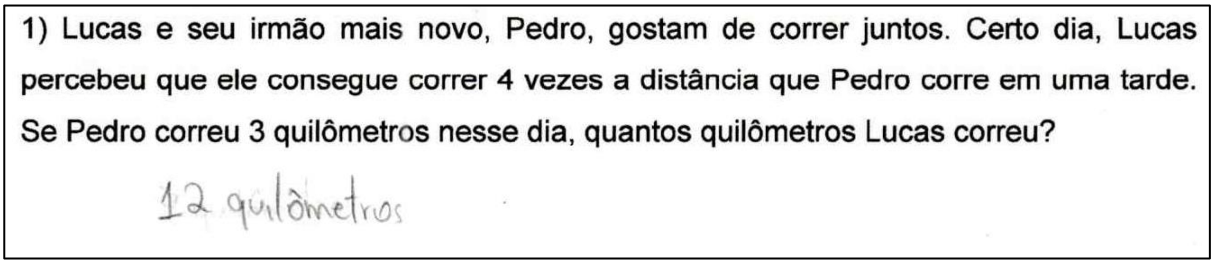
Fonte: Os autores.

A partir do Quadro 9, é possível observar que os estudantes do 7º ano apresentaram resultados mais heterogêneos, com alguns avançando para o Nível 4: Pensamento Multiplicativo e outros ainda demonstrando dificuldades significativas, especialmente em questões envolvendo proporcionalidade e lógica combinatória. A presença de alunos no Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo) foi relevante, com estratégias de somas repetidas sendo utilizadas como substitutas à multiplicação direta. Isso sugere que o grupo está em processo de consolidação do pensamento multiplicativo, mas ainda depende de abordagens aditivas para resolver certos problemas. A necessidade de reforço na compreensão de proporcionalidade e relações mais complexas também foi evidenciada.

5.1.3. Análise e discussões dos resultados da avaliação a priori no 8º ano

Na turma do 8º ano, uma amostra composta por doze estudantes foi selecionada para a realização da avaliação a priori. Na questão 1, os estudantes A8-2, A8-9 e A8-12 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, devido às respostas inadequadas ao problema. Os alunos A8-2 e A8-9 responderam diretamente "12 quilômetros", sem apresentar cálculos ou justificativas que explicassem o raciocínio utilizado, o que indica dificuldades em interpretar corretamente o enunciado. Já o estudante A8-12 realizou a multiplicação 3x3x3x3, obtendo o resultado incorreto de "81", demonstrando uma aplicação inadequada das operações matemáticas e uma interpretação equivocada das relações exigidas pelo problema, como mostrado nas Figuras 69 e 70.

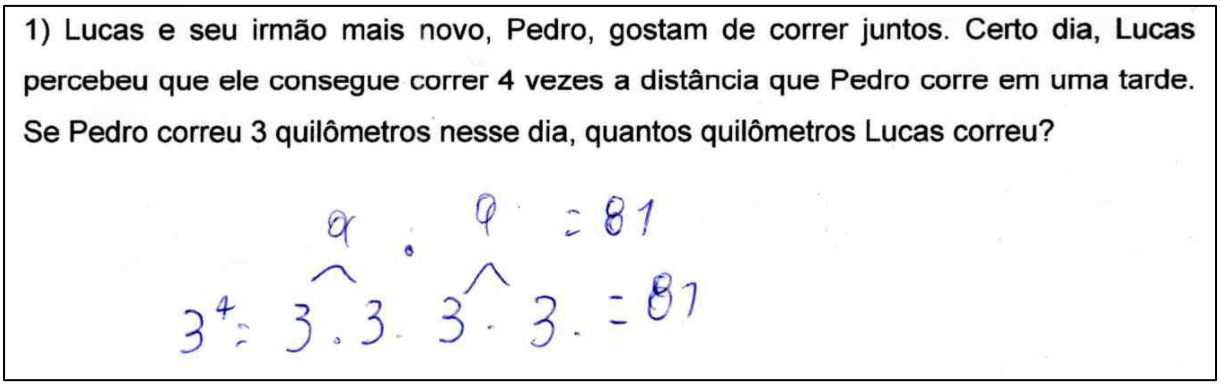
Figura 69 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na primeira situação matemática


1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

12 quilômetros

Fonte: Os autores.

Figura 70 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na primeira situação matemática


1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

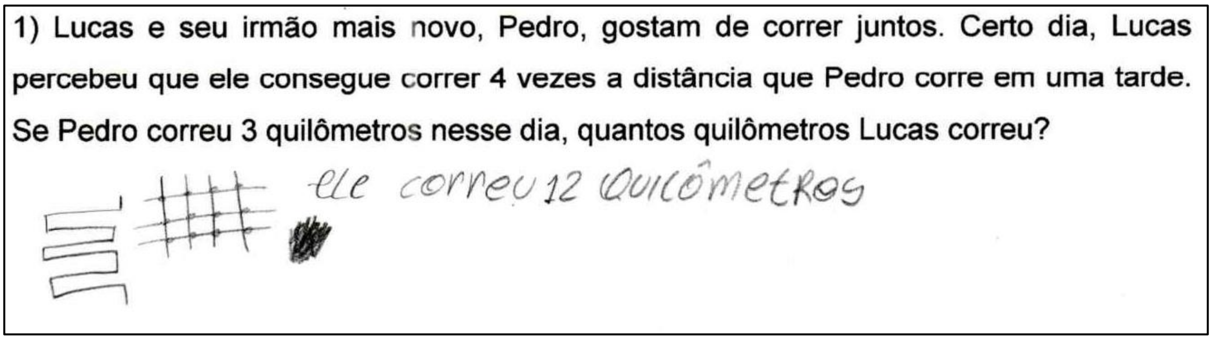
$9 \cdot 9 = 81$

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Fonte: Os autores.

Por outro lado, o estudante A8-5 foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizou uma estratégia pictórica para resolver o problema, representando os pontos de maneira visual. Conforme observado na Figura 71, ele chegou ao resultado correto de "12", mas a abordagem reflete uma dependência de representações concretas, sem recorrer diretamente a estratégias multiplicativas. Essa estratégia sugere que o aluno está em um estágio inicial de transição, utilizando ferramentas visuais para apoiar sua compreensão, mas ainda sem abstrair plenamente a estrutura multiplicativa envolvida.

Figura 71 - Resposta apresentada pelo estudante A8-5 na primeira situação matemática

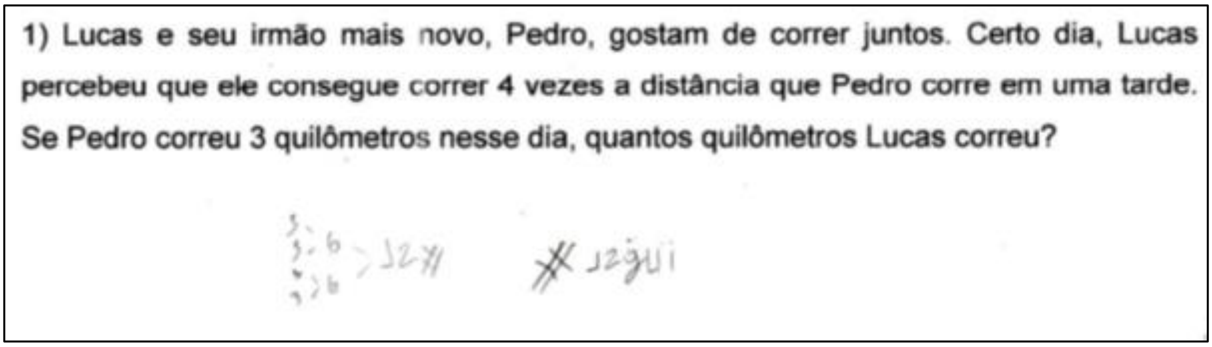

1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

ele correu 12 Quilômetros

Fonte: Os autores.

O estudante A8-4, por sua vez, foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, pois utilizou a estratégia de somar o número 3 repetidamente (3 + 3 + 3 + 3 = 12) para resolver o problema. Essa abordagem demonstra que o aluno reconheceu o padrão de repetição necessário para encontrar a solução, mas ainda recorreu ao pensamento aditivo em vez de aplicar diretamente a multiplicação (3x4). Isso reflete um entendimento inicial da estrutura multiplicativa, evidenciado na Figura 72.

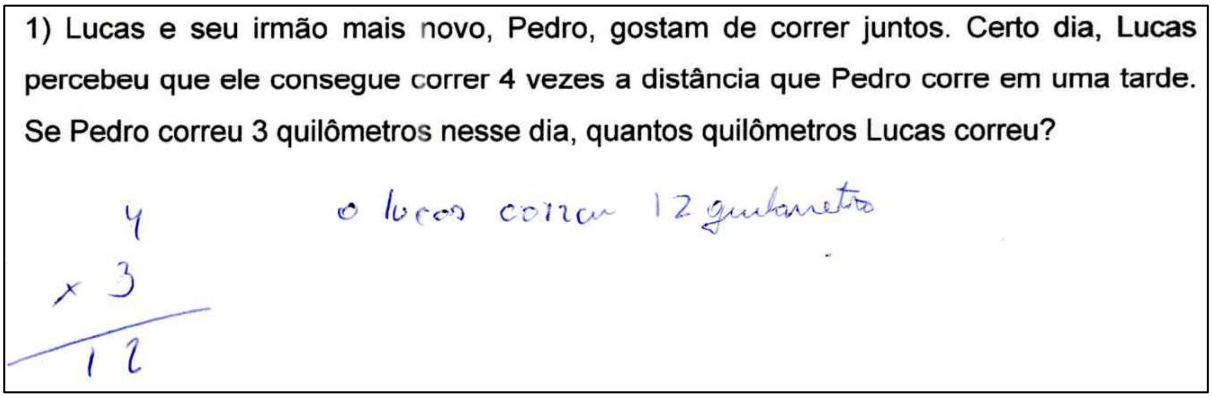
Figura 72 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na primeira situação matemática


1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois utilizaram a multiplicação direta (3x4=12) para resolver o problema. Essa abordagem sugere indícios de que esses alunos compreenderam a estrutura multiplicativa e foram capazes de aplicar as operações de maneira eficiente, permitindo uma resolução mais direta. Suas estratégias, que demonstram familiaridade com conceitos matemáticos adequados, podem ser verificadas nas Figuras 73 e 74.

Figura 73 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na primeira situação matemática

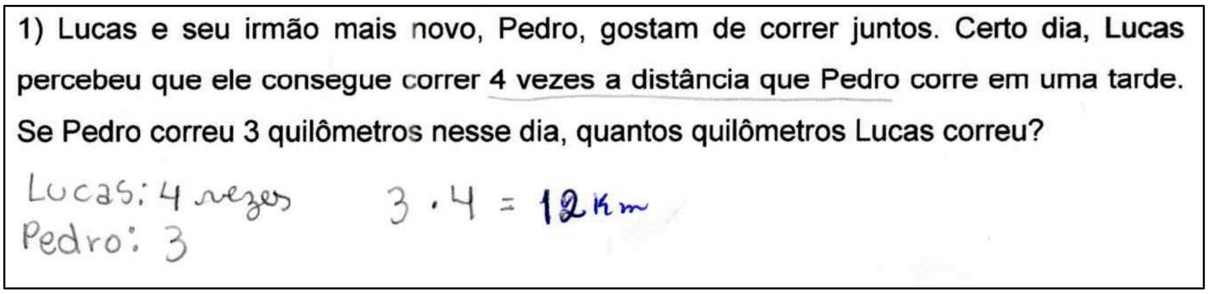

1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

4
x 3
12

o lucas correu 12 quilometros

Fonte: Os autores.

Figura 74 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na primeira situação matemática


1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

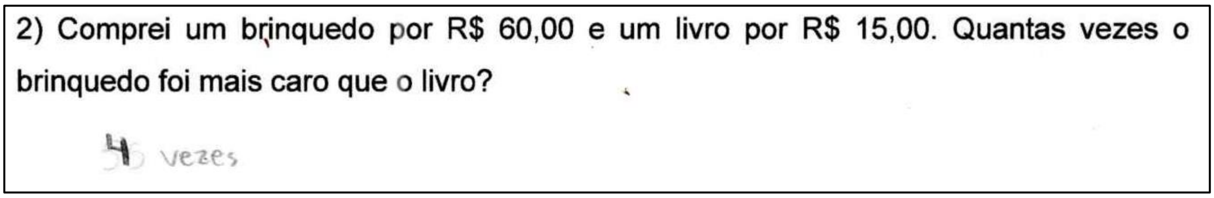
Lucas: 4 vezes
Pedro: 3

3 · 4 = 12km

Fonte: Os autores.

Na questão 2, os estudantes A8-2, A8-8, A8-9 e A8-12 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**. O aluno A8-9 respondeu "3 vezes", enquanto os demais (A8-2, A8-8 e A8-12) simplesmente indicaram "4 vezes" diretamente, sem apresentar justificativas ou cálculos que explicassem como chegaram ao resultado. Essas respostas, ilustradas nas Figuras 75 e 76, refletem dificuldades em compreender as relações envolvidas ou em demonstrar o raciocínio necessário para resolver a questão de forma apropriada.

Figura 75 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na segunda situação matemática

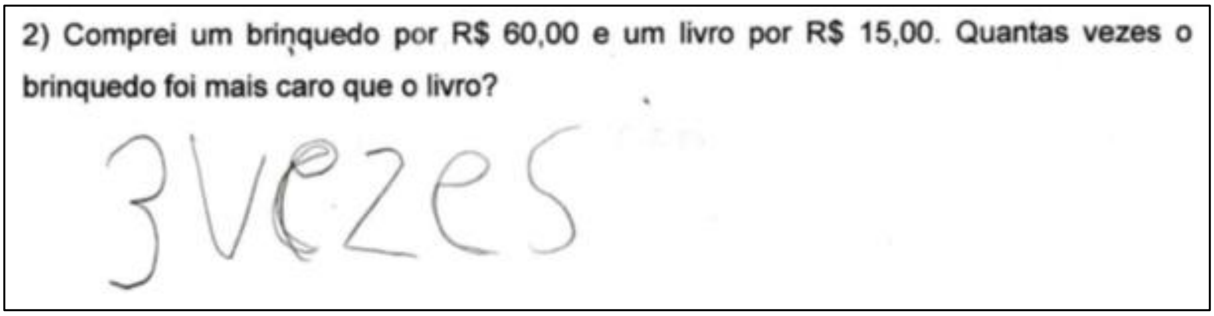


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

4 vezes

Fonte: Os autores.

Figura 76 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na segunda situação matemática



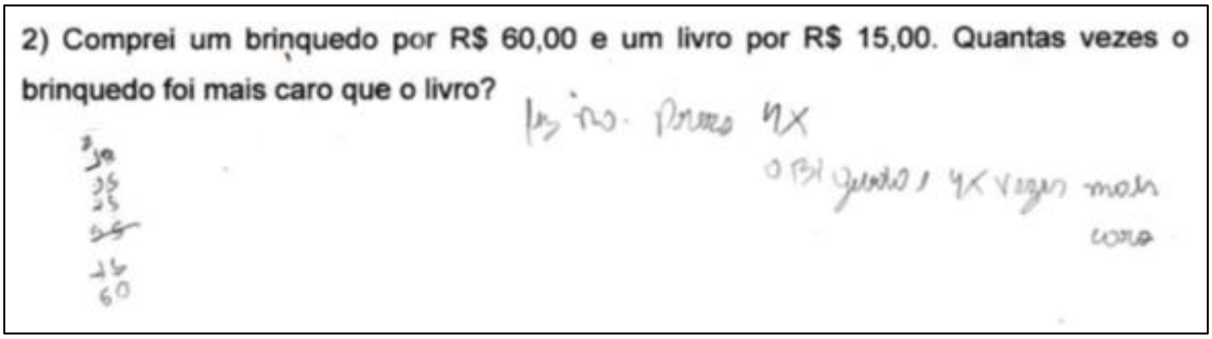
2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

3vezes

Fonte: Os autores.

Já o estudante A8-4 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, pois utilizou a estratégia de somar o número 15 repetidamente (15 + 15 + 15 + 15 = 60) para chegar ao resultado correto de que o brinquedo é 4 vezes mais caro que o livro. Essa abordagem indica que o aluno reconheceu o padrão de repetição necessário para resolver o problema, mas ainda utilizou o pensamento aditivo em vez de aplicar diretamente a multiplicação (15 × 4) ou a divisão (60 ÷ 15). Isso indica que ele está em um estágio de transição, aproximando-se da estrutura multiplicativa, mas ainda utilizando estratégias aditivas, como evidenciado na Figura 77.

Figura 77 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na segunda situação matemática

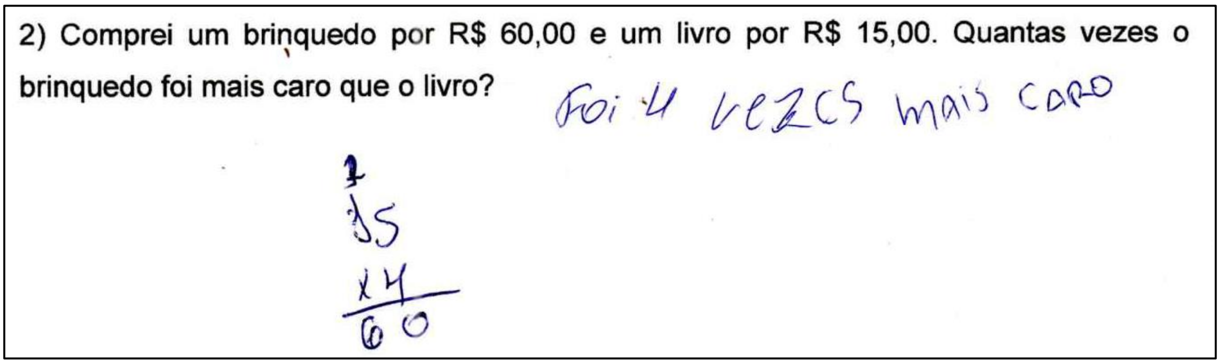


2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

Fonte: Os autores.

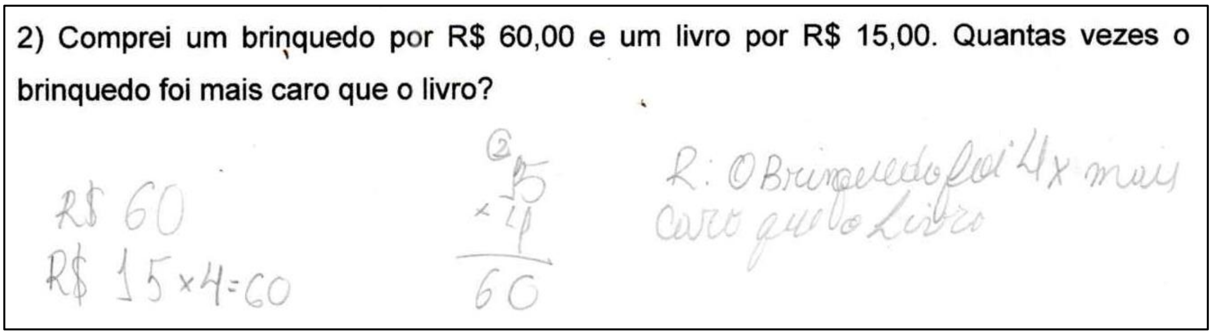
Os demais alunos foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois utilizaram estratégias diretas, como a multiplicação ou divisão proporcional, para resolver corretamente o problema. Suas abordagens, que indicam maior familiaridade com as relações multiplicativas, podem ser verificadas nas Figuras 78 e 79.

Figura 78 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na segunda situação matemática



Fonte: Os autores.

Figura 79 - Resposta apresentada pelo estudante A8-2 na terceira situação matemática



Fonte: Os autores.

Na questão 3, os estudantes A8-2, A8-4, A8-9 e A8-12 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, pois os três primeiros registraram diretamente "96" ou "96 carros" como resposta, e o A8-12 registrou que “no total, podem estacionar 144 carros”, todos esses alunos não apresentaram justificativas ou cálculos que explicassem como chegaram ao resultado. Essa abordagem sugere que os alunos não conseguiram interpretar corretamente as relações proporcionais ou aplicar as operações necessárias para resolver o problema. A ausência de um raciocínio explícito reflete dificuldades significativas, como mostrado nas Figuras 80 e 81.

Figura 80 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na terceira situação matemática

3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

96 carros

Fonte: Os autores.

Figura 81 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na terceira situação matemática

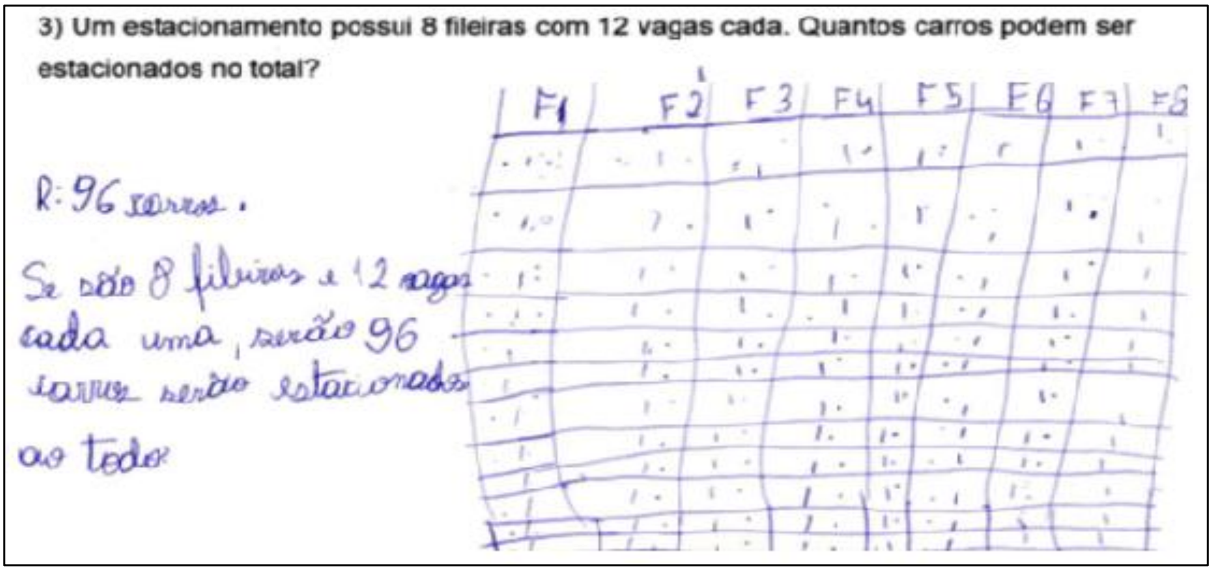
3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

no total, podem estacionar 144 carros

Fonte: Os autores.

O estudante A8-8, por outro lado, foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizou uma estratégia pictórica para organizar o problema, representando as fileiras e as vagas de forma visual. Ele desenhou oito fileiras (F1 a F8) e preencheu cada uma com 12 vagas, utilizando contagem direta para verificar o total de vagas disponíveis no estacionamento. Embora tenha chegado ao resultado correto de "96 carros", sua abordagem foi baseada em representações concretas e não abstraiu plenamente o conceito multiplicativo (8x12). Essa resolução está ilustrada na Figura 82.

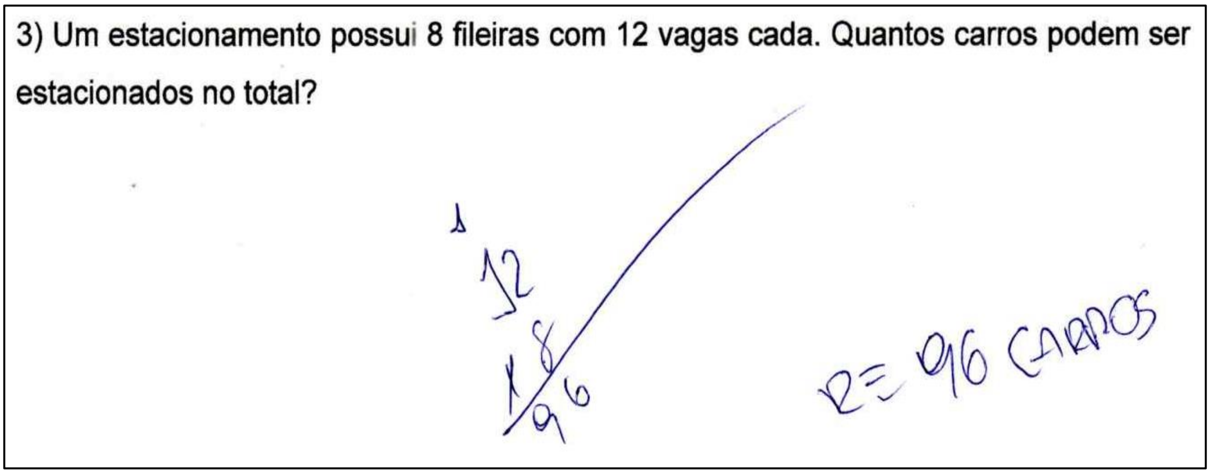
Figura 82 - Resposta apresentada pelo estudante A8-8 na terceira situação matemática



Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois resolveram o problema ao aplicar diretamente a multiplicação entre o número de fileiras (8) e o número de vagas por fileira (12), chegando ao resultado correto de “96 carros”. Suas estratégias indicam maior familiaridade com a estrutura multiplicativa e são apresentadas nas Figuras 83 e 84.

Figura 83 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na terceira situação matemática

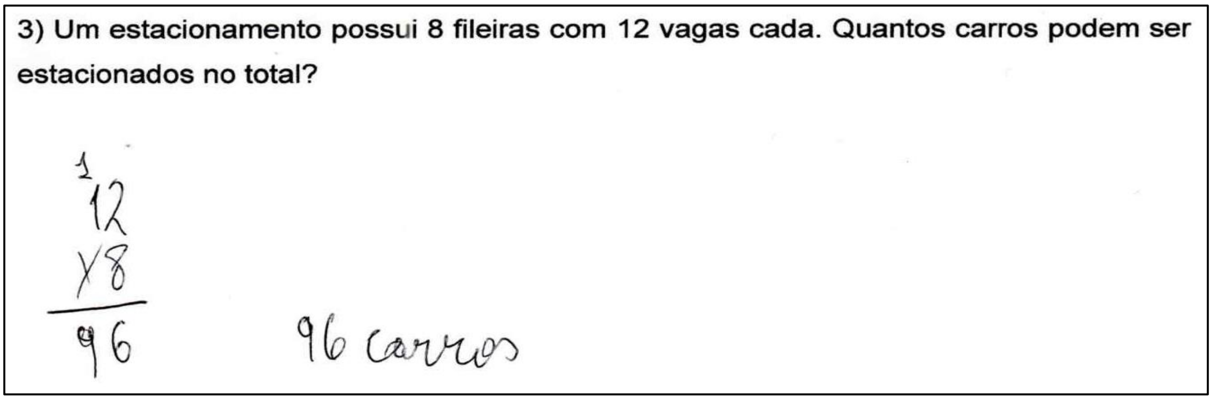

3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

1
12
x8
96

R= 96 CARROS

Fonte: Os autores

Figura 84 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática


3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

1
12
x8
96

96 carros

Fonte: Os autores

Na questão 4, os estudantes A8-1, A8-2, A8-4 e A8-9 foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, pois apresentaram respostas que não demonstram uma compreensão clara do problema. Os alunos A8-1 e A8-2 responderam diretamente "15 maneiras diferentes", sem justificar ou detalhar o raciocínio que os levou a essa conclusão, enquanto os estudantes A8-4 e A8-9 indicaram apenas o número "3", sugerindo uma interpretação equivocada do enunciado. Essas respostas podem ser analisadas nas Figuras 85 e 86.

Figura 85 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

15 maneiras diferentes

Fonte: Os autores.

Figura 86 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na quarta situação matemática

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

3

Fonte: Os autores.

O estudante A8-5 foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizou uma abordagem baseada na listagem manual das combinações possíveis. Ele escreveu todas as combinações de tipos de quadros e cores para chegar ao total de "15 bicicletas diferentes", conforme mostrado na Figura 87. Embora o resultado esteja correto, sua estratégia evidenciou dependência de representações concretas, em vez de aplicar diretamente o conceito de multiplicação (3 x 5 = 15).

Figura 87 - Resposta apresentada pelo estudante A8-9 na quarta situação matemática

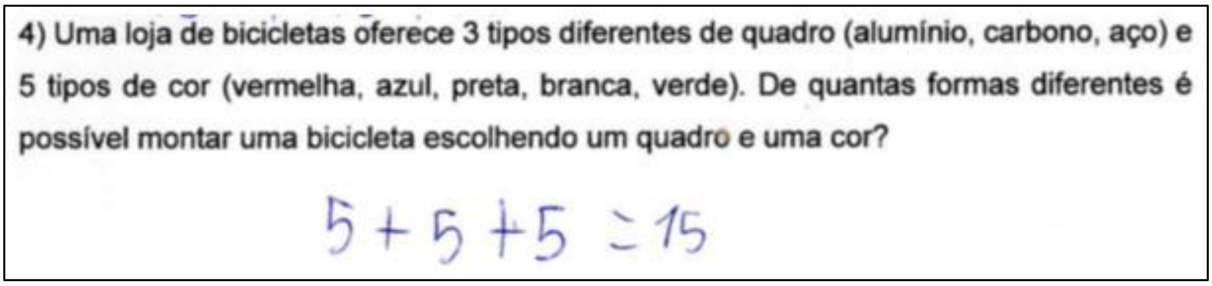
4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

va, vc, vas   15 bicicletas Diferentes
aaz, zc, zs
pa, pcbpas
ba, bc, bs
va, vc, vs

Fonte: Os autores.

O estudante A8-12 foi classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, pois somou repetidamente o número 5 (5 + 5 + 5 = 15) para encontrar a solução. Essa abordagem demonstra que ele reconheceu o padrão necessário, mas ainda recorreu ao pensamento aditivo, como mostrado na Figura 88.

Figura 88 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na quarta situação matemática

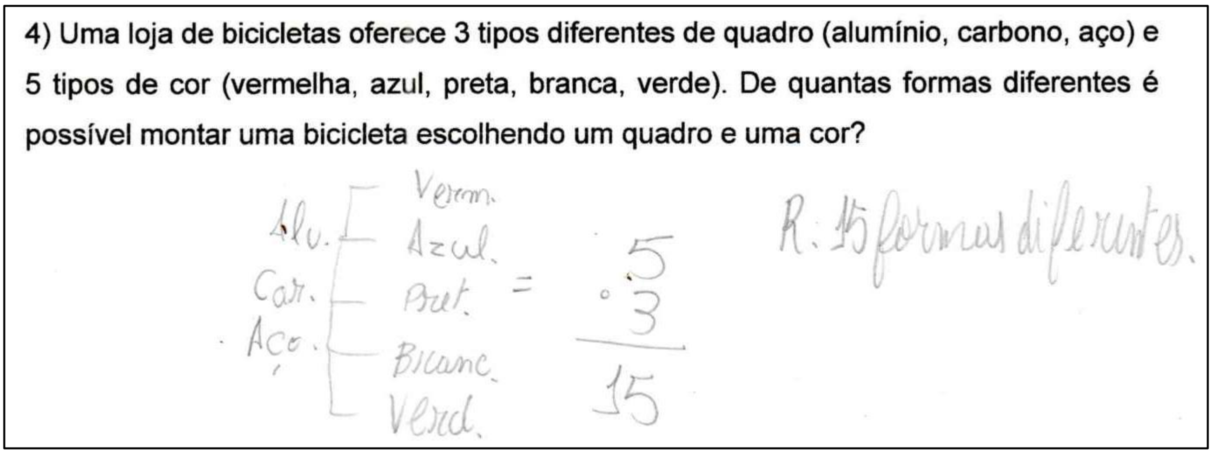

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

5 + 5 + 5 = 15

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois resolveram o problema ao identificar diretamente que era necessário multiplicar o número de tipos de quadros (3) pelo número de cores (5), chegando ao total de 15 combinações. Essa abordagem está evidenciada nas Figuras 89 e 90.

Figura 89 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na quarta situação matemática

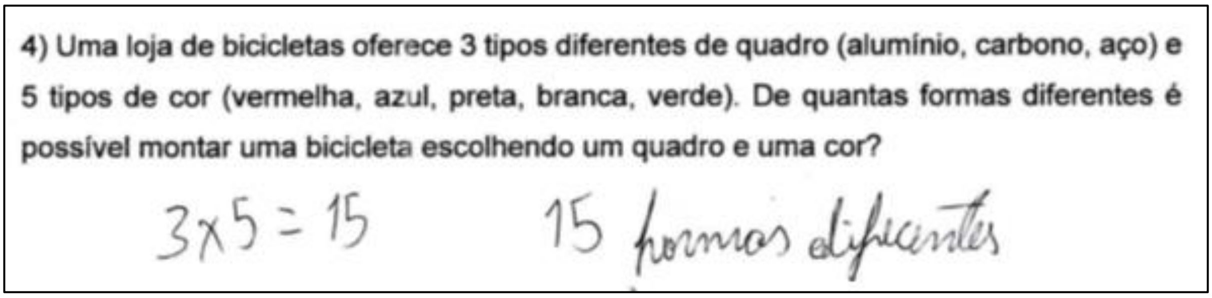

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

Alu. Car. Aço. — Verm. Azul. Pret. Branc. Verd. = 5 · 3 = 15

R: 15 formas diferentes.

Fonte: Os autores.

Figura 90 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na quarta situação matemática



4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

3x5 = 15   15 formas diferentes

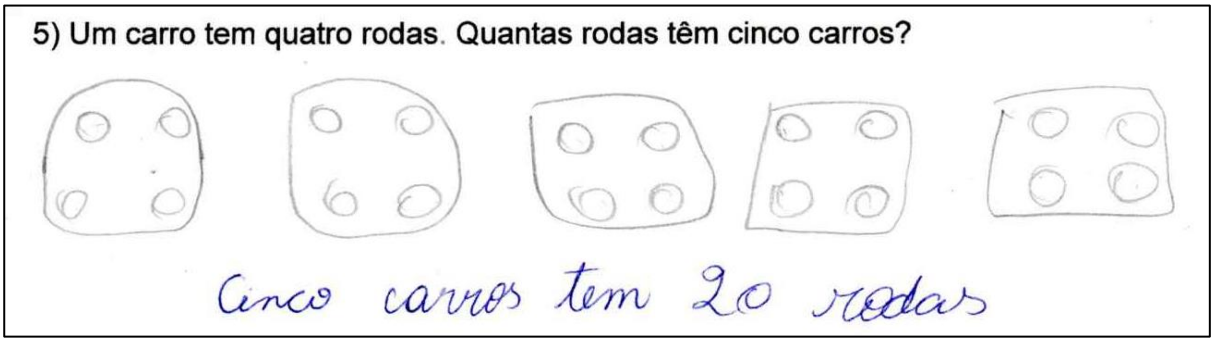
Fonte: Os autores.

A análise das quatro primeiras questões do 8º ano, que abordam relações ternárias, revelou que a maioria dos estudantes alcançou o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, indicando domínio das estruturas matemáticas envolvidas. Diferentemente do trabalho das autoras Moura e Espindola (2017), que apontou maior número de acertos nos eixos de comparação multiplicativa (partição) e produto de medidas (combinatória), com dificuldades significativas no eixo de comparação multiplicativa (procura do referente), o presente estudo demonstrou um desempenho consistente dos alunos também nesse último eixo. Os resultados sugerem um entendimento mais consolidado das relações multiplicativas no grupo analisado, mesmo em problemas reconhecidamente mais complexos.

Com relação aos estudos de Aguiar (2017), os resultados do 8º ano demonstram alinhamento ao evidenciar as transições entre o pensamento aditivo e o multiplicativo. Alguns estudantes recorreram a estratégias como abordagens concretas e pictóricas, além de somas repetidas, para resolver problemas de proporcionalidade e produto de medidas, conforme descrito por Aguiar. Essas estratégias refletem etapas significativas no desenvolvimento cognitivo, indicando o progresso gradual dos alunos em direção a uma compreensão mais aprofundada das relações multiplicativas.

Na questão 5, os estudantes A8-3 e A8-5 foram classificados no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizaram estratégias pictóricas para resolver o problema. Representaram visualmente as combinações possíveis e realizaram contagens manuais para chegar ao resultado de "20". Embora tenham obtido o resultado correto, essa abordagem evidencia uma dependência de representações concretas, sem aplicar diretamente a multiplicação (4 × 5 = 20). Isso sugere que ambos estão em um estágio inicial de transição, utilizando ferramentas visuais para apoiar a compreensão do problema (Figura 91).

Figura 91 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na quinta situação matemática

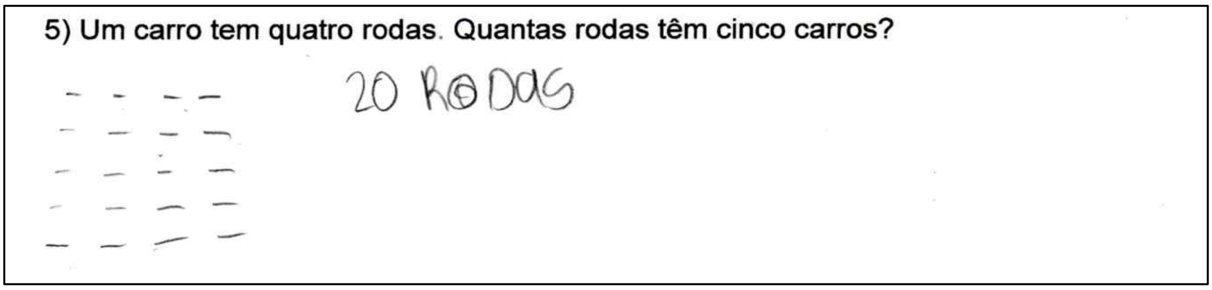

5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

Cinco carros tem 20 rodas

Fonte: Os autores.

Já o estudante A8-12, classificado no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, somou parcelas iguais de 4 (4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20) para resolver o problema. Apesar de reconhecer o padrão de repetição necessário, ainda recorreu ao pensamento aditivo em vez de abstrair a multiplicação (4×5), como apresentado na Figura 92.

Figura 92 - Resposta apresentada pelo estudante A8-12 na quinta situação matemática

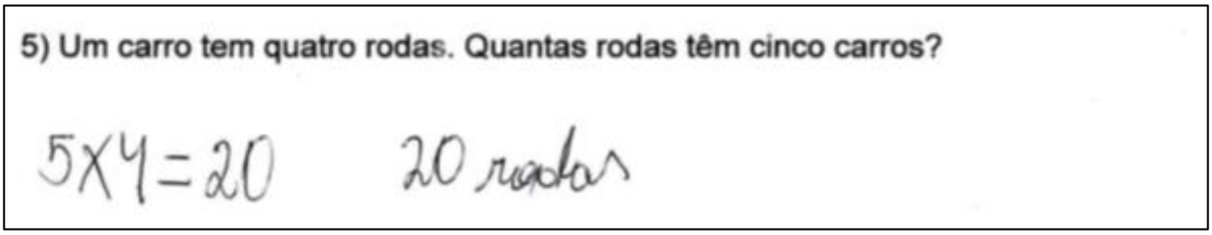

5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

20 RODAS

Fonte: Os autores.

Os demais estudantes foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, resolvendo o problema ao aplicar diretamente a multiplicação (4×5=20 rodas), evidenciando maior familiaridade com conceitos multiplicativos (Figuras 93 e 94).

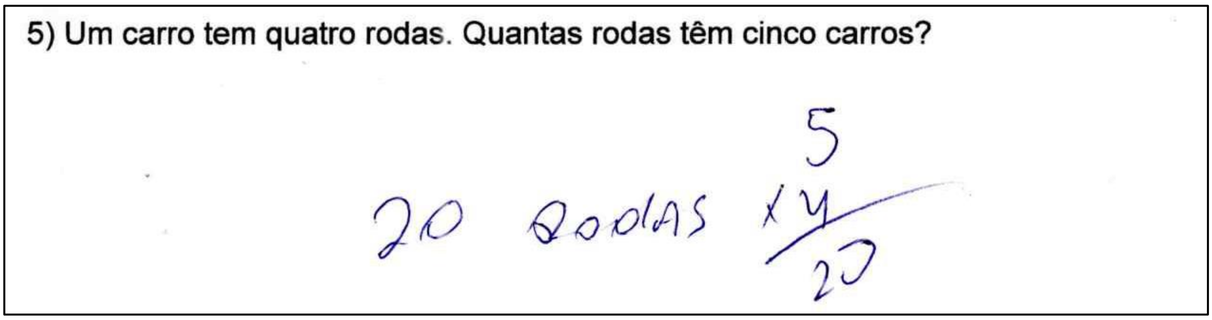
Figura 93 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na quinta situação matemática


5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

5X4=20 20 rodas

Fonte: Os autores.

Figura 94 - Resposta apresentada pelo estudante A8-6 na quinta situação matemática



5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

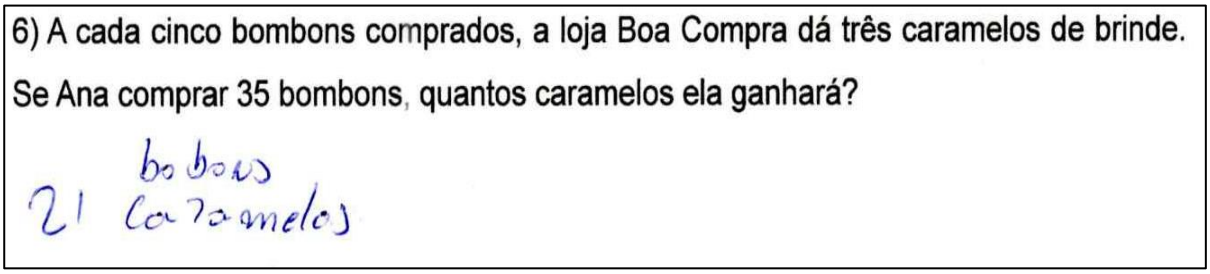
20 RODAS

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\, 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

Fonte: Os autores.

Na sexta questão, a maioria dos estudantes foi classificada no **Nível 1: Incompreensível**. Os alunos A8-1, A8-2, A8-4 e A8-9 forneceram respostas diretas, sem cálculos ou justificativas que explicassem como chegaram ao resultado, indicando dificuldades em interpretar as relações envolvidas. Já os estudantes A8-8 e A8-12 realizaram a multiplicação 35×3, aplicando uma operação inadequada ao contexto, enquanto o aluno A8-11 dividiu 35÷7, demonstrando uma interpretação equivocada do problema. Ver Figuras 95 e 96.

Figura 95 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na sexta situação matemática



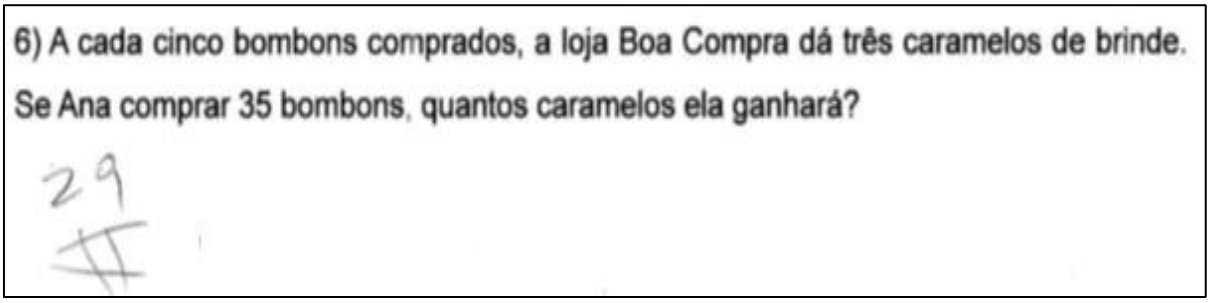
6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.

Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

21 bombons caramelos

Fonte: Os autores.

Figura 96 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na sexta situação matemática



6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde.

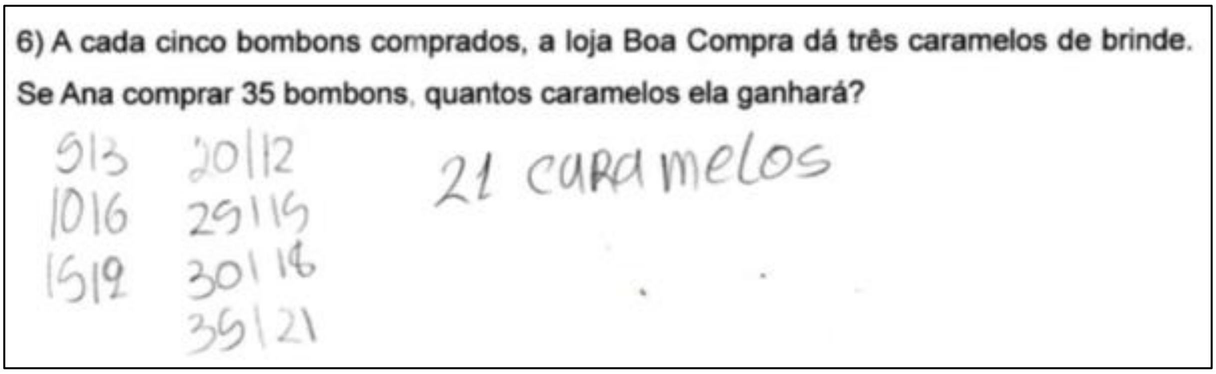
Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

29

Fonte: Os autores.

Por outro lado, o estudante A8-5 foi classificado no **Nível 2: Pensamento Aditivo**, pois utilizou comparativos incrementais (5→3,10→6,15→9, 20→12, 25→15), alcançando o total de 21. Embora correto, esse método reflete uma dependência de cálculos aditivos e sequenciais (Figura 97).

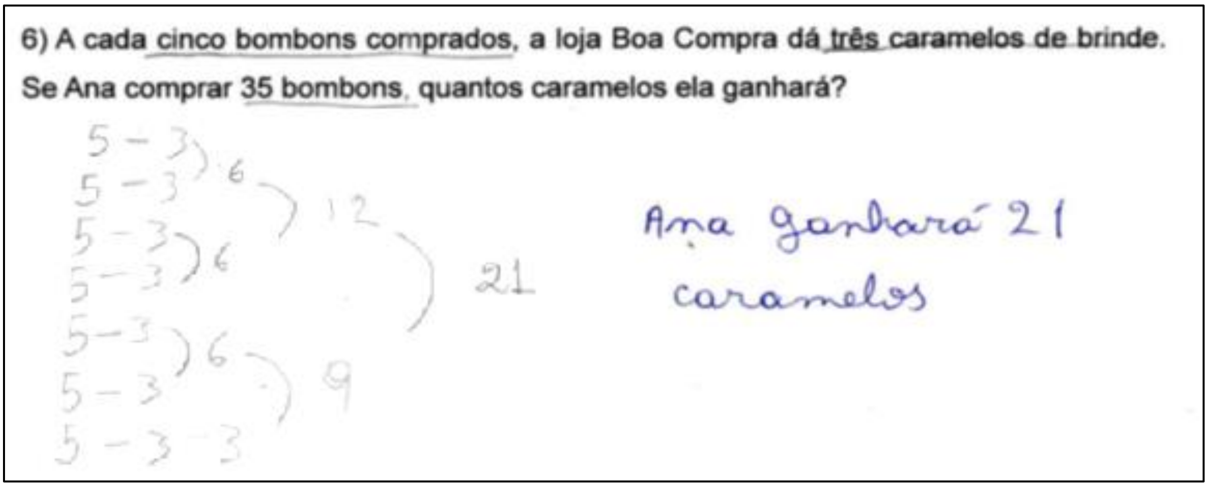
Figura 97 - Resposta apresentada pelo estudante A8-5 na sexta situação matemática



Fonte: Os autores.

Os estudantes A8-3 e A8-6 foram classificados no **Nível 3: Transição (do Pensamento Aditivo para o Multiplicativo)**, pois somaram múltiplos de 3 (3 + 3 + 3 + ... = 21), demonstrando progressão no entendimento proporcional, mas ainda dependentes de métodos aditivos para confirmar o resultado, como ilustrado na Figura 98.

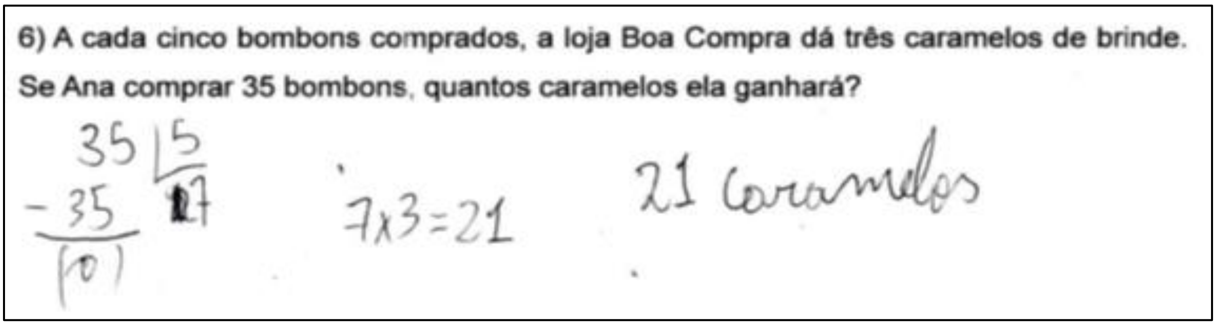
Figura 98 - Resposta apresentada pelo estudante A8-3 na sexta situação matemática



Fonte: Os autores.

Os demais estudantes (A8-7 e A8-10) foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, pois resolveram o problema aplicando diretamente a multiplicação ou outras estratégias proporcionais adequadas para encontrar o total de 21. Essa abordagem sugere que esses alunos compreenderam plenamente a relação proporcional e foram capazes de abstrair a estrutura multiplicativa necessária para resolver a questão de maneira eficiente. Suas respostas demonstram um domínio mais consolidado dos conceitos matemáticos e a capacidade de aplicá-los diretamente em problemas envolvendo proporcionalidade. Ver Figura 99 e 100.

Figura 99 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

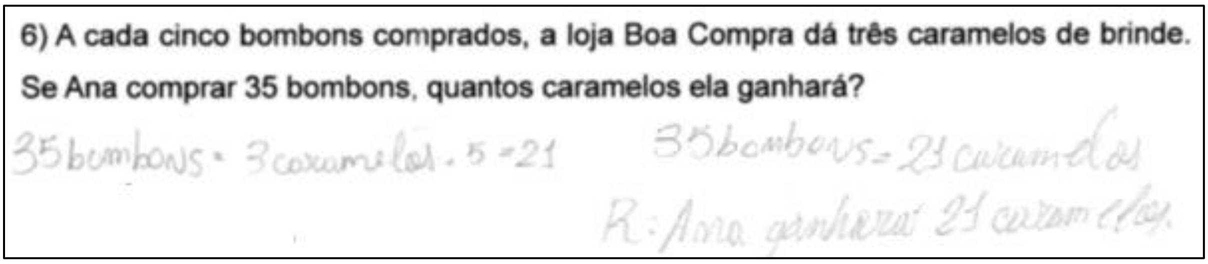
35 | 5
-35   7
(0)

7x3=21

21 caramelos

Fonte: Os autores.

Figura 100 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na sexta situação matemática


6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

35bombons ÷ 3caramelos . 5 = 21

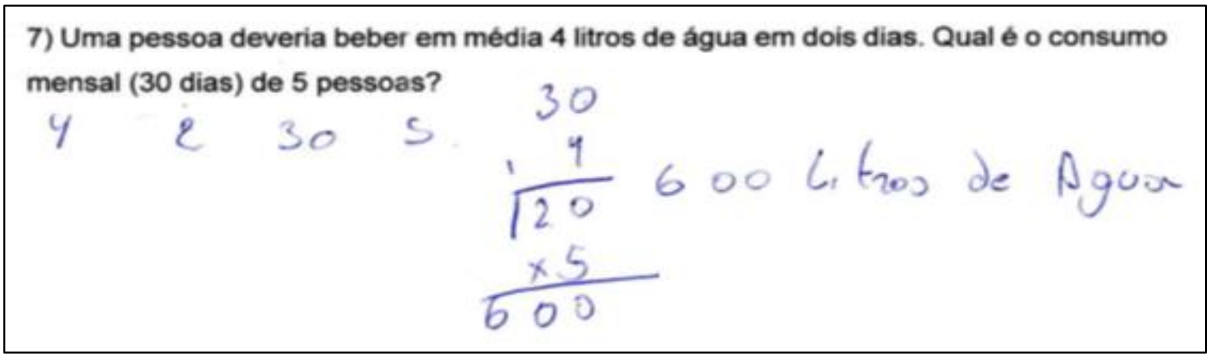
35bombons = 21 caramelos

R: Ana ganhará 21 caramelos.

Fonte: Os autores.

Na questão 7, a maior parte dos estudantes foi novamente classificada no **Nível 1: Incompreensível**, apresentando dificuldades significativas. Os alunos A8-1, A8-3, A8-5, A8-6 e A8-8 multiplicaram todos os números fornecidos no problema, resultando no valor incorreto de "600". Os estudantes A8-4 e A8-12 deixaram a questão em branco, sugerindo ausência de tentativa ou compreensão, enquanto A8-2 e A8-11 responderam "120", indicando esforço interpretativo, mas com erros na aplicação das operações, tais erros são expostos nas Figuras 101 e 102.

Figura 101 - Resposta apresentada pelo estudante A8-1 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

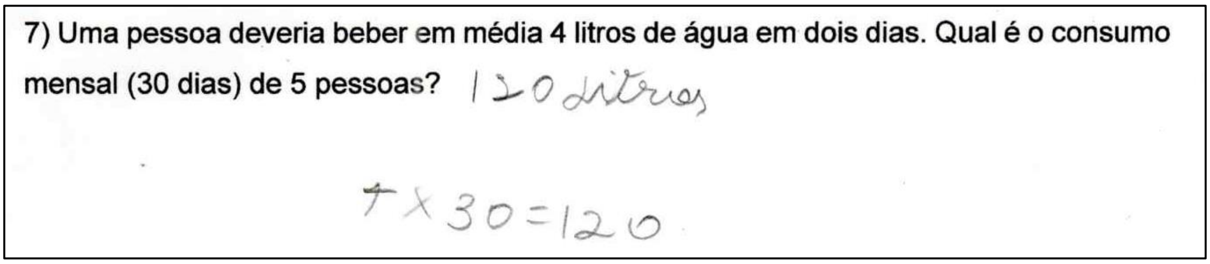
4 2 30 5.

30 × 4 = 120 × 5 = 600

600 Litros de Agua

Fonte: Os autores.

Figura 102 - Resposta apresentada pelo estudante A8-11 na sétima situação matemática

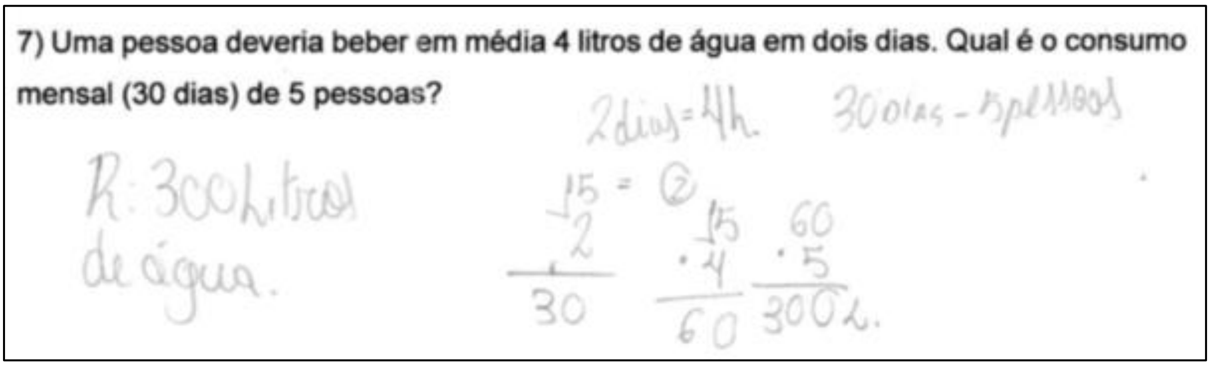

7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas? 120 litros

4 × 30 = 120

Fonte: Os autores.

Em contraste, os estudantes A8-7 e A8-10 foram classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, resolvendo corretamente a questão ao aplicar as proporções de maneira eficiente. Ambos aplicaram de forma direta e adequada as operações matemáticas necessárias, demonstrando uma compreensão consolidada da estrutura do problema (Figuras 103 e 104).

Figura 103 - Resposta apresentada pelo estudante A8-7 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

2dias=4L. 30dias - 5pessoas

15 = 2

15 · 2 = 30

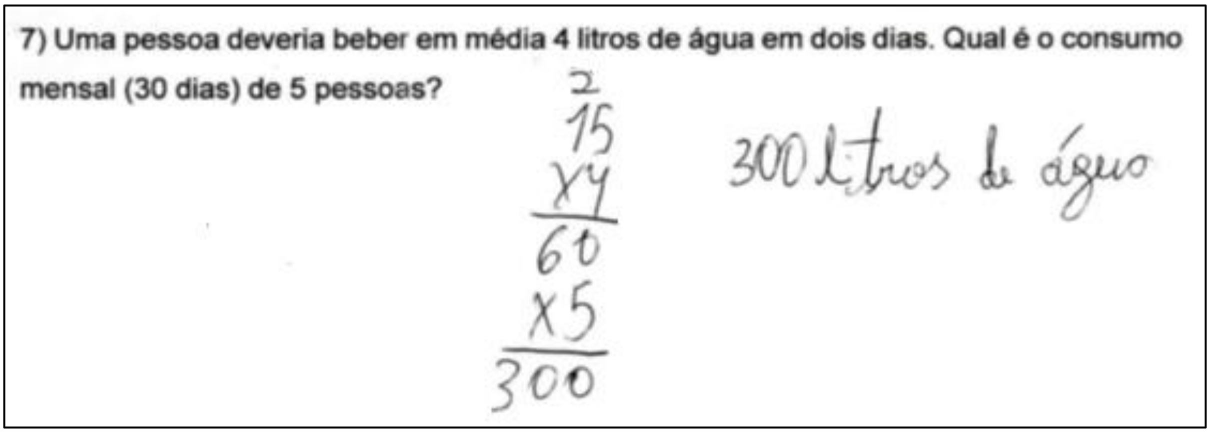
15 · 4 = 60

60 · 5 = 300L.

R: 300 Litros de água.

Fonte: Os autores.

Figura 104 - Resposta apresentada pelo estudante A8-10 na sétima situação matemática


7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

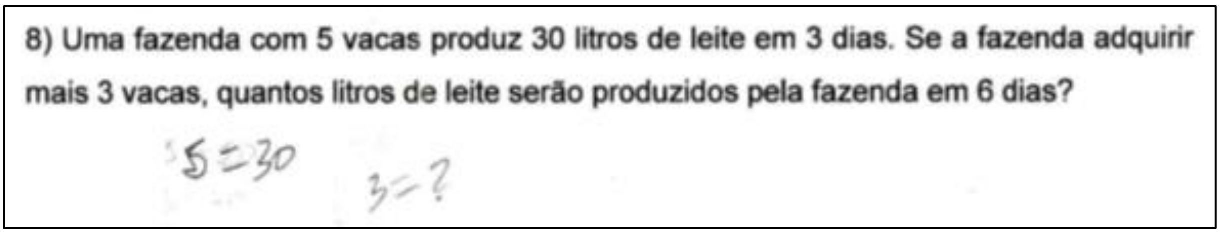
2
15
x4
60
x5
300

300 litros de água

Fonte: Os autores

Na questão 8, todos os estudantes foram classificados no **Nível 1: Incompreensível**, demonstrando dificuldades generalizadas na resolução do problema. Os estudantes A8-1, A8-2, A8-3, A8-6 e A8-7 responderam "48 litros", repetindo um valor sem justificativa ou demonstração de cálculo. O aluno A8-4 apresentou uma sequência de números aleatórios, sem qualquer raciocínio estruturado. Os estudantes A8-5, A8-8 e A8-10 indicaram "540 litros", provavelmente realizando uma multiplicação inadequada dos valores fornecidos no enunciado. Já A8-9 e A8-11 responderam "240 litros", enquanto A8-12 indicou "60 litros", ambas sem apresentar estratégias claras para justificar os resultados, observe as Figuras 105 e 106. Esses desempenhos refletem a necessidade de reforço no entendimento de proporcionalidade e operações multiplicativas aplicadas.

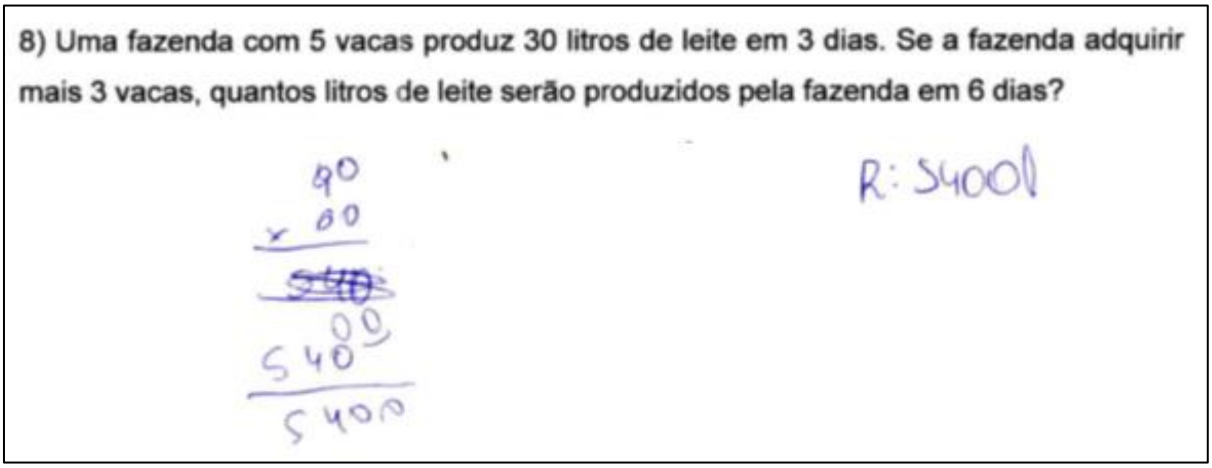
Figura 105 - Resposta apresentada pelo estudante A8-4 na oitava situação matemática


8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

5 = 30   3 = ?

Fonte: Os autores.

Figura 106 - Resposta apresentada pelo estudante A8-8 na oitava situação matemática


8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

R: 5400l

Fonte: Os autores.

A análise dos resultados relacionados às relações quaternárias apresenta algumas convergências e divergências em relação ao estudo de Magina, Santos e Merlini (2014). Enquanto o presente trabalho evidencia que os estudantes raramente utilizaram representações pictóricas como estratégia para solucionar os problemas, diferindo do apontado pelas autoras, há uma importante similaridade: os alunos enfrentaram grandes dificuldades em resolver questões de Proporção Múltipla associadas a relações quaternárias, especialmente em comparação com problemas de Proporções Simples, reforçando o caráter desafiador dessas situações.

Por outro lado, os estudantes classificados no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** apresentaram estratégias alinhadas às descrições de Almeida (2017). Esses alunos demonstraram a capacidade de aplicar diretamente a multiplicação para resolver problemas de proporção, sem a necessidade de pistas explícitas ou apoio em representações visuais. Conforme Almeida, esse comportamento reflete uma compreensão consolidada da estrutura multiplicativa, permitindo que os estudantes identifiquem proporções e escalas de forma autônoma. No presente estudo, esses padrões são evidentes nas respostas diretas e eficientes de alguns alunos, que, mesmo diante da complexidade das relações quaternárias, foram capazes de abstrair as operações necessárias para resolver os problemas corretamente.

O Quadro 10 fornece uma síntese detalhada dos resultados gerais alcançados pelos estudantes do 8º ano.

Quadro 10 - Classificação dos Níveis de Estratégias dos estudantes do 8º ano na Avaliação a priori

Estudantes	Q1	Q1	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
A8-1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-2	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-3	Nível 4	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 3	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-4	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-5	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 2	Nível 2	Nível 2	Nível 1	Nível 1
A8-6	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 3	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-7	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A8-8	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 2	Nível 2	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-9	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1
A8-10	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A8-11	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4	Nível 4
A8-12	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 1	Nível 1

Fonte: Os autores

Com base no Quadro 10, é possível destacar que os estudantes do 8º ano apresentaram um desempenho geral mais equilibrado, com a maioria mostrando capacidade de aplicar diretamente o pensamento multiplicativo em problemas de proporção simples e produtos de medidas. Entretanto, questões envolvendo proporções múltiplas e relações quaternárias, como a Q8, revelaram dificuldades significativas para grande parte do grupo, com respostas majoritariamente classificadas no **Nível 1: Incompreensível**. Isso sugere que, embora tenham uma base sólida em conceitos multiplicativos básicos, ainda enfrentam barreiras na aplicação desses conceitos em cenários mais complexos, o que destaca a necessidade de intervenções pedagógicas mais direcionadas.

5.2. ELABORAÇÃO DA AVALIAÇÃO A POSTERIORI

A segunda etapa da coleta de dados, denominada avaliação a posteriori, foi estruturada para analisar a compreensão dos estudantes sobre situações matemáticas relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo. Essa avaliação contempla questões que exploram o conhecimento sobre relações ternárias e quaternárias, conforme detalhado no Apêndice 2.

O Quadro 11 apresenta a distribuição das 8 questões, categorizadas por eixo e classe das relações ternárias e quaternárias, permitindo uma análise detalhada do desempenho dos estudantes em diferentes tipos de raciocínio matemático.

Quadro 11 - Situações matemáticas da avaliação a posteriori

RELAÇÃO TERNÁRIA		
Situação-problema	**Eixo**	**Classe**
1) Marcos e sua prima Júlia gostam de andar de bicicleta. Certo dia, Marcos percebeu que ele andou um terço da distância que Júlia percorreu. Se Júlia pedalou 18 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Marcos percorreu?	Comparação Multiplicativa	Relação desconhecidas
2) Luiza comprou um relógio por R$ 125,00 e uma pulseira por R$ 25,00. O preço do relógio foi quantas vezes maior que o da pulseira?	Comparação Multiplicativa	Referente ou Referido desconhecido
3) Um piso retangular de 12 metros de comprimento por 7 metros de largura será coberto com ladrilhos quadrados de 1 metro de lado. Quantos ladrilhos serão necessários?	Produtos de Medidas	Configuração retangular
4) Um ginásio oferece 4 tipos de esportes (futebol, basquete, vôlei, tênis) e 3 horários diferentes para prática (manhã, tarde, noite). De quantas formas diferentes é possível escolher uma atividade e um horário?	Produtos de Medidas	Combinatória
RELAÇÃO QUATERNÁRIA		
Situação-problema	**Eixo**	**Classe**
5) Um cavalo usa 4 ferraduras. Quantas ferraduras são necessárias para 7 cavalos?	Proporção Simples	Um para muitos
6) Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço?	Proporção Simples	Muitos para muitos
7) Uma lâmpada consome 60 watts em duas horas. Quantos watts são consumidos por 4 lâmpadas em 10 horas?	Proporção Múltipla	Um para muitos

8) Uma escola conta com 4 professores que, juntos, conseguem corrigir 32 provas em duas horas. Caso a escola contrate mais 3 professores, quantas provas eles poderão corrigir em um período de 6 horas?	Proporção Múltipla	Muitos para muitos

Fonte: Elaborado pelos autores

Os resultados obtidos das situações na avaliação a posteriori foram utilizados para estabelecer um diálogo com as descobertas da revisão de literatura. Nesta etapa, o foco estava em analisar a evolução da compreensão dos estudantes em relação às situações matemáticas propostas, considerando as relações ternárias e quaternárias abordadas na avaliação. Além disso, buscou-se verificar como as interações nas diferentes fases da atividade (ação, formulação e validação) contribuíram para a construção do conhecimento e a superação de dificuldades conceituais previamente identificadas. Essa análise permitiu compreender de que maneira os estudantes mobilizaram e ajustaram seus pensamentos ao longo do processo, evidenciando padrões de aprendizagem e eventuais lacunas conceituais.

5.2.1. Aplicação da avaliação a posteriori

A aplicação do teste ocorreu com 28 estudantes que participaram da etapa anterior, organizados da seguinte maneira: três grupos de 3 alunos do 6º ano, dois grupos do 7º ano (um com 3 estudantes e outro com 4 estudantes) e quatro grupos do 8º ano, cada um composto por 3 alunos. O teste, novamente, foi administrado pelo pesquisador em conjunto com o orientador, utilizando o instrumento de avaliação e as categorias de análise previamente desenvolvidas.

Adicionalmente, a identificação dos grupos foi realizada por meio de um código único para cada um, que inclui um prefixo correspondente ao grupo ao qual pertenciam durante a aplicação da avaliação. Assim, os grupos do 6º ano foram identificados com o prefixo G6 seguidos de um número sequencial que indica a ordem de registro na pesquisa, como G6-1 para o primeiro grupo, G6-2 para o segundo, e G6-3 para o último grupo. O mesmo critério foi aplicado aos estudantes do 7º ano, identificados pelos grupos G7-1 e G7-2, e aos do 8º ano, pertencentes aos grupos G8-1, G8-2, G8-3 e G8-4. Esse método de codificação permitiu uma análise estruturada das respostas de cada grupo, sem comprometer a privacidade dos estudantes.

No contexto desta pesquisa, o *milieu* foi representado pelas questões matemáticas do teste, que desafiaram os estudantes a mobilizar seus conhecimentos prévios e desenvolver novas estratégias de resolução. Segundo a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008), o *milieu* atua como um elemento fundamental para o aprendizado, pois impõe desafios e contradições que impulsionam o aluno a refletir, testar hipóteses e adaptar suas estratégias para superar dificuldades. Assim, as questões propostas desempenharam o papel de um ambiente problemático estruturado, no qual os estudantes foram incentivados a interagir ativamente com o conhecimento matemático.

Na Etapa de Ação, os estudantes foram organizados em pequenos grupos de três ou quatro participantes, distribuídos conforme seu ano escolar: três grupos do 6º ano (G6-1, G6-2 e G6-3), dois grupos do 7º ano (G7-1, com três estudantes, e G7-2, com quatro estudantes) e quatro grupos do 8º ano (G8-1, G8-2, G8-3 e G8-4), todos compostos por três alunos. Essa organização inicial teve a duração de 50 minutos e permitiu que cada grupo se engajasse de forma independente na resolução dos problemas matemáticos, sem interferência direta do professor, caracterizando a situação de ação, na qual os estudantes enfrentam os desafios propostos e constroem suas próprias estratégias de resolução. Conforme indicado por Brousseau (2008), essa fase é essencial, pois possibilita que os alunos experimentem diferentes abordagens, interajam com o *milieu* e desenvolvam suas próprias hipóteses para resolver as questões. Após concluir essa etapa, os grupos entregaram suas respostas iniciais para posterior análise.

Em seguida, foi realizada a Etapa de Formulação, na qual os grupos foram reorganizados para permitir um intercâmbio de ideias entre os estudantes. Nesta fase, com duração de 20 minutos, os três grupos do 6º ano se uniram em um único grupo, os dois grupos do 7º ano formaram uma nova configuração conjunta e os quatro grupos do 8º ano foram subdivididos em dois grupos maiores (G8-1 e G8-2; G8-3 e G8-4). Essa reestruturação visou promover a troca de estratégias e reflexões entre os participantes, permitindo que os estudantes analisassem diferentes abordagens e refinassem suas respostas.

De acordo com Brousseau (2008), a situação de formulação envolve um processo de comunicação e reconstrução do conhecimento, no qual os estudantes compartilham suas ideias, ajustam suas estratégias e reinterpretam os conceitos matemáticos discutidos. Durante essa fase, os alunos revisaram as questões, discutiram alternativas e elaboraram uma nova versão de suas respostas, consolidando assim uma compreensão mais aprofundada dos problemas matemáticos.

Por fim, na Etapa de Validação, com a duração de 40 minutos, os estudantes retornaram às suas formações originais dos pequenos grupos iniciais e resolveram novamente as questões, levando em consideração os conhecimentos adquiridos na fase anterior. Essa etapa reflete a situação de validação, na qual os estudantes confrontam suas respostas, justificam suas escolhas matemáticas e apresentam argumentos para defender suas soluções. Segundo Brousseau (2008), essa fase é essencial para a aprendizagem matemática, pois permite que os estudantes testem a coerência de suas respostas e busquem sustentação lógica para suas estratégias. Após essa revisão final, cada grupo entregou uma nova versão das respostas, refletindo um processo contínuo de construção do conhecimento.

Esse ciclo de ação, formulação e validação proporcionou aos estudantes uma experiência dinâmica e interativa de aprendizagem matemática, fundamentada nos princípios da Teoria das Situações Didáticas. O processo possibilitou que os alunos enfrentassem desafios, interagissem com seus pares e desenvolvessem uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos trabalhados, evidenciando o papel do *milieu* como elemento central na mediação do conhecimento e na promoção do desenvolvimento cognitivo dos participantes.

Optou-se por analisar apenas três grupos na etapa de avaliação a posteriori, sendo selecionado um grupo representativo de cada série participante, especificamente os grupos G6-1 (6º ano), G7-2 (7º ano) e G8-4 (8º ano). Essa escolha se fundamenta diretamente no delineamento metodológico do estudo, que assume uma abordagem qualitativa com o delineamento de estudo de caso. Dessa forma, foi possível realizar uma análise mais detalhada e aprofundada dos esquemas cognitivos mobilizados pelos estudantes, permitindo uma compreensão mais acurada das particularidades, dificuldades e avanços observados em cada contexto educacional específico. Tal decisão metodológica é coerente com os pressupostos do estudo de caso, que busca compreender profundamente fenômenos educacionais dentro de contextos reais, valorizando a qualidade da análise em detrimento da quantidade de casos analisados.

Figura 107 - Estudantes resolvendo as situações da avaliação a posteriori

Etapa de Ação

Etapa de Ação

Etapa de Formulação

Etapa de Formulação

Etapa de Validação

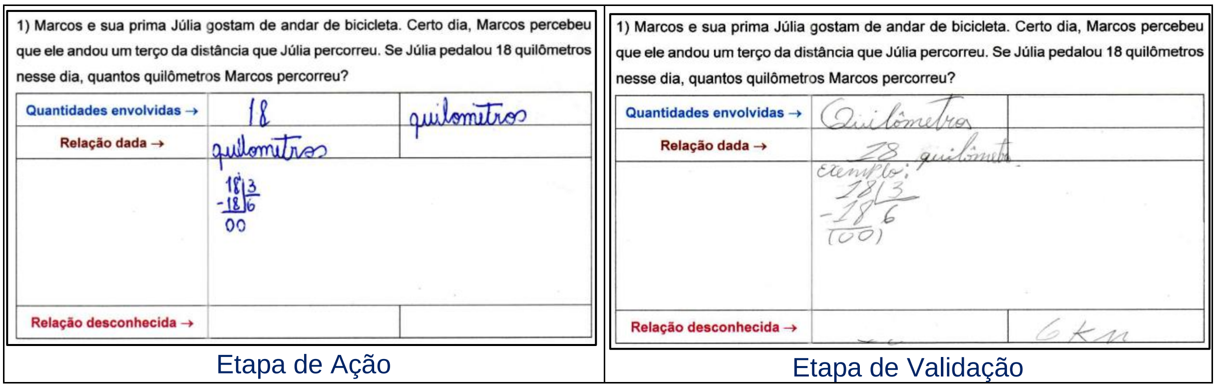
Etapa de Validação

Fonte: O autor.

5.2.2. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G6-1

As resoluções da **Situação 1** mostram que o grupo G6-1 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** em ambas as etapas, demonstrando compreensão da operação de divisão. Na Etapa de Ação, o grupo calculou corretamente que Marcos percorreu 6 quilômetros, determinando que essa distância corresponde a um terço do trajeto percorrido por Júlia (18 km). No entanto, apesar do acerto na operação, a resposta poderia ter sido apresentada de forma mais clara, assegurando a sistematização do cálculo e a explicitação adequada do resultado. Na Etapa de Validação, a resposta foi reformulada para incluir o registro explícito da unidade de medida, garantindo maior clareza na comunicação matemática, conforme ilustrado na Figura 108.

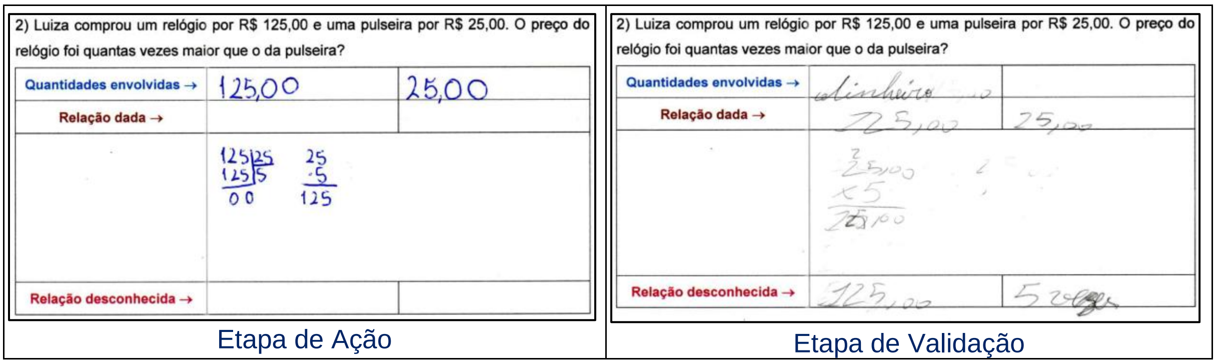
Figura 108 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1



Fonte: Os autores.

As respostas da **Situação 2** indicam que o grupo G6-1 também permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, evidenciando domínio dos conceitos de multiplicação e divisão. Na Etapa de Ação, eles realizaram corretamente a divisão 125 ÷ 25 = 5, identificando que o relógio custava cinco vezes mais que a pulseira. No entanto, a resposta foi apresentada sem a indicação clara da relação entre os valores, limitando-se ao registro do número 5 sem explicação adicional. Já na Etapa de Validação, houve um aprimoramento na clareza da resposta, com a inclusão da afirmação de que "o relógio foi 5 vezes mais caro que a pulseira". Essa melhoria demonstra avanço na comunicação matemática e na estruturação da resposta, conforme Figura 109.

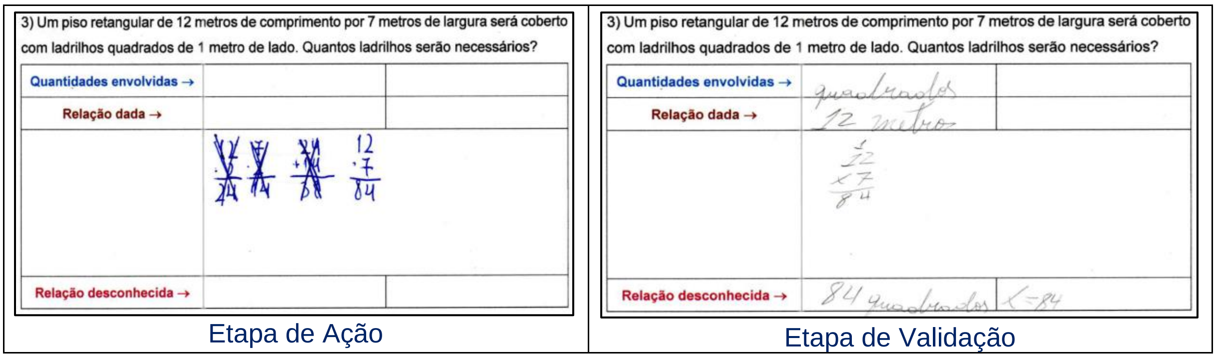
Figura 109 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3



Fonte: Os autores.

Na **Situação 3**, o grupo G6-1 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, demonstrando domínio da multiplicação na resolução de problemas envolvendo áreas. Na Etapa de Ação, eles calcularam corretamente que um piso de 12 metros por 7 metros exigiria 84 ladrilhos, utilizando a multiplicação 12 × 7 = 84. Apesar da execução correta, a apresentação poderia ter sido mais explícita na organização do registro final. Na Etapa de Validação, a resposta foi reformulada para incluir o termo "84 quadrados", garantindo maior clareza no entendimento da solução apresentada, conforme Figura 110.

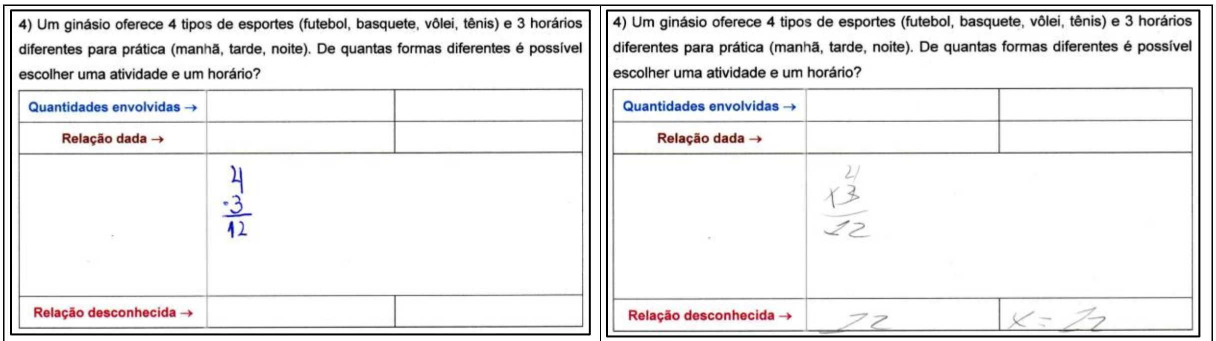
Figura 110 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3



Fonte: Os autores.

As soluções da **Situação 4** mostram que o grupo G6-1 permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, demonstrando compreensão da contagem combinatória. Na Etapa de Ação, eles aplicaram corretamente a multiplicação 4 × 3 = 12 para determinar as possibilidades de escolha de esportes e horários. No entanto, não registraram explicitamente a interpretação do resultado, o que poderia comprometer a clareza da resposta. Na Etapa de Validação, o grupo repetiu a operação correta e registrou "x=12", mas sem especificar que esse valor correspondia ao número total de combinações possíveis, conforme Figura 111.

Figura 111 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4


4) Um ginásio oferece 4 tipos de esportes (futebol, basquete, vôlei, tênis) e 3 horários diferentes para prática (manhã, tarde, noite). De quantas formas diferentes é possível escolher uma atividade e um horário?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
	4 · 3 = 12	
Relação desconhecida →		

4) Um ginásio oferece 4 tipos de esportes (futebol, basquete, vôlei, tênis) e 3 horários diferentes para prática (manhã, tarde, noite). De quantas formas diferentes é possível escolher uma atividade e um horário?

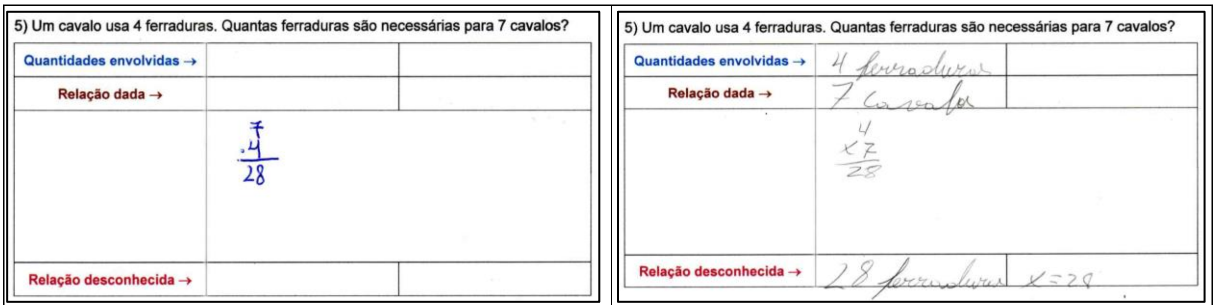
Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
	4 × 3 = 12	
Relação desconhecida →	12	x = 12

Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Com relação à **Situação 5**, o grupo G6-1 seguiu um padrão semelhante ao das questões anteriores, garantindo a classificação no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Na Etapa de Ação, calcularam corretamente o total de ferraduras necessárias para 7 cavalos, realizando a multiplicação 7×4=28. Entretanto, a interpretação do resultado poderia ter sido mais detalhada. Na Etapa de Validação, houve uma melhora na organização da resposta, com o registro explícito da afirmação "28 ferraduras" no espaço designado. Essa evolução na apresentação matemática reforça a clareza da comunicação e a precisão da solução, conforme Figura 112.

Figura 112 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5


5) Um cavalo usa 4 ferraduras. Quantas ferraduras são necessárias para 7 cavalos?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
	7 · 4 = 28	
Relação desconhecida →		

5) Um cavalo usa 4 ferraduras. Quantas ferraduras são necessárias para 7 cavalos?

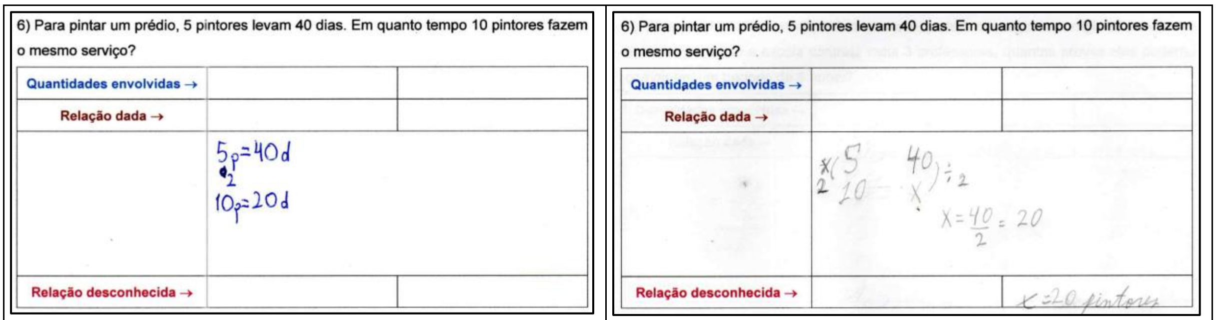
Quantidades envolvidas →	4 ferraduras	
Relação dada →	7 cavalos	
	4 × 7 = 28	
Relação desconhecida →	28 ferraduras	x = 28

Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 6** indicam que o grupo G6-1 permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, demonstrando um entendimento adequado da relação de proporcionalidade inversa. Na Etapa de Ação, o grupo compreendeu corretamente que ao dobrar o número de pintores, o tempo necessário para concluir a tarefa seria reduzido pela metade. Assim, aplicaram a divisão 40 ÷ 2 = 20 para determinar que 10 pintores levariam 20 dias para concluir o serviço. No entanto, a resposta foi apresentada sem explicitação clara das grandezas envolvidas, o que poderia comprometer a comunicação da solução. Já na Etapa de Validação, o grupo manteve a mesma abordagem correta, reforçando a lógica da proporcionalidade inversa ao dividir 40 por 2 e registrar explicitamente "20 dias" no espaço da resposta. Observe a Figura 113.

Figura 113 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6

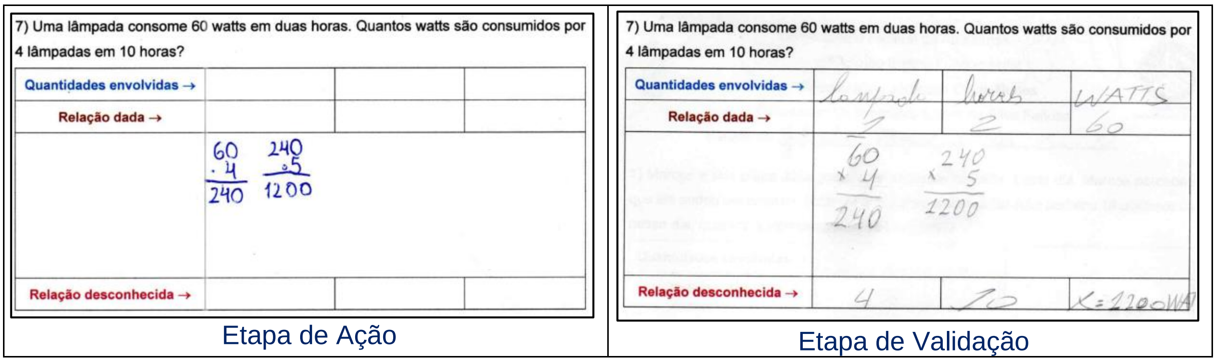


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 7** mostram que o grupo G6-1 permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, evidenciando domínio da multiplicação sucessiva para determinar o consumo de energia. Na Etapa de Ação, o grupo iniciou os cálculos determinando o consumo de quatro lâmpadas em duas horas, multiplicando 60 × 4 = 240. Em seguida, aplicaram a multiplicação 240 × 5 = 1200 para encontrar o consumo total em 10 horas. Embora a estrutura de cálculo tenha sido correta, a ausência de uma explicação clara da relação entre os valores poderia dificultar a interpretação da resposta. Já na Etapa de Validação, o grupo manteve a mesma abordagem matemática correta e aprimorou a comunicação do resultado ao registrar explicitamente "1200 watts" no espaço destinado à resposta. Esse ajuste reforça a clareza da solução e confirma a consolidação do raciocínio multiplicativo, conforme ilustrado na Figura 114.

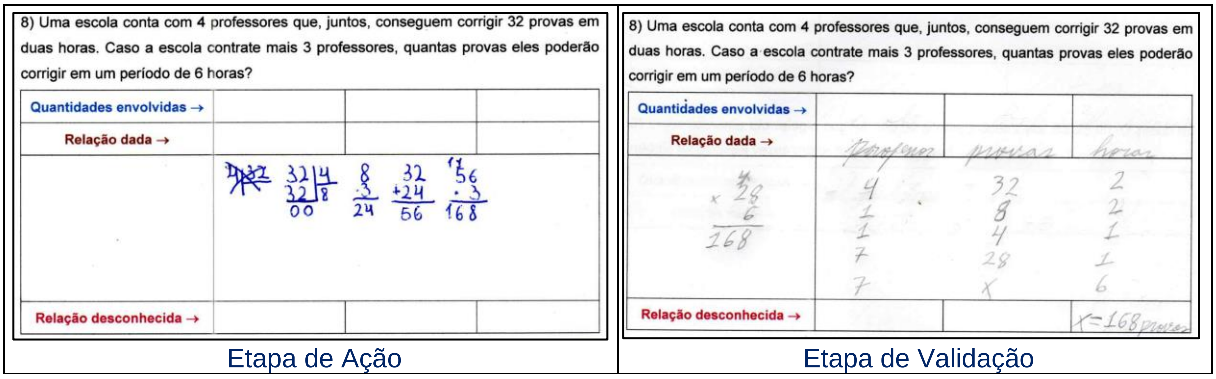
Figura 114 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7



Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 8** indicam que o grupo G6-1 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, demonstrando domínio da proporcionalidade composta. Na Etapa de Ação, calcularam corretamente o número de provas corrigidas em 6 horas por 7 professores, determinando primeiro que um professor corrige 8 provas em 2 horas (32 ÷ 4 = 8), depois multiplicando 8 × 3 = 24 e somando 32 + 24 = 56 para obter o total corrigido em 2 horas. Em seguida, multiplicaram 56 × 3 = 168, chegando à resposta correta, mas sem registrá-la explicitamente no espaço designado. Já na Etapa de Validação, estruturaram melhor a resposta ao identificar que um professor corrige 4 provas por hora, multiplicaram por 7 professores para obter 28 provas por hora e, em seguida, por 6 horas, registrando corretamente 168 provas. Ver Figura 115.

Figura 115 - Soluções do grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8



Fonte: Os autores.

O Quadro 12 apresenta uma síntese dos resultados gerais obtidos pelo grupo G6-1 nas Etapas de Ação e Validação das situações-problema.

Quadro 12 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G6-1 na Avaliação a posteriori

Situação	Etapa de Ação	Etapa de Validação
Q1	Nível 4	Nível 4
Q2	Nível 4	Nível 4
Q3	Nível 4	Nível 4
Q4	Nível 4	Nível 4
Q5	Nível 4	Nível 4
Q6	Nível 4	Nível 4
Q7	Nível 4	Nível 4
Q8	Nível 4	Nível 4

Fonte: Os autores.

A análise das resoluções do grupo G6-1, conforme o Quadro 12, nas diferentes situações evidencia um padrão consistente de desempenho no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, indicando que os estudantes demonstraram domínio das operações matemáticas envolvidas, como multiplicação, divisão e proporcionalidade. Na Etapa de Ação, o grupo foi capaz de aplicar corretamente os conceitos matemáticos exigidos em cada situação, realizando cálculos precisos e utilizando estratégias adequadas para resolver os problemas propostos. No entanto, observou-se que, em várias ocasiões, as respostas não eram suficientemente explícitas, faltando a indicação clara das unidades de medida ou a contextualização dos resultados no espaço designado para a resposta final. Essa limitação pode comprometer a clareza da comunicação matemática e a interpretação correta da solução. Situações como essas revelam o que Barbosa e Oliveira (2018) identificaram como fragilidade na explicitação do raciocínio multiplicativo, muitas vezes restrito a registros numéricos desconexos, dificultando a análise do percurso cognitivo dos alunos.

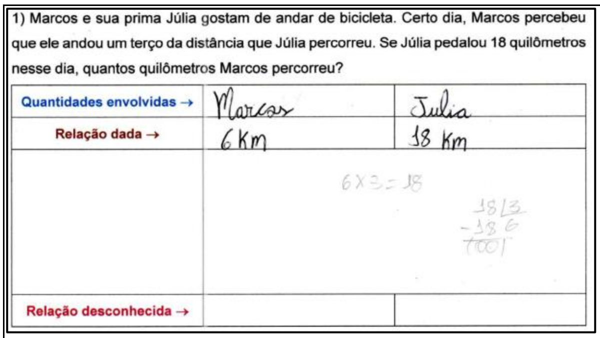
Na Etapa de Validação, houve uma melhoria notável na organização e apresentação das respostas. Em diversas situações, os estudantes reformularam suas respostas para torná-las mais completas, acrescentando unidades de medida, detalhando relações entre grandezas e garantindo maior precisão na comunicação dos resultados. Esse avanço é especialmente evidente nas situações em que, na Etapa de Ação, o grupo havia registrado apenas números isolados, sem explicitação do raciocínio ou do significado dos valores obtidos. Essa reestruturação das respostas se alinha à ideia de Altoé e Freitas (2020), segundo os quais a reformulação e a validação de problemas favorecem a comunicação matemática, o desenvolvimento do pensamento crítico e a articulação entre raciocínio e linguagem simbólica.

Além disso, a reavaliação das respostas permitiu que eventuais imprecisões fossem corrigidas, como na Situação 8, em que o grupo ajustou a sequência de cálculos e chegou à resposta correta. Esse processo se assemelha ao que Dorneles e Duro (2018) destacam em seu estudo sobre estimativas: a melhoria na precisão das respostas ocorre à medida que os alunos revisitam seus registros e refinam suas estratégias, utilizando marcos de referência mais eficientes para representar suas ideias. Dessa forma, os registros demonstram que a Etapa de Validação contribuiu significativamente para aprimorar a clareza e a precisão das respostas, fortalecendo o entendimento dos conceitos matemáticos e a comunicação das soluções apresentadas.

5.2.3. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G7-2

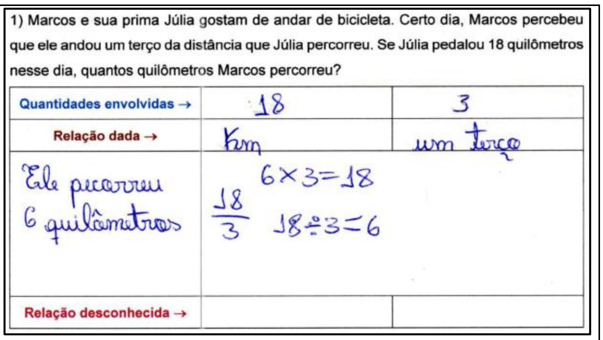
Na **Situação 1** mostram que o grupo G7-2 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** em ambas as etapas, mas com uma melhora na apresentação da resposta final. Na Etapa de Ação, o grupo dividiu corretamente 18 por 3 e encontrou o resultado 6, demonstrando compreensão da operação envolvida. No entanto, nesta fase, não especificaram a unidade de medida, o que poderia comprometer a clareza da resposta. Já na Etapa de Validação, o grupo aprimorou a comunicação matemática ao registrar "ele percorreu 6 quilômetros", garantindo precisão e alinhamento com o contexto da Situação. Esse refinamento na resposta demonstra um avanço na organização da solução, conforme Figura 116.

Figura 116 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1


1) Marcos e sua prima Júlia gostam de andar de bicicleta. Certo dia, Marcos percebeu que ele andou um terço da distância que Júlia percorreu. Se Júlia pedalou 18 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Marcos percorreu?

Quantidades envolvidas →	Marcos	Julia
Relação dada →	6 Km	18 Km
	6×3=18	
Relação desconhecida →		

Etapa de Ação


1) Marcos e sua prima Júlia gostam de andar de bicicleta. Certo dia, Marcos percebeu que ele andou um terço da distância que Júlia percorreu. Se Júlia pedalou 18 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Marcos percorreu?

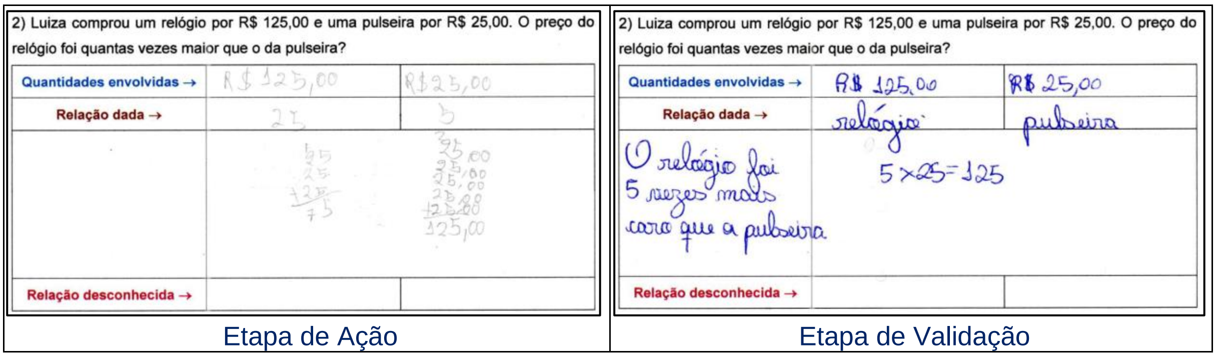
Quantidades envolvidas →	18	3
Relação dada →	Km	um terço
Ele percorreu 6 quilômetros	6×3=18 18/3 18÷3=6	
Relação desconhecida →		

Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 2** indicam que o grupo G7-2 também se manteve no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, com ajustes na clareza da resposta final. Na Etapa de Ação, o grupo realizou corretamente a soma 25+25+25+25+25=125, evidenciando compreensão da estrutura aditiva da multiplicação. Entretanto, registraram apenas "5", sem explicitar a relação entre os valores. Já na Etapa de Validação, reformularam a resposta ao utilizar a multiplicação direta 5×25=125 e esclarecer que "o relógio foi 5 vezes mais caro que a pulseira", aprimorando a precisão da resposta, conforme Figura 117.

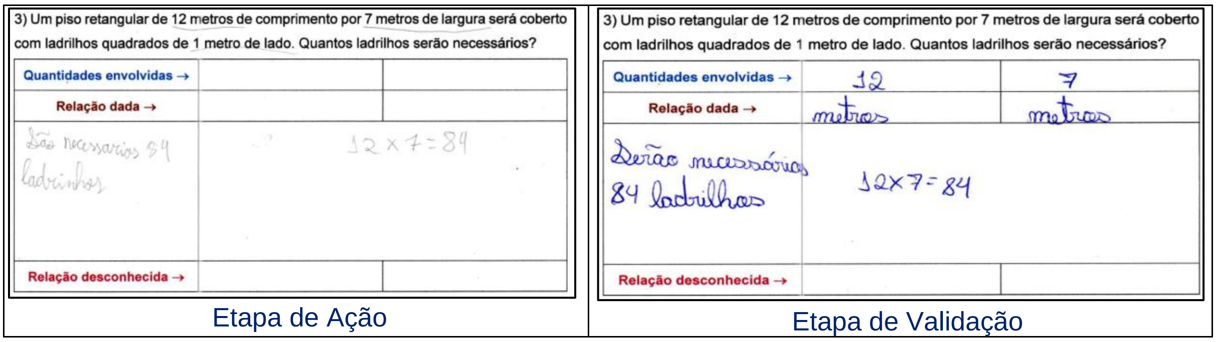
Figura 117 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 2



Fonte: Os autores.

Na **Situação 3**, o grupo G7-2 demonstrou consistência na resolução e permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** em ambas as etapas. Desde a Etapa de Ação, aplicaram corretamente a multiplicação 12×7=84 e registraram que "são necessários 84 ladrilhos". Na Etapa de Validação, mantiveram a mesma abordagem, com um leve ajuste na formulação da resposta para "serão necessários 84 ladrilhos", o que melhorou a adequação ao enunciado da Situação sem comprometer a lógica utilizada. Esse aprimoramento demonstra refinamento na comunicação matemática, conforme o indicado na Figura 118.

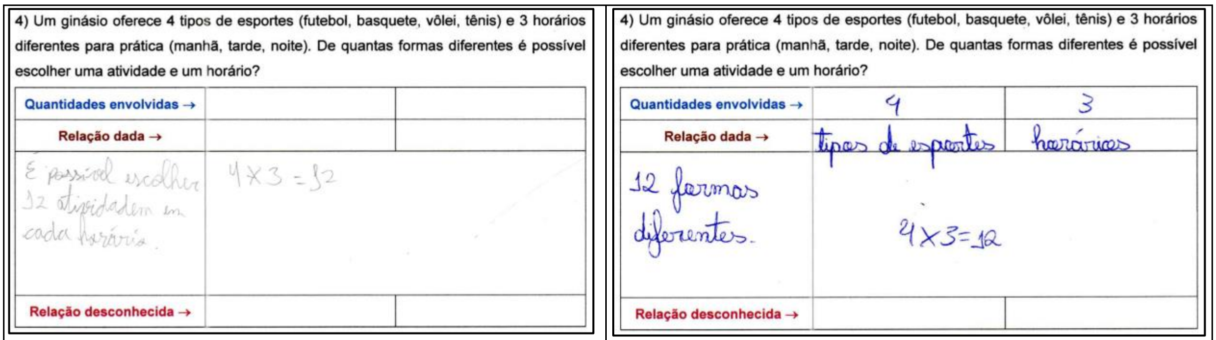
Figura 118 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3



Fonte: Os autores.

A **Situação 4** indica que o grupo G7-2 seguiu o mesmo padrão das questões anteriores, mantendo o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** e aprimorando a precisão da resposta na Etapa de Validação. Na Etapa de Ação, o grupo aplicou corretamente a multiplicação 4×3=12 e especificou "é possível escolher 12 atividades em cada horário". Na Etapa de Validação, a resposta foi reformulada para "12 formas diferentes", garantindo maior clareza na interpretação da solução sem alterar a estrutura de pensamento original, conforme Figura 119.

Figura 119 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4

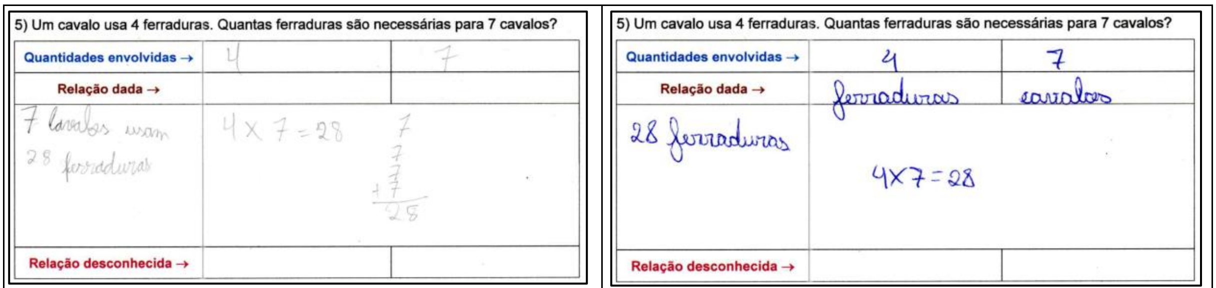


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Com relação a **Situação 5**, o grupo G7-2 demonstrou domínio da multiplicação, mas aprimorou a organização da resposta entre as etapas. Na Etapa de Ação, utilizaram duas abordagens para validar o resultado: a multiplicação 4×7=12 e a soma repetida 7+7+7+7=28, especificando corretamente "7 cavalos usam 28 ferraduras". Já na Etapa de Validação, tornaram a resposta mais objetiva ao utilizar apenas a multiplicação 4×7=28 e registrar "28 ferraduras". Esse ajuste na clareza da comunicação reforça a permanência no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, conforme Figura 120.

Figura 120 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5



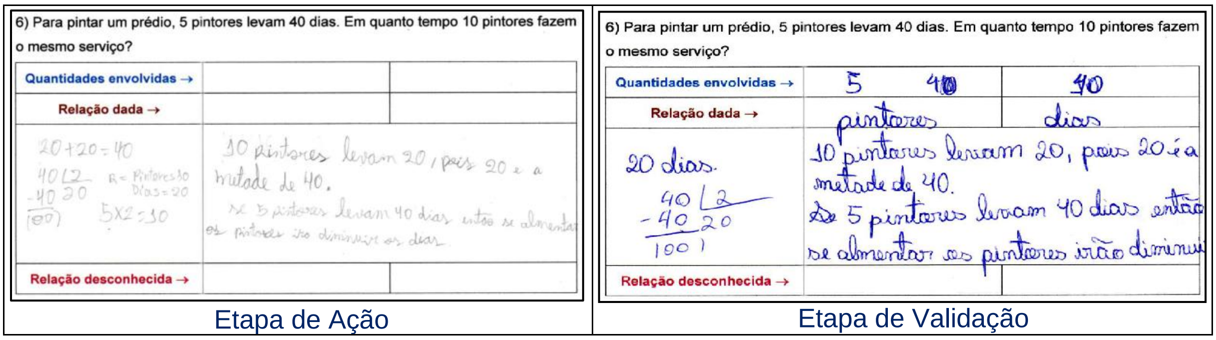
Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Na **Situação 6**, o grupo demonstrou compreensão da proporcionalidade, mantendo-se no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, mas aprimorando a precisão da resposta. Na Etapa de Ação, realizaram corretamente a divisão 40÷2=20 e registraram "10 pintores levam 20, pois 20 é a metade de 40". No entanto, a ausência da unidade de medida poderia comprometer a interpretação. Já na Etapa de

Validação, reformularam a resposta para "20 dias", garantindo maior clareza na apresentação do resultado, conforme Figura 121.

Figura 121 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6


6) Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
20+20=40 40 [2 -40 20 (00) R= Pintores 10 Dias=20 5x2=10	10 pintores levam 20, pois 20 e a metade de 40. se 5 pintores levam 40 dias entao se alomentar os pintores iro diminuir os dias	
Relação desconhecida →		

Etapa de Ação

6) Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço?

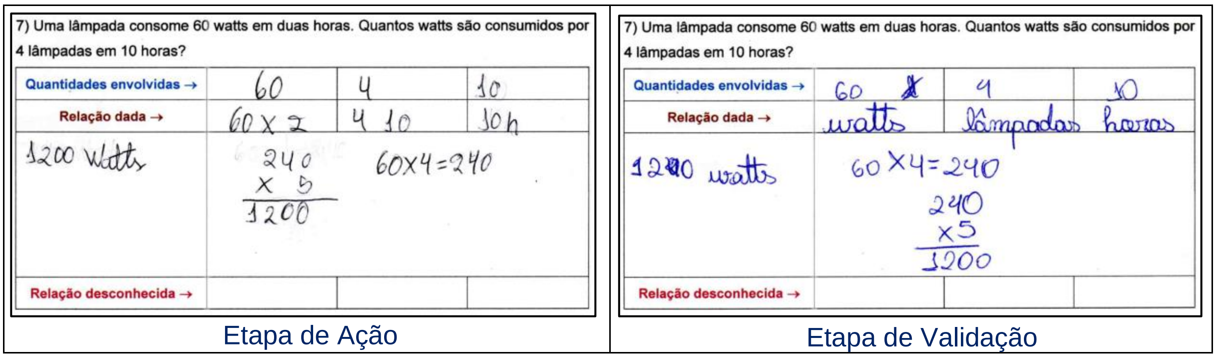
Quantidades envolvidas →	5 10	40
Relação dada →	pintores	dias
20 dias. 40 [2 -40 20 100)	10 pintores levam 20, pois 20 é a metade de 40. Se 5 pintores levam 40 dias então se almentar os pintores irão diminui	
Relação desconhecida →		

Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 7** mostram que o grupo G7-2 aplicou corretamente a estrutura multiplicativa em ambas as etapas, consolidando-se no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Na Etapa de Ação, realizaram corretamente as operações 6×4=240 e 240×5=1200, registrando "1200 watts". Na Etapa de Validação, mantiveram a mesma abordagem e confirmaram o resultado, sem ajustes na comunicação. A precisão na resolução e a clareza na organização da resposta demonstram um sólido entendimento do conceito multiplicativo, de acordo com a Figura 122.

Figura 122 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7


7) Uma lâmpada consome 60 watts em duas horas. Quantos watts são consumidos por 4 lâmpadas em 10 horas?

Quantidades envolvidas →	60	4	10
Relação dada →	60 x 2	4 10	10h
1200 Watts	240 x 5 1200	60x4=240	
Relação desconhecida →			

Etapa de Ação

7) Uma lâmpada consome 60 watts em duas horas. Quantos watts são consumidos por 4 lâmpadas em 10 horas?

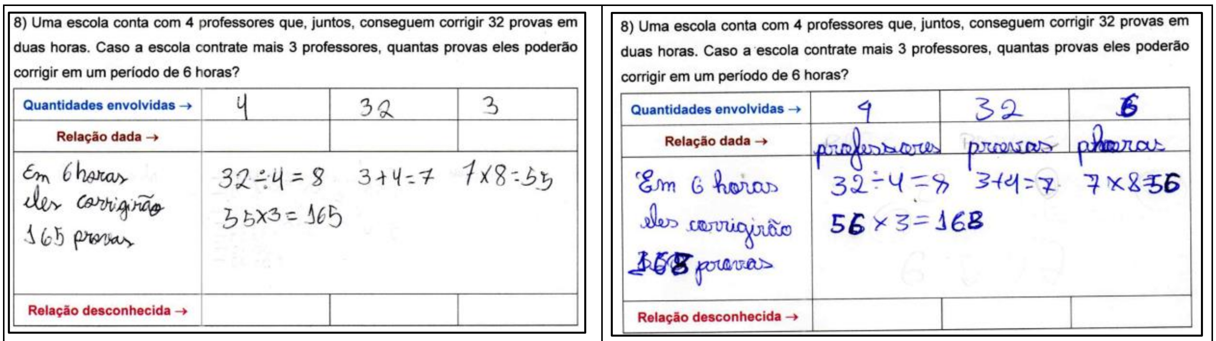
Quantidades envolvidas →	60	4	10
Relação dada →	watts	lâmpadas	horas
1200 watts	60x4=240 240 x5 1200		
Relação desconhecida →			

Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Já na **Situação 8**, o grupo apresentou uma trajetória diferente em relação às anteriores, iniciando a resolução no **Nível 1: Pensamento Incompreensível**, mas corrigindo a abordagem e alcançando o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** na Etapa de Validação. Na Etapa de Ação, seguiram uma sequência de operações matemáticas, mas cometeram um erro na multiplicação ao calcular 7×8, obtendo incorretamente 165 provas. Esse equívoco demonstra que, apesar de identificarem os números e operações necessárias, houve imprecisão no cálculo. Já na Etapa de Validação, o grupo revisou a resposta e corrigiu o erro ao refazer 7×8=56 e, em seguida, calcular corretamente 56×3=168, ajustando o registro final para "em 6 horas, eles corrigirão 168 provas". Esse aprimoramento demonstra uma evolução significativa na revisão dos cálculos e na comunicação da resposta final, conforme Figura 123.

Figura 123 - Soluções do grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8



Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

O Quadro 13 reúne os resultados obtidos pelo grupo G7-2 nas Etapas de Ação e Validação, demonstrando seu desempenho nas diferentes situações-problema.

Quadro 13 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G7-2 na Avaliação a posteriori

Situação	Etapa de Ação	Etapa de Validação
Q1	Nível 4	Nível 4
Q2	Nível 4	Nível 4
Q3	Nível 4	Nível 4
Q4	Nível 4	Nível 4
Q5	Nível 4	Nível 4
Q6	Nível 4	Nível 4
Q7	Nível 4	Nível 4
Q8	Nível 1	Nível 4

Fonte: Os autores.

De acordo com o Quadro 13, os registros das repostas do grupo G7-2 revelam um desempenho contínuo no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, evidenciando domínio das operações matemáticas necessárias para resolver as situações propostas. Na **Etapa de Ação**, o grupo demonstrou compreensão dos conceitos fundamentais de multiplicação, divisão e proporcionalidade, aplicando corretamente os cálculos e obtendo respostas precisas. No entanto, em algumas situações, a apresentação da resposta carecia de clareza, especialmente quanto à explicitação das unidades de medida ou à formulação completa do resultado. Esse aspecto foi particularmente observado na Situação 1, onde o grupo calculou corretamente a distância percorrida, mas não registrou explicitamente a unidade de quilômetros, e na Situação 2, onde o resultado numérico foi apresentado sem contextualização da relação entre os valores.

Tal constatação dialoga com os achados de Souza e Barbosa (2023), que destacam a dificuldade dos estudantes em estabelecer a conexão entre os cálculos realizados e os significados atribuídos às respostas, sobretudo quando a resolução de problemas não é articulada à compreensão conceitual das estruturas multiplicativas. Ainda segundo as autoras, muitos estudantes se prendem a esquemas aditivos mesmo diante de problemas claramente multiplicativos, o que compromete a clareza e a pertinência das soluções.

Na Etapa de Validação, houve uma evolução considerável na comunicação matemática, com aprimoramentos na formulação das respostas e na clareza dos registros. Em diversas situações, o grupo revisou e ajustou suas respostas para torná-las mais precisas e coerentes, como na Situação 2, onde passaram a explicitar que "o relógio foi 5 vezes mais caro que a pulseira", e na Situação 6, onde registraram corretamente "20 dias" para indicar o tempo necessário para a execução da tarefa. Esse progresso na validação evidencia o que Teixeira (2018) aponta como uma lacuna recorrente a dificuldade dos alunos em lidar com situações de proporcionalidade simples, muitas vezes por falta de variedade nas abordagens e na exploração contextualizada desse tipo de estrutura.

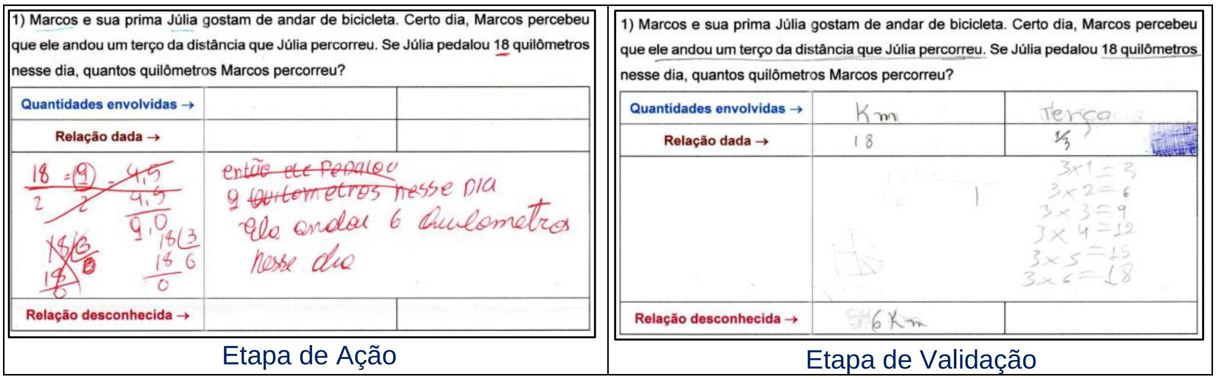
Além disso, na Situação 8, que inicialmente havia sido classificada como **Nível 1: Pensamento Incompreensível** devido a um erro de multiplicação, o grupo conseguiu revisar os cálculos e apresentar a resposta correta na Etapa de Validação, demonstrando um avanço significativo na revisão e correção de erros. Essa superação pode ser compreendida à luz das considerações de Lagares (2022), ao afirmar que a construção de esquemas mais elaborados no campo conceitual multiplicativo depende da vivência de diferentes tipos de situação-problema e da mediação docente que favoreça a apropriação dos invariantes operatórios envolvidos em cada contexto.

De maneira geral, a análise mostra que a Etapa de Validação foi fundamental para melhorar a organização e a precisão das respostas, consolidando o entendimento dos conceitos matemáticos e aprimorando a comunicação das soluções apresentadas, confirmando a relevância de momentos de devolutiva e reflexão, como preconiza a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

5.2.4. Análise e discussão dos resultados da avalição a posteriori do grupo G8-4

As resoluções da **Situação 1** mostram que o grupo G8-4 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** em ambas as etapas, mas aprimorou a estrutura da resposta final. Na Etapa de Ação, dividiram corretamente 18 por 3, obtendo 6, e registraram "ele percorreu 6 quilômetros nesse dia", demonstrando compreensão da operação envolvida. No entanto, na Etapa de Validação, reorganizaram o raciocínio ao utilizar uma sequência de multiplicações 3×1=3, 3×2=6 ... 3×6=18 e registraram de forma mais objetiva "6 km". Essa reformulação na apresentação da resposta demonstra um refinamento na comunicação matemática, garantindo precisão e coerência com o problema, conforme Figura 124.

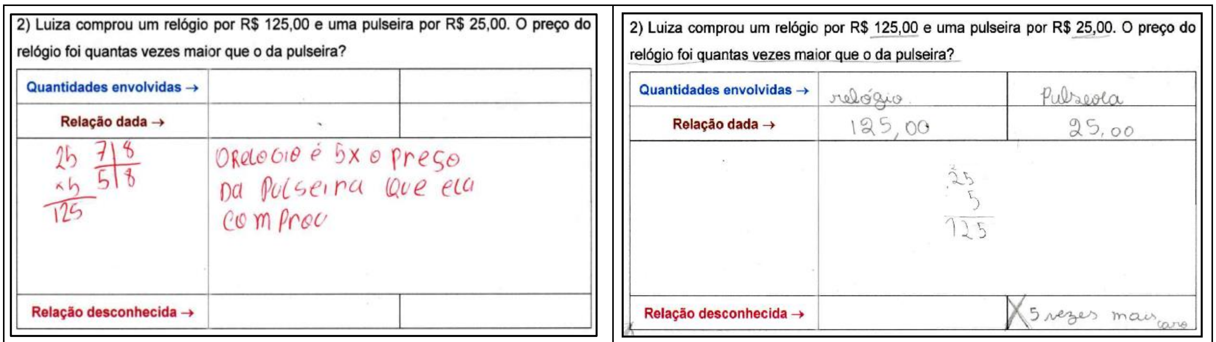
Figura 124 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 1



Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 2** indicam que o grupo G8-4 também permaneceu no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, com ajustes na clareza da resposta final. Na Etapa de Ação, aplicaram corretamente a multiplicação 25×5=125 e registraram "o relógio é 5× o preço da pulseira que ela comprou", evidenciando domínio do conceito de proporcionalidade. Na Etapa de Validação, mantiveram a estratégia, mas aprimoraram a formulação da resposta, registrando "5 vezes mais caro", o que reforça a precisão na comunicação do raciocínio. Essa melhoria no enunciado demonstra avanço na organização da solução, conforme Figura 125.

Figura 125 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 2

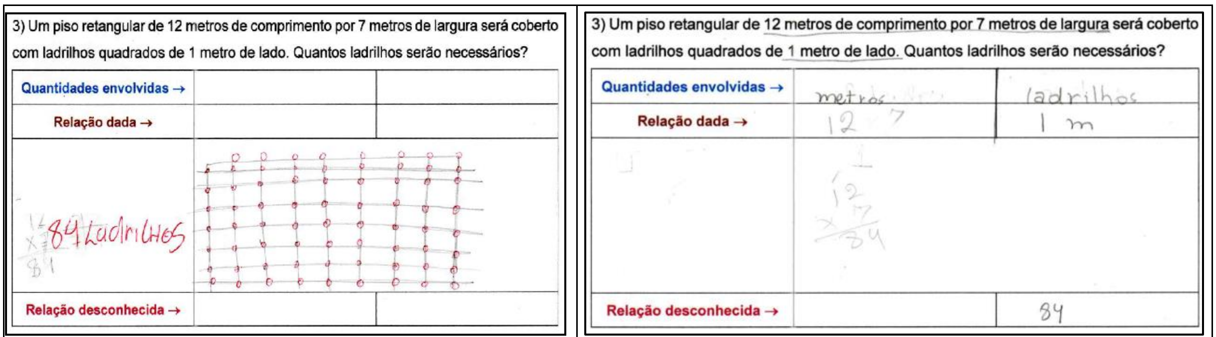


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Na **Situação 3**, houve uma mudança no nível de pensamento entre as etapas. Na Etapa de Ação, o grupo adotou uma abordagem baseada em contagem, organizando os elementos em "12 carreiras por 7 carreiras de pontinhos" e chegando corretamente ao total de 84 ladrilhos, caracterizando um **Nível 2: Pensamento Aditivo**. Entretanto, na Etapa de Validação, avançaram para um raciocínio multiplicativo ao registrar diretamente a operação 12×7=84. Apesar disso, não anotaram a resposta final explicitamente, o que pode comprometer a interpretação do problema. Esse ajuste na estratégia, ainda que incompleto, reflete um progresso no desenvolvimento do pensamento matemático, ver Figura 126.

Figura 126 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 3

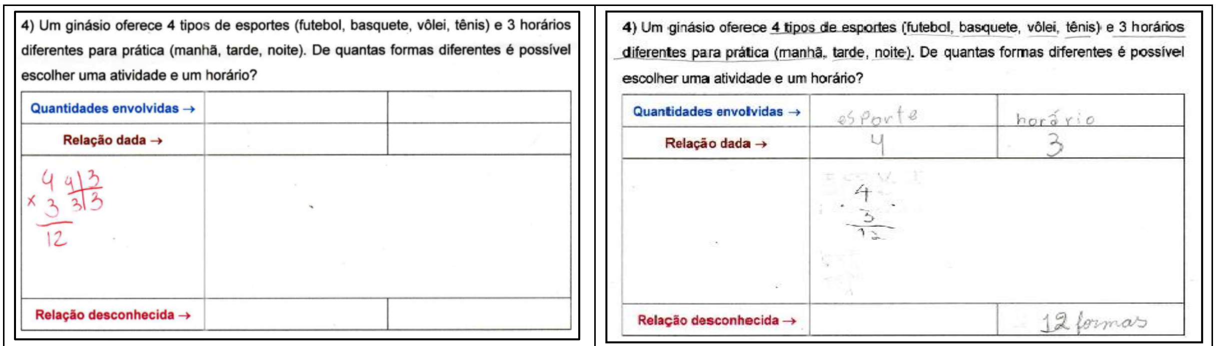


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As respostas da **Situação 4** evidenciam que o grupo G8-4 manteve o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** em ambas as etapas, mas com um aprimoramento na apresentação da resposta. Na Etapa de Ação, aplicaram corretamente a multiplicação 4×3=12, mas não registraram nenhuma justificativa adicional. Na Etapa de Validação, repetiram a operação e registraram explicitamente "12 formas", tornando a resposta mais clara e objetiva. Esse ajuste melhora a precisão da comunicação matemática sem alterar a estratégia original, conforme Figura 127.

Figura 127 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 4

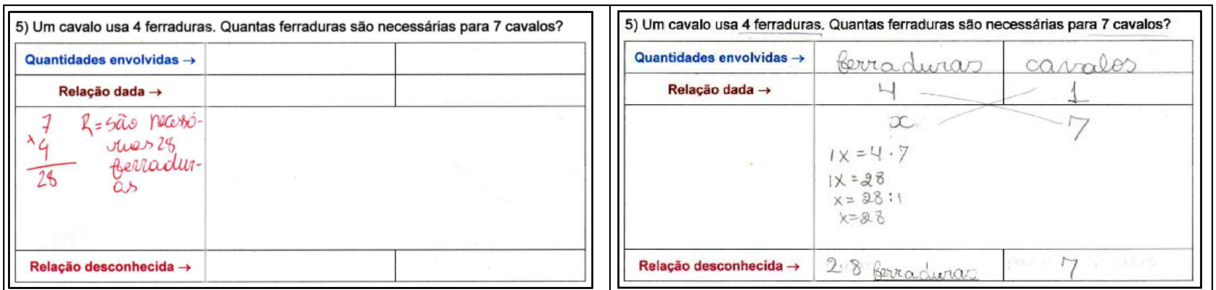


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

A **Situação 5** demonstra um padrão de resolução consistente, mantendo o grupo no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Na Etapa de Ação, os estudantes calcularam corretamente 4×7=28 e especificaram "são necessárias 28 ferraduras". Na Etapa de Validação, mantiveram a mesma estratégia e confirmaram o resultado ao registrar "28 ferraduras". A estabilidade na abordagem e a clareza na comunicação evidenciam um domínio consolidado da estrutura multiplicativa, observe a Figura 128.

Figura 128 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 5

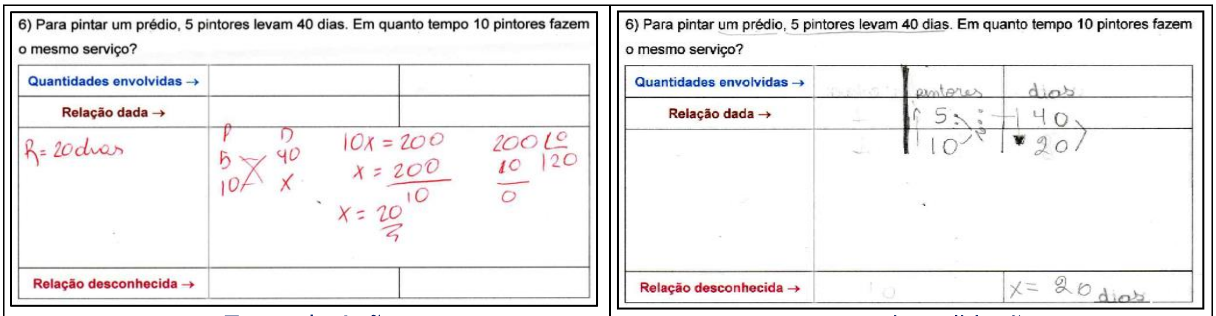


Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Na **Situação 6**, o grupo demonstrou diferentes estratégias entre as etapas, evidenciando flexibilidade na resolução do problema e mantendo-se no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Na Etapa de Ação, utilizaram um procedimento algébrico, estruturando a equação 10×=200, resolvendo x=200/10 e registrando "20 dias". Já na Etapa de Validação, reformularam a abordagem ao aplicar um raciocínio proporcional, identificando que a relação entre 10 e 5 pintores reduzia o tempo pela metade, concluindo corretamente com "20 dias". Esse ajuste na metodologia reforça a precisão na argumentação matemática, conforme Figura 129.

Figura 129 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 6

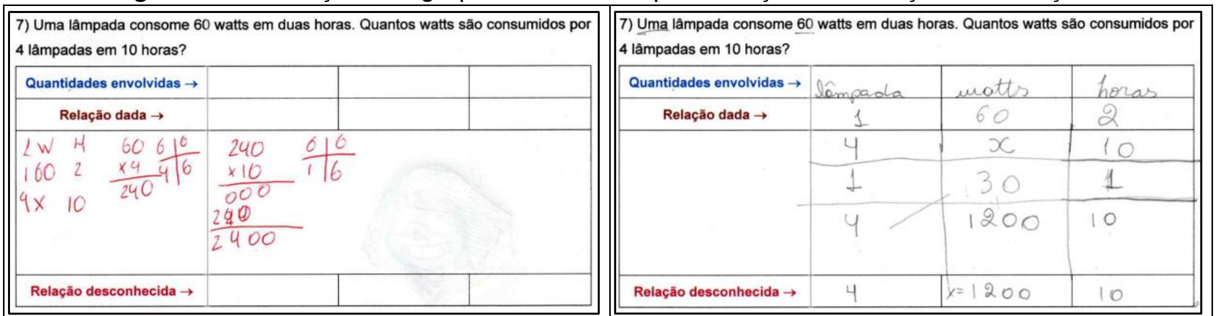


Etapa de Ação	Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

As resoluções da **Situação 7** mostram que o grupo G8-4 iniciou no **Nível 1: Pensamento Incompreensível**, mas avançou para o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo** na Etapa de Validação. Na Etapa de Ação, realizaram as operações 60×4=240 e 240×10=2400, mas não apresentaram nenhuma justificativa para os cálculos, tornando a resposta desconexa e sem clareza conceitual. Já na Etapa de Validação, reorganizaram o raciocínio ao identificar corretamente que uma lâmpada consome 30 watts por hora, obtido ao dividir 60 watts (consumo em 2 horas) por 2. Em seguida, calcularam o consumo de uma lâmpada em 10 horas ao multiplicar 30 watts por 10, chegando a 300 watts. Por fim, determinaram o consumo total de 4 lâmpadas ao longo de 10 horas ao multiplicar 300 watts por 4, obtendo corretamente 1200 watts. Essa reestruturação da estratégia de resolução e a explicitação do raciocínio demonstram um avanço significativo na organização matemática, conforme Figura 130.

Figura 130 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 7

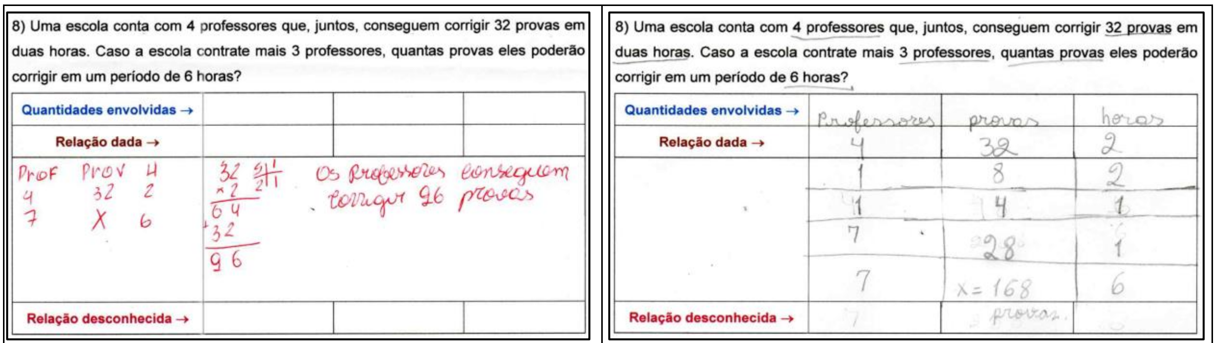


Etapa de Ação	Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Na **Situação 8**, o grupo apresentou uma mudança significativa na compreensão do problema, partindo do **Nível 1: Pensamento Incompreensível** para o **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**. Na Etapa de Ação, aplicaram um conjunto de operações sem estrutura clara, realizando 32×2=64, somando 32 para obter 96 e registrando "os professores conseguem corrigir provas", sem indicar o total correto. Esse erro compromete a precisão da resposta. Na Etapa de Validação, reestruturaram o raciocínio, iniciando com a identificação de que um professor corrige 4 provas por hora, multiplicando por 7 professores para obter 28 provas por hora e, em seguida, multiplicando por 6 horas para chegar corretamente a 168 provas. Essa revisão e correção da estratégia demonstram uma evolução significativa na organização do pensamento matemático, como mostra a Figura 131.

Figura 131 - Soluções do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação na situação 8



Etapa de Ação | Etapa de Validação

Fonte: Os autores.

Apresenta-se, no Quadro 14, uma síntese dos resultados gerais do grupo G8-4 nas Etapas de Ação e Validação das situações-problema, permitindo observar a progressão do desempenho ao longo das atividades propostas.

Quadro 14 - Classificação dos Níveis de Estratégias do grupo G8-4 na Avaliação a posteriori

Situação	Etapa de Ação	Etapa de Validação
Q1	Nível 4	Nível 4
Q2	Nível 4	Nível 4
Q3	Nível 2	Nível 4
Q4	Nível 4	Nível 4
Q5	Nível 4	Nível 4
Q6	Nível 4	Nível 4
Q7	Nível 1	Nível 4
Q8	Nível 1	Nível 4

Fonte: Os autores.

De acordo com o Quadro 14, a avaliação das respostas do grupo G8-4 demonstra um desempenho consistente no **Nível 4: Pensamento Multiplicativo**, com avanços significativos na organização e na comunicação matemática ao longo da Etapa de Validação. Em grande parte das situações, os estudantes demonstraram compreensão dos conceitos de multiplicação, divisão e proporcionalidade, aplicando corretamente as operações necessárias. No entanto, na Etapa de Ação, algumas respostas apresentaram falta de clareza na formulação ou ausência da explicitação do resultado final, como na Situação 3, onde utilizaram uma abordagem baseada em contagem em vez da multiplicação direta, caracterizando um **Nível 2: Pensamento Aditivo.** Esse tipo de escolha estratégica, segundo Aguiar (2017), revela a presença de esquemas aditivos ainda predominantes, mesmo em situações que exigiriam estruturas multiplicativas, o que indica uma transição incompleta entre os campos conceituais. Além disso, na Situação 7 e Situação 8, o grupo inicialmente não apresentou coerência nos cálculos e justificativas, classificando-se no **Nível 1: Pensamento Incompreensível.**

Na Etapa de Validação, houve uma evolução relevante na forma como os estudantes registraram suas respostas, com melhorias na organização e na justificativa matemática. O grupo demonstrou um avanço no raciocínio multiplicativo ao reformular a resolução na Situação 3, migrando para o uso direto da multiplicação, ainda que sem a devida anotação da resposta final. Conforme destaca Gomes (2020), o amadurecimento do pensamento multiplicativo requer não apenas o domínio dos algoritmos, mas também a capacidade de justificar relações entre grandezas, especialmente nas comparações multiplicativas, como “duas vezes mais” ou “metade de”.

Nas Situações 7 e 8, houve uma reestruturação completa do raciocínio, permitindo a correção dos erros iniciais e a aplicação adequada da proporcionalidade, garantindo a transição para o Nível 4: Pensamento Multiplicativo. Esse progresso evidencia que a revisão e reflexão sobre os cálculos foram fundamentais para aprimorar a clareza e a precisão das respostas, aspecto também enfatizado por Moreira (2021) ao mostrar que o desenvolvimento de estratégias eficazes está diretamente associado à mobilização consciente de conceitos e à capacidade de representar adequadamente o raciocínio utilizado.

Dessa forma, os dados apontam que a Etapa de Validação foi essencial para consolidar o domínio dos conceitos matemáticos envolvidos, favorecendo o uso de estruturas multiplicativas mais complexas e a produção de respostas matematicamente mais consistentes e comunicativas.

Em conclusão, a pesquisa indicou uma melhoria no desempenho dos estudantes ao longo do estudo, especialmente em relação à resolução de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo. Inicialmente, os alunos apresentaram dificuldades na organização das respostas e na aplicação dos conceitos multiplicativos de forma autônoma e estruturada. No entanto, com a implementação progressiva da abordagem baseada na Teoria das Situações Didáticas, foi possível observar uma evolução na maneira como os estudantes refletiram sobre suas estratégias, corrigindo erros de maneira mais eficiente, o que sugere uma compreensão mais aprofundada do conteúdo e o uso de abordagens mais eficazes para resolver os problemas.

Além disso, o processo de adaptação às situações-problema, facilitado pela metodologia adotada, parece ter contribuído para que os alunos superassem as dificuldades iniciais. Com o tempo, os estudantes demonstraram maior confiança e autonomia na aplicação dos conceitos multiplicativos, utilizando representações mais abstratas e simplificadas na resolução dos problemas. Esse progresso sugere que os alunos foram capazes de integrar de forma mais eficiente os conceitos aprendidos à resolução de desafios matemáticos mais complexos. De maneira geral, a aplicação da Teoria das Situações Didáticas contribuiu para um aprendizado mais significativo e duradouro, fortalecendo as habilidades de raciocínio matemático e resolução de problemas dos estudantes.

Por fim, a pesquisa conseguiu avançar para a etapa de institucionalização do processo de ensino-aprendizagem ao promover, por meio da implementação progressiva da abordagem baseada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, uma transformação nas estratégias de resolução de problemas dos estudantes. Pois, inicialmente, os alunos enfrentaram dificuldades relevantes na aplicação autônoma e estruturada dos conceitos multiplicativos. No entanto, ao serem desafiados por situações-problema cuidadosamente elaboradas, eles passaram a adaptar suas estratégias, corrigir erros e, gradualmente, integrar os conceitos de maneira mais eficiente. Esse processo de adaptação ao "*milieu*", conforme descrito por Brousseau (2008), resultou na internalização dos conhecimentos, caracterizando a institucionalização do aprendizado. Os alunos começaram a aplicar os conceitos de forma mais independente, com maior confiança e clareza, refletindo uma evolução significativa no desenvolvimento de suas habilidades matemáticas e um avanço para a construção do conhecimento matemático de forma autônoma.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação teve como principal objetivo investigar os efeitos de uma abordagem de ensino fundamentada na Teoria das Situações Didáticas e na Teoria dos Campos Conceituais no aprendizado de matemática por alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, com foco específico na resolução de situações-problema no Campo Conceitual Multiplicativo. Os resultados obtidos ao longo desta pesquisa confirmaram a hipótese inicial de que a integração dessas abordagens teóricas contribui significativamente para a melhoria do desempenho dos estudantes na compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos fundamentais.

A aplicação de situações didáticas que desafiaram os alunos a adaptar-se a novos problemas sem a intervenção direta e contínua do professor demonstrou ser uma estratégia eficaz para estimular o pensamento crítico e autônomo. Os alunos não apenas melhoraram suas habilidades em operações matemáticas básicas, mas também desenvolveram uma maior capacidade de aplicar esses conceitos a diferentes tipos de problemas, uma habilidade essencial para o sucesso acadêmico e profissional futuro.

Este estudo também revelou que o ambiente de aprendizado, quando enriquecido com desafios adequados e suporte teórico relevante, pode transformar significativamente a maneira como os estudantes percebem e interagem com a matemática. Através da observação direta e da análise das interações em sala de aula, foi possível verificar um aumento na motivação e no engajamento dos alunos, aspectos frequentemente citados como desafios no ensino de matemática.

Do ponto de vista pedagógico, os resultados desta investigação sugerem várias implicações práticas para o ensino de matemática. Primeiramente, reforça-se a necessidade de os educadores adotarem abordagens que transcendam o tradicional ensino frontal e incentivem os alunos a explorarem conceitos matemáticos através de situações práticas e relevantes. Além disso, a eficácia da Teoria das Situações Didáticas e da Teoria dos Campos Conceituais como fundamentações para o planejamento de aulas reitera a importância de um ensino que esteja alinhado com as teorias cognitivas contemporâneas, que valorizam a aprendizagem ativa e significativa.

Apesar dos resultados positivos observados, esta pesquisa apresenta algumas limitações que merecem ser destacadas. A principal delas refere-se ao número total de participantes envolvidos: embora 28 estudantes tenham participado das atividades, apenas três grupos foram selecionados para análise em profundidade. Essa delimitação foi necessária devido à complexidade e ao volume de dados gerados, o que inviabilizaria uma análise criteriosa e detalhada de todos os grupos. Em contextos com um número elevado de participantes, torna-se desafiador acompanhar com rigor os processos individuais e coletivos de aprendizagem. Além disso, identificou-se uma escassez significativa de estudos que articulem simultaneamente a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações Didáticas, o que limita as possibilidades de comparação com outras pesquisas e evidencia a necessidade de novos trabalhos que explorem essa integração teórica no ensino de matemática.

Para futuras pesquisas, recomenda-se explorar a aplicação dessas teorias em diferentes contextos culturais e educacionais, bem como expandir a faixa etária dos participantes para incluir estudantes do Ensino Médio, a fim de verificar a consistência dos efeitos observados em um espectro mais amplo de desenvolvimento educacional.

Em conclusão, esta pesquisa não apenas contribuiu para o campo teórico da educação matemática, fornecendo evidências empíricas que apoiam o uso de metodologias de ensino baseadas em situações didáticas e campos conceituais, mas também ofereceu insights valiosos para práticas pedagógicas que podem ser implementadas em salas de aula ao redor do mundo. Os resultados enfatizam a capacidade dessas abordagens teóricas para enriquecer significativamente a experiência educacional dos alunos, promovendo um aprendizado matemático mais integrado, relevante e duradouro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, M. B. **Introduzindo a noção de proporcionalidade via resolução de problemas: uma análise acerca de esquemas mobilizados por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 167f, 2017.

ALMEIDA, L. C. de. **Solução de situações de comparação multiplicativa e a criatividade matemática.** 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 154f, 2017.

ALTOÉ, R. O.; FREITAS, R. C. de O. FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS NO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Vitória - ES, v. 10, n. 3, p. 1-25, 2019.

ASTOLFI, J. P. **As palavras-chave da didática das ciências.** Tradução: Maria Ludovina Figueiredo. Lisboa: instituto Piaget - Horizontes Pedagógicos, 2002.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. OBMEP e Teoria das Situações Didáticas: uma proposta pra o professor de matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 25, n. 19, p. 82-92, 2018.

BARBOSA, E. C.; SOUZA, L. S. DOS S. Análise das estratégias de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas. **RECIMA21**, v.4, n.4, 2023.

BARBOSA, G. DOS S.; OLIVEIRA, C. F. DOS S. Produto de medidas: analisando as estratégias de resolução de problemas de estudantes do 7º ano do ensino fundamental. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista - BA, v.3, n. 7, p. 154-155, setembro-dezembro / 2018.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Tradução: Luís Antero Reto. São Paulo: Edições 70, 2016.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 2004.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB:** documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática.** In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

CARVALHO JÚNIOR, G, D; AGUIAR JÚNIOR, O. G. Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 207-227, 2008.

COUTO, M. E. S.; LIMA, D. C.; SANTANA, E. R. S. O estudo da relação ternária para o ensino do Campo Conceitual Multiplicativo. **Revista Binacional Brasil-Argentina**. v. 10, n. 1, p.330-356, 2021.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DORNELES, B. V.; DURO, M. L. Estratégias de estimativa na reta numérica. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 34, n. 71, p. 205-221, Set/Out. 2018.

ESPINDOLA, E. B. DE M.; MOURA, I. F. M. de. Resolução de situações-problemas do campo conceitual multiplicativo: o cálculo relacional e o numérico. **REVEMAT**, Florianópolis - SC, v.12, n. 2, p. 82-100, 2017.

FALBO, R. A. et al. **Revisão Sistemática da Literatura em Engenharia de Software: Teoria e Prática**. 1 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017, p. 79-98.

GIL, A. C. et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, E. S. V. **Construção de conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo em uma turma do oitavo ano.** Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 124f, 2020.

GRINGS, E. T. de O.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M. A. Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos da termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, p. 463-471, 2006.

KITCHENHAM, B.A., CHARTERS, S., *Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering*. **Tech. Rep. EBSE-2007-01**, Keele University, 2007.

LAGARES, R. L. de L. D. **Campo Conceitual Multiplicativo: Aprendendo com os argumentos dos alunos.** 2022. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

LOPES, C. S. S. **Ensino de Resolução de Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo com Números Naturais por Atividades Experimentais**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém-PA, 332f, 2023.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V.; NUNES, T. **Educação matemática 1: números e operações numéricas.** 2. Ed. São Paulo: Cortez, 2009.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciênc. Educ.**, Bauru-SP, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MELLO, J. O. **Campo Multiplicativo: Um estudo diagnóstico de aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias-RJ, 105f, 2017.

MENDES, D. D. S. Importância das operações aritméticas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no Liceu 22 de Novembro do Lossambo. **Revista Sol Nascente**, *[S. l.]*, v. 10, n. 1, p. 82–95, 2021.

MERLINI, V.; SANTOS, V. C. Estrutura multiplicativa: existe relação entre o que o professor elabora e o desempenho de seus estudantes? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo. **Anais do XII ENEM**. São Paulo: Universidade Federal de São Paulo, p. 1-12, 2016.

MOREIRA, F. G. **Análise de estratégias de resolução mobilizadas por alunos do 9º ano frente a atividades envolvendo raciocínio combinatório.** 2021. 333f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

MOREIRA, M.A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MOREIRA, M. A. Grandes desafios para o ensino da física na educação contemporânea. **Revista do professor de física**, v. 1, n. 1, p. 1-13, 2017.

NUNES, R. S. Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na teoria das situações didáticas. **Revista Exitus**, Santarém/PA, v. 9, n. 1, p. 148 - 174, Jan/Mar. 2019.

OLIVEIRA, C. L. Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa: tipos, técnicas e características. **Travessias**, Cascavel, v. 2, n. 3, p. 1-16, 2008.

OLIVEIRA, M. de S. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 7, n. 14, p. 79-93, 2019. DOI: 10.5965/2357724X07142019079. Disponível em: https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816. Acesso em: 07 set. 2023.

OLIVEIRA, T. DA S.; SANTANA, E. R. DOS S. Proporcionalidade: um Panorama dos Esquemas Apresentados Por Estudantes do Ensino Fundamental. **JIEEM**, v.16, n.4, p. 311-320, 2023.

OLIVEIRA, V. M. de; SÁ, P. F. de. O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 18, n. 43, p. e2023038, 2023. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023038.id518. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/518. Acesso em: 19 mar. 2024.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. Ed. Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2008.

REGES, M. A. G. **Formação de professores que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza-CE, 196f, 2020.

RIBEIRO, L. L. **Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 125f, 2020.

SANTANA, L.E*.* et al. Uma análise da compreensão de estruturas multiplicativas de professoras do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (12ª), 2016, São Paulo. **Anais do XII ENEM**. São Paulo: Universidade Federal de São Paulo, 2016, p. 1-12.

SILVA, L. B. **O ensino-aprendizagem da multiplicação de números naturais no 5º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência Instituição de Ensino) - Universidade Federal De Minas Gerais - UFMG, Belo Horizonte-MG, 201f, 2019.

TEIXEIRA, A. C. N. O desempenho de estudantes do 5º e 9º anos frente a situações de proporção simples: uma análise comparativa. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista - BA, v.3, n. 7, p. 1-23, Set/Out, 2018.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **The Journal of Mathematical Behavior.** v. 17, n. 2, p. 167-181, 1998.

VERGNAUD, G. **Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas.** v. 26, n. 10, p 195-207, 1996.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, v. 4, n. 4, p. 09-19, 1996.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Publications mathématiques et informatique de Rennes**, v. 10, n. 02, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why. **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**, p. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.) **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.** New York: Academic Press Inc. p. 127-174, 1983.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º **Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human development**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

ZANELLA, M.S.; BARROS, R. M. O. **Teoria dos Campos Conceituais: situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais.** 1. ed. Curitiba-PR: CRV, 2014.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICE 1 – Avaliação a priori

Universidade Federal do Amazonas – UFAM

__º Ano do Ensino Fundamental

Pesquisador: Jérbeson Costa Nunes

Orientador: Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa

Estudante: ____

1) Lucas e seu irmão mais novo, Pedro, gostam de correr juntos. Certo dia, Lucas percebeu que ele consegue correr 4 vezes a distância que Pedro corre em uma tarde. Se Pedro correu 3 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Lucas correu?

2) Comprei um brinquedo por R$ 60,00 e um livro por R$ 15,00. Quantas vezes o brinquedo foi mais caro que o livro?

3) Um estacionamento possui 8 fileiras com 12 vagas cada. Quantos carros podem ser estacionados no total?

4) Uma loja de bicicletas oferece 3 tipos diferentes de quadro (alumínio, carbono, aço) e 5 tipos de cor (vermelha, azul, preta, branca, verde). De quantas formas diferentes é possível montar uma bicicleta escolhendo um quadro e uma cor?

5) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

6) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 35 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

7) Uma pessoa deveria beber em média 4 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

8) Uma fazenda com 5 vacas produz 30 litros de leite em 3 dias. Se a fazenda adquirir mais 3 vacas, quantos litros de leite serão produzidos pela fazenda em 6 dias?

APÊNDICE 2 – Avaliação a posteriori

Universidade Federal do Amazonas – UFAM

__º Ano do Ensino Fundamental

Pesquisador: Jérbeson Costa Nunes

Orientador: Dr. Francisco Eteval da Silva Feitosa

Estudante: ____

1) Marcos e sua prima Júlia gostam de andar de bicicleta. Certo dia, Marcos percebeu que ele andou um terço da distância que Júlia percorreu. Se Júlia pedalou 18 quilômetros nesse dia, quantos quilômetros Marcos percorreu?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

2) Luiza comprou um relógio por R$ 125,00 e uma pulseira por R$ 25,00. O preço do relógio foi quantas vezes maior que o da pulseira?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

3) Um piso retangular de 12 metros de comprimento por 7 metros de largura será coberto com ladrilhos quadrados de 1 metro de lado. Quantos ladrilhos serão necessários?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

4) Um ginásio oferece 4 tipos de esportes (futebol, basquete, vôlei, tênis) e 3 horários diferentes para prática (manhã, tarde, noite). De quantas formas diferentes é possível escolher uma atividade e um horário?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

5) Um cavalo usa 4 ferraduras. Quantas ferraduras são necessárias para 7 cavalos?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

6) Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço?

Quantidades envolvidas →		
Relação dada →		
Relação desconhecida →		

7) Uma lâmpada consome 60 watts em duas horas. Quantos watts são consumidos por 4 lâmpadas em 10 horas?

Quantidades envolvidas →			
Relação dada →			
Relação desconhecida →			

8) Uma escola conta com 4 professores que, juntos, conseguem corrigir 32 provas em duas horas. Caso a escola contrate mais 3 professores, quantas provas eles poderão corrigir em um período de 6 horas?

Quantidades envolvidas →			
Relação dada →			
Relação desconhecida →			