



**UFAM**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Magnetoplasmons de Borda em Sistemas Bidimensionais: Estudo  
do Helicon de Borda

Israel da Silva Torres

Setembro – 2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – I.C.E.  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Magnetoplasmons de Borda em Sistemas Bidimensionais: Estudo  
do Helicon de Borda

Israel da Silva Torres

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade Federal do Amazonas, como exigência parcial para obtenção do Título de Mestre em Física, sob orientação do Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev.

Orientador: Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev

Co-orientador: Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva

Manaus – Amazonas

2012

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE Israel da Silva Torres APRESENTADA AO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – ICE DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS, EM 25 DE SETEMBRO DE 2012.

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev – (UFAM-AM) Orientador

---

Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes P. da Silva – (UFAM-AM) Co-orientador

---

Prof. Dr. Antonio Carlos Alonge Ramos – (UFC-CE) Membro-Externo

---

Prof. Dr. Hidembergue Ordozgoith da Frota – (UFAM-AM) Membro

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>vi</b>
<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Plasmas, plasmons e magnetoplasmons . . . . .	1
1.2 Motivação . . . . .	3
<b>2 Plasmas</b>	<b>5</b>
2.1 Uma breve história sobre plasmas . . . . .	5
2.2 Propriedades de um plasma . . . . .	7
<b>3 Efeito Hall Quântico</b>	<b>11</b>
3.1 Efeito Hall clássico . . . . .	11
3.2 Efeito Hall Quântico Inteiro (EHQI) . . . . .	13
3.3 Efeitos de borda no Regime Hall Quântico Inteiro (RHQI) . . . . .	16
<b>4 Magnetoplasmons de borda</b>	<b>18</b>
4.1 Sistema Eletrônico Bi-dimensional sob um intenso campo magnético transver- sal . . . . .	20

4.1.1	O perfil da densidade eletrônica . . . . .	22
4.1.2	Densidade de corrente . . . . .	22
4.1.3	Condutividade Hall . . . . .	24
4.1.4	Condutividade longitudinal . . . . .	24
4.2	Equações integrais para os Magnetoplasmons de Borda em um Sistema Eletrônico Bi-dimensional . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>30</b>
5.1	Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do helicon de borda (HB) . . . . .	31
5.2	Estrutura espacial do helicon de borda . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>40</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo do comprimento característico</b>	<b>42</b>
<b>B</b>	<b>Cálculo do potencial elétrico</b>	<b>44</b>
<b>C</b>	<b>Cálculo da equação integral em um SE2D</b>	<b>47</b>

# Lista de Figuras

3.1	Esquema ilustrativo do efeito Hall clássico numa barra condutora retangular	12
3.2	Efeito Hall quântico inteiro, gráfico das resistividades longitudinal e transversal (Hall) pelo campo magnético . . . . .	14
3.3	Densidade de estados $D(E)$ como função da energia. (esquerda) NL de um SE2D submetido a um forte campo magnético $\vec{B}$ perpendicular ao plano de cargas. . . . .	16
3.4	Esquema ilustrativo do movimento eletrônico. O círculo fechado representa o movimento ciclotrônico clássico dos elétrons de <i>bulk</i> . Os círculos abertos representam a trajetória clássica dos elétrons saltitantes se movendo ao longo das bordas da amostra num campo magnético normal $\vec{B}$ , desde que os estados de borda estejam em diferentes níveis de energia. Conforme ref.[28] . . . . .	17
4.1	Configuração energética (escala à esquerda) e do perfil da densidade eletrônica não-perturbada, $n_0(y)$ , (escala à direita) do SE2D no RHQI para o caso $\nu = 2$ ( $n = 0$ ) degenerado por spin: A curva tracejada verde corresponde ao potencial de confinamento lateral $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$ (sem escala). As curvas sólidas vermelhas representam os NL, encurvados devido ao efeito de $V_y$ ; os pontos pretos indicam, de forma ilustrativa, o preenchimento do mais baixo NL ( $n = 0$ ) por elétrons até o NF (linha tracejada vermelha). Por fim, a curva sólida azul representa $n_0(y)$ . $y_F^{(r)}$ se refere à borda direita do SE2D. . . . .	23

5.1	Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do HB sobrevivente. Para $\xi = 10^{-1}$ , expansão com um termo (curva tracejada pontilhada - cor magenta), expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas. . . . .	32
5.2	Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo HB sobrevivente. Para $\xi = 10^{-2}$ , expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas. . . . .	32
5.3	Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo HB sobrevivente. Para $\xi = 10^{-3}$ , expansão com dois termos (curva pontilha - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas. . . . .	33
5.4	Gráfico de $\text{Re}(\bar{\omega})/[-\text{Im}(\bar{\omega})]$ em função de $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para $\xi = 10^{-1}$ , a expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.	34
5.5	Gráfico de $\text{Re}(\bar{\omega})/[-\text{Im}(\bar{\omega})]$ em função de $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para $\xi = 10^{-2}$ , e expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.	35
5.6	Gráfico de $\text{Re}(\bar{\omega})/[-\text{Im}(\bar{\omega})]$ em função de $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para $\xi = 10^{-3}$ , e expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.	35

5.7	Gráfico de $\text{Re}(\bar{\omega})/[-\text{Im}(\bar{\omega})]$ em função de $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para $\xi = 10^{-1}$ , a expansão com um termo (curva tracejada pontilhada - cor magenta), com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas. . . . .	36
5.8	Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e $\xi = 10^{-1}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a $\eta_T = 1,10$ e $10^2$ , respectivamente. . . . .	37
5.9	Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e $\xi = 10^{-2}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a $\eta_T = 1,10$ e $10^2$ , respectivamente. . . . .	38
5.10	Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e $\xi = 10^{-3}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a $\eta_T = 1,10$ e $10^2$ , respectivamente. . . . .	38
5.11	Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e $\xi = 10^{-1}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a $\eta_T = 1,10$ e $10^2$ , respectivamente. Expansão com sete termos. . . . .	39

# Agradecimentos

À Deus, que sempre me ouve em minhas orações.

À toda minha família pelo apoio, em especial à minha mãe **Maria do Perpétuo Socorro Telles da Silva**, que sempre me apoiou e acreditou em mim, ainda que eu mesmo não acreditasse, e ao meu pai **Waldemir Palheta Torres**, que apesar de sua postura sempre rígida de militar, acordava cedo pra fazer café aos filhos, e sempre tentou fazer todo o possível, afim de fornecer uma melhor educação aos seus oito filhos.

Aos meus grandes amigos, **Luiz Cláudio Menezes Atayde**, **Nielsen Natan Lima Santos** e **Diego da Costa Rola**, que sempre me apoiaram e me encorajaram a não desistir desta empreitada.

À **Ana Regina Mota de Souza**, minha esposa, que sempre foi paciente comigo e me encorajava a não desistir, e ao mesmo tempo me fazia rir ao reclamar que eu dava mais atenção as minhas “continhas” a ela.

À todos os professores do Departamento de Física da Universidade Federal do Amazonas-UFAM e do Programa de Pós-Graduação em Física - PPG-FÍS/UFAM, que sempre tentaram apoiar todos os mestrandos; mostrando-se muito mais do que professores ao longo de todo período acadêmico, muitas vezes aconselhando e mostrando-me muito mais além do que meus inexperientes olhos de mestrando podiam enxergar; em especial ao prof. Dr. **Oleg Grigorievich Balev** e ao prof. Dr. **Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva** por suas orientações, e por terem me apoiado e acreditado em mim.

À CAPES pelo apoio financeiro.

# Resumo

Neste trabalho faremos um estudo teórico acerca de propriedades dos magneto-plasmons de borda (MPB) – excitações quirais coletivas e que se propagam nas bordas de um plasma de estado sólido bidimensional (comumente cunhado como um sistema eletrônico bidimensional - SE2D) - sob o regime *Hall* quântico inteiro (RHQI) com fator de preenchimento  $\nu = 1(2)$  e com muito-forte dissipação nas regiões de estados de borda, onde os níveis de *Landau* (NL) cruzam o nível de *Fermi* (NF). Serão considerados neste trabalho apenas amostras homogêneas, ou seja, sem a consideração de um *gate* ou uma camada de ar sobre a heteroestrutura; cujo compartimento dos MPB's, especialmente a qualidade do MPB, tem forte vínculo com propriedades do meio em questão. Os primeiros MPB's foram descobertos na década de 1980, e têm despertado um grande interesse na última década, com o advento de novas nanoestruturas eletrônicas bidimensionais, novos métodos experimentais - como por exemplo os experimentos com tempo-resolvido (*time-resolved*) e aplicações diretas em nanoeletrônica. Adotando-se um modelo microscópico, pudemos confirmar resultados de trabalhos recentes (2010), e confirmamos que mesmo no regime de muito-forte dissipação, aqui considerado, ainda há um modo que persiste, um Helicon de Borda (HB), com excelente qualidade - equanto que todos os outros modos são fortemente amortecidos. Encontramos também novas interessantes propriedades deste HB, em particular, mostramos que "*janela de transparencia*" deste HB é 10 vezes maior do que o valor conhecido na literatura, a estrutura espacial do HB também foi aqui obtida com melhor precisão; e exibe um comportamento mais suave que o apresentado em trabalhos recentes.

# Abstract

In this work we will make a theoretical investigation over some general properties of edge magnetoplasmas (EMP) - collective quiral excitations which propagate at the edges of a bidimensional solid state plasma (often called bidimensional electronic system - 2DES) under the quantum *Hall* regime (QHR) with filling factor of  $\nu = 1(2)$ , with very strong dissipation in the edges, where the *Landau* levels (LL) intercept the *Fermi* levels (FL). We will take into account only homogeneous samples, that means, without a consideration of a gate nor an air substrate over the heterostructure; pointed out that the EMP behaviour, especially the wave quality, has a strong dependence on the gate. EMP's were first reported in the 80's, and have attracted much attention in the past decade with advent of some new nano-2DES, new experimental methods - as the time-resolved experiments, and nano electronic applications. Adopting a microscopic model, we could confirm recent works (2010), and we confirmed that even in the strong dissipation regime, here considered, there is still a mode that persists, an edge helicon (EH), with excellent quality - when all other modes are very damped. We also find new interesting properties of this EH, in fact, we can show that the "*window of transparency*" of this EH is 10 times bigger than the value so far known from the scientific literature, its spatial structure was also here acquired with better precision; and it exhibits a more smooth behavior if compared to recent articles.

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Plasmas, plasmons e magnetoplasmons

A existência de oscilações de plasmas, em diferentes materiais - quer se apresentem eles em qualquer estado da matéria, se deve a interação coulombiana dos portadores de carga. Uma perturbação nessa densidade de carga, gera campos elétricos cujas correntes tendem a restabelecer a neutralidade elétrica; mas devido a inércia desses portadores de carga, estes acabam se deslocando além de suas posições de equilíbrio, e como consequência, há o surgimento de excitações coletivas. Assim, se um plasma for submetido a uma perturbação de uma maneira coerente, necessária para que as contribuições individuais estejam em fase umas com as outras, o mesmo apresentará pelo menos um modo coletivo longitudinal caracterizado por uma relação de dispersão da frequência,  $\omega_p$ , denominada frequência característica do plasma. Neste caso, para um tal modo coletivo, a onda de densidade de carga longitudinal é denominada plasmon[1-4].

As propriedades das oscilações de plasma em um sólido, dependem da estrutura de bandas deste, da efetiva dimensão da amostra, e da presença de interfaces e campos magnéticos. Em geral, o espectro dos plasmons está relacionado com a estrutura de bandas do sólido de uma forma bem mais complexa. Por exemplo, existem dois tipos de plasmons, um de alta-frequência e um outro de baixa-frequência, em semicondutores

dopados. O primeiro possui uma energia grande, quando comparada a energia da banda proibida  $E_g$ , e relaciona-se com as oscilações de todos os elétrons (de ambas as bandas de valência e de condução). Já o segundo plasmon ( $\hbar\omega^{3D} \ll E_g$ ) é devido as oscilações dos elétrons (ou buracos) da banda de condução (valência); cujas energias típicas não são superiores a 0,1 eV (implicitemos desde já, que estes são os plasmons abordados neste trabalho).

Existem dois principais mecanismos relacionados ao amortecimento de tais plasmons: o amortecimento colisional, que é determinado pelas colisões dos elétrons com fônons, impurezas e outras imperfeições da rede; tal processo é pequeno quando  $\omega_p^{3D}\tau \ll 1$ , onde  $\tau$  é o tempo de relaxação dos elétrons. Já o processo não-colisional (também conhecido como amortecimento de Landau) que se dá sempre quando os modos coletivos decaem devido a interações entre a onda e as partículas no plasma<sup>1</sup>. Sob intensos campos magnéticos  $B$  ( $\omega_c\tau \gg 1$ ) os elétrons giram ao longo de helicóides com frequência ciclotrônica  $\omega_c = |e|B/m^*c$ ; onde  $e$  é a carga do portador,  $m^*$  é a massa efetiva do portador e  $c$  é a velocidade da luz. Assim, um plasmon imerso num campo magnético (magnetoplasmon) não é tipicamente uma onda puramente longitudinal, mas parcialmente transversal - pois contém correntes transversais (*Hall*)<sup>2</sup>.

Como dito anteriormente, a efetiva dimensão da amostra<sup>3</sup> altera em muito, as propriedades dos plasmons. As oscilações de plasma em sistemas eletrônicos bi-dimensionais (SE2D) diferem-se essencialmente das de *bulk* (caso 3D) e das de plasmons superficiais (superfícies de um SE3D). Ritchie (1957)[5] foi o primeiro a mostrar que, diferentemente do que acontece no caso tridimensional, a frequência dos plasmons 2D  $\omega_p$  tende a zero no limite de longo comprimento de onda ( $q \rightarrow 0$ ), onde  $\vec{q} = \vec{q}(q_x, q_y)$  é o vetor de onda de um plasmon 2D. Este fato pode ser entendido da seguinte maneira: consideremos as flutuações da densidade de carga eletrônica, na forma de planos carregados (no caso de

---

<sup>1</sup>o amortecimento de *Landau* ocorre devido a uma troca de energia entre a onda com velocidade de fase  $v_p$  e partículas no plasma com velocidade próxima a  $v_p$ , que interage fortemente com a onda.

<sup>2</sup>no caso geral, o campo elétrico de tal magnetoplasmon não é puramente potencial

<sup>3</sup>ao que parece, devido a maior concentração de portadores de carga

*bulk*) ou linhas na superfície (no caso 2D) colocados periodicamente (com período  $2\pi/q$ ). O campo elétrico que surge, e com isso a força restauradora (elástica), que dá origem as oscilações de plasma - não depende do período no primeiro caso e diminui com o inverso do período no segundo caso. Assim, o quadrado da frequência de plasma não depende de  $q$  no caso de *bulk* (3D), e é proporcional a  $q$  no caso dos plasmons 2D. Na verdade este fato representa a blindagem incompleta em 2D porque o sistema está confinado a duas dimensões, mas a interação coulombiana é tridimensional, ou seja, as linhas de campo saem do plano dos elétrons. Em outras palavras, a lei de dispersão dos plasmons 2D  $\omega_p(q)$  depende das propriedades do meio onde o sistema está embebido.

No início da década de oitenta (1980) vários trabalhos apontavam para novos modos (dos magnetoplasmons) descobertos em SE2D, mas ao contrário das frequências típicas encontradas, estes possuíam frequências inferiores a  $\omega_c$ ; e diminuíam conforme se aumentava a intensidade de  $B$ ; tais frequências podiam ser encontradas desde o mais distante infra-vermelho, passando por micro-ondas, e sendo encontradas até mesmo em uma certa faixa das radio-frequências, onde (nestas) a condição  $\omega\tau > 1$  era violada. Tais modos (2D) eram análogos aos encontrados nas bordas de um plasma tridimensional; foram então chamados de magnetoplasmon de borda (MPB) por Mast et al. (1985)[6].

## 1.2 Motivação

A medida em que cresce o interesse em SE2D, SE1D (fio-quântico) e SE0D (ponto quântico), surge também a necessidade de se estudar novos efeitos físicos relacionados a aplicabilidade de diversos componentes eletrônicos, optotrônicos e spintrônicos - cada vez mais eficazes, mais bem elaborados e capazes de acompanhar tal miniaturização; e é aqui que os MPB's entram em foco - possuídores de características únicas, a serem exploradas do ponto de vista tecnológico. Esses MPB's possuem frequência ajustável através de um extenso intervalo de frequências ( de  $\sim 1$  kHz até  $\sim 1$  THz ), e em contraste com os plasmons e magnetoplasmons de *bulk* seu amortecimento em geral é pequeno não somente

em  $\omega\tau \gg 1$ , mas em qualquer valor de  $\omega\tau$  - caso a intensidade do campo magnético seja suficientemente alta; e ainda são detectáveis sob altas temperaturas ( $\sim 100$  K). Portanto, o estudo dos MPB's tem aplicação direta na construção de detectores e espectrômetros de radiação. E apesar de tais aplicações tecnológicas servirem por si só como motivação suficiente para qualquer estudo teórico acerca dos MPB's, podemos ainda aditar que o estudo dos estados de borda é de grande interesse da física fundamental.

Neste trabalho, propomos investigar algumas propriedades dos MPB's em SE2D, sob o regime *Hall* quântico inteiro (RHQI) com fator de preenchimento  $\nu = 1(2)$ , em temperaturas não-muito-baixas  $k_bT \gg \hbar v_g/2l_0$ ; em particular os modos sobreviventes destes MPB's no regime de muito-forte dissipação  $\eta_t \gtrsim \ln(1/k_x l_t) \gg 1$ .

# Capítulo 2

## Plasmas

### 2.1 Uma breve história sobre plasmas

Na segunda metade do século XIX o fisiologista tcheco *Jan Evangelist Purkinje* utilizou-se da palavra grega plasma (cujo significado é "formado ou moldado") para denotar o fluido transparente que permanece após terem sido removidos todos os materiais corpusculares do sangue humano. Mais de meio século depois, o cientista americano *Irving Langmuir* (em 1922) propôs também chamar de plasma - uma região que continha cargas de elétrons e íons praticamente na mesma proporção, num trecho do próprio artigo de *Langmuir* - "*Except near electrodes, where there are sheaths containing very few electrons, the ionized gas contains ions and electrons in about equal numbers so that the resultant space charge is very small. We shall use the name 'plasma' to describe this region containing balanced charges of ions and electrons*" [7]. *Langmuir* lembrou-se da forma como o plasma sanguíneo transportava os glóbulos brancos e vermelhos, da mesma forma com que a eletricidade transportava os elétrons e os íons. *Langmuir*, juntamente com *Lewi Tonks* (1927), estavam investigando a física e a química por trás dos bulbos com filamentos de tungstênio, com a esperança de prolongar a vida útil do filamento (e eles alcançaram tal meta). No processo, desenvolveram a teoria das bainhas de plasma - as camadas do contorno que se formam entre os plasmas ionizados e em superfícies

sólidas. Descobriram também que certas regiões do tubo de descargas de plasma exibiam variações periódicas da densidade eletrônica, e que hoje em dia chamamos de *ondas de Langmuir*. Essa foi a gênese da física do plasma. Não surpreendentemente, as pesquisas de *Langmuir* hoje formam toda a base teórica da maioria das técnicas de processos de plasma na fabricação de circuitos integrados. Após *Langmuir*, a pesquisa do plasma se diversificou bastante; e por muito tempo houve uma confusão entre os cientistas, que achavam que seus colegas físicos e químicos estavam a estudar o sangue humano. E como *Langmuir* estudava descargas elétricas em tubo de gases, acreditava-se que este comportamento era inerente a este estado da matéria; em muitos livros [8], e para fins didáticos, costuma-se dizer que plasma é o quarto estado da matéria. Em uma escala de temperaturas, pode-se afirmar: à baixas temperaturas temos os sólidos (à temperaturas ainda mais baixas temos o condensado de *Bose-Einstein*), a medida em que se aumenta a temperatura o sólido se funde (fusão) e se torna líquido, aumentando ainda mais a temperatura este líquido vira vapor (gás). E se aumentarmos ainda mais a temperatura deste gás, o mesmo se ioniza podendo vir a formar um plasma. Este termo - ionizar - se refere justamente a uma separação atômica, em que os elétrons da camada mais externa (camada de valência) se "soltam" do núcleo (caroço) do átomo.

Em geral, o termo plasma é associado a qualquer sistema estatístico que contenha portadores de cargas móveis - logo, interagem via forças coulumbianas - (tal como os elétrons e/ou os íons de um plasma gasoso); assim sendo, o plasma não é uma manifestação exclusiva à ionização térmica, podemos também encontrar o comportamento de plasma em sólidos - os fenômenos eletrônicos em semi-condutores, semimetals e metais podem ser vistos como efeitos de plasma em sólidos. Íons produzidos pela remoção de alguns (ou todos) elétrons de valência de átomos ou moléculas formam portadores de carga positivos, e o sistema formado por estas partículas carregadas constituem um plasma. No caso de elétrons em metais e semimetals, a densidade eletrônica pode ser tão alta que a degenerescência traduzida pelo princípio da exclusão de Pauli deve ser levada em consideração - tal degenerescência eletrônica condiz com o tratamento mecânico quântico

dado a estes plasmas.

Muitas áreas contibuíram ao longo dos anos, desde *Langmuir*, para o entendimento básico dos fenômenos de plasma, sobretudo ramos da física de plasmas relevantes às aplicações para problemas de fusão termonuclear controlável, cosmologia, astrofísica, radioastronomia, propagação de ondas, física de plasmas em estado sólido, geofísica, etc. Tal como o estudo da propagação da radiação eletromagnética na ionosfera terrestre, a dinâmica da magnetosfera terrestre, o comportamento turbulento da matéria ionizada e dos campos magnéticos na superfície do Sol e de outras estrelas; mecanismos de emissão de pulsares e fontes de rádio e muitos outros exemplos abundantes nessas áreas. Para uma leitura mais aprofundada sobre física do plasma, sugerimos [3,4].

## 2.2 Propriedades de um plasma

Um plasma é uma coleção de partículas carregadas relativamente móveis que interagem umas com as outras via forças coulombianas. A sensibilidade de um plasma é uma consequência direta da mobilidade de seus constituintes, e ocorre somente quando as partículas carregadas que o compreendem são relativamente livres. Por essa razão, os diferentes tipos de plasmas encontrados na natureza (ou mesmo os obtidos em laboratório) possuem também diferentes escalas de temperatura e de densidade de portadores (e vários outros parâmetros também). É conveniente então definir um parâmetro crucial que distingua estes diferentes plasmas; conhecido como parâmetro de plasma -  $\Lambda$  (ou mais tecnicamente - parâmetro de acoplamento de Coulomb), ele caracteriza a intensidade das interações entre as partículas neste sistema de várias partículas carregadas. Tal parâmetro ajuda a descrever quais efeitos quânticos devem ser levados em consideração, o parâmetro de plasma é a razão entre a média da energia de interação coulombiana -  $V$  e a média da energia cinética -  $K$ . Em geral, o termo de energia cinética costuma definir que modelos são adotados no estudo de um plasma, ou seja, a diferença entre modelos

clássicos e modelos quânticos e/ou microscópicos.

$$\Lambda = \frac{V}{K} \tag{2.1}$$

Assim sendo, plasmas com parâmetro de plasma muito menor que a unidade  $\Lambda \ll 1$  são denominados plasmas fracamente acoplados e aqueles com parâmetro de plasma igual ou maior que a unidade  $\Lambda \geq 1$  são denominados plasmas fortemente acoplados. Não há um único valor geral para todos eles, podendo-se apenas definir intervalos. Plasmas em sólidos costumam varrer um intervalo de  $\Lambda \ll 1$  a  $\Lambda \simeq 5$ . Para plasmas fracamente acoplados -  $\Lambda \ll 1$ , precisão e cálculos de primeiros princípios podem ser executados; teorias que se baseiam nessa condição, tal como a teoria de perturbação, ilustram muitas das características importantes do comportamento desses plasmas, e são as únicas para os quais cálculos microscópicos detalhados podem ser "facilmente" realizados. Plasmas fortemente ou fracamente acoplados podem ocorrer independente da escala de temperatura.

Os plasmas ainda podem ser classificados em plasmas densos - ou plasmas degenerados e plasmas diluídos - ou plasma não-degenerados. Para plasmas não-degenerados, típicos de plasmas em gases à alta temperatura, bem como de plasmas obtidos por confinamento eletrônico sob a superfície de Hélio líquido à baixa temperatura, o comportamento dos portadores de carga é governado pela estatística clássica de *Maxwell-Boltzmann*, sendo o termo cinético medido pela energia térmica  $k_B T$ , onde  $k_B$  é a constante de *Boltzmann* e  $T$  é a temperatura absoluta. Por sua vez, para plasmas degenerados, típicos de plasmas em sólidos à baixa temperatura, o comportamento dos portadores é governado pela estatística quântica de *Fermi-Dirac*, sendo, nesse caso, o termo cinético medido pela energia de *Fermi*  $E_F$ , antes do que  $k_B T$ . Em ambos os casos a energia cinética é muito maior do que a energia coulombiana média dos portadores.

Quando uma perturbação qualquer (campos externos, impurezas, etc) atinge um plasma - assim sendo, atinge os portadores de carga que constituem o plasma - estes portadores reagem a esta perturbação por efeito de blindagem (polarização induzida

em torno da perturbação); os demais portadores “vêm” tal perturbação se mover cercado por uma distribuição ou “nuvem” de carga (oposta) induzida por polarização, cujo campo induzido, tomado como um todo, tende a compensar o campo da carga perturbadora em questão, forçando o mesmo a ser atenuado mesmo a grandes distâncias. E somado a natureza de longo alcance da interação coulombiana, os portadores de carga reagem coletivamente a essa perturbação, é possível então, gerar campos elétricos de tamanho considerável em plasmas por perturbar o meio sobre um grande volume e somar as individualmente fracas contribuições das muitas partículas. Dessa maneira, mesmo em plasmas que são fracamente acoplados, perturbações podem atenuar a energia de interação coulombiana - e esta acaba por dominar o comportamento do plasma; esta é uma característica sem igual que torna o estudo de plasmas particularmente interessante.

Dessa forma, a blindagem pode ser vista como um fenômeno de flutuações na densidade de carga dos portadores, que são induzidas por polarização quando uma perturbação ocorre no plasma. Entretanto, o modo como tais flutuações se propagam no plasma, ou seja, a maneira como o plasma responde a tal perturbação, é determinada principalmente pelo comprimento de onda  $\lambda$  (ou momento  $q$ ) e pela energia de tal perturbação. Assim, dependendo do comprimento de onda (ou momento) e da energia com os quais o plasma é perturbado, o mesmo pode apresentar dois comportamentos distintamente diferentes, a saber, o do tipo partícula e o do tipo onda. Excitações do tipo partícula ocorrem quando as flutuações, decorrentes da perturbação se propagam no plasma através da troca de momentos entre pares de partículas carregadas interagentes, as quais são constantemente excitadas. Já as excitações do tipo onda ocorrem quando as flutuações decorridas de uma perturbação tendem a se propagar como ondas (de compressão/rarefação) de densidade de carga, em que o plasma responde de maneira coletiva à perturbação; de certo modo, a consideração de partículas individuais perde seu significado. Este é um fenômeno adicional ao da blindagem, em que o campo médio efetivo da interação coulombiana age como uma força restauradora responsável pela oscilação das partículas carregadas.

Entretanto, diferentemente da blindagem, que está sempre presente no plasma sob qualquer tipo de perturbação, a existência de oscilações organizadas no plasma somente é possível para perturbações de longo comprimento de onda (pequeno momento),  $\lambda > \lambda_c$  ( $q < q_c$ ); aqui  $\lambda_c$  ( $q_c$ ) é um comprimento (momento) característico que serve como um parâmetro de separação espacial entre excitações coletivas e tipo partícula. Assim, se o plasma for submetido a uma perturbação de longo comprimento de onda (pequeno momento) de uma maneira coerente, necessária para que as contribuições individuais estejam em fase umas com as outras, o mesmo apresentará pelo menos um modo coletivo longitudinal caracterizado por uma relação de dispersão da frequência,  $\omega_p$ , também denominada de frequência característica do plasma. Neste caso, para um tal modo coletivo a onda de densidade de carga longitudinal é denominada de plasmon.

Existem dois principais mecanismos relacionados ao amortecimento de tais excitações coletivas: o amortecimento colisional, que é determinado pelas colisões dos elétrons com fônons, impurezas e outras imperfeições da rede. Já o processo não-colisional (também conhecido como amortecimento de *Landau*) que se dá sempre quando os modos coletivos decaem devido a interações entre a onda e as partículas no plasma. Embora uma estimativa para valores de  $q_c$  dependa do plasma em questão e da aproximação usada em seu cálculo, é certo que para valores de  $q \geq q_c$  o modo coletivo estará imerso no contínuo de amortecimentos colisionais, o que possibilita o decaimento do plasmon nestas excitações do tipo partícula. Tal situação faz com que o plasmon tenha um curto tempo de vida, de forma que ele não representa uma excitação bem definida do sistema.

# Capítulo 3

## Efeito Hall Quântico

### 3.1 Efeito Hall clássico

Em 1879 *Edwing Hall* [9] tentava determinar a força experimentada por uma corrente em um fio condutor carregado quando um campo magnético era aplicado sobre este. Ele suspeitava que a corrente que percorria o fio condutor deveria sofrer alguma deflexão devido ao campo magnético aplicado, e assim a resistência deveria de certa forma aumentar um pouco. E apesar de não ter obtido sucesso em detectar algum aumento na resistência do fio, ele conseguiu observar o surgimento de uma tensão transversal (tensão Hall), que em seu trabalho [9], publicara como "estado de stress"<sup>4</sup>. Um esquema que ilustra o experimento Hall é apresentada na figura 3.1, em suma, quando uma corrente percorre um material condutor (no caso ilustrado, uma densidade corrente elétrica na direção x -  $\vec{j} = \hat{x}j_x$  - em um condutor em forma de paralelepípedo), e este é imerso num campo magnético perpendicular à direção de propagação da corrente ( $\vec{B} = \hat{z}B$ ). Os elétrons experimentam a força de *Lorentz*<sup>5</sup>, e são defletidos na direção y, acumulando-se nas bordas deste e dando origem a um campo transversal (campo Hall -  $\vec{E}_H = -\hat{y}E_y$ ). Uma vez atingido o equilíbrio, o campo Hall se equilibra com a força de *Lorentz*, e a

---

<sup>4</sup>vide referência [9] - Hall

<sup>5</sup>na verdade a força magnética contida na força de *Lorentz*, vide referência [3] - Ashcroft

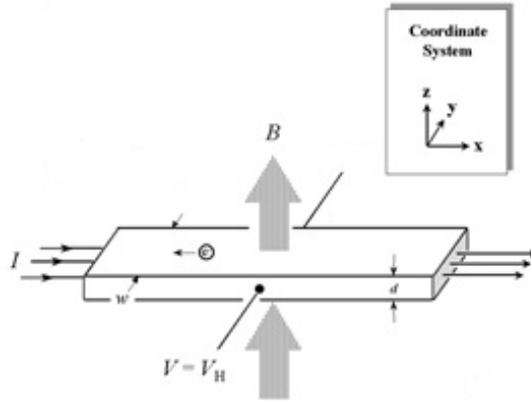


Figura 3.1: Esquema ilustrativo do efeito Hall clássico numa barra condutora retangular

corrente flui normalmente. Duas quantidades envolvidas neste fenômeno despertam um grande interesse, uma delas é a magnetorresistência longitudinal  $\rho$  - que Hall observou ser independente do campo magnético

$$\rho = \frac{E_x}{j_x} \quad (3.1)$$

aqui  $E_x$  é o campo elétrico ao longo do condutor, e  $j_x$  é a densidade de corrente associada ao mesmo. E uma outra quantidade conhecida como resistência Hall -  $R_H$ , dada por

$$R_H = \frac{E_y}{j_x} \quad (3.2)$$

onde  $E_y$  é o supracitado campo Hall. Note que o campo Hall se encontra na direção negativa do eixo  $y$  - portanto  $R_H$  deve ser negativo, no entanto, se os portadores de carga fossem positivos, o sinal de sua velocidade (na direção  $x$ ) seria contrário, e por conseguinte a força de *Lorentz*, o campo Hall e etc. A partir do modelo de *Drude*<sup>6</sup>,

<sup>6</sup>vide referência [4] Ashcroft página 13

pode-se chegar a uma expressão final para a resistência Hall

$$R_H = -\frac{B}{n|e|c} \quad (3.3)$$

onde,  $n$  é a densidade dos portadores de carga,  $e$  é a carga elementar e  $c$  - é a velocidade da luz no vácuo. Note que nenhum outro parâmetro eletrônico, tal como sua massa, nem quaisquer outros parâmetros materiais entram no cálculo - somente a densidade eletrônica. Mais notavelmente,  $R_H$  não depende da forma da amostra. De fato, mesmo um conjunto de buracos perfurados na amostra não alteraria o resultado. Uma folha de metal perfurada mostra a mesma resistência Hall que uma folha perfeita, contanto que todos os contatos elétricos permaneçam mutuamente conectados. Devido a sua independência de todos os parâmetros intrínsecos e extrínsecos, o efeito Hall tem se tornado uma “ferramenta” padrão para a determinação tanto da natureza dos portadores de carga (se elétrons ou buracos), quanto da densidade dos mesmos nos sistemas eletrônicos. Em particular, a densidade de carga em amostras semicondutoras, que pode variar largamente dependendo da preparação, é medida via efeito Hall. Além disso, quando analisamos o efeito Hall em SE2D, verificamos que a resistência Hall  $R_H$  é exatamente igual a resistividade Hall -  $\rho_{xy}$ , sem qualquer fator geométrico das dimensões físicas da amostra 2D sendo envolvido, e desde que, na prática, voltagens e correntes é que são medidas, ao invés de campos elétricos e densidades de correntes, implica que a resistência Hall em SE2D tem um caráter completamente microscópico.

## 3.2 Efeito Hall Quântico Inteiro (EHQI)

O EHQI é uma versão quântica do efeito Hall clássico, observada em SE2D ( ou em sistemas eletrônicos quase-unidimensionais - SEQ1D) quando estes se encontram à baixas temperaturas ( $\sim 4$  K) e sob intensos campos magnéticos ( $\sim 10$  T). Descoberto por *Klauss von Klitzing* em 1980[10], o qual lhe rendeu o prêmio Nobel em 1985. *Klitzing* percebeu que para certos valores do campo magnético, a resistividade longitudinal de suas amostras

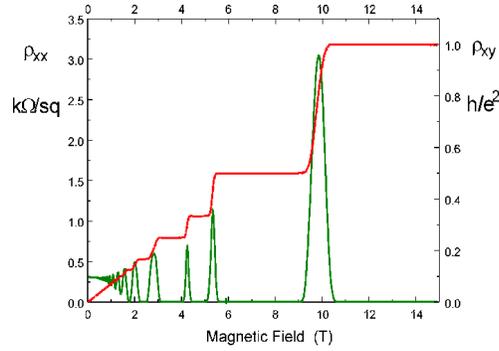


Figura 3.2: Efeito Hall quântico inteiro, gráfico das resistividades longitudinal e transversal (Hall) pelo campo magnético

tornava-se bem pequena. E para estes valores de campo, quando se plotava o gráfico da resistividade Hall pelo campo magnético, este gráfico exibia regiões achatadas (conforme ilustrado na figura 3.2), ou platôs. Ele então percebeu que a resistividade Hall nas regiões de platôs era constante para cada amostra, e aproximadamente  $h/(\nu e^2)$ . Conforme a precisão de seus experimentos melhorava, ficava cada vez mais claro que  $\nu$  era um número inteiro com altíssima precisão, na qual a condutividade Hall assumia valores quantizados

$$\rho = \frac{h}{\nu e^2} \quad (3.4)$$

onde  $e$  é a carga elementar,  $h$  é a constante de *Planck* e  $\nu$  é um número inteiro.

Uma explicação simplificada apenas em termos de *bulk* do sistema e partícula única (elétron independente) pode esclarecer os resultados do EHQI: num campo magnético suficientemente intenso os níveis de energia de um elétron num SE2D colapsam, como um resultado da quantização de *Landau* - que é a quantização das órbitas ciclotrônicas de partículas carregadas em campos magnéticos - como resultado as partículas carregadas podem ocupar apenas as órbitas com valores discretos de energia, os chamados níveis de *Landau* (NL) -  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ , onde  $\omega_c = |e|B/(m^*c)$  é a frequência ciclotrônica. Os elétrons podem se estabelecer somente nestas energias, mas não

nos grandes gaps<sup>7</sup> entre elas. Cada NL pode acomodar um grande número de elétrons, todos com a mesma energia. Isto se deve ao fato de ser possível posicionar o centro de cada órbita em muitos diferentes lugares no plano bidimensional. Assim, esta chamada degenerescência dos NL, dada por  $n_B = |e|B/(hc)$ , é uma função crescente do campo magnético, uma vez que o raio  $l_0 \propto (1/\sqrt{B})$  de cada órbita é reduzido com o seu aumento. Assim, para uma dada densidade eletrônica  $n_0$  e para um dado campo magnético  $B$  o número de NL preenchidos é dado por

$$\nu = \frac{n_0}{n_B} = \frac{n_0 hc}{eB} \quad (3.5)$$

o chamado fator de preenchimento dos NL. Dessa forma, substituindo o valor de  $n_0$ , em termos de  $\nu$ , na expressão da resistência Hall, obtemos

$$R_H = \rho_{yx} = \frac{B}{n_0 |e| c} = \frac{h}{e^2 \nu} \quad (3.6)$$

Portanto, para alguns valores especiais de  $n_0$  (ou  $B$ )  $\nu$  deve ser um número inteiro, resultando em um número inteiro de NL completamente preenchidos e, conseqüentemente, na quantização inteira da resistência Hall. Por mais cauteloso que tenha sido o processo de preparação da amostra, sempre permanece algum grau de desordem, seja devido a vibrações térmicas, ou defeitos e/ou impurezas residuais, estes "defeitos" (que parecem propositais) introduzem variações na energia em torno de cada NL, alargando-os e forçando os mesmos a se alargarem em bandas de energia. Entretanto, apesar das extensas regiões situadas entre os NL originais (sem alargamento) passarem a ser de estados de energia permitidos, eles não podem transportar corrente, uma vez que os mesmos são originados exclusivamente pelos potenciais de desordem e, portanto, qualquer elétron que aí esteja estará capturado e isolado (localizado) por este potencial; por esse motivo tais regiões são chamadas de regiões de estados localizados, ou *gaps* de mobilidade. Por outro

---

<sup>7</sup>também chamados de gaps de mobilidade

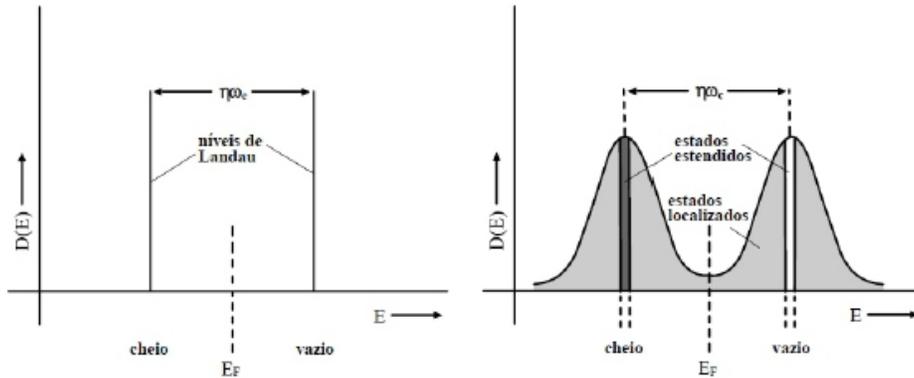


Figura 3.3: Densidade de estados  $D(E)$  como função da energia. (esquerda) NL de um SE2D submetido a um forte campo magnético  $\vec{B}$  perpendicular ao plano de cargas.

lado, as regiões centradas em torno dos NL originais, que são associadas a estados capazes de transportar corrente, são chamadas de regiões de estados estendidos (ver Figura 3.3).

### 3.3 Efeitos de borda no Regime Hall Quântico Inteiro (RHQI)

Conforme comentado anteriormente, é fato aceito que se no *bulk* o NF está na região de estados localizados, tais estados não podem transportar corrente. Entretanto, conforme mostrado em trabalhos anteriores - refs. [11-17], quando levamos em conta no modelo as bordas do SE2D, que são descritas pelo seu correspondente potencial de confinamento lateral, as energias dos NL devem aumentar conforme se aproximam dessas bordas e, conseqüentemente, se interceptam com o NF (Fig. 3.4). Essas interseções formam verdadeiros canais unidimensionais que, por sua vez, devem governar as propriedades de transporte quando o RHQI se mantém, ou seja, quando o NF está num estado localizado no *bulk*.

Classicamente estes estados de borda correspondem às órbitas saltitantes (*skip-ping orbits*) e eles são os únicos estados estendidos no NF. No regime linear (voltagens

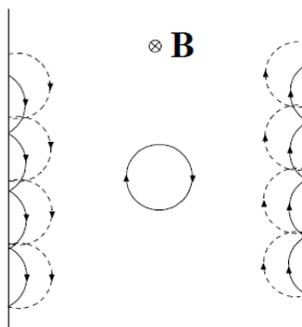


Figura 3.4: Esquema ilustrativo do movimento eletrônico. O círculo fechado representa o movimento ciclotrônico clássico dos elétrons de *bulk*. Os círculos abertos representam a trajetória clássica dos elétrons saltitantes se movendo ao longo das bordas da amostra num campo magnético normal  $\vec{B}$ , desde que os estados de borda estejam em diferentes níveis de energia. Conforme ref.[28]

aplicadas muito menores do que a separação dos NL), por exemplo, estes são os únicos estados relevantes para a determinação das propriedades de transporte. Uma corrente conjunta flui através da amostra se os estados de borda são ocupados em diferentes níveis de energia, com os elétrons nas bordas opostas movendo-se em direções opostas.

Um importante resultado, que deve ser considerado ao se tratar os efeitos acima, estabeleceu que um possível “achatamento” dos estados de borda associados ao mais alto NL ocupado na vizinhança do NF ([18]) pode ser evitado se o potencial de confinamento lateral “nu” for suficientemente íngreme [19,20]; em adição, a formação de alternadas fases incompressíveis (faixa dipolar [18-20]) e compressíveis nas bordas do SE2D não pode ocorrer[20]. Ao que segue, nesta dissertação estaremos assumindo que não temos tal achatamento[18] ou que os NL têm inclinações finitas no NF.

# Capítulo 4

## Magnetoplasmons de borda

Depois de trabalhos pioneiros sobre MPB [6,21], muitos experimentos têm sido realizados com SE2D em heteroestruturas semicondutoras de AlGaAs-GaAs [22-26]. Além disso, quanto ao estudo dos MPB no RHQI, este passou a atrair uma maior atenção após o advento de experimentos de transporte com resolução temporal (*time-resolved*) [26], que, conforme verificado na ref. [26], foi capaz de mostrar uma estrutura de platô no atraso do tempo que reflete os próprios platôs do RHQI. Quanto ao seu estudo teórico, dentro de determinados modelos essencialmente clássicos ou quânticos, diferentes mecanismos de ondas de borda têm sido propostos ou utilizados [27-30]. Entretanto, em se tratando de MPB no RHQI tais modelos apresentam algumas deficiências. Por exemplo, dentro de um mecanismo de onda de borda completamente clássico [28,30], em que foi primeiramente determinada a quiralidade<sup>8</sup> [28], e a existência (para intensos  $B$ ) de modos MPB acústicos [30], os autores das respectivas referências assumiram perfis de densidade linear de carga abrupto e suave, respectivamente, mas independentes do fator de preenchimento  $\nu$ . Como consequência, estes perfis não levam em conta uma característica mecânica quântica essencial ao RHQI, a estrutura dos NL. Tal inadequação foi posteriormente comprovada no experimento da ref. [26]. Em adição, para uma dissipação

---

<sup>8</sup>A quiralidade é propriedade dos magneto-plasmons se propagarem em direções opostas em bordas diferentes.

especialmente homogênea dentro do canal, o amortecimento do MPB foi encontrado como sendo quantizado e independente da temperatura [28], com taxas de amortecimento fortemente super-estimadas quando comparadas com os resultados experimentais [26]. Estes desvios são atribuídos à inadequação do mecanismo clássico de ondas de borda, que em efeito é empregado pelas teorias das refs. [28] e [30].

Por outro lado, dentro de mecanismos de ondas de borda mecânico-quânticos [29,31,32], para o RHQI com  $\nu = 1$  somente a posição da borda do SE2D incompressível varia, sendo o tratamento ainda limitado ao subespaço das funções de onda do NL mais baixo, desprezando-se, assim, a mistura dos níveis e a dissipação, o que por sua vez conduz a um único MPB quiral com dispersão similar àquela do modo fundamental encontrada no tratamento clássico de Volkov e Mikhailov[28] e Aleiner e Glazman[30], ou seja,

$$\omega_{mpb}(q_x) \propto q_x \ln(1/lq_x), \quad (4.1)$$

onde  $l$  é o comprimento característico do MPB.

Então, em linhas gerais podemos dizer que dentro de um mecanismo de onda de borda essencialmente clássico [28,30] a densidade de carga varia na borda, mas a posição da borda do SE2D é mantida constante. Por sua vez, dentro dos diferentes mecanismos de ondas de borda mecânico-quânticos[29,31,32] somente a borda do SE2D varia, enquanto que o perfil da densidade com respeito à borda flutuante coincide com aquela do SE2D não perturbado.

Afim de contornar estes prolemas, modelos microscópicos específicos no RHQI para canais eletrônicos largos (SE2D), baseados numa combinação das equações da densidade de corrente linearizada, *Poisson* e continuidade, foram posteriormente propostos na refs.[33-36]. Estes modelos efetivamente incorporam os dois distintos mecanismos de onda de borda mencionados acima. Enquanto os MPB neste novo mecanismo de ondas de borda foram estudados na ref.[33-36] para o limite de baixas temperaturas, o tratamento da ref.[36] foi estendido à temperaturas não-muito-baixas,  $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_g/2l_0$ , onde  $v_g$  é a velocidade de grupo dos estados de borda e  $l_0 = \sqrt{\hbar/m^*\omega_c}$  o comprimento

magnético. Neste caso, o efeito da temperatura se manifesta por mudar a escala típica do comprimento de  $l_0$  para  $l_T = l_0^2 k_B T / \hbar v_g \gg l_0/2$ , o que permitiu a importante introdução de um novo perfil de densidade não perturbada cuja aproximação analítica, além de levar em conta a estrutura do NL no RHQI, também permitiu tornar o cálculo da dissipação mais simples.

Neste capítulo apresentaremos o desenvolvimento teórico para obtenção das equações que descrevem a dispersão da frequência e a estrutura espacial dos MPB num SE2D no RHQI, com  $\nu = 1(2)$ , no mais baixo NL,  $n = 0$ , em temperaturas não muito baixas,  $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_g/2l_0$ , que é baseado numa combinação de equações de densidade de corrente, equação de Poisson e equação da continuidade, conforme desenvolvido originalmente nas Refs. [35,36] para um SE2D.

## 4.1 Sistema Eletrônico Bi-dimensional sob um intenso campo magnético transversal

Seguindo o tratamento dado na ref. [36], assumimos SE2D no plano (x,y) de largura efetiva  $L_y = W$  e comprimento  $L_x = L$  no plano-(x, y), sujeito a um intenso campo magnético  $\vec{B} = B\hat{z}$  capaz de manter o RHQI, de tal forma que se possa ajustar o fator de preenchimento para  $\nu = 1(2)$ , quando somente o mais baixo NL,  $n = 0$ , é ocupado. Neste caso, é assumido ainda que em  $\nu = 1$  o desdobramento de spin, causado por efeitos de muitos corpos, é forte o bastante para desprezar a contribuição do NL com spin para baixo, enquanto que em  $\nu = 2$  o próprio desdobramento de spin é desprezado. Além disso, por se tratar o SE2D como um canal eletrônico largo (aqui, por simplicidade, canal largo), o potencial de confinamento lateral simétrico associado a ele e ao longo de y é parabólico somente nas suas bordas, ou seja,  $V_y = 0$  para  $y_l < y < y_r$ ,  $V_y = m^*\Omega^2(y - y_r)^2/2$  para  $y > y_r > 0$  e  $V_y = m^*\Omega^2(y - y_l)^2/2$  para  $y < y_l < 0$ , onde  $y_{r(l)}$  delimita a borda direita (esquerda) da parte plana de  $V_y$ ;  $y_r = -y_l$ ,  $m^*$  é a massa efetiva e  $\Omega$  a frequência do confinamento; inclusive, podemos fazer a suposição de que  $V_y$  aproxima-se bem do

potencial de confinamento lateral “vestido” com a interação elétron-elétron recebido na aproximação Hartree (AH). Assim, no *gauge* de Landau, onde o potencial vetor é dado por  $\vec{A} = -By\hat{x}$ , o Hamiltoniano de partícula única é dado por

$$\hat{h}^0 = \frac{[(\hat{p}_x + eBy/c)^2 + \hat{p}_y^2]}{2m^*} + V_y \quad (4.2)$$

onde  $\hat{p}$  é o operador momento. Em adição, nós assumimos que o potencial de confinamento lateral é suave sobre a escala do comprimento magnético  $l_0 = (\hbar/m^*\omega_c)^{1/2}$ , onde  $\omega_c = |e|B/m^*c$  é a frequência ciclotrônica, e a condição  $\Omega \ll \omega_c$  é satisfeita;  $e$  e  $c$  são respectivamente a carga eletrônica e a rapidez da luz. Aqui, para o RHQI para  $\nu = 1(2)$ , o espectro de energia de um elétron do  $n$ -ésimo NL é

$$\epsilon_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \quad (4.3)$$

para a parte plana, e

$$\epsilon_{n,k_x} = \hbar\omega_c(n + 1/2) + m^*\Omega^2[y_0(k_x) - y_r(l)]^2/2 \quad (4.4)$$

para a região de borda direita (esquerda)  $y_0(k_x) > y_r$  (esquerda -  $y_0(k_x) < y_l$ ) onde,  $y_0(k_x) = l_0^2 k_x$ , o que por sua vez conduz à velocidade de grupo dos correspondentes estados de borda direita (esquerda), referente ao nível de Fermi (NF) do  $n$ -ésimo NL, com  $v_{gn} = \partial\epsilon_{n,k_{re}^{(n)}}/\hbar\partial k_x = \hbar\Omega^2 k_e^{(n)}/m^*\omega_c^2$ , onde  $k_{re}^{(n)} = k_r + k_e^{(n)}$  é o vetor de Fermi associado a borda direita  $y_{re}^{(n)} = l_0^2 k_{re}^{(n)} = y_r + l_0^2 k_e^{(n)}$ ,  $k_r = y_r/l_0^2$ ,  $W = 2y_{re}^{(0)}$  e  $k_e^{(n)} = (\omega_c/\hbar\Omega)\sqrt{2m^*\Delta_{Fn}}$  é o número de onda de borda característico, com  $\Delta_{Fn} = E_F - (n + 1/2)\hbar\omega_c$ , e  $E_F = \epsilon_{n,k_{re}^{(n)}}$  é o NF medido da mais baixa sub-banda elétrica; aqui (conforme o formalismo típico) tomamos a constante dielétrica  $\epsilon$  como sendo espacialmente homogênea.

### 4.1.1 O perfil da densidade eletrônica

Conforme discutido acima, o comportamento da densidade eletrônica (não perturbada) -  $n_0(y)$  transversal a borda é determinante para as propriedades de borda do canal eletrônico largo, devendo uma apropriada escolha para seu perfil de densidade trazer importantes conseqüências no estudo dos MPB. Além disso, em vista que estamos considerando mpb no RHQI ( e em temperaturas não-muito-baixas), seria de grande importância que tal  $n_0(y)$  levasse em conta o efeito mecânico quântico da estrutura do NL. Assim, seguindo os mesmo passos da ref.[36], propomos um  $n_0(y)$ , normalizado pelo valor de *bulk*  $n_0$ , como correspondendo a função distribuição de *Fermi-Dirac*  $f_0(y) = 1/\{1 + \exp[(\epsilon_{n,y}/l_0^2 - E_F)/k_B T]\}$ . Desta forma, considerando uma pequena variação  $\bar{y}_n$  em torno da n-ésima borda no NL,  $y_{re}^{(n)}$ , tal que  $\bar{y}_n = y - y_{re}^{(n)}$ , e a condição  $k_e^{(n)} \gg k_B T / \hbar v_{gn} \gg 1/2l_0$  como sendo satisfeita, é possível obter a aproximação  $\exp[(\epsilon_{n,y}/l_0^2 - E_F)/k_B T] \approx \exp(\bar{y}_n/l_{Tn})$ , onde  $l_{Tn} \equiv l_0^2 k_B T / \hbar v_{gn} \gg l_0/2$  define a escala característica associada à borda em questão. Portanto, para  $\nu = 1(2)$  temos apenas uma única variação em trono da borda  $y_{re}^0$  [36]. Afim de simplificarmos as notações, omitiremos os expoentes ou índices 0 nos valores pertinentes ao NL  $n = 0$ , ou seja,  $l_{T0} = l_T$ ,  $v_{g0} = v_g$ ,  $\Delta_{F0} = \Delta_F$ ,  $k_e^0 = k_e$ , etc.

### 4.1.2 Densidade de corrente

Desde que o MPB é obtido a partir de uma apropriada perturbação (com uma dada frequência  $\omega \ll \omega_c$  e o comprimento de onda  $\lambda = 2\pi/q_x \gg l_0 \lesssim 10^{-6}$  cm) na densidade de craga, cuja onda pode ser descrita por  $\rho(q_x, y, \omega)$ , e desde que para temperaturas não-muito-baixas a escala característica ao longo de  $y$  é tipicamente  $l_T \gg l_0/2$ , é de se esperar que os campos elétricos gerados autoconsistentemente por  $\rho(q_x, y, \omega)$  sejam também suaves sobre a escala  $l_0$  em ambas as direções. Assim, dentro da aproximação quase-estática e no regime de resposta linear a densidade de corrente pode ser escrita como [33,37]

$$j_y(q_x, y, \omega) = \sigma_{yy}(y)E_y(q_x, y, \omega) + \sigma_{yx}^0(y)E_x(q_x, y, \omega) \quad (4.5)$$

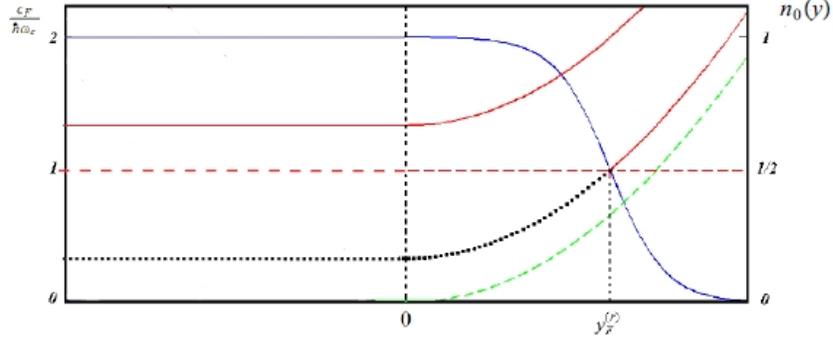


Figura 4.1: Configuração energética (escala à esquerda) e do perfil da densidade eletrônica não-perturbada,  $n_0(y)$ , (escala à direita) do SE2D no RHQI para o caso  $\nu = 2$  ( $n = 0$ ) degenerado por spin: A curva tracejada verde corresponde ao potencial de confinamento lateral  $V_y = m^*\Omega^2 y^2/2$  (sem escala). As curvas sólidas vermelhas representam os NL, encurvados devido ao efeito de  $V_y$ ; os pontos pretos indicam, de forma ilustrativa, o preenchimento do mais baixo NL ( $n = 0$ ) por elétrons até o NF (linha tracejada vermelha). Por fim, a curva sólida azul representa  $n_0(y)$ .  $y_F^{(r)}$  se refere à borda direita do SE2D.

$$j_x(q_x, y, \omega) = \sigma_{xx}(y)E_x(q_x, y, \omega) + \sigma_{xy}^0(y)E_y(q_x, y, \omega) + v_g\rho(q_x, y, \omega) \quad (4.6)$$

onde o termo  $v_g\rho(q_x, y, \omega)$  representa uma contribuição de advecção causada por uma distorção da carga  $\rho(q_x, y, \omega)$  localizada próxima à borda  $y_{re}$  do mais baixo NL  $n = 0$ ,  $\sigma_{\mu\gamma}(y)$  é a componente do tensor de condutividade, e  $E_x(q_x, y, \omega) = -iq_x\phi(q_x, y, \omega)$  e  $E_y(q_x, y, \omega) = -\partial\phi(q_x, y, \omega)/\partial y$  são as componentes do campo elétrico autoconsistente (ver apêndice A). Quanto ao potencial  $\phi$ , este pode ser obtido a partir da equação de *Poisson* como

$$\phi(q_x, y, \omega) = \frac{2}{\varepsilon} \int dy' [K_0(|q_x||y - y'|)] \rho(q_x, y', \omega) \quad (4.7)$$

onde o termo  $K_0(x)$  é a função de *Bessel* modificada, e  $\varepsilon$  é a constante dielétrica de fundo homogêneo. Aqui, consideraremos o SE2D em amostras "homogêneas" apenas; observe que assim como  $\rho$ ,  $\phi$  também pertence ao plano 2D. Neste ponto é útil, então, deescrever as pertinentes condutividades.

### 4.1.3 Condutividade Hall

A condutividade Hall (na ausência de qualquer espalhamento) pode ser obtida do cálculo da densidade de corrente na direção  $x$ ,  $j_x = \sigma_{yx}^0(y)E_y(y)$ . Seguindo os passos das refs.[33,37] obtemos a condutividade Hall como

$$\sigma_{yx}^0(y) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dy_0 f_n(y_0) \Psi_n^2(y - y_0) \quad (4.8)$$

onde  $\Psi_n(y)$  é a função do oscilador harmônico. Levando em conta que em nosso regime de temperatura  $l_T \gg l_0/2$ , e que a escala típica de  $f_n(y_0)$  e  $\Psi_n(y - y_0)$  são  $l_T$  e  $l_0$ , respectivamente, a integral da eq. (4.8) pode ser aproximada por  $f_n(y)$ . Assim, podemos reescrever a eq. (4.8) como

$$\sigma_{yx}^0(y) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{xy}^{0(n)}(\bar{y}_n) \quad (4.9)$$

onde  $\sigma_{yx}^{0(n)}(\bar{y}_n) \equiv (e^2/2\pi\hbar) f_n(\bar{y}_n)$ . Observemos que a equação acima demonstra a rápida variação de  $\sigma_{yx}^0(y)$  na escala de  $l_T$  conforme nos aproximamos da borda, e que também recupera a condutividade Hall para o interior do canal largo  $\sigma_{yx}^0(y) = e^2\nu/2\pi\hbar$ . Além disso, também temos que  $\sigma_{yx}^0(y) = -\sigma_{xy}^0(y)$ .

### 4.1.4 Condutividade longitudinal

Desde que o RHQI é considerado aqui em amostras com dimensões superficiais suficientemente grandes [33,36], as transições eletrônicas e a interação Coulombiana inter-borda podem ser desprezadas. Por outro lado, conforme mostrado na ref.[36], para um confinamento suficientemente suave a dissipação vem das transições eletrônicas intranível-intraborda devido a fônons piezoacústicos (PA), ocorrendo principalmente próximo às bordas do canal largo, e sendo exponencialmente suprimida no *bulk* para  $\hbar\omega_c/k_B T \gg 1$ . No regime de resposta linear este é o principal mecanismo de dissipação se  $v_g > s$ , onde  $s$  é a velocidade do som, por exemplo, para canais de largura  $W \lesssim 100 \mu\text{m}$  e  $T \lesssim 100 \text{K}$ .

Assim, no cálculo da condutividade longitudinal  $\sigma_{\mu\mu}(y)$ , onde  $\sigma_{xx}(y) \simeq \sigma_{yy}(y)$ ,

o tratamento dado na ref.[37], juntamente com o da ref.[36], forneceram como resultado, para  $v_g \gtrsim s$ , a expressão

$$\sigma_{\mu\mu}(y) \approx \sum_{n=0} \tilde{\sigma}_{\mu\mu}^{(n)} R_n(\bar{y}_n) \quad (4.10)$$

onde  $\tilde{\sigma}_{\mu\mu}^{(n)} = e^2 l_0^2 c' k_B T / 4\pi^2 \hbar^4 (v_{gn})^3$ , e  $c' = \hbar (eh_{14})^2 / 2\rho_V s$  é a constante de acoplamento elétron-fônon para heteroestruturas baseadas em GaAs, com  $h_{14} = 1.2 \times 10^7$  V/cm,  $\rho_V = 5.31$  g/cm<sup>3</sup>, e  $s = 2.5 \times 10^5$  cm/s. Quanto a  $R_n(\bar{y}_n)$ , este valor vem da derivada do n-ésimo termo de  $\sigma_{yx}^0(y)$ , ou seja,  $d\sigma_{yx}^{(0)}(y)/dy = -\sigma_{yx}^0(y)R_0(\bar{y})$ , onde  $R_n(y) \equiv R_n(\bar{y}_n) = -df_n(y)/dy \approx (4l_T)^{-1} \cosh^{-2}(\bar{y}_n/2l_{Tn})$ , indicando que  $\sigma_{\mu\mu}(y)$  também está fortemente concentrada próximo à borda. Por sua vez, para  $v_g < s$  a contribuição de  $\sigma_{\mu\mu}(y)$  é exponencialmente suprimida[33,37]. As propriedades apresentadas acima são essenciais sob o efeito de temperaturas não-muito-baixas no RHQI e devem ser levadas em conta a fim de se determinar a relação de dispersão e a estrutura espacial dos mpb.

## 4.2 Equações integrais para os Magnetoplasmons de Borda em um Sistema Eletrônico Bi-dimensional

Seguindo o mesmo tratamento dado na ref.[36], partindo-se da equação de *Poisson*, utilizando-se da transformada de *Fourier*, juntamente com a equação de corrente linearizada - equações eq. (4.5) e eq. (4.6) - e a eq. (4.7) combinadas na equação da continuidade  $\partial\rho(x, y, t)/\partial t + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(x, y, t) = 0$ , obtemos

$$\begin{aligned} & -i(\omega - q_x v_g) \rho(q_x, y, \omega) \\ & + \frac{2}{\epsilon} \left\{ q_x^2 \sigma_{xx}(y) - iq_x \frac{d}{dy} [\sigma_{yx}^{(0)}(y)] - \sigma_{yy}(y) \frac{d^2}{dy^2} - \frac{d}{dy} [\sigma_{yy}(y)] \frac{d}{dy} \right\} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' [K_0(|q_x||y - y'|) \pm K_0(|q_x||y + y'|)] \rho(q_x, y', \omega) = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde no integrando da equação acima foram considerados ambos os termos da exponencial - aqui os sinais  $+$  ( $-$ ) correspondem aos mpb simétrico  $\rho_s$  (anti-simétrico -  $\rho_a$ ) - uma descrição mais pormenorizada de tal desenvolvimento pode ser encontrada no apêndice C.

Note que na eq. (4.11) -  $\rho(q_x, y, \omega) \equiv \rho(q_x, \bar{y}, \omega)$  também está centrado próximo da borda no mais baixo NL  $n = 0$  dentro de uma região da ordem de  $l_T$ . Além do mais, a equação eq. (4.11) é invariante com respeito a uma mudança de  $\bar{y} \rightarrow -\bar{y}$  para um mpb de modo par (simétrico) -  $\rho(q_x, \bar{y}, \omega) \equiv \rho(q_x, -\bar{y}, \omega)$ , ou para um mpb de modo ímpar (anti-simétrico) -  $\rho(q_x, -\bar{y}, \omega) \equiv -\rho(q_x, \bar{y}, \omega)$ . Isto nos mostra que estes modos dos mpb da eq. (4.11), ambos o espacialmente simétrico (par) como o espacialmente anti-simétrico (ímpar) no mais baixo NL  $n = 0$  na borda  $y_{re}$ , são totalmente independentes um do outro.

Seguindo a "linha" da ref.[36], admitindo-se que uma solução para a eq. (4.11) deve ser necessariamente proporcional à densidade eletrônica não-perturbada  $n_0(y)/n_0$ , que pode ser reescrita aproximadamente como  $\tilde{R}_0(Y) \equiv \exp(Y) \times R_0(Y)$ , então os critérios de ortogonalidade indicam que tal solução pode ser escrita como uma expansão em série de termos do polinômio de *Laguerre*  $L_n(Y)$  no intervalo  $0 \leq Y \leq \infty$  - fazendo-se uso aqui da variável adimensional  $Y = \bar{y}/l_T$ . Assim, como solução exata da eq. (4.11) para ambos os MPB simétricos e anti-simétricos, temos

$$\rho_{s,a}(q_x, \bar{y}, \omega) = \tilde{R}_0(Y) e^{-Y} \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{s,a}^{(n)}(q_x, \omega) L_n(Y) \quad (4.12)$$

Para  $\bar{y} \leq 0$ , a expressão para  $\rho_s(q_x, \bar{y}, \omega)$  segue trivialmente da eq. (4.12), apenas usando  $|Y|$  no lado direito da equação. Tal expansão é útil somente quando o mais baixo NL  $n = 0$  está ocupado. Apontemos que  $\tilde{R}_0(Y)$  é de certa forma fracamente dependente de  $Y$ , especialmente para  $Y \geq 1$ , e tende para  $1/4l_T$  conforme  $Y \rightarrow \infty$ . Para os mpb anti-simétricos, a eq. (4.12) deve satisfazer condições de contorno óbvias, tais como:  $\rho_a(q_x, \bar{y}, \omega) = 0$ , que assegurem a continuidade de  $\rho_a(q_x, \bar{y}, \omega)$  na vizinhança de  $\bar{y} = 0$ ; por exemplo, para ambos  $\bar{y} \rightarrow +0$  e  $\bar{y} \rightarrow -0$ . A paridade ímpar de  $\rho_a(q_x, \bar{y}, \omega)$  impõe a

seguinte condição sobre  $\rho_a^{(n)}(q_x, \omega)$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho_a^{(n)}(q_x, \omega) = 0 \quad (4.13)$$

Assim, para  $\bar{y} < 0$ ,  $\rho_a(q_x, \bar{y}, \omega)$  pode ser obtida da eq. (4.12), valendo-se da seguinte propriedade  $\rho_a(q_x, -\lambda, \omega) = -\rho_a(q_x, \lambda, \omega)$ . Então, após essas considerações, podemos reescrever a eq. (4.11) como

$$\begin{aligned} & (\omega - k_x v_g) \rho_{s,a}(k_x, \bar{y}, \omega) \\ & - \frac{2}{\epsilon} \left\{ (k_x \sigma_{yx}^{(0)} - i k_x^2 \tilde{\sigma}_{xx}) + i \tilde{\sigma}_{yy} \frac{d}{dy} \left[ R_0(\bar{y}) \frac{d}{dy} \right] \right\} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{y}' [K_0(|k_x| |\bar{y} - \bar{y}'|) \pm K_0(|k_x| |\bar{y} + \bar{y}'|)] \rho_{s,a}(q_x, \bar{y}', \omega) = 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde tomou-se  $q_x \rightarrow k_x$ ;  $y \rightarrow \bar{y}$ ;  $\rho(q_x, y, \omega) \rightarrow \rho_{s,a}(k_x, \bar{y}, \omega)$ , lembrando ainda que  $d\sigma_{yx}^{(0)}(y)/dy = -\sigma_{yx}^{(0)} R_0(\bar{y})$  e  $\sigma_{yy}(y) = \tilde{\sigma}_{yy} R_0(\bar{y})$ .

Finalmente, após multiplicar a eq. (4.14) por  $L_n(Y) \tilde{R}_0^{-1}(Y)$  e integrá-la sobre  $Y$  de 0 a  $\infty$ , então, juntamente com as eqs. (4.12) e (4.13), as equações de dispersão para os modos simétricos e anti-simétricos seguem como

$$(\omega - k_x v_g) \rho_{s,a}^{(m)}(k_x, \omega) - \sum_{n=0}^{\infty} [S r_{mn}^{s,a}(k_x) + S' g_{mn}^{s,a}(k_x)] \rho_{s,a}^{(n)}(k_x, \omega) = 0 \quad (4.15)$$

onde, para  $\nu = 1$ ,  $S = (2/\epsilon) (k_x \sigma_{yx}^0 - i k_x^2 \tilde{\sigma}_{yy})$ , com  $\sigma_{yx}^0 = e^2/2\pi\hbar$ ,  $S' = -2i\tilde{\sigma}_{yy}/\epsilon l_T^2$ ,

$$\begin{aligned} r_{mn}^{s,a}(k_x) &= l_T \int_0^{\infty} dY e^{-Y} L_m(Y) \\ & \times \int_0^{\infty} dY' [K_0(|k_x| l_T |Y - Y'|) \pm K_0(|k_x| l_T |Y + Y'|)] \\ & \times \tilde{R}_0(Y') e^{-Y'} L_n(Y') \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}
g_{mn}^{s,a}(k_x) &= |k_x| l_T^2 \int_0^\infty dY e^{-Y} \left\{ e^{-Y/2} \frac{L_m(Y)}{\cosh(Y/2)} - \frac{m}{Y} [L_m(Y) - L_{m-1}(Y)] \right\} \\
&\times \int_0^\infty dY' [\text{sign}(Y - Y') K_1(|k_x| l_T |Y - Y'|) \pm K_1(|k_x| l_T |Y + Y'|)] \\
&\times \tilde{R}_0(Y') e^{-Y'} L_n(Y') + \delta g_{mn}^{s,a}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

aqui,  $\text{sign}(x) = 1$  ( $-1$ ) para  $x > 0$  ( $x < 0$ ), e  $K_0(x)$  e  $K_1(x)$  são as funções de Bessel modificadas. Aqui,

$$\delta g_{mn}^s = 0 \tag{4.18}$$

para modos simétricos, e

$$\delta g_{mn}^a = 2|k_x| l_T^2 \int_0^\infty dY' K_1(|k_x| l_T Y') \tilde{R}_0(Y') e^{-Y'} L_n(Y') \tag{4.19}$$

para modos anti-simétricos. Em adição às equações acima, para os mpb anti-simétricos, devemos considerar a condição dada pela eq. (4.13), que é essencial para eliminar uma divergência logarítmica na última integral da eq. (4.17), depois da pertinente soma sobre  $n$  na eq. (4.15). Vale ainda observar que  $r_{mn}^{s,a} \neq r_{nm}^{s,a}$ ,  $g_{mn}^{s,a} \neq g_{nm}^{s,a}$ .

Como é próprio do estudo de modos coletivos, na solução das eqs. (4.15) a (4.17) estaremos tomando o limite de longo comprimento de onda,  $|k_x| l_T \ll 1$ , tal que podemos aproximar  $K_0(|k_x| l_T X) \approx \ln(2/|k_x| l_T) - \gamma - \ln(X)$  e  $K_1(|k_x| l_T X) \approx (|k_x| l_T X)^{-1}$ , onde  $\gamma$  é a constante de *Euler*. Também faremos uso da notação  $\bar{\omega} \equiv \omega - k_x v_g$ , onde tipicamente  $v_g \ll \omega/k_x$  para os mpb mais rápidos, os mpb monopulares renormalizados. Assim, é válido denominar  $\bar{\omega}/k_x$  como a velocidade de fase da onda tanto quanto  $\omega/k_x$ . Note que aqui  $\text{Im} \bar{\omega}(k_x) \equiv \text{Im} \omega(k_x)$ , pois somente  $k_x$  reais são utilizados.

Devido a  $|k_x| l_T \ll 1$  e aos intensos campos magnéticos assumidos, onde  $\xi = \tilde{\sigma}_{yy}/(l_T \sigma_{yx}^0) \ll 1$ , podemos aproximar  $S \approx (2/\epsilon)/(k_x \sigma_{yx}^0)^{-1}$ , ou seja, desprezar a parte imaginária de  $S$ . Desta forma, as equações de dispersão têm toda sua dissipação evidenciada por  $S'$ , e por conseguinte, é possível introduzir um parâmetro  $\eta_T = |S'|/S = \xi/|k_x| l_T$  capaz de estabelecer diferentes regimes de dissipação para os mpb da seguinte

forma[33,36]:  $\eta_T \gg 1$  (ou  $\eta_T \gtrsim \ln(1/|k_x|l_T) \gg 1$  se  $\ln(1/|k_x|l_T) \gg 1$ ) para muito forte dissipação.

# Capítulo 5

## Resultados

Antes de apresentarmos e discutirmos os resultados obtidos através de avaliações numéricas das equações dos mpb em um SE2D no RHQI, com fator de preenchimento  $\nu = 1$ , e no mais baixo NL  $n = 0$ , em temperaturas não-muito-baixas  $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_g/2l_0$ , atentemos para o conjunto de parâmetros utilizados para tal, a seguir. Em particular, investigamos a relação de dispersão da velocidade de fase e a estrutura espacial dos MPB apenas para amostras homogêneas ( $\beta = 0$ ) - ver apêndice B. Neste caso, o uso da velocidade de fase adimensional é mais apropriado do que o da frequência, pois esse nos fornece um quadro mais bem definido no intervalo de longo comprimento de onda (pequeno momento),  $|k_x| l_T \ll 1$ , intervalo este considerado em todo nosso estudo.

Considerando uma amostra baseada em  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ , com massa efetiva  $m^* = 0.06m_0$  (onde  $m_0$  é a massa de repouso do elétron) e constante dielétrica de permissividade  $\epsilon = 12.5$ , fixamos os valores da temperatura ( $T$ ), do campo magnético ( $B$ ) e da razão entre as frequências ciclotrônica e de confinamento ( $\omega_c/\Omega$ ) como 9 K,  $4.0 \times 10^4$  G e 30, respectivamente. Do uso destes valores como parâmetros de entrada, obtivemos os seguintes valores para parâmetros adicionais:  $\omega_c \simeq 1.05 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$  (frequência ciclotrônica),  $\Omega \simeq 3.49 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$  (frequência de confinamento),  $l_0 \simeq 1.28 \times 10^{-6} \text{ cm}$  (comprimento magnético),  $l_T \simeq 4.33 \times 10^{-6} \text{ cm}$  (comprimento característico). Adicionalmente,  $\hbar\omega_c \simeq 6.881 \times 10^{-3} \text{ eV}$ ,  $k_B T \simeq 0.776 \times 10^{-3} \text{ eV}$  e  $\hbar v_g/2l_0 \simeq 0.114 \times 10^{-3} \text{ eV}$ , confirmando

a manutenção da condição de temperaturas não-muito-baixa,  $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_g/2l_0$ .

Vale ainda lembrar que, nas avaliações numéricas foram considerados expansões com um, dois, sete e quinze termos (polinômios de *Laguerre*) na eq. (4.15).

## 5.1 Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do helicon de borda (HB)

Nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3, nas quais são consideradas apenas os modos simétricos do HB sobrevivente, haja vista o regime de muito forte dissipação; descrevemos a relação de dispersão de sua velocidade de fase adimensional  $\text{Re}(\bar{\omega})/\text{Re}(S)$  como uma função de  $u = (k_x l_T)^{-1}$ . Neste caso, a curva traceja-pontilhada (cor magenta) representa uma expansão com um termo (apenas figura 5.1), a curva pontilhada (cor vermelha) representa uma expansão com dois termos, a curva tracejada (cor azul) representa uma expansão com sete termos, a exemplo da referência [37] que serviu como comparação, e a curva sólida (cor preta) representa uma expansão com quinze termos; as figuras 5.1, 5.2 e 5.3 representam respectivamente  $\xi = 10^{-1}$ ,  $\xi = 10^{-2}$  e  $\xi = 10^{-3}$  - todas para amostras homogêneas.

Vale ainda ressaltar que, apesar de termos considerado dois, sete e quinze termos na expansão da eq. (4.15), uma completa convergência dos modos dos mpb já ocorre com apenas dois termos na expansão (levando-se em conta a região em que  $u$  converge), embora a consideração de apenas um termo já dê uma boa aproximação para o regime de forte dissipação; a expansão em mais termos serviu como valiosa fonte de comparação com referências anteriores [39], haja vista os novos cenários investigados -  $\xi = 10^{-2}$  e  $\xi = 10^{-3}$ . No geral, independentemente dos modos dos mpb considerados, a introdução de novos modos (associados ao acréscimo de mais termos na referida expansão) faz com que o modo sobrevivente convirja.

Ao que se percebe, por comparação direta das figuras 5.1, 5.2 e 5.3, o intervalo com muito boa convergência, considerando-se apenas dois termos na expansão da eq. (4.15), de  $u = (k_x l_T)^{-1}$  aumenta conforme a redução do parâmetro  $\xi$  - para  $\xi = 10^{-1}$

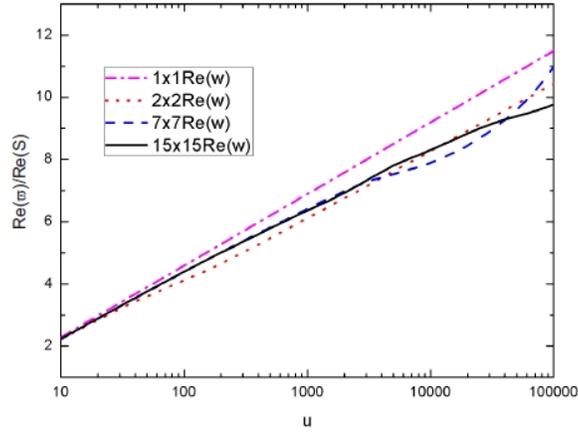


Figura 5.1: Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do HB sobrevivente. Para  $\xi = 10^{-1}$ , expansão com um termo (curva tracejada pontilhada - cor magenta), expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

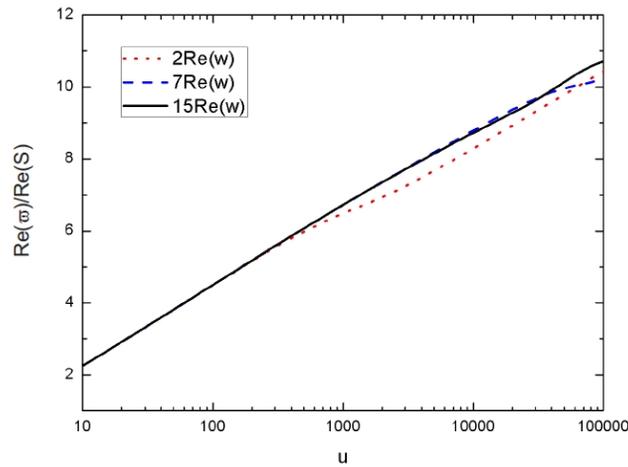


Figura 5.2: Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo HB sobrevivente. Para  $\xi = 10^{-2}$ , expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

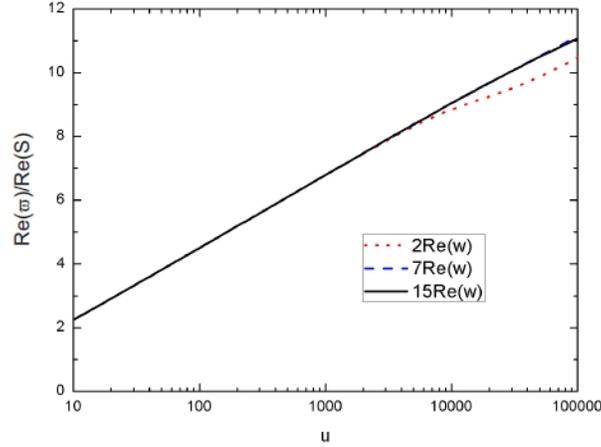


Figura 5.3: Relação de dispersão da velocidade de fase adimensional do modo HB sobrevivente. Para  $\xi = 10^{-3}$ , expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

(figura 5.1)  $u \sim 40$ , para  $\xi = 10^{-2}$  (figura 5.2)  $u \sim 500$ , e para  $\xi = 10^{-3}$  (figura 5.3)  $u \sim 9000$ . Vale lembrar que o termo  $\xi$  não está apenas caracterizando intensos campos magnéticos, ele também desempenha papel importante na determinação do termo que indica o regime de dissipação  $\eta_T$ , conforme visto no capítulo anterior -  $\xi = (\sigma_{yy}) / (l_T \sigma_{yx})$  e após várias considerações - é permitido escrever  $\eta_T \simeq \xi u$ . Ou seja, quanto menor a dissipação (ou quanto menor também o termo  $\xi$ ) maior o intervalo de convergência de  $u$ , isto vem a ser precisamente o que autores de referências supracitadas [35-39] chamam de "*janela de transparência*" - um pequeno amortecimento dos modos sobreviventes, mesmo num regime de muito-forte dissipação; em outras palavras - apesar de o regime ser caracterizado como de muito-forte dissipação, é mantida uma "*qualidade da onda*" (pequeno amortecimento nos modos sobreviventes). Tal fato, é melhor evidenciado nos gráficos das figuras 5.4, 5.5 e 5.6, nos quais plotamos a razão  $\text{Re}(\bar{w}) / [-\text{Im}(\bar{w})]$  dos modos sobreviventes (renormalizados) por  $u = (|k_x| l_T)^{-1}$ . Assim, nessa região de  $u$ , tais modos sobreviventes são muito fracamente amortecidos, apesar do regime de muito-forte

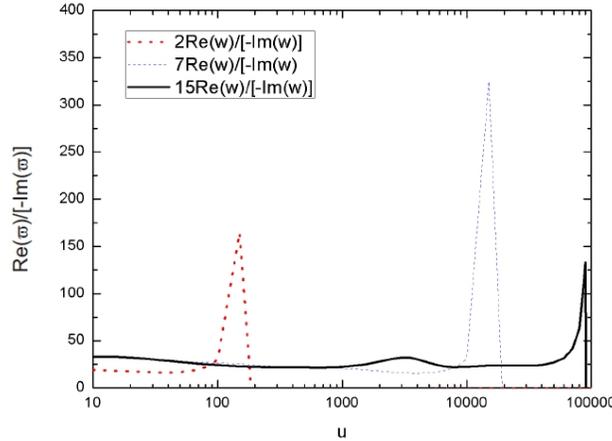


Figura 5.4: Gráfico de  $\text{Re}(\bar{w})/[-\text{Im}(\bar{w})]$  em função de  $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para  $\xi = 10^{-1}$ , a expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

dissipação ser mantido. Ressaltamos que nossa análise numérica mostra que todos (ou em sua maioria) os outros modos, ambos simétricos e anti-simétricos, são muito fortemente amortecidos - com  $-\text{Im}(\bar{w})/\text{Re}(\bar{w}) \gtrsim \eta_T \gg 1$ .

Analisando-se ainda os gráficos das figuras 5.4, 5.5 e 5.6 percebemos a perda de continuidade destes, conforme é perdido o regime de muito forte dissipação (haja vista nosso modelo considerado); ou seja, quanto menor o termo  $\xi$  for, maiores serão os intervalos de  $u$  em que a continuidade destes gráficos será mantida; perceba ainda que, quão menor for o número de termos utilizados na expansão da eq. (4.15), mais rapidamente é perdido o intervalo de convergência de  $u$ . De fato, para apenas 2 termos na expansão, uma boa consideração de convergência só pode ser considerada até  $u \sim 70$ , para valores de  $u$  maiores, depois de um pico e uma abrupta queda de sua imagem, temos ainda uma mudança de sinal, descon siderada na figura 5.4 por motivos físicos óbvios; sendo o valor de corte de  $u \sim 6000$  e  $u \sim 50000$ , para sete e quinze termos na expansão da eq. (4.15), respectivamente - para  $\xi = 10^{-1}$ .

Para os gráficos que levam em conta  $\xi = 10^{-2}$  (figura 5.5) e  $\xi = 10^{-3}$  (figura 5.6),

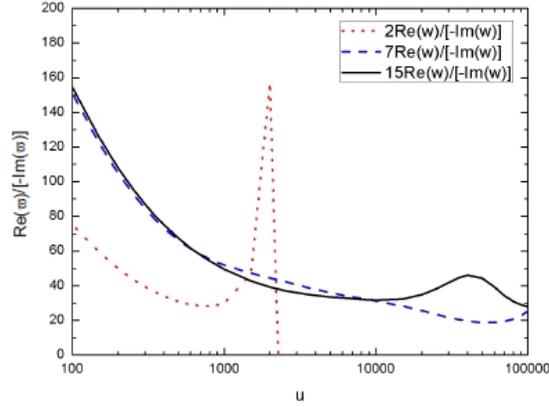


Figura 5.5: Gráfico de  $\text{Re}(\bar{w})/[-\text{Im}(\bar{w})]$  em função de  $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para  $\xi = 10^{-2}$ , e expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

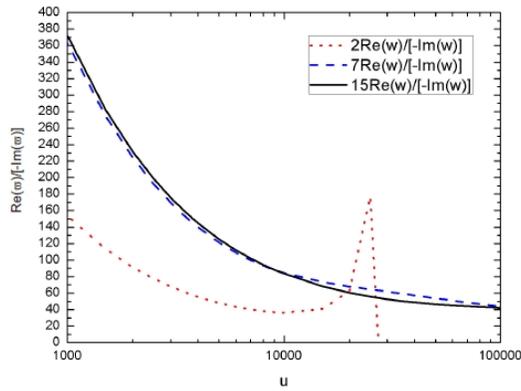


Figura 5.6: Gráfico de  $\text{Re}(\bar{w})/[-\text{Im}(\bar{w})]$  em função de  $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para  $\xi = 10^{-3}$ , e expansão com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

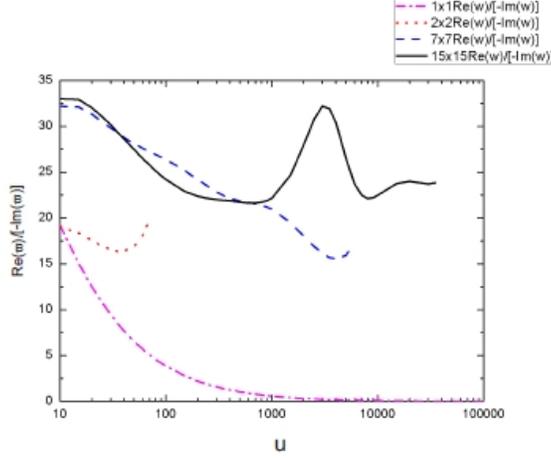


Figura 5.7: Gráfico de  $\text{Re}(\bar{w})/[-\text{Im}(\bar{w})]$  em função de  $u = (k_x l_T)^{-1}$ , para o regime de muito-forte dissipação, para  $\xi = 10^{-1}$ , a expansão com um termo (curva tracejada pontilhada - cor magenta), com dois termos (curva pontilhada - cor vermelha), com sete termos (curva tracejada - cor azul) e com quinze termos (curva sólida - cor preta); para amostras homogêneas.

percebemos, além das análogas características à figura 5.4, uma queda suave (apesar de proporcional) mais rápida que no gráfico da figura 5.4 - na região de convergência de  $u$ . Sendo que para  $\xi = 10^{-3}$  (figura 5.6) tal queda suave é ainda mais rápida que para  $\xi = 10^{-2}$ . Aditamos ainda aqui, um gráfico adicional (figura 5.7) da qualidade de onda (na mesma linha da figura 5.4) porém, com uma expansão contendo apenas um termo na eq. (4.15); para que melhor discutamos os inesperados resultados obtidos.

## 5.2 Estrutura espacial do helicon de borda

Uma vez que a relação de dispersão da velocidade de fase adimensional para os MPB's já foi analisada, selecionamos um dado valor do momento  $k_x$  e de seu correspondente valor da velocidade de fase adimensional  $\bar{w}$ , tal que possamos agora calcular o perfil da estrutura espacial dos mesmos. Assim, da eq. (4.12) nós obtemos a forma geral para descrevermos a estrutura espacial dos mpb em SE2D no RHQI, com fator de preenchimento  $\nu = 1$ , no

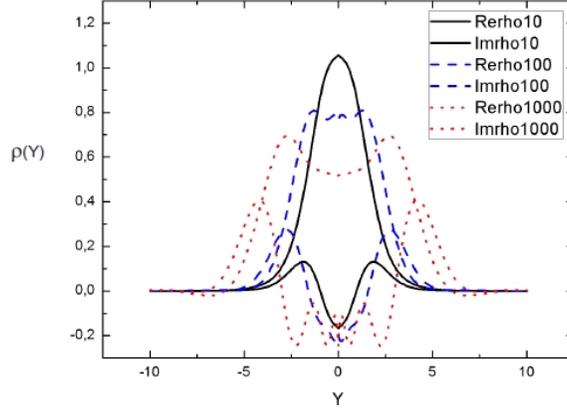


Figura 5.8: Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e  $\xi = 10^{-1}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a  $\eta_T = 1, 10$  e  $10^2$ , respectivamente.

mais baixo NL  $n = 0$ , em temperaturas não-muito-baixas, ou seja,

$$4l_T \rho_s(k_x, \bar{y}, \omega) = \cosh^{-2}(Y/2) \sum_{m=0}^{\infty} \rho_s^{(m)}(k_x, \omega) L_m(Y) \quad (5.1)$$

Nas figuras 5.8, 5.9 e 5.10, respectivamente, para  $\xi = 10^{-1}$ ,  $\xi = 10^{-2}$  e para  $\xi = 10^{-3}$ , descrevemos o perfil da estrutura espacial (ou perfil da densidade de carga adimensional) dos modos simétricos do HB sobrevivente, somente para amostras homogêneas, onde os mesmos foram obtidos com expansões contendo quinze termos. Perfil da densidade de carga adimensional - refere-se a uma adequação da eq. (5.1) para:

$$\tilde{\rho}_s(k_x, \bar{y}, \omega) = \cosh^{-2}(Y/2) \left[ 1 + \sum_{m=1}^{14} \frac{\rho_s^{(m)}(k_x, \omega) L_m(Y)}{\rho_s^{(0)}(k_x, \omega)} \right] \quad (5.2)$$

onde  $\tilde{\rho}_s(k_x, \bar{y}, \omega) = 4l_T \rho_s(k_x, \bar{y}, \omega) / \rho_s^{(0)}(k_x, \omega)$ , e desde que esta é uma função complexa, plotamos na figura 5.8 o perfil da densidade de carga adimensional  $\rho(Y) = \rho_s(k_x, Y, \omega) = \text{Re} \{ [\rho_s(k_x, |Y|, \omega)] e^{i\phi} \}$  para duas distintas fases de onda  $\phi$ . As curvas mais e menos

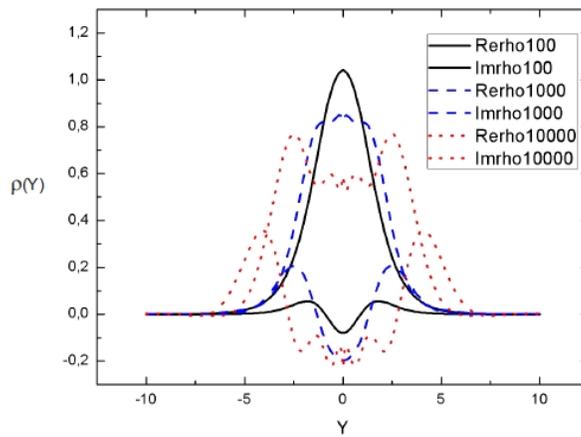


Figura 5.9: Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e  $\xi = 10^{-2}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a  $\eta_T = 1, 10$  e  $10^2$ , respectivamente.

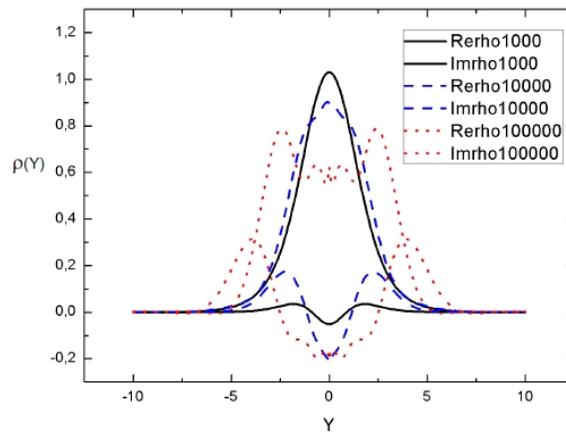


Figura 5.10: Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e  $\xi = 10^{-3}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a  $\eta_T = 1, 10$  e  $10^2$ , respectivamente.

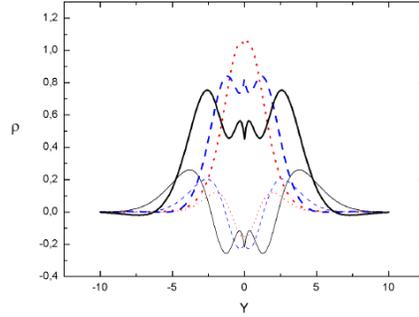


Figura 5.11: Perfil da densidade de carga adimensional, para amostras homogêneas e  $\xi = 10^{-1}$ . As curvas sólidas (cor preta), tracejadas (cor azul) e pontilhada (cor vermelha) correspondem a  $\eta_T = 1, 10$  e  $10^2$ , respectivamente. Expansão com sete termos.

espessas correspondem a  $\phi = 2\pi N_\alpha$  e  $\phi = \pi/2 + 2\pi N_\beta$ , respectivamente; onde  $N_\alpha$  e  $N_\beta$  são números inteiros. Tais perfis de estrutura espacial foram calculados levando-se em conta um sistema de equações não-homogêneas  $14 \times 14$ , para as curvas sólidas (cor preta)  $u = 10$ , para as curvas tracejadas (cor azul)  $u = 100$  e para as curvas pontilhadas (cor vermelha)  $u = 1000$ , todas estas para  $\xi = 10^{-1}$ . Analogamente, na figura 5.9 também são plotados, com mesmas considerações, exceto - que para curvas sólidas (cor preta) temos  $u = 100$ , para curvas tracejadas (cor azul) temos  $u = 1000$ , e para curvas pontilhadas (cor vermelha) temos  $u = 10000$ , na qual  $\xi = 10^{-2}$ . E finalmente, na figura 5.10, também temos plotados - curvas sólidas (cor preta) -  $u = 1000$ , curvas tracejadas (cor azul)  $u = 10000$  e curvas pontilhadas (cor vermelha)  $u = 100000$ , na qual  $\xi = 10^{-3}$ . Adicionalmente, plotamos na figura 5.11 o perfil da densidade de carga adimensional, nas mesmas condições da figura 5.8 - porém levando-se em conta uma expansão com apenas sete termos (como na ref.[39]), para comparação com esta.

# Capítulo 6

## Conclusão

Na presente dissertação investigamos propriedades dos MPB's em SE2D sob o RHQI com  $\nu = 1(2)$ , e no mais baixo NL  $n = 0$ , em temperaturas não-muito-baixas,  $\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_g/2l_0$ . Para isso, estendemos o tratamento microscópico da ref. [39], na qual as equações da densidade de corrente linearizada e *Poisson*, são combinadas com a transformada de *Fourier* na equação da continuidade. Em particular, tal investigação envolveu o estudo da relação de dispersão e da estrutura espacial do modo HB sobrevivente, considerando apenas amostras homogêneas. Devido o fato de tratarmos o SE2D como um canal eletrônico largo os efeitos interborda foram aqui desconsiderados.

O estudo aqui desenvolvido investiga como a "*janela de transparência*" do modo HB sobrevivente (apenas o modo simétrico) é mantida em condições ainda não estudados na ref. [39]; aqui nos referimos aos novos cenários investigados -  $\xi = 10^{-1}, 10^{-2}$  e  $10^{-3}$ . Analisando-se, a relação de dispersão da velocidade de fase do modo HB sobrevivente, no regime de muito-forte dissipação, para  $\xi = 10^{-1}, 10^{-2}$  e  $10^{-3}$  - figuras 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente, encontramos:

(i) pouquíssima mudança na parte real da frequência do HB quando comparamos nossos resultados com resultados contendo apenas um termo na expansão da eq. (4.15) - (observar figuras 5.1 e 5.7), em uma região bem maior do que a estudada na ref. [39], mostrando ainda que, este é mantido mesmo nos novos cenários investigados.

(ii) aditando-se a análise deste gráficos, uma rápida análise dos gráficos das figuras 5.4, 5.5 e 5.6 (nos quais estão plotados  $\text{Re}(\omega)/[-\text{Im}(\omega)]$  por  $u$ , para  $\xi = 10^{-1}$ ,  $\xi = 10^{-2}$  e  $\xi = 10^{-3}$ , respectivamente), percebemos uma extensão da "*janela de transparência*", na qual a *qualidade da onda* (razão  $\text{Re}(\omega)/[-\text{Im}(\omega)]$ ) ao invés de cair abruptamente, como se imaginava (e de fato, o que indicavam resultados anteriores - expansão com um termo - ver figura 5.7) esta se manteve até (junto com aumento de qualidade de onda, ou seja, da razão  $\text{Re}(\omega)/[-\text{Im}(\omega)]$  em tal intervalo) de  $u$  acima de 90000. O que é surpreendente, haja vista o regime de muito-forte dissipação aqui analisado. Vale aqui lembrar que, a velocidade de fase, em princípio, deveria ser fortemente dependente dos processos dissipativos da onda, mas como percebemos, para o modo HB sobrevivente, este não é o caso.

Quanto ao estudo da estrutura espacial do HB, (gráficos das figuras 5.8, 5.8 e 5.10), podemos inferir:

(i) uma grande suavização da contribuição de monopolo e multipolos, no que tange ao efeito de distorção de carga observada na ref. [39].

(ii) e tal como sugere a ref.[39], este cenário de fato é mantido para  $\xi = 10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  e  $\xi = 10^{-3}$  - figuras 5.7, 5.8 e 5.9, respectivamente; o que aparentemente nos revela, que o sistema de equações não-homogêneas  $14 \times 14$  de fato refinaram, os resultados anteriormente obtidos.

Para finalizar, como proposta de trabalhos futuros, pretendemos adicionar a este refinamento numérico aqui obtido, outros efeitos de grande interesse - como a análise de um *gate* e de uma camada de ar; analisar ainda a correção devido a efeitos de *bulk*, e analisar todos estes novos cenários ( $\xi = 10^{-2}$  e  $\xi = 10^{-3}$ ) com uma expansão contendo um número de termos (ainda maior que os quinze termos aqui considerados). No que tange aos objetivos propostos, nos surpreendemos como uma expansão da eq. (4.15) contendo mais termos (oito a mais que o da ref.[39]), pode de fato revelar a manutenção da "*janela de transparência*".

# Apêndice A

## Cálculo do comprimento característico

Do argumento da função distribuição de Fermi-Dirac,  $f_n^{(e)}(y) = 1/\{1 + \exp[(\epsilon_n(y) - \epsilon_F)/k_B T]\}$ , centrada sobre a correspondente borda  $e = r, l$ , onde  $f_0(y_{F0}^{(e)}) = 1/2$ , expandimos o argumento de sua exponencial, tal que

$$\frac{\epsilon_n(y_n) - \epsilon_F}{k_B T} = \frac{-\Delta_{Fn}}{k_B T} + \frac{m_* \Omega^2 (l_0^2 k_{Fn}^{(e)})^2}{2k_B T} \left(1 + \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{l_0^2 k_{Fn}^{(e)}}\right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Desde que  $y_{Fn}^{(e)} = l_0^2 k_{Fn}^{(e)}$  é o valor referente a borda, enquanto que  $\bar{y}_n^{(e)} = y - y_{Fn}^{(e)}$  é apenas uma pequena variação em torno da mesma, então, devido a condição  $|l_0^2 k_{Fn}^{(e)}| \gg |\bar{y}_n^{(e)}|$  podemos aproximar o binômio quadrático da equação (A.1) para

$$\left(1 + \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{l_0^2 k_{Fn}^{(e)}}\right)^2 \simeq 1 + 2 \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{l_0^2 k_{Fn}^{(e)}} \quad (\text{A.2})$$

Assim, substituindo-se a eq. (A.2) na eq. (A.1) e fazendo um pequeno desenvolvimento algébrico, chegamos a expressão

$$\frac{\epsilon_n(y_n) - \epsilon_F}{k_B T} = \frac{\bar{y}_n^{(e)}}{l_{Tn}^{(e)}} \quad (\text{A.3})$$

Aqui,

$$l_{Tn}^{(e)} \equiv \frac{l_0^2 k_B T}{\hbar v_{gn}^{(e)}} \quad (\text{A.4})$$

define o comprimento característico de nosso modelo. Além do mais, desde que  $l_{Tn}^{(e)} \gg l_0/2$ , da eq. (A.4), e do fato de que  $\hbar\omega_c \gg k_B T$ , determinamos a condição de temperatura não-muito-baixa,

$$\hbar\omega_c \gg k_B T \gg \hbar v_{gn}^{(e)}/2l_0 \quad (\text{A.5})$$

# Apêndice B

## Cálculo do potencial elétrico

Consideremos um SE2D confinado lateralmente na direção  $y$ , partindo-se da equação do campo potencial

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r}, t) \quad (\text{B.1})$$

e da equação de Maxwell para um SE2D

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} \rho(\vec{r}, t) \delta(z) \quad (\text{B.2})$$

o que resulta na equação de *Poisson* em  $\vec{r}$  e  $t$ ,

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}, z, t) = -\frac{4\pi}{\epsilon} \rho(\vec{r}, t) \delta(z) \quad (\text{B.3})$$

onde o termo  $\delta(z)$  é devido ao nosso SE2D, lembrando que  $\vec{r} = \vec{r}(x, y)$ .

Agora, tomando-se a transformada de *Fourier* (TF) de  $\phi(\vec{r}, z, t)$  e de  $\rho(\vec{r}, t)$  -  $\vec{r} \rightarrow \vec{q}$  e  $t \rightarrow \omega$  - e substituindo-se as mesmas na eq. (B.3), teremos:

$$\epsilon \left( q^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi(\vec{q}, z, \omega) = 4\pi \rho(\vec{q}, \omega) \delta(z) \quad (\text{B.4})$$

que vem a ser a representação da equação de *Poisson* no conveniente espaço dos momen-

tos,  $\vec{q} = \vec{q}(q_x, q_y)$ , e frequência  $\omega$ . Para região  $z < 0$ , temos

$$\phi_-(\vec{q}, z, \omega) = A(\vec{q}, \omega) e^{qz} \quad (\text{B.5})$$

e para região  $z > 0$ , temos

$$\phi_+(\vec{q}, z, \omega) = B(\vec{q}, \omega) e^{qz} + C(\vec{q}, \omega) e^{-qz} \quad (\text{B.6})$$

integrando-se a eq. (B.4) nos limites  $z = -0$  (inferior) a  $z = +0$  (superior), obtemos

$$\epsilon \left\{ \left[ \frac{\partial \phi_+(\vec{q}, z, \omega)}{\partial z} \right]_{z=+0} - \left[ \frac{\partial \phi_-(\vec{q}, z, \omega)}{\partial z} \right]_{z=-0} \right\} = -4\pi\rho(\vec{q}, \omega) \quad (\text{B.7})$$

e agora, utilizando-se de uma condição de contorno apropriada -  $\phi_+(\vec{q}, z = +0, \omega) = \phi_-(\vec{q}, z = -0, \omega)$  - e um pouco de álgebra, chegamos a uma expressão para  $\phi(\vec{q}, \omega)$  em termos de  $\rho(\vec{q}, \omega)$  para  $z = 0$ , da forma

$$\phi(\vec{q}, z = 0, \omega) = \frac{2\pi\rho(\vec{q}, \omega)}{\epsilon q} \quad (\text{B.8})$$

e como o confinamento é lateral e na direção  $y$ , tal coordenada deve ser explicitada neste potencial, de tal forma que devemos voltar da coordena  $q_y \rightarrow y$  através de uma TF (transforma inversa!). Logo  $\phi(q_x, q_y, \omega) \rightarrow \phi(q_x, y, \omega)$  e como  $\phi(\vec{q}, \omega)$  está em função de  $\rho(\vec{q}, \omega)$ ; então  $\rho(q_x, q_y, \omega) \rightarrow \rho(q_x, y', \omega)$  (pois se encontra dentro da integral da TF), assim

$$\phi(q_x, y, \omega) = \frac{1}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' dq_y \frac{e^{iq_y(y-y')} \rho(q_x, y', \omega)}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}} \quad (\text{B.9})$$

tomando-se a parte simétrica de  $e^{iq_y(y-y')}$  e mudando-se o limite inferior da integração em  $dq_y$ , ficamos com:

$$\phi(q_x, y, \omega) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_0^{\infty} \frac{\cos[q_y(y-y')]}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}} dq_y \right) \rho(q_x, y', \omega) dy' \quad (\text{B.10})$$

no entanto,  $\int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{(x^2+b^2)} dx = K_0(ab)$  - conforme a ref. [38] pág. 429, logo

$$\phi(q_x, y, \omega) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' K_0(|q_x| |y - y'|) \rho(q_x, y', \omega) \quad (\text{B.11})$$

que vem a ser o potencial na forma apropriada para o uso em nosso modelo; aqui  $K_0$  representa a função de *Bessel* modificada e os módulos em  $|q_x|$  e  $|y - y'|$  se justificam pela natureza dos mesmos. Embora ausente neste trabalho, a consideração de um *gate* ou uma camada de ar a uma distância  $d$  do SE2D, altera significativamente a eq. B.11, de forma a modificá-la para

$$\phi(q_x, y, \omega) = \frac{2}{\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dy' \left[ K_0(|q_x| |y - y'|) + \beta K_0 \left( |q_x| \sqrt{(y - y')^2 + 4d^2} \right) \right] \rho(q_x, y', \omega) \quad (\text{B.12})$$

onde  $\beta = -1$  - para o *gate* - e  $\beta = \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1}$  - para a camada de ar.

# Apêndice C

## Cálculo da equação integral em um SE2D

Aplicando-se a transformada de *Fourier* em  $\vec{r} \rightarrow \vec{q}$  e  $t \rightarrow \omega$  sobre a equação da continuidade

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{C.1})$$

teremos, para cada um dos termos, a seguinte expressão:

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_x d\omega [\rho(q_x, y, \omega)] (-i\omega) e^{-(i\omega t - xq_x)} \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\partial j_x(\vec{r}, t)}{\partial x} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_x d\omega [j_x(q_x, y, \omega)] (-iq_x) e^{-(i\omega t - xq_x)} \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial j_y(\vec{r}, t)}{\partial x} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_x d\omega \left[ \frac{\partial j_y(q_x, y, \omega)}{\partial y} \right] e^{-(i\omega t - xq_x)} \quad (\text{C.4})$$

e substituindo-se estas equações, eqs. (C.2), (C.3) e (C.4), na equação da continuidade - eq. (C.1), obteremos

$$-i\omega \rho(q_x, y, \omega) + iq_x j_x(q_x, y, \omega) + \frac{\partial j_y(q_x, y, \omega)}{\partial y} = 0. \quad (\text{C.5})$$

A partir da equação da densidade de corrente na aproximação quase-estática e no regime de resposta linear,

$$j_x(q_x, y, \omega) = \sigma_{xx}(y)E_x(q_x, y, \omega) + \sigma_{xy}(y)E_y(q_x, y, \omega) + v_g\rho(q_x, y, \omega) \quad (\text{C.6})$$

$$j_y(q_x, y, \omega) = \sigma_{yx}(y)E_x(q_x, y, \omega) + \sigma_{yy}(y)E_y(q_x, y, \omega) \quad (\text{C.7})$$

aqui, o termo  $v_g\rho(q_x, y, \omega)$  representa uma contribuição de advecção causada por uma distorção da carga  $\rho(q_x, y, \omega)$  localizada próxima à borda do SE2D, enquanto que  $\sigma_{\mu\gamma}(y)$  representa a componente do tensor de condutividade. Por sua vez,

$$E_x(q_x, y, \omega) = -iq_x\phi(q_x, y, \omega) \quad (\text{C.8})$$

e

$$E_y(q_x, y, \omega) = -\frac{\partial\phi(q_x, y, \omega)}{\partial y} \quad (\text{C.9})$$

são as componentes do campo elétrico autoconsistente, avaliados a partir da equação do campo potencial  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi(r, t)$ , reescrita na representação do espaço do momento  $q_x$  e da frequência  $\omega$ . Assim, substituindo-se as eqs. (C.8) e (C.9), nas eqs. (C.6) e (C.7), ficaremos com:

$$j_x(q_x, y, \omega) = \sigma_{xx}(y)[-iq_x\phi(q_x, y, \omega)] + \sigma_{xy}(y)\left[-\frac{\partial\phi(q_x, y, \omega)}{\partial y}\right] + v_g\rho(q_x, y, \omega) \quad (\text{C.10})$$

$$j_y(q_x, y, \omega) = \sigma_{yx}(y)[-iq_x\phi(q_x, y, \omega)] + \sigma_{yy}(y)\left[-\frac{\partial\phi(q_x, y, \omega)}{\partial y}\right] \quad (\text{C.11})$$

assim, substituindo-se estas eqs. (C.10) e (C.11) na eq. (C.5), encontramos

$$-i(\omega - q_x v_g)\rho(q_x, y, \omega) + \frac{2}{\epsilon} \left\{ q_x^2 \sigma_{xx}(y) - iq_x \frac{d}{dy} \sigma_{yx}^{(0)}(y) - \sigma_{yy}(y) \frac{d^2}{dy^2} - \frac{d}{dy} [\sigma_{yy}(y)] \frac{d}{dy} \right\} \phi(q_x, y, \omega) = 0 \quad (\text{C.12})$$

que é a equação integral que serve como ponto de partida para o desenvolvimento das equações dos mpb em um SE2D.

# Referências

- [1] P. M. Platzman and P. A. Wolff, in *Waves and Interactions in Solid State Plasmas*, *Solid State Physics*, edited by H. Ehrenreich, F. Seitz, and D. Turnbull Academic Press, New York, 1973
- [2] O. Madelung, in *Introduction to Solid-State Theory*, Springer Series in Solid-State Science, 2nd Printing 1981
- [3] S. Ichimaru, in *Statistical Plasma Physics. Volume I: Basic Principles*, Addison-Wesley Publishing Company, 1991
- [4] S. Ichimaru, in *Statistical Plasma Physics. Volume II: Condensed Plasmas*, Addison-Wesley Publishing Company, 1994
- [5] Ritchie R. H., *Physical Review letters* 106, 874 (1957)
- [6] Mast D. B., Dahm A. J., Fetter A. L., *Physical Review Letters* 54, 1706 (1985)
- [7] Langmuir Irving, "Oscillations in ionized gases", *Proc. N. A. S.* vol. 14, p. 627 (1928)
- [8] Shalom Elizier and Yaffa Elizier, in *The fourth state of matter an introduction to plasma science*, Institute of Physics publishing Bristol and Philadelphia, first edition 1989
- [9] Hall E.H., "On a New Action of the Magnet on Electric Currents" *American Journal of Mathematics* vol 2, p.287-292 (1879)

- [10] K. von Klitzing, G. Dorda, M Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980)
- [11] B. I. Halperin, Phys. Rev. B 25, 2185 (1982)
- [12] P. Streda, J. Kucera, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. 59, 1973 (1987)
- [13] J. K. Jain and S. K. Kivelson, Phys. Rev. B 37, 4276 (1988)
- [14] M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. 57, 1761 (1986); Phys. Rev. B 38, 9375 (1988)
- [15] B. W. Alphenaar, P. L. McEuen, R. G. Wheeler, and R. N. Sacks, Phys. Rev. Lett. 64, 677 (1990)
- [16] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, in Solid State Physics, edited by H. Ehrenreich and D. Turnbull (Academic, New York, 1991), Vol. 44
- [17] R. J. Haug, Semicond. Sci. Technol. 8, 131 (1993)
- [18] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B 46, 4026 (1992)
- [19] J. Dempsey, B. Y. Gelfand, and B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. 70, 3639 (1993)
- [20] L. Brey, J. J. Palacios, and C. Tejedor, Phys. Rev. B 47, 13884 (1993)
- [21] S. J. Allen, H. L. Stormer, J. C. Hwang, Phys. Rev. B 28, 4875 (1983)
- [22] I. Grodnensky, D. Heitmann, K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. 67, 1019 (1991)
- [23] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. West, Phys. Rev. B 45, 3894 (1992)
- [24] V. I. Talyanskii, A. V. Polisski, D. D. Arnone, M. Pepper, C. G. Smith, D. A. Ritchie, J. E. Frost, A. C. Jones, Phys. Rev. B 49, 7809 (1992)
- [25] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Eberl, Phys. Rev. Lett. 71, 2292 (1993); Phys. Rev. B 49, 7809 (1994)

- [26] G. Ernst, R. J. Haug, J. Kuhl, K. von Klitzing, K. Eberl, Phys. Rev. Lett. 77, 4245 (1996)
- [27] A. L. Fetter, Phys. Rev. B 33, 3717 (1986)
- [28] V. A. Volkov and S. A. Mikhailov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 94, 217 (1988) [Sov. Phys. JETP 67, 1639 (1988)]; in Modern Problems in Condensed Matter Sciences, edited by V. M. Agranovich and A. A. Maradudin (North-Holland, Amsterdam, 1991), vol. 27.2, Ch. 15, p. 885
- [29] M. Stone, H. W. Wyld, R. L. Schult, Phys. Rev. B 45, 14156 (1992)
- [30] I. L. Aleiner, L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. 72, 2935 (1994)
- [31] J. S. Giovanazzi, L. Pitaevskii, S. Stringari, Phys. Rev. Lett. 72, 3230 (1994)
- [32] J. H. Han, D. J. Thouless, Phys. Rev. B 55, R1926 (1997)
- [33] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B 56, 13252 (1997)
- [34] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. Lett. 81, 1481 (1998); O. G. Balev, P. Vasilopoulos and Nelson Studart, J. Phys. Condens. Matt. 11, 5143 (1999)
- [35] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B 59, 2807 (1999)
- [36] O. G. Balev and Nelson Studart, Phys. Rev. B 61, 2703 (2000)
- [37] O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B 47, 16410 (1993); O. G. Balev, P. Vasilopoulos and E. V. Mozdor, Phys. Rev. B 50, 8706 (1994); O. G. Balev and P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B 50, 8727 (1994); Phys. Rev. B 54, 4863 (1996)
- [38] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of integrals, series and products, 6th edition
- [39] Sanderson Silva and O. G. Balev; Journal of Applied Physics 107, 104310 (2010)

Ficha Catalográfica  
(Catalogação realizada pela Biblioteca Central da UFAM)

Torres, Israel da Silva

T693m Magnetoplasmons de Borda em Sistemas Bidimensionais: Estudo do Helicon de Borda / Israel da Silva Torres. - Manaus: UFAM, 2012.

62 f.; il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Federal do Amazonas, 2012.

Orientador: Prof. Dr. Oleg Grigorievich Balev

Co-orientador: Prof. Dr. Sanderson Francisco Fernandes Pereira da Silva

1. Plasmas 2. Física quântica 3. Magnetoplasmons de borda (MPB) I. Balev, Oleg Grigorievich (Orient.) II. Silva, Sanderson Francisco Fernandes Pereira da (Co-orient.) III. Universidade Federal do Amazonas IV. Título

CDU 544.552(043.3)