



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE ESTRUTURA**  
**METÁLICA TRACIONADA PARA COBERTURA COM TELHAS**  
**PLÁSTICAS DE PET**

**LOURIVAL PAULA DE GOES**

**MANAUS**

**2015**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**LOURIVAL PAULA DE GOES**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE ESTRUTURA  
METÁLICA TRACIONADA PARA COBERTURA COM TELHAS  
PLÁSTICAS DE PET**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração Materiais e Componentes de Construção.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Pereira de Vasconcelos

MANAUS

2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA



### Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

G598e GOES, Lourival Paula de  
Estudo do Comportamento Estático de Estrutura Metálica  
Tracionada para Cobertura com Telhas Plásticas de PET / Lourival  
Paula de GOES. 2015  
161 f.: 31 cm.

Orientador: Raimundo Pereira de Vasconcelos  
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade  
Federal do Amazonas.

1. Cobertura. 2. Estrutura. 3. Método dos Elementos Finitos. 4.  
Telha PET. I. Vasconcelos, Raimundo Pereira de II. Universidade  
Federal do Amazonas III. Título



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



**LOURIVAL PAULA DE GOES**

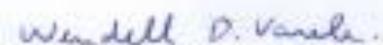
## **ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE ESTRUTURA METÁLICA TRACIONADA PARA COBERTURA COM TELHAS PLÁSTICAS DE PET**

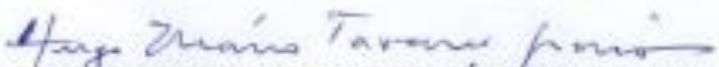
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Amazonas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração Materiais e Componentes de Construção.

Aprovada em 06 de novembro de 2015

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof. Dr. RAIMUNDO PEREIRA DE VASCONCELOS, Presidente.  
Universidade Federal do Amazonas – UFAM

  
Prof. Dr. WENDELL DINIZ VARELA, Membro Externo.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ

  
Prof. Dr. HUGO MARIO TAVARES JÚNIOR, Membro Externo.  
Universidade do Estado do Amazonas – UEA



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por tudo o que Ele é na minha vida.

Ao Professor Dr. Raimundo Pereira de Vasconcelos pela sua extraordinária influência no meu desenvolvimento intelectual através de seu profundo conhecimento de Engenharia, pela dedicação, compreensão, tranquilidade e excelente orientação prestada durante a execução deste trabalho.

A minha querida, e inesquecível Dra. Maria Helena Freitas de Góes (*in memoriam*) e aos Professores Dr. Nilton Campelo de Souza, Dr. Raimundo Kennedy, à Professora Dra. Virginia Mansares Giacón e a minha grande amiga Doutora Mariana Lopes. pelas valiosas contribuições, motivação e incentivo.

Aos meus pais Anízio de Góes (*in memoriam*) e Maria Paula de Góes (*in memoriam*) pelo grande amor dedicado aos seus filhos.

Aos meus amados filhos, Dr. Leonardo F. de Góes, Eng.<sup>a</sup> Luciana S. de Góes, Leopoldo F. de Góes, Alessandro de Góes, Leinad de Góes e Luís Henrique A. de Góes pela motivação inicial e pela relevante contribuição durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos meus netos Lucas, Maria Clara, Giovana e Miguel pela motivação de adquirir mais conhecimentos.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) pela bolsa de estudo concedida, a qual permitiu a realização deste trabalho.

Ao CNPq – pela bolsa de estudo concedida, a qual contribuiu significativamente com o resultado deste trabalho.

À empresa L.M. Telhas da Amazônia Ltda. pela cooperação e apoio no desenvolvimento do programa experimental através da disponibilização de material e mão de obra durante a montagem do modelo experimental.

Aos parentes e amigos que sempre me apoiaram e incentivaram em todos os momentos, em especial às minhas irmãs Lucimar Paula de Góes e Lucila Paula de Góes.

Aos meus irmãos Laércio P. de Góes e Liomar Paula de Góes (*in memoriam*)

Às minhas amigas Samanta, Gorett, Rejane e Flávia por terem estado ao meu lado, fazendo com que esta fase da minha vida tenha sido muito feliz.

Aos colegas, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil da UFAM, que auxiliaram; direta ou indiretamente para o desenvolvimento deste trabalho.



## LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

ABIPET	Associação Brasileira da Indústria do PET
ABIQUIM.....	Associação Brasileira da Indústria Química
ABNT.....	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASTM.....	Sociedade Americana de Ensaio de Materiais
CBCA.....	Centro Brasileiro da Construção em Aço
CEFET-PR.....	Centro Federal de Tecnologia do Paraná
CEMPRE.....	Compromisso Empresarial para Reciclagem
ELS.....	Estado Limite de Serviço
ELU.....	Estado Limite Último
EPS.....	Poliestireno Expandido
IBC.....	<i>International Building Code</i>
ICC.....	<i>International Code Council</i>
IMA.....	Instituto de Macromoléculas
LEM.....	Laboratório de Ensaio de Materiais
MEF.....	Método dos Elementos Finitos
NASA.....	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NBR.....	Norma Brasileira Registrada
PET.....	Polietileno Tereftalato
PTFE.....	Politetrafluoretileno
PTV.....	Princípio dos Trabalhos Virtuais
PVC.....	Polyvinyl Chloride
Sc.....	Sobrecarga
UFAM.....	Universidade Federal do Amazonas
UFRJ.....	Universidade Federal do Rio de Janeiro



## LISTA DE TABELA

Tabela 1	Deslocamentos limites das flechas máximas permitidas para estruturas de aço recomendados pelo IBC.....	32
Tabela 2	Relação de Normas relacionadas a telhas para coberturas.....	33
Tabela 3	Características fundamentais para coberturas em telhados.....	74
Tabela 4	Inclinação das coberturas com telha cerâmica.....	80
Tabela 5	Relação de elementos da estrutura.....	94
Tabela 6	Características dos materiais empregados no modelo computacional....	108
Tabela 7	Deslocamentos verticais da cobertura conforme condições de carga.....	120
Tabela 8	Valores comparativos entre os resultados do ensaio e os limites recomendados pelo IBC.....	122
Tabela 9	Comparativo entre o ANSYS e o modelo experimental em termos de deslocamentos para o carregamento externo sem protensão.....	123
Tabela 10	Resultado comparativo das tensões nas barras: modelo experimental x ANSYS.....	128



## LISTA DE FIGURA

Figura 1 - Cobertura tensionada, sem vedação lateral.	18
Figura 2 - Cobertura tensionada, com vedação lateral.	18
Figura 3 - Vista interna do Estádio Olímpico de Munique	25
Figura 4 - Fase construtiva da Arena da Amazônia para os jogos da Copa do Mundo de 2014.	26
Figura 5 - Visão interna da cobertura da Arena da Amazônia.	27
Figura 6 - Vista aérea da Arena da Amazônia.	27
Figura 7 - Ponte JK sobre o lago Paranoá em Brasília.	28
Figura 8 - Estrutura para cobertura de concreto pré-moldado.	29
Figura 9 - Cobertura em treliça espacial.	29
Figura 10 - Modelo flexível em filme de sabão.	30
Figura 11 - Ilustração representativa de uma estrutura retesada (tensoestrutura): a) Cabos tensionados. b) Membranas sobre os cabos.	31
Figura 12 - Quatro níveis de abstração para análise estrutural	37
Figura 13 - Organograma do Método de Análise Estrutural.	39
Figura 14 - Sistema com carga nodal equivalente	40
Figura 15 - Elemento de barra na posição inicial	42
Figura 16 - Elemento de barra na posição final.	42
Figura 17 - Elemento de barra na posição inicial e final.	43
Figura 18 - Elemento de barra na posição inicial e final	43
Figura 19 - Barra na posição inicial de equilíbrio: a) visão geral; b) esforço na seção $s$	44
Figura 20 - Barra: a) na posição final de equilíbrio; b) esforço na seção $s$ .	47
Figura 21 - Representação de barra em um sistema de coordenadas.	51
Figura 22 - Sistemas de Coordenadas. a) coordenadas para situações distintas; b) coordenadas para vetores-posição.	52
Figura 23 - Elemento de barra e os esforços atuantes	53
Figura 24 - Exemplo de discretização de uma malha de elementos finitos em uma treliça.	57
Figura 25 - Sucata de garrafa PET.	70



Figura 26 - Diagrama de tensão-deformação do aço - (a) aço por laminação a quente e (b) modelo constitutivo para o aço.	72
Figura 27 - Sistema de cobertura ecológica, telhado e estrutura metálica.	75
Figura 28 - Telha plástica produzida a partir do PET reciclado.	76
Figura 29 - Telha cerâmica do tipo romana.	77
Figura 30 - Ilustração da telha PET em posição invertida com detalhe de fixação	77
Figura 31 - Dispositivo integrante de fixação da telha Plástica - PET	78
Figura 32 - Abraçadeira para fixação das telhas plásticas na estrutura.	79
Figura 33 - Parte da cobertura com telhas cerâmica retirada devido à força do vento.	79
Figura 34 - Gráfico de inclinações tradicionais para telhas conjugadas (capa e canal).	80
Figura 35 - (a) Pressão de elevação do vento em um telhado inclinado; (b) a maior velocidade cria uma pressão negativa (sucção) nas laterais e na face <i>BB</i> a sotavento; pressão direta na face <i>AA</i> a barlavento.	84
Figura 36 - Planta de estrutura da cobertura no nível dos perfis sem barras redondas.	86
Figura 37 - Planta da estrutura da cobertura no nível das barras redondas tracionadas.	87
Figura 38 - Planta de elevação da estrutura metálica do modelo experimental.	87
Figura 39 - Detalhes do apoio e fixação das telhas nas barras tracionadas	88
Figura 40 - Detalhes da chapa dobrada a frio recebendo barras redondas soldadas	89
Figura 41 - Detalhe da ligação através de parafusos em ziguezague na viga <i>V1</i> .	89
Figura 42 - Detalhe da ligação através de parafusos em ziguezague na viga <i>V6</i> .	90
Figura 43 - Detalhe da ligação nas extremidades através de parafusos em ziguezague nas vigas. <i>V1</i> e <i>V6</i> .	90
Figura 44 - Mecanismo de fixação: Barras redondas, barras rosqueadas e perfis de chapas dobradas.	91
Figura 45 - Vista lateral da planta de detalhe do mecanismo de fixação das barras redondas de aço com as chapas dobradas a frio.	92
Figura 46 - Vista superior da planta de detalhe do mecanismo de fixação das barras redondas de aço com as chapas dobradas a frio.	92
Figura 47 - Planta baixa da estrutura no nível das vigas de cobertura	94
Figura 48 - Início da montagem da estrutura do modelo experimental	95
Figura 49 - Montagem dos dois pórticos da estrutura.	96



Figura 50 - Soldagem das vigas metálicas $V_8$ e $V_9$ .	96
Figura 51 - Quadro metálico da estrutura da cobertura.	97
Figura 52 - Quadro metálico da estrutura da cobertura.	97
Figura 53 - Fixação dos perfis para montagem da Viga 10.	98
Figura 54 - Soldagem das barras de 4.2 mm nas vigas transversinas externas.	98
Figura 55 - Vista da fixação das barras redonda de 4.2 mm.	99
Figura 56 - Tracionamento manual das barras de 4.2 mm antes da soldagem final.	99
Figura 57 - Detalhe da fixação das telhas com abraçadeira plástica.	100
Figura 58 - Modelo experimental com suporte central: A) vista de frente; B) vista lateral.	100
Figura 59 - Fluxograma de análise numérica.	102
Figura 60 - Geometria do elemento BEAM188 – 3-D.	103
Figura 61 - Geometria do Pipe elasticstright 16.	104
Figura 62 - Geometria do elemento de casca Shell 93.	104
Figura 63 - Geometria do elemento de viga Beam24 - 3-D.	105
Figura 64 - Vista do modelo computacional do protótipo apenas com a representação dos elementos de barras redondas em linhas.	105
Figura 65 - Já o elemento empregado para modelar as telhas plásticas foi o Shell com a espessura da placa da telha.	106
Figura 66 - Modelo Computacional do protótipo analisado.	106
Figura 67 - Modelo da estrutura da cobertura discretizada analisado pelo ANSYS.	107
Figura 68 - Modelagem da cobertura pelo ANSYS.	107
Figura 69 - Carregamento aplicado sobre os elementos da cobertura.	109
Figura 70 - Modelo da cobertura com cargas nodais equivalente desenvolvido no ANSYS.	109
Figura 71 - Restrições e aplicação de carregamento em todas as barras de tracionamento da estrutura e de fixação das telhas.	110
Figura 72 - Deformação das barras de tracionamento da estrutura e de fixação das telhas.	111
Figura 73 - Plataforma de apoio às bases dos relógios comparadores.	112
Figura 74 - Montagem do sistema de medição de deslocamento vertical da cobertura.	113



Figura 75 - Mecanismo de fixação do relógio comparador à barra metálica.	114
Figura 76 - Locação na planta baixa dos relógios comparadores.	114
Figura 77 - Pesagem dos sacos de areia.	115
Figura 78 - Colocação de sacos de areia de 10 kg representando a carga externa.	115
Figura 79 - Carregamento distribuído sobre a superfície da cobertura	116
Figura 80 - Torquímetro modelo GBR 3550-30 da GEDORE com capacidade de carga entre 60-300 N.m, A) visão geral; B) console com escala analógica.	117
Figura 81 - Aplicação de momento torsor no parafuso de fixação dos perfis da viga $V_{10}$ por meio de torquímetro.	117
Figura 82 - Deslocamentos de telhas após a aplicação de postensão nas barras.	119
Figura 83 - Deformação excessiva na viga transversina interna $V_8$ - Estado Limite de Utilização	121
Figura 84 - Vista da cobertura com a deformada da estrutura após a aplicação do carregamento. Fonte: Programas ANSYS.	123
Figura 85 - Deformada da estrutura com as telhas após a aplicação do carregamento.	124
Figura 86 - Deformada da estrutura com as telhas após a aplicação do carregamento.	125
Figura 87 - Vista superior da cobertura indicando os deslocamento nodais devido as cargas com protensão.	125
Figura 88 - Barras redondas tensionadas	126
Figura 89 - Diagrama de tensão nas Barras redondas tensionadas. Carga momento de 60,0 kN.m.	127
Figura 90 - Diagrama de tensão nas Barras redondas tensionadas. Carga momento de 75,0 kN.m	128



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>1.1 JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>19</b>
<b>1.2 OBJETIVOS.....</b>	<b>20</b>
<b>1.2.1 Objetivo Geral.....</b>	<b>20</b>
<b>1.2.2 Objetivos Específicos .....</b>	<b>20</b>
<b>1.3 DELIMITAÇÃO DO TEMA.....</b>	<b>21</b>
<b>1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....</b>	<b>21</b>
<b>2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE COBERTURAS TENSIONADAS.....</b>	<b>23</b>
<b>2.1 SISTEMAS CONSTRUTIVOS DE COBERTURAS.....</b>	<b>24</b>
<b>2.2 PARÂMETROS DE PROJETO PARA AVALIAÇÃO DE COBERTURAS</b>	<b>32</b>
<b>2.3 ANÁLISE ESTRUTURAL LINEAR.....</b>	<b>34</b>
<b>2.4 MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL.....</b>	<b>38</b>
<b>2.4.1 Modelo matemático analítico.....</b>	<b>40</b>
<b>2.4.1.1 Processo analítico.....</b>	<b>41</b>
<b>2.4.1.2 Equações básicas do elemento de cabos adaptadas às barras.....</b>	<b>41</b>
<b>2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO.....</b>	<b>49</b>
<b>3 PROCESSOS DOS DESLOCAMENTOS.....</b>	<b>51</b>
<b>3.1 SISTEMAS DE COORDENADAS.....</b>	<b>51</b>
<b>3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE DO ELEMENTO.....</b>	<b>52</b>
<b>3.3 RESOLUÇÃO ATRAVÉS DO PROCESSO INTERATIVO.....</b>	<b>55</b>
<b>3.4 MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>56</b>
<b>3.4.1 Modelagem por Elementos Finitos.....</b>	<b>56</b>
<b>3.4.2 Modelos Experimentais.....</b>	<b>58</b>
<b>4 COBERTURA COM TELHA PLÁSTICA DE PET RECICLADO.....</b>	<b>59</b>
<b>4.1 POLIETILENO TEREFTALATO (PET).....</b>	<b>60</b>
<b>4.2 A RECICLAGEM DO PET.....</b>	<b>62</b>
<b>4.3 PESQUISAS E INOVAÇÕES NA RECICLAGEM DE PET.....</b>	<b>68</b>



<b>4.4 MATERIAL DA ESTRUTURA DE COBERTURA.....</b>	<b>70</b>
<b>4.5 COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS DEVIDO ÀS CIRCUNSTÂNCIAS AMBIENTAIS.....</b>	<b>72</b>
<b>4.6 O SISTEMA DE COBERTURA ECOLÓGICA PROPOSTO.....</b>	<b>73</b>
<b>4.6.1 Conceitos de Cobertura.....</b>	<b>73</b>
<b>4.6.2 Estrutura: Trama e Estrutura de Apoio.....</b>	<b>74</b>
<b>4.6.3 Sistema de Cobertura com Telhas Plásticas de PET.....</b>	<b>75</b>
<b>5. ANÁLISE DE SISTEMA DE COBERTURA COM TELHAS PLÁSTICAS DE PET RECICLADO.....</b>	<b>81</b>
<b>5.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO DO MODELO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>81</b>
<b>5.2 AÇÃO DO VENTO.....</b>	<b>83</b>
<b>5.3 CONCEPÇÃO DO PROTÓTIPO.....</b>	<b>84</b>
<b>5.4 MONTAGEM DO PROTÓTIPO.....</b>	<b>93</b>
<b>5.5 MODELO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>101</b>
<b>5.5.1 Programa de Análise – ANSYS.....</b>	<b>101</b>
<b>5.5.2 Elementos Finitos Adotados.....</b>	<b>102</b>
<b>5.6 ENSAIO EXPERIMENTAL ESTÁTICO.....</b>	<b>111</b>
<b>6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>119</b>
<b>6.1 ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ENSAIOS NO MODELO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>119</b>
<b>6.2 ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ENSAIOS NO MODELO COMPUTACIONAL.....</b>	<b>123</b>
<b>7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DAS FUTURAS PESQUISAS.....</b>	<b>131</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>133</b>
<b>APÊNDICE A - MODELO MATEMÁTICO ANALÍTICO PARA ANÁLISE DE BARRAS DE PEQUENO DIÂMETRO ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO DE CABOS DE AÇO.....</b>	<b>139</b>
<b>A.1 MODELO MATEMÁTICO ANALÍTICO.....</b>	<b>139</b>
<b>A.1.1 Processo analítico.....</b>	<b>141</b>
<b>A.1.2 Equações básicas do elemento de cabos adaptadas às barras.....</b>	<b>141</b>



**UFAM**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA**



<b>A.1.3 Considerações sobre as condições de contorno.....</b>	<b>153</b>
<b>A.2 PROCESSOS DOS DESLOCAMENTOS.....</b>	<b>155</b>
<b>A.2.1 Sistemas de coordenadas.....</b>	<b>155</b>
<b>A.2.2 Matriz de rigidez tangente do elemento.....</b>	<b>155</b>



## **RESUMO**

Inovações de novos materiais e sistemas construtivos exigem soluções sofisticadas e racionais dos projetistas de estruturas. Sendo assim a finalidade deste trabalho é de contribuir com a otimização de procedimento para o dimensionamento de cobertura de edificações dentro de uma nova concepção de projeto, cobertura em estrutura metálica com barras de aço pré-tensionadas e cobrimento com telhas plásticas fabricadas com resíduos de Politereftalato de etileno (PET). Sua aplicação em edificações utiliza a princípio apenas uma forma construtiva de duas águas, sujeita a solicitações normais, com comportamento de casca. Este trabalho aborda um novo arranjo geométrico de cobertura onde a estrutura metálica trabalha como pórtico e barras de aço, como suporte das telhas, submetidas a um esforço de tração, sendo realizado um estudo visando verificar os deslocamentos para determinados vãos sujeitos a mesma carga utilizada em coberturas. A análise e verificação do desempenho e comportamento da estruturada cobertura, baseado neste novo modelo, são feitos por meio de resultados obtidos em simulações experimentais e análise numérica empregando uma modelagem da estrutura utilizando o software ANSYS versão 12.0. Posteriormente, são verificados o estado limite último (ELU) e o de serviço (ELS) em consequência dos esforços atuantes. Os resultados mostram que as previsões teóricas, obtidas através de análise lineares, assim como os valores obtidos através das medições experimentais, sugeriram considerar o modelo de cobertura como sendo híbrido, isto é, nem rígida é nem flexível, comprovando que as modelagens numéricas foram satisfatórias durante a simulação do comportamento da cobertura.

Palavras-chave: Cobertura; Estrutura; Método dos Elementos Finitos; Telha PET.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



## **ABSTRACT**

Innovation of new materials and construction systems require sophisticated and rational solutions of structures designers. Therefore, the purpose of this paper is to contribute to the optimization of procedure for buildings cover design within a new design project concept, metallic structure covering, with pre-tensioned steel bars, and plastic tiles made of politerephthalate ethylene waste (PET). Its application in buildings used at first only a constructive way gable, subject to normal requests, in shell behavior. This work presents a new geometric arrangement of coverage where the metal structure works as gantry and steel bars, in support of the tiles, submitted to a tractive effort, as well as a conducted study in order to verify the offsets for certain vains subject to the same charge used in toppings. The analysis and verification of performance and behavior of the roof structure, based on this new model, are made using results from experimental simulations and numerical analysis, employing a modeling of the structure using ANSYS software version 12.0. Subsequently, they are checked the ultimate limit state (ULS) and service (ELS) as a result of active efforts. The results show that the theoretical predictions, obtained by linear analysis as well as the values obtained through experimental measurements, suggested to consider the coverage model as hybrid, we mean, not rigid nor flexible, proving that the numerical modeling were satisfactory during the simulation coverage of behavior.

**Keywords:** Coverage; Structure; Finite Element Method; PET tile.



## **1 INTRODUÇÃO**

A conscientização da sociedade com a preservação ambiental motiva o setor industrial e de serviços a buscar novas alternativas do uso de materiais já utilizados, ou seja, a reciclagem, no seu sentido mais útil e econômico. No caso específico de cobertura, existem diversas propostas para utilização de novos materiais na fabricação de telhas, sobretudo aqueles que causam pequeno impacto ambiental quando são extraídos da natureza ou mesmo durante o seu processo produtivo.

Com as constantes mudanças tecnológicas no desenvolvimento de projetos arquitetônicos e processos construtivos, as soluções estruturais complexas e racionais são, cada vez mais, exigências constantes no cotidiano de engenheiros projetistas. As coberturas de edificações estão inseridas nesta realidade, buscando-se soluções no que diz respeito à viabilidade econômica, segurança e rapidez na execução.

Ao se fazer uma retrospectiva do desenvolvimento das estruturas nos últimos cinquenta anos verifica-se que o mesmo está intimamente ligado a diversos fatores nos quais podemos citar: utilização de novos compósitos de materiais, melhorando significativamente suas propriedades físicas e mecânicas; o desenvolvimento e domínio de novas técnicas construtivas; e, sobretudo, a aplicação da informática na automatização de cálculos e simulação de novos modelos propostos durante as concepções e projetos das estruturas.

A substituição de um determinado material por um novo ou mesmo por material reciclado que não cause danos ao meio ambiente é na verdade um dos grandes objetivos da engenharia civil contemporânea. Portanto, um material novo ou mesmo reciclado que atenda as características necessárias para sua utilização, pode perfeitamente substituir materiais já usados nos sistemas construtivos. Do ponto de vista histórico pode-se exemplificar o surgimento do aço devido ao conhecimento das propriedades dos metais que o compõe, sobretudo, do ferro e a adição do carbono como elemento fundamental para lhe conferir resistência, dureza, tenacidade, etc.



A utilização do aço como material aplicado na construção civil possibilitou mudanças significativas tanto do ponto de vista de sistemas construtivos como também na concepção de modelo estrutural capaz de proporcionar obras de grande porte.

Outro exemplo de material que sofreu uma evolução no tempo foi o concreto armado, isto é, a utilização do concreto e aço simultaneamente em um único material, quer esteja o aço, no momento de sua aplicação, trabalhando passivamente, quer esteja no estado ativo, como é o caso do concreto protendido, consequência das melhorias atribuídas ao aço.

O dimensionamento de um projeto estrutural sempre foi baseado na incerteza das ações atuantes e da resistência de cada material constituinte dos elementos que compõem o sistema estrutural. Significando que as estruturas de edificações sempre serão projetadas para resistir às ações superiores para as quais ficarão submetidas nas hipóteses iniciais e também subestimando a capacidade resistente de cada material.

O termo material não-convencional foi adotado como contraponto aos materiais tradicionalmente utilizados na indústria da construção civil. Seu foco principal está direcionado ao menor dano possível ao meio ambiente, incorporando em suas propriedades as mesmas características do material convencional.

O projeto de uma cobertura bem elaborado e corretamente executado é determinante para o seu funcionamento e durabilidade. A estanqueidade de uma cobertura, isto é, a capacidade de não permitir infiltrações, depende da inclinação de alguns elementos da estrutura da cobertura, da qualidade das telhas e da correta colocação das mesmas.

Historicamente o desenvolvimento das estruturas ao longo do tempo, deve-se ao fato de uma busca constante pela eficiência das mesmas através das pesquisas de novos materiais e com a possibilidade de simulações de novos sistemas estruturais através da computação.

Os diversos arranjos possíveis do projeto de sistemas construtivos para coberturas proporcionam ao engenheiro calculista uma análise mais aguçada da concepção e do comportamento estrutural para cada tipo de sistema proposto. Numa visão global de uma edificação certamente a cobertura oferece ao pesquisador um ambiente propício para o



equacionamento e diversidade de possíveis sistemas construtivos, sobretudo explorando novas geometrias e capacidade portante de materiais.

As coberturas em geral têm um comportamento estrutural independente, facilitando, sobremaneira a ordenação e o equacionamento das ações, possibilitando uma avaliação mais abrangente se, levar em conta, a relação entre o comportamento e a forma da cobertura (PELLICO et al 2006). Em uma mesma edificação, certamente é possível se obter diversos arranjos de formas geométricas da cobertura. Este conhecimento auxilia a ordenar suas partes e dimensionar a estrutura de uma cobertura.

Segundo Martha (2005), o estudo de um projeto estrutural tem seu foco principal na determinação de tensões internas, deformações e deslocamentos do conjunto de elementos que compõem a estrutura. Esta etapa inicial, de fundamental importância para um projeto estrutural, é denominada de análise estrutural. Seu principal objetivo é: dadas as características geométricas e mecânicas de uma estrutura e as características físicas dos materiais que as compõem e, sobretudo as ações que sobre ela atuam, determinar os deslocamentos de todos os seus pontos, os esforços internos para obter as tensões e deformações assim como as reações de apoio.

A fase de análise é normalmente a maior parte do processo e engloba muitos e diferentes aspectos: constrói-se um modelo matemático idealizado, em geral geometricamente perfeito, impõem-se carregamentos e outros efeitos ambientais, e depois se verifica o desempenho resultante através da análise de todos os estágios de carga. Para algumas estruturas a análise matemática-numérica é suplementada ou complementada por uma análise física com modelos reduzidos do protótipo da estrutura, ou mesmo do próprio protótipo em casos de produção em série industrial como, por exemplo, aeronaves e outros tipos de veículos motorizados. Em qualquer caso, a análise estrutural tem como alvo propiciar o necessário entendimento e apreciação do comportamento da estrutura e comparar o desempenho esperado com os requerimentos de projeto e prescrições de normas.

A utilização de estruturas com elementos tensionados é muito comum em coberturas de grandes áreas, pois o vencimento de vãos livres é significativo se compararmos com as estruturas convencionais em treliças planas ou mesmo espaciais.

Devido as suas características estruturais, o sistema de cobertura tensionada permite versatilidades em arranjo arquitetônico e em termos de distribuição de cargas. Nas Figuras 1 e 2 é possível visualizar o quanto é possível o desenvolvimento de diversas formas geométricas de coberturas com elementos tensionados.



Figura 1 – Cobertura tensionada, sem vedação lateral.  
Fonte: Portal Metálica (2012)



Figura 2 – Cobertura tensionada, com vedação lateral.  
Fonte: Portal Metálica (2012)



Tradicionalmente as estruturas de coberturas, sejam metálicas ou madeira, sempre foram analisadas como sistema reticulados planos ou espaciais através de métodos simplificados, baseados em fórmulas estabelecidas em normas, levando em conta hipóteses simplificadoras, principalmente nas ligações entre as telhas e a estrutura. Este procedimento deve-se a diversos fatores entre eles a possibilidade de construir uma treliça ideal que transmita apenas esforço normal. As análises experimentais confirmam variações de comportamento dos esforços e deslocamentos do modelo estrutural idealizado com o real executado.

## **1.1 JUSTIFICATIVA**

O interesse pela pesquisa sobre cobertura com telhas plásticas fabricadas com resíduo plástico, oriundo de garrafas PET, surgiu quando se constatou o diferencial de custo entre a utilização de telhas fabricadas com material cerâmico e telhas plásticas oriundas do aproveitamento de garrafas PET. O custo do metro quadrado de cobertura com telhas plásticas, mantida o mesmo suporte estrutural, supera o custo de cobertura com telha cerâmica.

Devido a fatores operacionais, atualmente a fabricação de telhas plásticas tem seus custos, em termos de metro quadrado, em torno de 30% a mais que as telhas cerâmicas fabricadas na região metropolitana de Manaus, o que torna praticamente inviável sua aplicação em estruturas de cobertura dimensionadas para suportar telhas cerâmicas. Sua viabilidade econômica só será possível se houver um contra ponto de custos, do ponto de vista global, na cobertura em geral.

Para justificar sua utilização optou-se em modificar o modelo tradicional de estrutura para cobertura, geralmente estruturas reticuladas conhecidas como treliças por um modelo mais simples e funcional devido ao baixo peso específico da telha plástico se comparada com a telha cerâmica.

No Brasil, é corrente, na construção civil, a utilização de métodos convencionais na concepção de estruturas para cobertura, isto é, treliças planas ou espaciais, quando na utilização de telhas cerâmicas ou mesmo em chapas metálicas. Todavia, ao longo dos últimos



anos, verifica-se o surgimento de novos sistemas construtivos de cobertura principalmente pela aplicação de novos materiais como o policarbonato e outros com características mecânicas melhoradas.

Países como os Estados Unidos, Canadá, França, Japão e Austrália, entre outros, utilizam sistemas construtivos que incluem estruturas leves, o que viabiliza a industrialização e padronização do processo construtivo.

Atualmente os avanços dos recursos computacionais e o desenvolvimento de novos modelos numéricos para representação de sistema estrutural permitem ao pesquisador criar simulações de estruturas para cobertura com resultados confiáveis e refinados do ponto de vista da resistência dos materiais empregados e da estabilidade global da estrutura em estudo.

Neste trabalho, devido à densidade da telha plástica, estuda-se uma conformação estrutural não convencional para cobertura, em perfis metálicos e barras de aço, organizada em modelo modulado, juntamente com um tipo de telha plástica, fabricada com material reciclado originado de garrafas PET. Por meio de um modelo teórico, analisam-se aspectos quanto ao seu desempenho estrutural e à ambientação que pode proporcionar, comparando-se com um modelo convencional de cobertura.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Tendo em vista a motivação de pesquisa apresentada no item 1.1, esta dissertação tem como objetivo principal estudar um novo modelo de estrutura para cobertura baseado em barras de aço com seção circular, submetidas a esforços de tração, verificando se seu comportamento é adequado para suporte de uma telha específica, fabricada com material plástico.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

A partir do objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos.



- Desenvolver a concepção de um modelo de cobertura em estrutura metálica e comparar com os modelos tradicionais;
- Analisar analiticamente uma das barras tracionadas submetida a cargas perpendicular ao seu eixo longitudinal, simulando uma estrutura tipo cabo;
- Construir um modelo da cobertura em escala natural e realizar ensaios experimentais com ações externas estáticas para verificar o comportamento real da estrutura quanto aos deslocamentos, rigidez e estabilidade;
- Analisar numericamente o comportamento estrutural estático do sistema estrutural do modelo através do método dos elementos finitos a partir do programa computacional ANSYS e comparar os dados obtidos com o modelo experimental construído.

### **1.3 DELIMITAÇÃO DO TEMA**

Para verificar o comportamento do modelo de cobertura neste trabalho, são analisados apenas resultados experimentais referentes aos deslocamentos verticais medidos em diversos pontos e as tensões nas barras tracionadas. Estes resultados são comparados com os obtidos na análise numérica realizadas com o auxílio do programa de computador escolhido para esta pesquisa. Além disso, o carregamento aplicado na cobertura está limitado a cargas estáticas de serviço, de pequena intensidade e curta duração.

### **1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

O Presente trabalho está dividido em sete capítulos, conforme segue:

Capítulo 1: Introdução – é o capítulo onde se apresenta o tema da dissertação, sua justificativa, os objetivos, a delimitação do tema e esta estrutura da dissertação;

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica – neste capítulo apresentam-se conceitos básicos sobre coberturas tensionadas, os principais métodos numéricos utilizados na sua concepção. Faz-se um breve relato sobre as recomendações da norma brasileira e normas internacionais e destaca-se a importância da verificação do comportamento do sistema estrutural quando submetido a cargas estáticas de serviço;



Capítulo 3: Programa Experimental - este capítulo descreve os materiais utilizados na pesquisa e as etapas de um programa experimental, elaborado com o objetivo de coletar dados sobre a cobertura em escala natural, submetida a diferentes cargas estáticas, simulando cargas de serviço;

Capítulo 4: Modelo Numérico Aplicado à Análise Estrutural da Cobertura - relata-se, neste capítulo, o programa computacional ANSYS adotado neste trabalho e o modelo a ser utilizado na análise numérica da cobertura monitorada experimentalmente;

Capítulo 5: Modelagem Numérica da Cobertura Monitorada Experimentalmente - este capítulo apresenta uma narrativa de como se realizou a modelagem e análise da cobertura monitorada experimentalmente;

Capítulo 6: Apresentação e Análise dos Resultados - neste capítulo são apresentados os resultados experimentais e uma comparação destas com aquelas obtidas no modelo numérico computacional;

Capítulo 7: Conclusões e Sugestões para futuras Pesquisas - neste capítulo são apresentadas as conclusões desta pesquisa, bem como as sugestões para futuros trabalhos.

Ao final, encontram-se listadas as Referências Bibliográficas utilizadas nesta pesquisa.



## 2 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE COBERTURAS TENSIONADAS

Entre os sistemas construtivos mais antigos, em registros históricos, a cobertura de ambientes aparece como a primeira interferência do homem no meio para se proteger contra agentes físicos naturais existentes no seu meio.

Do ponto de vista funcional a cobertura em uma edificação pode ser executada com qualquer tipo de material desde que atenda os requisitos básicos de estanqueidade e escoamento de líquidos sobre sua superfície, sendo comum a utilização de laje impermeabilizada como cobertura de edificações.

A cobertura dentro do sistema construtivo pode ser considerada como um subsistema capaz de exercer um papel extremamente relevante na proteção dos demais subsistemas de uma edificação.

O dimensionamento e a concepção de uma cobertura, quando se utiliza telhas, normalmente são executados por profissionais experientes nas áreas de estrutura metálica ou madeira, visando sempre obter o menor peso, boa estanqueidade, durabilidade e, sobretudo atender as exigências de resistência aos esforços atuantes, tudo isto, é claro, dentro do estado limite último e de serviço.

Uma cobertura, utilizando telhas, caracteriza-se como um revestimento descontínuo fixado sobre um sistema estrutural, normalmente reticulado, capaz de impedir infiltrações de água de chuva sobre os demais componentes do sistema estrutural como um todo.

Obviamente não se pode prescindir um projeto de edificação sem a cobertura, termo genérico, cuja função fundamental é de proteger os elementos permeáveis componentes de um sistema construtivo.

A cobertura exerce um papel extremamente importante no desempenho da durabilidade dos componentes estruturais, posto que, funciona como uma proteção preventiva contra o surgimento precoce de patologias. Exemplo mais evidente é o impedimento do



contato direto das águas pluviais com a estrutura metálica a qual sofreria com mais brevidade o processo de oxidação. A sua função tem um papel holístico, pois influência direta ou indiretamente o sistema estrutural como um todo. Do ponto de vista habitacional, seria quase impossível uma ocupação sem a existência da cobertura.

O telhado, segundo Moliterno (2008), destina-se a proteger o edifício contra a ação das intempéries, tais como chuvas, ventos, raios solares, neves e também impedir a penetração de poeiras e ruídos no seu interior. Ainda segundo esse autor a origem do nome telhado provém do uso das telhas, mas nem todo o sistema de proteção superior de uma edificação, obrigatoriamente, constitui-se num telhado.

Segundo a morfologia das estruturas (do grego: Morfo = Forma, Lógia = Estudo), as coberturas são estruturas que se definem pela forma, observando as características de função e estilo arquitetônico das edificações. As coberturas, como frisado anteriormente, têm como função principal a proteção das edificações, contra a ação das intempéries, atendendo às funções utilitárias, estéticas e econômicas.

Em suma, as coberturas devem preencher as seguintes condições:

- a) funções utilitárias: impermeabilidade, leveza, isolamento térmico e acústico;
- b) funções estéticas: forma e aspecto harmônico com linhas arquitetônicas, dimensão dos elementos, textura e coloração;
- c) funções econômicas: custo da solução adotada, durabilidade e fácil conservação dos elementos.

## **2.1 SISTEMAS CONSTRUTIVOS DE COBERTURAS**

Na busca de modelos construtivos, arquitetos e engenheiros concentram-se no estudo de novos sistemas de cobertura para atender determinados requisitos, sendo este o foco principal deste trabalho, direcionado a sistemas onde determinados elementos trabalham submetidos à tração para se obter uma “resposta estrutural”.

O referencial mais adequado para uma reflexão sobre sistema tensionado está relacionado com os trabalhos de Frei Otto (1979). Seu mérito reside fundamentalmente em combinar de maneira satisfatória a arquitetura e estrutura como sistema único. Frei Otto (1979), foi o precursor de modelos tensionados para cobertura de estádios para práticas esportivas, sobretudo na Alemanha. Pode-se afirmar que as estruturas modernas de lonas tensionadas têm sua origem nos estudos de Frei Otto. Certamente sua obra mais relevante é a cobertura do estádio olímpico de Munique, mostrado na Figura 3, a qual foi inspirada nas coberturas de tenda utilizadas pelos nômades.



Figura 3 – Vista interna do Estádio Olímpico de Munique  
Fonte: Frei Otto & Gunther Behnisch (2008)

A tecnologia de sistema construtivo para cobertura tensionada desenvolveu-se de modo significativo na Alemanha devido aos grandes eventos esportivos realizados naquele país.

Segundo Frei Otto (1979) as análises de esforços levam em conta técnicas ligadas a simulação de grandes deformações em cascas e redes de cabos multidirecionais, para que o cálculo estrutural verifique e dimensione corretamente a resistência, composição e revestimentos da membrana, cabos, mastros e acessórios.

No Brasil pouco se utiliza, em construções permanentes, estruturas tensionadas, todavia as mesmas sempre estiveram presentes na história da humanidade. As tendas dos povos

nômades, uma forma muito primitiva de moradia, são as primeiras manifestações, por volta de 2800 a.C. de estruturas tensionadas.

No Brasil a construção de estádios, mais conhecidos como arenas, foi influenciada pela escola alemã de arquitetura de grandes estádios. No caso da arena da Amazônia o projeto foi desenvolvido por uma empresa alemã. A Figura 4 mostra a sua construção na fase de implantação da estrutura metálica para receber a cobertura de um tecido especial conhecido como PTFE (Politetrafluoretileno - material desenvolvido pela NASA para confecções de trajes espaciais), fixado na estrutura metálica e trabalhando tensionadamente. A principal virtude desse material é a sua capacidade de resistir aos esforços tensionais e ser formado por uma substância praticamente inerte, não reagindo com outras substâncias químicas exceto em situações muito especiais.



Figura 4 – Fase construtiva da Arena da Amazônia para os jogos da Copa do Mundo de 2014.  
Fonte: Gazeta do Povo (2014)

Na concepção do projeto da Arena da Amazônia constata-se a preocupação dos projetistas em adotar um sistema de cobertura cujos esforços nos tecidos são predominantemente de tração o que permite vencer áreas com grandes vãos devido ao baixo peso do material empregado. Na Figura 5 tem-se uma visão interna da arena da Amazônia onde o arranjo dos tecidos mostra os mesmos trabalhando totalmente à tração, fixados nos elementos metálicos. Na literatura técnica este tipo de cobertura é denominado de tenso-

estrutura ou estruturas tensionadas. São coberturas onde os elementos constituintes sempre estão submetidos a um estado permanente de tensão. Os tecidos permanecem sempre no regime de tracionamento.

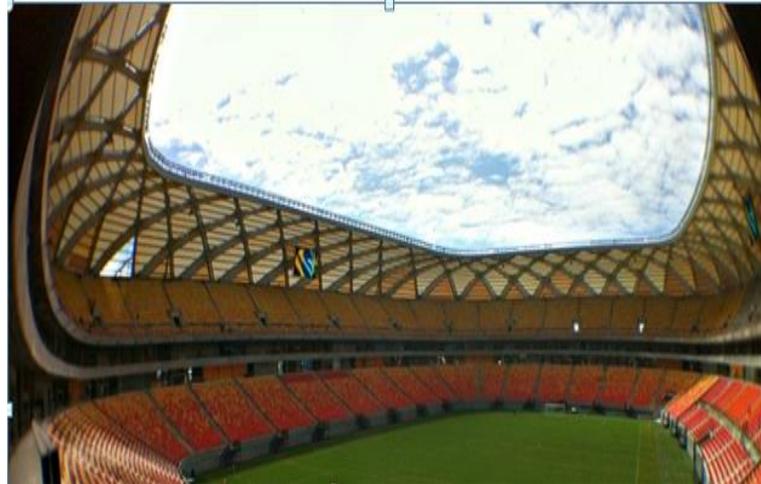


Figura 5 – Visão interna da cobertura da Arena da Amazônia.  
Fonte: [www.agecomnet.com.br](http://www.agecomnet.com.br), 2014.

A necessidade de adaptar ou construir novos estádios brasileiros para a Copa do Mundo de 2014 apresentou-se uma boa oportunidade para as estruturas tensionadas expandir-se no país. A Figura 6 mostra a obra da Arena da Amazônia inaugurada em 09 de março de 2014. A arena além de seu destaque estético, devido a sua simetria e outros fatores, o tecido sobre as estruturas estão tensionados. Provavelmente inspirados no estádio olímpico de Munique.



Figura 6 – Vista aérea da Arena da Amazônia.  
Fonte: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org) (2014)

Como sempre ocorre no desenvolvimento tecnológico, a necessidade motiva a evolução e mudanças de sistemas construtivos. Coberturas de grandes áreas sejam para fins culturais ou exposições motivou a busca de novos materiais com característica de elevada resistência e baixo peso específico. Os tecidos, empregados em coberturas, evoluíram de maneira acentuada, influenciados pela necessidade de se desenvolver vestuários próprios para astronautas. Material leve como elemento de cobertura contribui de maneira significativa para concepção de estruturas metálicas capazes de vencer grandes vãos.

O aço sofreu grande evolução do ponto de vista de sua capacidade de resistência para suportar esforços principalmente entre os anos de 1930 e 1940, período onde se empregou cabos de aço para construção de pontes pênséis e estaiadas. A ponte JK, em Brasília, mostrada na Figura 7, utiliza cabos de aço como elementos de sustentação dos tabuleiros da ponte. As estruturas tensionadas são objeto de estudo constante, sempre na procura de agregar novas tecnologias principalmente nos Estados Unidos da América e na Comunidade Europeia.



Figura 7 - Ponte JK sobre o lago Paranoá em Brasília.  
Fonte: Revista Técnica (2003).

As estruturas metálicas ou de concreto apresentam-se como alternativas às estruturas de madeira, principalmente devido à escassez e conseqüente aumento do preço da madeira e das pressões da sociedade relativas à preservação do meio ambiente. Além disso, a utilização de peças pré-fabricadas contribui potencialmente com o aumento do grau de industrialização, otimizando a produtividade e qualidade principalmente na construção de telhados.

A Figura 8 mostra um tipo de estrutura para cobertura em concreto armado pré-moldado e Figura 9 indica uma estrutura metálica para cobertura, projetada como treliça espacial, utilizada, sobretudo em coberturas de galpões. O uso de estrutura metálica é bastante comum em edifícios industriais e em galpões, seja sob a forma de treliças planas e vigas a elas perpendiculares (terças), usualmente feitas em aço, seja ainda sob a forma espacial, constituída por elementos tubulares, em aço ou alumínio.

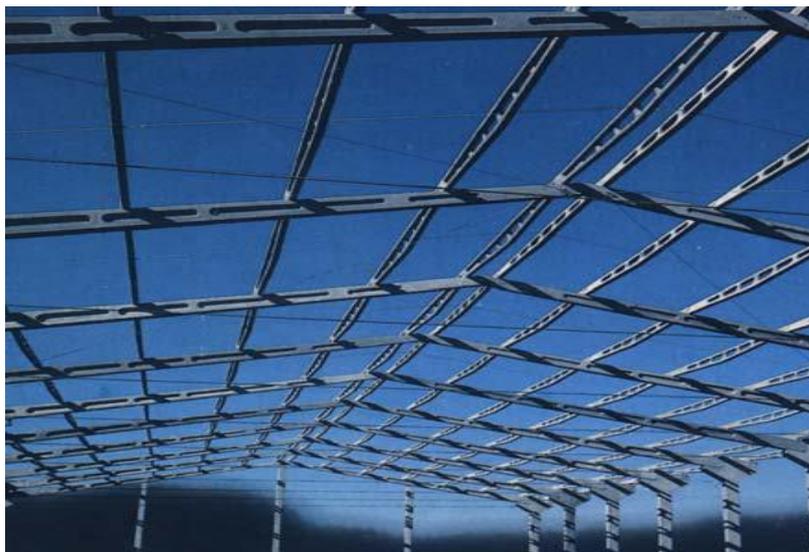


Figura 8 - Estrutura para cobertura de concreto pré-moldado.  
Fonte: Portal Metálica (2012)



Figura 9 - Cobertura em treliça espacial.  
Fonte: Portal Metálica (2012)

Uma característica dos sistemas tensionados a ser destacada é o fato de sua rigidez ser, basicamente, dependente do estado de tensão a que está submetida, ou seja, a rigidez geométrica local tem uma influência considerável na rigidez global da estrutura.

Em sua breve introdução ao estudo de estruturas retesadas, Pauletti (2008) mostra uma característica comum entre diversos sistemas estruturais tais como: uma ponte suspensa, uma cobertura com redes de cabos e outros, o fato de que estes sistemas realmente funcionem devam apresentar elementos submetidos a esforços internos de tração. Pauletti (2008) faz algumas considerações sobre o termo utilizado na nomenclatura de estruturas submetidas essencialmente a esforço de tração. Como exemplo é citado o termo “tensoestrutura” bastante utilizado na literatura técnica quando se refere a coberturas de cabos e membranas.

As estruturas de membranas e também as redes de cabos, segundo Pauletti (2008), apresentam um designer, cuja forma contribui de modo significativo para o equilíbrio do formato do sistema.

A formatação de sistema leva em conta os possíveis caminhos das forças atuantes. Um dos exemplos mais característicos e de inspiração para muitos pesquisadores é o do filme de sabão mostrado na Figura 10, onde o formato resulta da interação do material e da força.

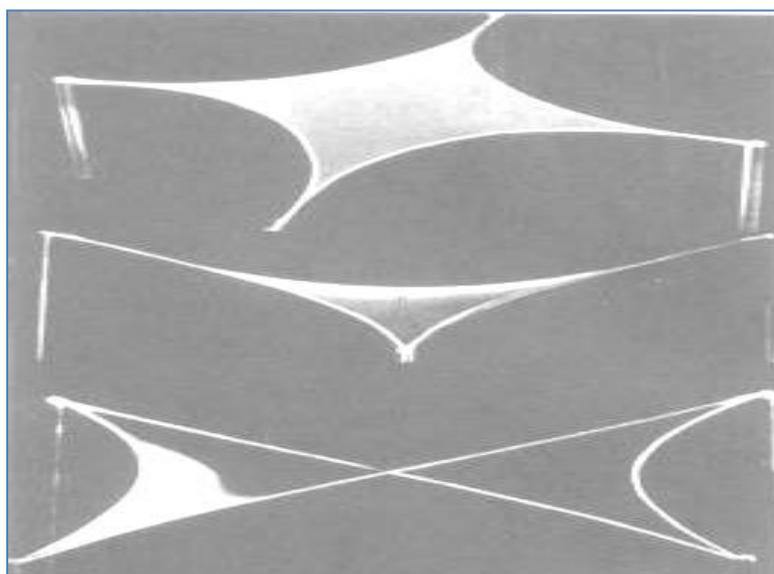


Figura 10 – Modelo flexível em filme de sabão.  
Fonte: Frei Otto (1979).

No caso da rede de cabos submetida a uma pretensão ou mesmo suspensa livremente através de seus pontos de ancoragem, casos de catenárias, o estudo de equilíbrio destes sistemas, conforme exemplo ilustrativo mostrado na Figura 12, só é possível com a utilização de modelos cuja solução é através de equações diferenciais.

Estudiosos em sistemas estruturais são unânimes em afirmar que as estruturas *tensegrity* são classificadas como estruturas retesadas, isto é, dependem de um campo de tensões em harmonia com a forma geométrica pré-estabelecida.

O termo *Tensegrity*, segundo Pauletti (2008) deriva da contração das palavras *Tensional-Integrity*, significando literalmente como intensidade tensional. A palavra serve para identificar sistemas estruturais onde a forma é mantida por um conjunto de malhas submetido a um estado contínuo de tensão.

As únicas em que a configuração inicial não pode ser especificada independentemente do estado de forças. Isto justifica a ênfase especial dispensada à determinação da configuração inicial de equilíbrio. A geometria final do sistema fica dependente da aplicação da protensão nos elementos submetidos a este tipo de esforço para se obter a configuração desejada.

O sistema construtivo fica definido pela interação de um conjunto de cabos tracionados e outro conjunto de elementos, geralmente metálicos, comprimidos. O sistema *tensegrity* apresenta como característica principal a capacidade de se auto equilibrar, isto é, um sistema de estado retesado estável.

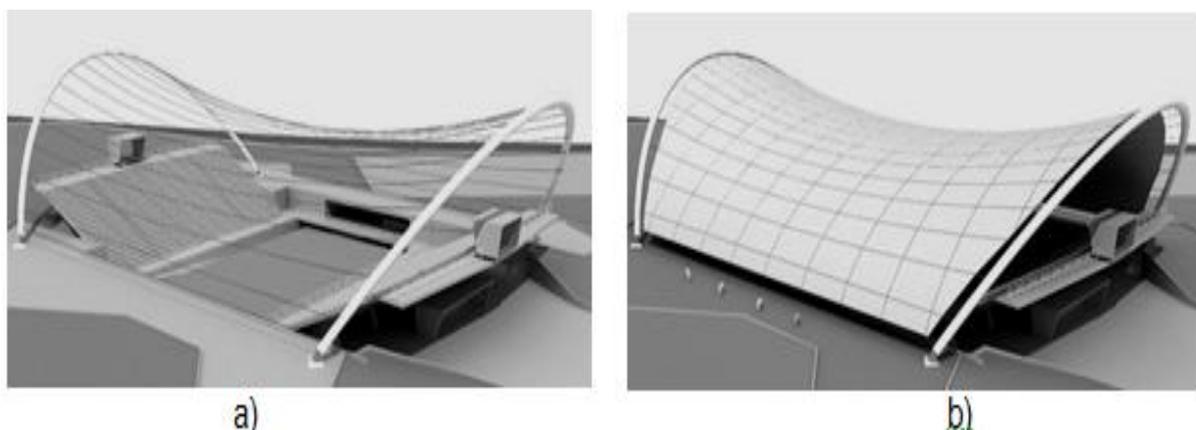


Figura 11 - Ilustração representativa de uma estrutura retesada (tensoestrutura): a) Cabos tensionados. b) Membranas sobre os cabos.

Fonte: CBCA.

A Figura 11 ilustra um sistema com cabos e barras tensionados. Em termos de dimensionamento dos projetos de cobertura com barras de pequeno diâmetro tracionadas, cabos e membranas a opção mais prática é através de programas computacionais, já que os métodos analíticos oferecem vantagem apenas quando o sistema é simples e a modelagem física, embora tenha as suas vantagens, fica devendo quanto à precisão de resultados.

O emprego do método dos elementos finitos proporciona ao projetista vantagem de se obter respostas para determinadas formas através de um mapa das solicitações na qual são analisadas estruturas retesadas. Como se trata de um método que exige soluções de sistemas de equações o seu emprego só é viável através de programas computacionais.

## 2.2 PARÂMETROS DE PROJETO PARA AVALIAÇÃO DE COBERTURAS

Os valores das cargas para o cálculo de estruturas de edificações são definidos na NBR 6120 (1980), que fixa as condições exigíveis para determinação dos valores das cargas que devem ser consideradas no projeto de estrutura de edificações, qualquer que seja sua classe e destino, salvo os casos previstos em normas especiais.

Sabe-se que uma norma de construção é um conjunto de regras que especificam o nível mínimo aceitável de segurança para objetos construídos, tais como edifícios, pontes, obras de arte, etc. O *International Building Code* (IBC) é um modelo de norma para construção, desenvolvido pelo Conselho de Normas Internacionais. Para avaliar se os deslocamentos verticais - flecha - estão dentro dos limites aceitáveis, neste trabalho serão utilizadas as recomendações do IBC para construções em aço em conformidade com que é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Deslocamentos limites das flechas máximas permitidas para estruturas de aço recomendados pelo IBC.

Construção	Carga Acidental	Neve ou Vento
Elemento de telhado apoiando forro de gesso	L/360	L/360
Elemento de telhado apoiando outro tipo de forro	L/240	L/240
Elemento de telhado sem apoio a forro	L/180	L/180
Elemento de piso	L/360	-

Um modelo de norma para construção não tem nenhum estatuto legal, até que seja aprovado ou adaptado por regulamentação governamental. O IBC fornece normas mínimas para garantir a segurança pública, saúde e bem-estar, na medida em que elas são afetadas pela construção de edifícios e segurança à vida e à propriedade de todos, conforme os riscos inerentes à ocupação de edifícios, estruturas ou instalações.

A existência de diversas normas da ABNT relacionadas à cobertura de edificações não significa uma abrangência total de todos os tipos de telhas possíveis de serem desenvolvidas ou mesmo inovadas com novos materiais não convencionais. A Tabela 2 lista as normas relacionadas à cobertura. Percebe-se que não há qualquer referência normatizada sobre telha plástica com as características geométricas das telhas de barro.

Tabela 2 - Relação de Normas relacionadas a telhas para coberturas.

<b>Norma</b>	<b>Código</b>	<b>Última atualização</b>
Alumínio e suas ligas - Chapas corrugadas (telhas)	NBR14331	06/1999
Coberturas	NBR5720 NB344	02/1982
Emprego de chapas estruturais de cimento-amianto	NBR5639 NB554	12/1977
Folha de telha ondulada de fibrocimento	NBR7196 NB94	06/1983
Membrana acrílica com armadura para impermeabilização	NBR13321	03/1995
Projeto e execução de telhados com telhas cerâmicas tipo francesa	NBR8039 NB792	06/1983
Telha cerâmica - Determinação da massa e da absorção de água	NBR8947 MB2132	07/1985
Telha cerâmica - Verificação da impermeabilidade	NBR8948 MB2133	07/1985
Telha cerâmica de capa e canal	NBR9601 EB1701	09/1986
Telha cerâmica de capa e canal tipo colonial - Dimensões	NBR9600 PB1247	09/1986
Telha cerâmica de capa e canal tipo paulista - Dimensões	NBR9598 PB1245	09/1986
Telha cerâmica de capa e canal tipo plan - Dimensões	NBR9599 PB1246	09/1986
Telha cerâmica tipo francesa	NBR7172 EB21	03/1987

Norma	Código	Continuação
		Última atualização
Telha cerâmica tipo francesa - Determinação da carga de ruptura à flexão	NBR6462 MB54	03/1987
Telha cerâmica tipo francesa - Forma e dimensões	NBR8038 PB1013	03/1987
Telha cerâmica tipo romana	NBR13582	02/1996
Telha de fibrocimento - Determinação da absorção de água	NBR6470 MB236	09/1993
Telha de fibrocimento - Determinação da resistência à flexão	NBR6468 MB234	09/1993
Telha de fibrocimento - Verificação da impermeabilidade	NBR5642 MB1089	11/1993
Telha de fibrocimento - Verificação da resistência a cargas uniformemente distribuídas	NBR5643 MB1090	03/1983
Telha de fibrocimento, tipo canal.	NBR12825	04/1993
Telha de fibrocimento, tipo pequenas ondas.	NBR12800	01/1993
Telha estrutural de fibrocimento	NBR5640 EB305	03/1995
Telha ondulada de fibrocimento	NBR7581 EB93	02/1993

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT.

Dentre as diversas normas relacionadas todas são unânimes em destacar a importância da estanqueidade e o nível de desempenho térmico para determinado tipo de material constituinte da telha. Outro aspecto importante se relaciona a superfície das telhas. Segundo Yazigi (1999) a superfície das telhas que entra em contato direto com as intempéries tem de ser lisa para permitir facilmente o escoamento da água e a diminuição da proliferação de fungos.

### 2.3 ANÁLISE ESTRUTURAL LINEAR

A análise estrutural linear considera que os deslocamentos são diretamente proporcionais aos carregamentos aplicados possibilitando desta maneira a utilização do Princípio da Superposição dos Efeitos para solicitações e deslocamentos.

Segundo Martha (2005), a formalização da Engenharia Estrutural através de teorias científicas permite que os engenheiros estabeleçam as forças e solicitações que podem atuar com segurança nas estruturas ou em seus componentes. Também permite que os engenheiros



determinem os materiais adequados e as dimensões necessárias da estrutura e seus componentes, sem que estes sofram efeitos prejudiciais para o seu bom funcionamento.

Segundo a NBR 8800-2008– Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto, o responsável pelo projeto deverá identificar todos os estados limites aplicáveis, mesmo que alguns não estejam citados nesta Norma, e projetar a estrutura de modo que os mesmos não sejam violados. Para tipos de estruturas ou situações não cobertos por esta Norma, ou cobertos de maneira simplificada, admite-se o uso de resultados de ensaios, de bibliografia especializada ou de normas ou especificações estrangeiras.

Nestes casos, o responsável pelo projeto, se necessário, deverá fazer as adaptações necessárias para manter o nível de segurança previsto por esta Norma. Além disso, os ensaios eventualmente realizados devem seguir procedimentos aceitos internacionalmente, a bibliografia especializada utilizada deve ter reconhecimento e aceitação por parte da comunidade técnico-científica internacional e as normas e especificações estrangeiras devem ser reconhecidas internacionalmente e estarem válidas, no momento do uso.

A análise deve ser feita com um modelo estrutural realista, que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais.

Em casos mais complexos, a interação solo-estrutura deve ser contemplada pelo modelo.

No caso de aplicação da protensão, deve-se garantir deslocabilidade adequada à sua realização efetiva, minimizando a transmissão não desejada para elementos adjacentes.

Análises locais complementares devem ser efetuadas nos casos em que a hipótese da seção plana não se aplica, como por exemplo, em: regiões de apoios, regiões de introdução de cargas concentradas, uniões de peças estruturais, zonas de ancoragem, regiões de mudança de seção.

Normalmente um projeto estrutural é concebido para atender determinada finalidade. Os requerimentos podem ser para: abrigar um espaço (coberturas), suportar veículos (pontes)



e máquinas, ou conter ou reter materiais (muros, silos, barragens). Uma estrutura pode ser projetada com o propósito de trafegar no espaço, como é o caso de aeronave, estar sobre o solo ou enterrada, flutuar ou ser submergida. Para que ela cumpra o seu propósito, distintos objetivos de projetos devem ser especificados e satisfeitos, como por exemplo: segurança, durabilidade, baixo impacto ambiental, desempenho em serviço, conforto dos usuários e exequibilidade construtiva.

Além desses, a estética ou aparência da estrutura deve ser seriamente considerada, sobretudo em casos de coberturas e fachadas.

De maneira a cumprir com esses e outros objetivos de projeto, deve-se ter um entendimento aprofundado do comportamento dos materiais, dos componentes estruturais e do sistema estrutural como um todo.

Fissuras ou trincas localizadas - uma demonstração clara de pequenas rupturas - distorções excessivas, fadiga do material, flambagem ou deslocamentos excessivos e formação de mecanismos plásticos em um sistema estrutural são inaceitáveis sob quaisquer circunstâncias, já que tais manifestações podem, quando em seu estado limite último, levar o sistema estrutural a entrar em colapso podendo resultar em pesadas perdas materiais e, acima de tudo, de vidas humanas.

Portanto, as deformações e fissuras devem ser limitadas, de acordo com o estabelecido em norma; ao ponto de não serem notadas e não comprometer o desempenho do sistema estrutural, isto é, não atingir o estado limite último de utilização. Vibrações e ruídos acústicos nos elementos estruturais devem ser controlados. Reservatórios de líquidos e gases não podem vazar e fundações não devem recalcar excessivamente. O requisito fundamental para dimensionamento de um sistema estrutural é atender satisfatoriamente os critérios exigidos e requisitos de utilização. O completo entendimento do comportamento da estrutura para todos os casos de carregamento, condições de serviço e impacto ambiental, ou seja, uma ampla análise estrutural.

Segundo Martha (2010), a análise estrutural moderna trabalha com quatro níveis de abstração para a estrutura que está sendo analisada, tal como indicado na Figura 12. O

primeiro nível de abstração é o do mundo físico, isto é, esse nível representa a estrutura real tal como é construída. O segundo nível de abstração é o modelo estrutural que é utilizado para representar matematicamente a estrutura que está sendo analisada.

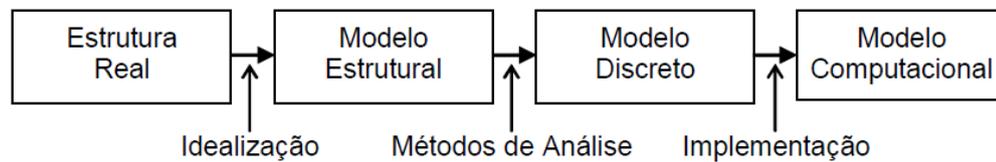


Figura 12 – Quatro níveis de abstração para análise estrutural  
Fonte: Martha (2010)

O terceiro nível de abstração utilizado na análise estrutural é o do modelo discreto, mostrado na Figura 12. Esse modelo é concebido dentro das metodologias de cálculo dos métodos de análise. Portanto, a concepção do modelo discreto de estruturas reticuladas é um dos principais assuntos tratados neste trabalho.

Martha (2010) afirma que de uma forma geral, os métodos de análise utilizam um conjunto de variáveis ou parâmetros para representar o comportamento de uma estrutura. Nesse nível de abstração, o comportamento analítico do modelo estrutural é substituído por um comportamento discreto, em que soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros adotados. A passagem do modelo matemático para o modelo discreto é denominada discretização.

O quarto modelo está intimamente relacionado com a utilização do computador como ferramenta extremamente sofisticada na análise de estrutura. Segundo Martha (2010), “desde a década de 1960 o computador tem sido utilizado na análise estrutural, embora inicialmente somente nos institutos de pesquisa e universidades. Nos anos setenta essa utilização passou a ser corriqueira, e nos anos oitenta e noventa, com a criação de programas gráficos interativos, a análise estrutural passou a ser feita com uso de computador em praticamente todos os escritórios de cálculo estrutural e empresas de consultoria”.

Martha (2010) afirma que a análise de estruturas pode ser vista atualmente através de simulação computacional do comportamento de estruturas. É importante ter em mente que



não se concebe atualmente executar as tarefas de análise estrutural, mesmo para o caso de estruturas reticuladas, sem o uso de computador e de Computação Gráfica.

Em suma, a fase de análise é normalmente a maior parte do processo e engloba muitos e diferentes aspectos: Geralmente constrói-se um modelo matemático idealizado em geral, geometricamente perfeito, impõem-se carregamentos e outros efeitos ambientais, e depois se verifica o resultado através da análise para todos os estágios de carga. Para algumas estruturas a análise matemática-numérica é suplementada ou complementada por uma análise física com modelos reduzidos do protótipo da estrutura.

Em qualquer caso, a análise estrutural tem como alvo propiciar o necessário entendimento e apreciação do comportamento da estrutura e comparar o desempenho esperado com os requerimentos de projeto e prescrições de normas.

## **2.4 MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL**

Os métodos de análise estrutural, para efeito prático, podem ser divididos em três grupos: métodos analíticos, métodos numéricos e métodos experimentais. As limitações impostas pelos métodos analíticos são bem conhecidas, mas em geral, para estruturas complexas os métodos analíticos não podem ser usados, e os métodos numéricos e experimentais devem ser invariavelmente empregados. Os dois métodos clássicos, o da flexibilidade e o da rigidez normalmente são empregados no ambiente acadêmico em estruturas com grande número de redundante estática. Além de proporcionar a aplicabilidade de teoremas, os métodos podem ser automatizados, principalmente o da rigidez.

Os métodos numéricos de análise estrutural podem ser subdivididos em dois tipos: os de soluções numéricas de equações diferenciais para deslocamentos ou tensões, e os métodos matriciais, baseados na idealização discreta, em elementos estruturais.

No primeiro tipo, as equações de elasticidade são resolvidas para uma configuração estrutural particular, tanto por técnicas de diferenças finitas quanto pela integração numérica direta. Nesta abordagem a análise é baseada na aproximação matemática de equações diferenciais. Limitações de ordem prática, porém, restringem sua aplicação a estruturas simples ou particulares. Apesar de várias operações em diferenças finitas e integração

numérica envolverem a álgebra matricial, a apresentação matricial não é essencial na formulação da análise.

Segundo Przemieniecki (1985), os métodos de análise estrutural podem ser organizados conforme organograma mostrado na Figura 13.

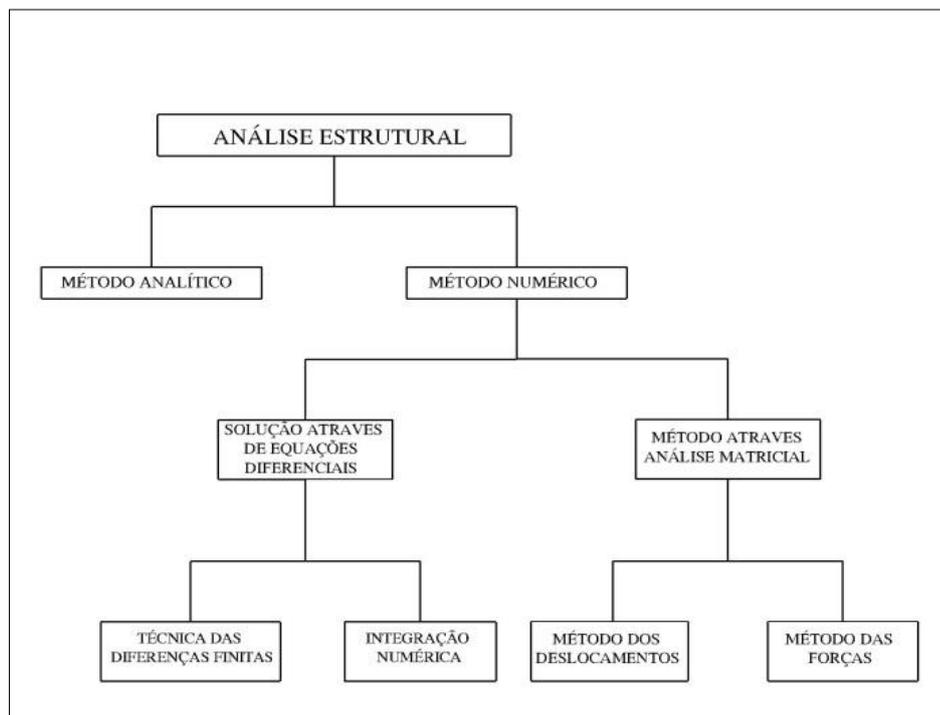


Figura13 - Organograma do Método de Análise Estrutural.  
Fonte: Przemieniecki (1968) Adaptado.

Os *softwares* de análise estrutural, assim como os de dimensionamento de estruturas existentes no mercado, são desenvolvidos com o intuito de determinar os deslocamentos nodais dos elementos gerados das malhas, discretizados das estruturas e, como consequência, os esforços, tensões e deformações correspondentes.

Neste contexto, e tendo em vista possibilitar aos projetistas de estruturas de aço ou mesmo de outros materiais o acesso a interessantes ferramentas de análise, o presente trabalho tem por objetivo a determinação de deslocamentos e tensões em barras de aço quando tensionadas.

### 2.4.1 Modelo matemático analítico

Os modelos analíticos têm a principal vantagem de apresentarem uma equação fechada para o problema, tornando assim mais simples de serem calculados. Mesmo assim a solução de sistemas estruturais complexos leva a formulação de equações diferenciais complexas baseadas na teoria de elasticidade, significando que o modelo analítico tem suas limitações. As ferramentas analíticas proporcionam bons resultados enquanto são válidas suas premissas.

Neste capítulo faz-se um estudo das barras tracionadas submetidas a cargas uniformemente distribuídas perpendiculares ao seu eixo longitudinal com restrições nas duas extremidades. No primeiro momento faz-se uma análise do sistema estático da barra através do Processo Analítico e posteriormente através do Método dos Deslocamentos.

Conforme já mencionado, o estudo do comportamento das barras através do Processo Analítico envolve a resolução de equações diferenciais onde as soluções, em alguns casos, são resolvidas por aproximações. Na sequência a análise estática da barra é realizada através do Método dos Deslocamentos. Neste Método procede-se uma discretização da barra em segmentos de reta interligados através de pontos nodais, nos quais se imagina a aplicação das cargas equivalente das ações atuantes no sistema, conforme Figura 14.

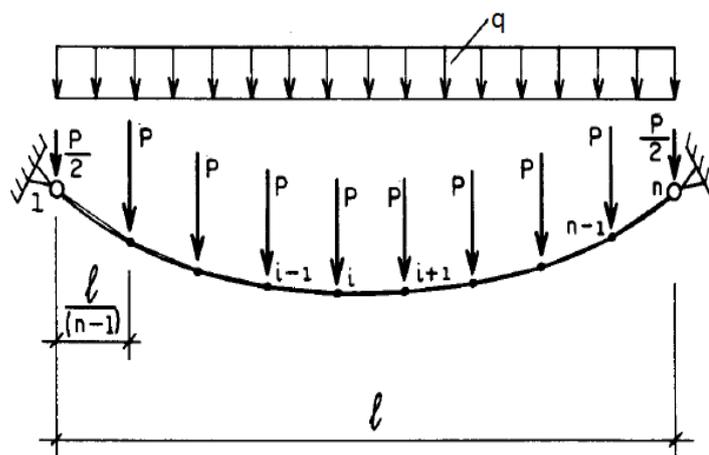


Figura14 – Sistema com carga nodal equivalente  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado



As ações consideradas para o estudo destes dois métodos de análise são os carregamentos uniformemente distribuídos em toda a extensão da barra, a variação de temperatura e o deslocamento dos seus apoios. Como as ações são conhecidas, busca-se através destes dois Métodos a determinação dos esforços e deslocamento máximo das barras.

#### 2.4.1.1 Processo analítico

No processo analítico a barra é estudada a partir de equações diferenciais que relacionam tensões, deformações e deslocamentos.

As expressões obtidas a partir das equações desenvolvidas permitem analisar a barra solicitada por diversos tipos de carregamento. Neste processo, a princípio considerou-se apenas uma barra com carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão central. Apenas como complementar das equações é mostrado também os efeitos das variações de temperatura e dos deslocamentos de apoio.

Algumas premissas são consideradas neste processo. Admite-se a barra trabalhando no regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal da barra de seção transversal que neste caso pode ser considerado com um fio.

#### 2.4.1.2 Equações básicas do elemento de cabos adaptadas às barras

Para este caso específico considera-se a dedução das equações que determinam o comportamento estático das barras de pequeno diâmetro como de fios livremente suspensos.

**Equações de Equilíbrio** - Na sequência de equações, as condições de equilíbrio do elemento de barra são atendidas nas posições, inicial e final.

**Elemento de Barra na Posição Inicial** - As equações de equilíbrio estático de forças e momentos para um elemento de comprimento inicial  $dS$ , mostrado Figura 15 são:

$$Vdx - Hdy - qdx \frac{(dx)}{2} = 0 \quad \text{Eq. 01}$$

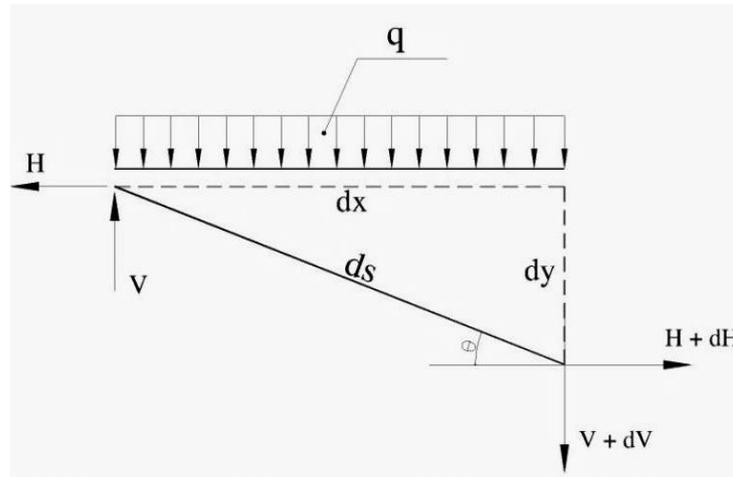


Figura15 - Elemento de barra na posição inicial  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

**Elemento de Barra na Posição Final** - Semelhante às condições de equilíbrio citadas anteriormente, as equações para um elemento de comprimento final  $d\bar{s}$ , Figura 16, são:

$$\bar{V}(dx + du) - \bar{H}(dy + dv) - \bar{q} \frac{(dx + du)^2}{2} = 0 \quad \text{Eq. 2}$$

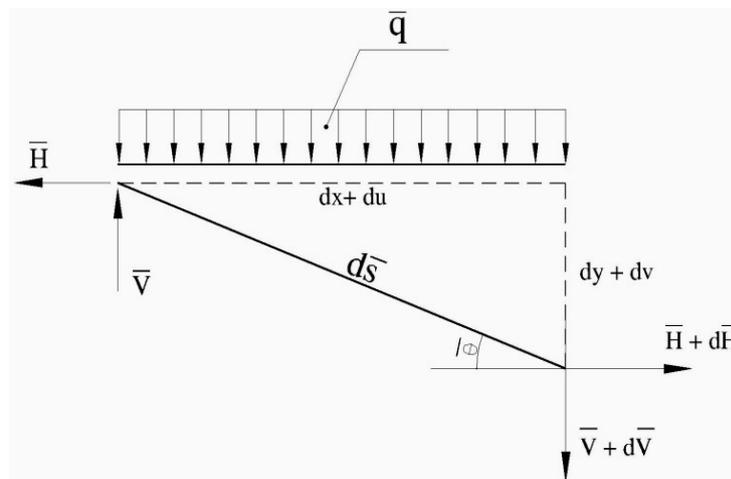


Figura 16 – Elemento de barra na posição final.  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

**Relação entre Deformações e Deslocamentos** - Os comprimentos  $ds$  e  $d\bar{s}$ , Figura 17, podem ser expressos por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad \text{Eq. 03}$$

$$d\bar{s}^2 = (dx + du)^2 + (dy + dv)^2 = 0 \quad \text{Eq. 04}$$

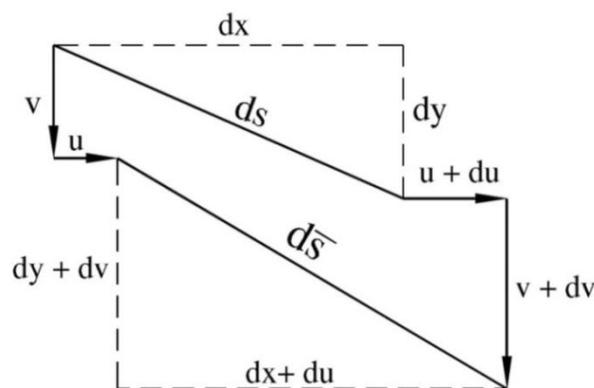


Figura 17 – Elemento de barra na posição inicial e final.  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

**Relação entre Esforços e Deformações** - A Figura 18 mostra um elemento de barra de comprimento inicial  $ds$ , comprimento final  $d\bar{s}$  e comprimento de referência (sem deformação)  $ds_0$ .

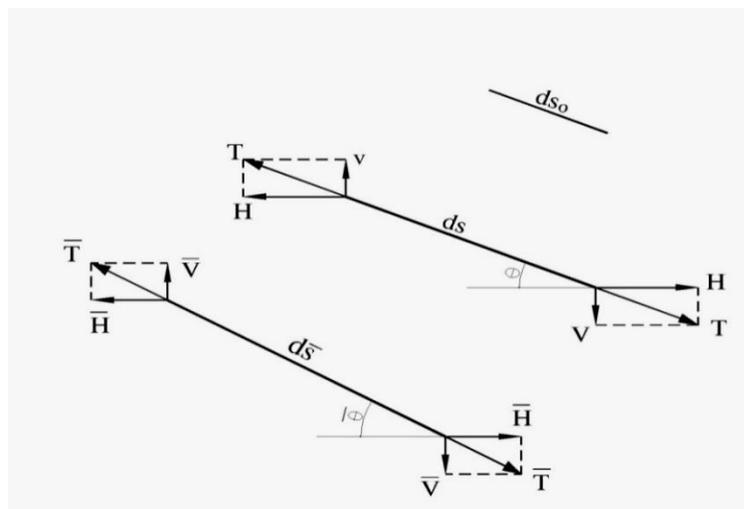


Figura 18 – Elemento de barra na posição inicial e final  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

De acordo com a lei de Hooke, podem-se escrever da seguinte forma as equações que relacionam tensões e deformações:

$$\sigma = \frac{T}{A} = E \frac{ds - ds_0}{ds_0} \quad \text{Eq. 05}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{T}}{A} = E \frac{d\bar{s} - ds_0}{ds_0} \quad \text{Eq. 06}$$

**Configuração Inicial de Equilíbrio** - Seja a barra livremente suspensa esquematizada na Figura 19.

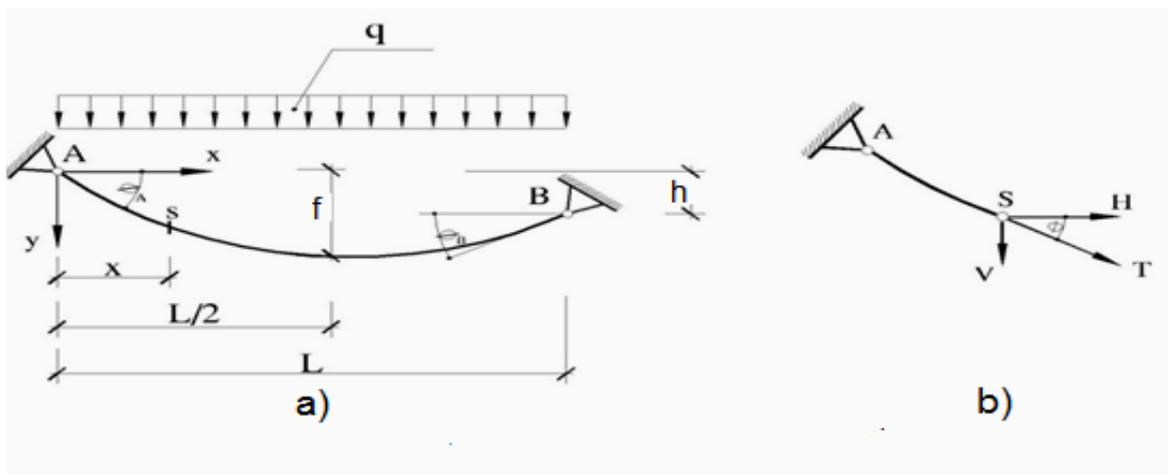


Figura 19 - Barra na posição inicial de equilíbrio: a) visão geral; b) esforço na seção  $s$   
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

Combinando-se as equações (01), (02), (03) obtém-se como resultado a equação diferencial que descreve a configuração inicial de equilíbrio da barra.

$$y'' = -\frac{q}{H} \quad \text{Eq. 07}$$

Integrando-se duas vezes a equação (07), têm-se:

$$y = -\frac{q}{2H} x^2 + ax + b \quad \text{Eq. 08}$$

Estabelecendo as condições de contorno através das coordenadas x e y nos pontos A e B; determinam-se as constantes de integração:

Introduzindo-se estas duas constantes de integração nas equações(08),determina-se a equação que caracteriza a curva da barra, equação (09).

$$y = -\frac{q}{2H} x^2 + \left(\frac{qL}{2H} + \frac{h}{L}\right)x \quad \text{Eq. 09}$$

A primeira integral da equação (07) permite determinar o ângulo que a tangente à curva da barra faz com o eixo das abscissas. Já a equação (09) fornece a ordenada dos pontos da barra em relação ao mesmo eixo x.

Considerando-se as equações anteriores podem-se obter todos os parâmetros que definem a configuração de equilíbrio da barra. Assim, determinam-se a força horizontal **H** (considerada constante ao longo da barra), a força de tração **T**, o comprimento da barra **S** e, também os ângulos  $\Theta_A$  e  $\Theta_B$ .

A força horizontal H pode ser obtida ou em função do ângulo  $\Theta_A$  ou em função da flecha da barra.

Quando se conhece o ângulo  $\Theta_A$ , da primeira integração da equação (07)e fazendo x = 0 e  $y' = Tg \Theta_A$ , obtém-se:

$$H = \frac{qL^2}{2(L.tg \theta_A - h)} \quad \text{Eq. 10}$$

Se a flecha da barra é conhecida, pode-se utilizar a equação (09), fazendo  $x = L/2$  e  $y = f$ , obtém-se:

$$H = \frac{qL^2}{4(2f - h)} \quad \text{Eq. 11}$$

A força de tração  $T$ , variável ao longo da barra, pode ser calculada, tendo em vista que  $y'$  fora determinado, obtém-se:

$$T = H \sqrt{1 + \left[ -\frac{q}{H}x + \left( \frac{qL}{2H} + \frac{h}{L} \right) \right]^2} \quad \text{Eq. 12}$$

As forças de tração  $T_A$  e  $T_B$  que surgem nos pontos de suspensão podem ser calculadas por (12) fazendo-se  $x = 0$  e  $x = L$  respectivamente.

O comprimento da barra é dado pela expressão resultante da integração, ao longo do vão.

Onde com boa aproximação, obtém-se:

$$S = \int_0^L \left( 1 + \frac{y^2}{2} \right) dx = L \left[ 1 + \left( \frac{q}{H} \right)^2 \frac{L^2}{24} + \frac{h^2}{2L^2} \right] \quad \text{Eq. 13}$$

**Configuração Final de Equilíbrio** - Estando definida a posição de equilíbrio da barra para o carregamento inicial  $p$ , pode-se analisar a deformação da barra sob o carregamento final, isto é,  $\bar{p} = q + \Delta q$ , conforme Figura 20.

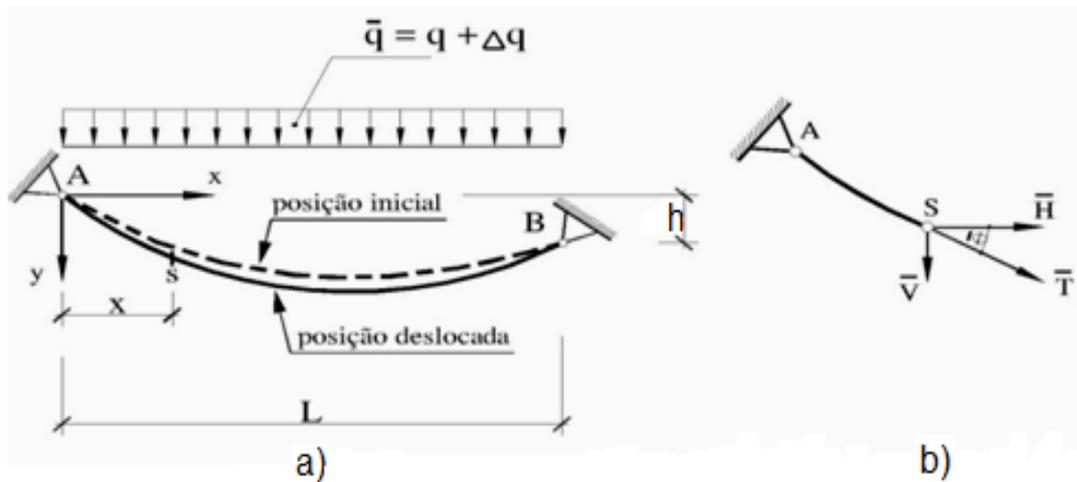


Figura 20 – Barra: a) na posição final de equilíbrio; b) esforço na seção s.  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

Da equação 02 e após algumas combinações, obtém-se:

$$y' + v' = \left[ -\frac{\bar{q}}{H} \int (1 + u') dx + k_1 \right] (1 + u') \quad \text{Eq. 14}$$

Fazendo-se aproximações  $(1 + u') \cong 1$  na equação na equação anterior, tem-se:

$$v' = -\frac{\bar{q}}{H} x + k_1 - y' \quad \text{Eq. 15}$$

Introduzindo-se a derivada de (08) em (15), integrando-se a equação resultante e estabelecendo-se as condições de contorno, isto é, fazendo-se  $v = v_A$  para  $x = 0$  e  $v = v_B$  para  $x = L$  na equação anterior, calculam-se as constantes  $k_1$  e  $k_2$  e portanto: obtém-se:

$$v = \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{x^2}{2} + \left[ \frac{v_B - v_A}{L} - \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{L}{2} \right] x + v_A \quad \text{Eq. 16}$$

Considerando-se as equações (05) e (06) e tendo os valores de  $\cos \theta$  e  $\cos \bar{\theta}$  obtidos através das configurações mostradas nas Figuras 18, 19 e 21. Fazendo-se  $(1 + u')$  aproximadamente igual a 1 (um) e outras considerações pertinentes, obtém-se como resultado o seguinte:

$$u' = \left( \frac{\bar{H}}{EA + H\sqrt{1 + y'^2}} - 1 \right) \left( y'v' + \frac{v'^2}{2} \right) + \bar{H} \frac{\left( y'^3 v' + \frac{y'^2 v'^2}{2} \right)}{EA + H\sqrt{1 + y'^2}} + (\bar{H} - H) f_{1(x)} + f_{2(x)} \quad \text{Eq. 17}$$

Nesta equação,  $f_{1(x)}$  e  $f_{2(x)}$  se expressam por:

$$f_{1(x)} = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{EA + H\sqrt{1 + y'^2}} \quad \text{Eq. 18}$$

$$f_{2(x)} = \alpha \Delta t (1 + y'^2) \quad \text{Eq. 19}$$

Fazendo-se, ainda mais uma aproximação tem-se:

$$EA + H\sqrt{1 + y'^2} \cong EA + H \quad \text{Eq. 24}$$

Nos termos da equação (17) que após esta aproximação ficam na forma polinomial e integrando-se a equação resultante, após substituição das equações (18), (19) e (24), obtém-se o valor da expressão  $u$ .



UFAM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA



$$u = \left( \frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int y'v'dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int v'^2 dx + \frac{\bar{H}}{EA + H} \int y'^3 v'dx +$$
$$+ \frac{\bar{H}}{2(EA + H)} \int y'^2 v'^2 dx + (\bar{H} - H) \int f_{1(x)} dx + \int f_{2(x)} dx + K_3 \quad \text{Eq. 25}$$

Com a resolução das integrais da equação anterior e imposições das condições de contorno,  $u = u_A$  para  $x = 0$  e  $u = u_B$  para  $x = L$ , obtém-se:  $k_3 = u_A$

$$\alpha_1 \bar{H}^3 + \beta_1 \bar{H}^2 + \gamma_1 \bar{H} + \delta_1 = 0 \quad \text{Eq. 26}$$

Os coeficientes da equação cúbica (26) são números reais que dependem da posição inicial de equilíbrio da barra, do seu módulo de elasticidade, da área de sua seção transversal, do seu carregamento final e dos deslocamentos de seus apoios. E podem ser escritos da seguinte maneira:

$$F_1 = \alpha \Delta t \left[ \left( \frac{q}{H} \right)^2 \frac{L^3}{3} - a \left( \frac{q}{H} \right) L^2 + (1 + a^2) L \right] \quad \text{Eq. 27}$$

Calculada a raiz real positiva da equação, o esforço horizontal final na barra, pode-se determinar todas as outras grandezas relativas à configuração final de equilíbrio da barra.

## 2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Conforme já mencionado anteriormente, os coeficientes da equação (26) dependem da posição inicial de equilíbrio da barra, da área de sua seção transversal, do seu módulo de elasticidade, do seu carregamento final e dos deslocamentos  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $v_A$  e  $v_B$  de seus apoios.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA



Mediante determinado carregamento final, para realizar o cálculo desses deslocamentos é necessário conhecer a rigidez da estrutura de sustentação e a ação atuante nesta estrutura. Portanto é preciso conhecer também a configuração final de equilíbrio da barra.

Neste caso para a solução da indeterminação, utiliza-se o processo iterativo visto que, os deslocamentos dos apoios dependem da configuração final de equilíbrio das barras e este equilíbrio depende dos apoios, os quais consistem nos seguintes procedimentos: Arbitram-se os deslocamentos dos apoios, determina-se  $\bar{H}e$  em seguida calculam-se os novos deslocamentos. O processo iterativo finaliza quando a diferença entre os deslocamentos dos apoios de uma interação para o seguinte fica dentro de uma tolerância preestabelecida.

### 3 PROCESSOS DOS DESLOCAMENTOS

Os deslocamentos e esforços originados nas barras livremente suspensas, devido às cargas aplicadas, são determinados discretizando-os em segmentos retilíneos ligados entre si por pontos nodais, onde se supõem aplicadas as ações. Utiliza-se a matriz de rigidez tangente que relaciona para a estrutura acréscimos de carregamentos com acréscimos de deslocamentos. Como hipótese, admite-se regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal da barra.

#### 3.1 SISTEMAS DE COORDENADAS

Na Figura 21 os eixos  $x$  e  $y$  são os de referência nos quais se escrevem as coordenadas do elemento e da estrutura.

Neste caso, utiliza-se um referencial na configuração inicial onde são medidos os deslocamentos dos nós.

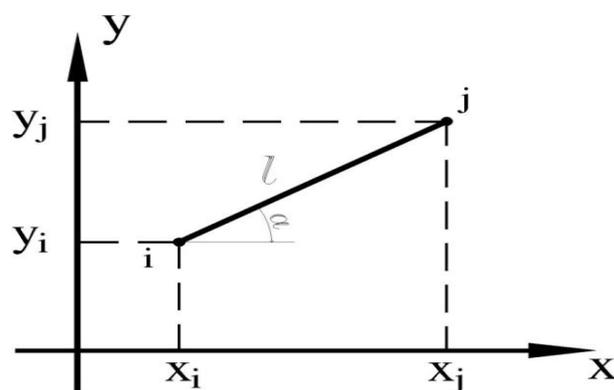


Figura 21 – Representação de barra em um sistema de coordenadas.  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

### 3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE DO ELEMENTO

Considerando o elemento de barra de eixo retilíneo, comprimento de referência  $(s_0)_{i,j}$ , comprimento inicial  $l_{i,j}$ , comprimento genérico  $(l + d\ell)_{i,j}$ , comprimento final  $(l + \Delta\ell)_{i,j}$ , e extremidade  $i$  e  $j$  definida pelos vetores-posição  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_j$ , Figura 22a e 22b.

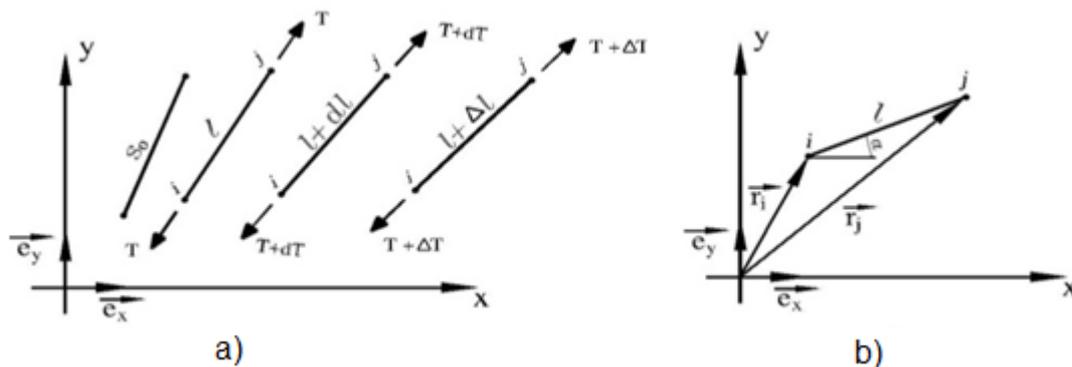


Figura 22 – Sistemas de Coordenadas. a) coordenadas para situações distintas; b) coordenadas para vetores-posição.

Fonte: Oliveira (1995) adaptado

O módulo do vetor  $\Delta\vec{r}_{i,j} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$  é  $l_{ji} - l_{ij}$ , então, o versor na direção  $(i,j)$  pode ser posto na forma padrão:

Sendo  $\vec{T}_{i,j}$  a força de tração atuante no elemento e  $T_{i,j}$  igual à  $T_{j,i}$  cujo valor é o seu módulo. Diferenciando a força em função das variáveis  $\Delta\bar{r}$ ,  $\ell$  e  $T$ , obtém-se o seguinte:.

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} d\Delta\vec{r} + \frac{\Delta\vec{r}}{l} \left[ dT - \left( \frac{T d\ell}{l} \right) \right] \quad \text{Eq. 28}$$

Considerando-se a hipótese que o material tenha um comportamento elástico-linear e comportando-se dentro da lei de Hooke e sendo  $A$  área da seção transversal e  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal, têm-se para a barra em estudo, após determinados arranjos a seguinte equação:

$$dT = (EA + T) \frac{dl}{l} \quad \text{Eq. 29}$$

Combinando-se as equações (29) e (28) resulta a equação vetorial que dá origem a matriz de rigidez tangente do elemento de barra.

Sabendo-se que a rigidez tangencial é a:

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} d(\Delta\vec{r}) + \left( \frac{EA}{l} \frac{dl}{l} \right) \Delta\vec{r} \quad \text{Eq. 30}$$

Com o auxílio da Figura 23, escreve-se: os vetores  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_j$  e que as bases  $\vec{e}_x$  e  $\vec{e}_y$  do espaço vetorial são constantes, portanto os diferenciais totais de  $\Delta\vec{r}$  e  $l$ .

Escrevendo-se a equação (30) em função das coordenadas  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_j$  e  $y_j$  e dos deslocamentos diferenciados  $dx_i$ ,  $dy_i$ ,  $dx_j$  e  $dy_j$ , tem-se:

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} [(dx_j - dx_i) \vec{e}_x + (dy_j - dy_i) \vec{e}_y] + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(dx_j - dx_i) + (y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{l^2} \right] [(x_j - x_i) \vec{e}_x + (y_j - y_i) \vec{e}_y] \quad \text{Eq. 31}$$

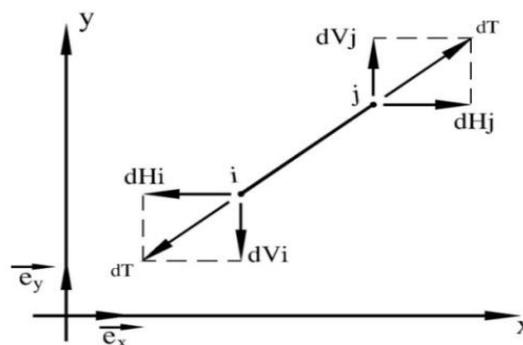


Figura 23 – Elemento de barra e os esforços atuantes  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

As forças  $dH_j, dV_j, dH_i$  e  $dV_i$ , componentes de  $dT$ , aplicadas às extremidades do elemento, dadas por:

$$dH_j = d\vec{T} \cdot \vec{e}_x = \frac{T}{l}(dx_j - dx_i) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)^2 (dx_j - dx_i)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 32}$$

$$dV_j = d\vec{T} \cdot \vec{e}_y = \frac{T}{l}(dy_j - dy_i) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_j - dx_i)}{l^2} + \frac{(y_j - y_i)^2 (dy_j - dy_i)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 33}$$

$$dH_i = d\vec{T} \cdot (-\vec{e}_x) = \frac{T}{l}(dx_i - dx_j) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)^2 (dx_i - dx_j)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dy_i - dy_j)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 34}$$

$$dV_i = d\vec{T} \cdot (-\vec{e}_y) = \frac{T}{l}(dy_i - dy_j) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_i - dx_j)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)^2 (dy_i - dy_j)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 35}$$

Utilizando-se as equações acima podem-se escrever as relações geométricas para determinar  $\cos \alpha$  e  $\sin \alpha$

Combinando-se as equações (32), (33), (34) e (35) juntamente com as relações geométricas, obtém-se o sistema de equações na forma matricial mostrada a seguir.

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = \left( \frac{T}{l} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left( \frac{EA}{l} \right) \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & -\sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 36}$$

O sistema na sua forma compacta configura-se da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = [K_\tau] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} = [K_\sigma + K_\varepsilon] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 37}$$



O procedimento das deduções realizadas mostra a matriz tangente  $K_T$  escrita em função da matriz geométrica  $K_G$  e da matriz elástica  $K_E$ .

É importante salientar que a matriz de rigidez da estrutura é determinada a partir das contribuições de todos os elementos constituintes.

### 3.3 RESOLUÇÃO ATRAVÉS DO PROCESSO INTERATIVO

No procedimento de resolução para uma interação genérica monta-se a matriz de rigidez da estrutura, calculam-se os deslocamentos nodais gerados por forças desequilibradas, determinam-se as forças que surgem nas barras e verifica-se o equilíbrio dos nós da estrutura. Na primeira interação a matriz é a da estrutura em sua configuração inicial e as forças desequilibradas são as ações aplicadas na estrutura; em cada interação, seguinte à primeira, a matriz de rigidez e as forças desequilibradas são sempre as da interação anterior; o processo chega ao fim quando se constata, de acordo com as previsões previamente estabelecidas, o equilíbrio de todos os nós da estrutura.

Segundo Soriano (2005), a matriz de rigidez tangente representa uma força generalizada no deslocamento generalizado da primeira derivada, portanto, a matriz de rigidez tangente pode ser interpretada como um “propagador” de deslocamentos ao longo do sistema estrutural. A partir desses deslocamentos determinam-se as deformações e, com aplicação da equação constitutiva do material, os esforços internos que podem ou não equilibrar as ações externas. Quando equilibram, o processo atinge a convergência. Quando não, há a necessidade de se corrigir deslocamentos e retornar todo o procedimento até que a convergência se concretize.

Quando, com pequenas variações dos deslocamentos, têm-se grandes variações nos esforços internos deve-se aplicar o carregamento em parcelas e para cada uma destas o processo interativo descrito respectivamente.



### **3.4 MODELOS NUMÉRICOS**

Nos modelos numéricos os objetivos são os mesmos dos analíticos, tais como determinação de flechas, deformações e tensões, etc. Apenas muda-se a forma de abordar o problema.

Nestes modelos, no lugar de uma função para definir o comportamento mecânico do sistema, seja reticulado ou não, tem-se uma discretização deste em elementos menores cujo número seja suficiente e limitado para representar mais precisamente o elemento como um todo. Assim o grau de discretização assume um papel relevante e importante na precisão do resultado almejado.

Os métodos numéricos consistem basicamente na subdivisão da estrutura a ser analisada em elementos convenientemente idealizados. A estrutura é subdividida em pequenos elementos discretos que são conectados uns aos outros através dos nós formando a estrutura global. É mais fácil se obter a resposta ao carregamento aplicado a um elemento individual do que a análise da estrutura como um todo. A resposta estrutural torna-se então a soma das respostas individuais para carregamentos e deslocamentos externamente aplicados.

Como modelo numérico de barras ou mesmo de cabos, identifica-se basicamente, dois modelos para equacionar o comportamento da estrutura:

- a) método dos elementos finitos;
- b) modelagem por elementos discretos e método implícito.

#### **3.4.1 Modelagem por Elementos Finitos**

O Método dos Elementos Finitos (MEF) mostra-se uma excelente ferramenta para a análise do comportamento dos materiais empregados em projetos estruturais, assim como na avaliação do desempenho mecânico dessas estruturas. Historicamente, o MEF surgiu em 1955, como evolução da análise matricial de modelos reticulados, motivado pelo advento do computador e elaborado com o intuito de projetar estruturas de modelos contínuos.

O MEF é tido como uma técnica de gerar funções de aproximação que podem ser utilizadas para interpolar deslocamentos, esforços, tensões e deformações ao longo do domínio do elemento. Para a resolução de problemas estruturais segundo o MEF, as funções de forma podem ser aplicadas diretamente à sua equação diferencial (Resíduos Ponderados) ou a princípios energéticos, tais como o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV).

O deslocamento, em problemas estruturais elásticos, é considerado como incógnita fundamental e é obtido por intermédio da resolução de um sistema de equações lineares, assim como expressa a Equação (1). A montagem do referido sistema se dá em função da disposição da malha e, conseqüentemente, dos nós dos elementos finitos na estrutura, cuja equação é representada da seguinte maneira:

$$[K_T] \{U\} = \{F\} \quad \text{Eq. 38}$$

onde:

$[K_T]$  - Matriz de Rigidez da estrutura;

$\{U\}$  - Vetor de deslocamento nodais da estrutura;

$\{F\}$  - Vetor das forças equivalentes nodais da estrutura;

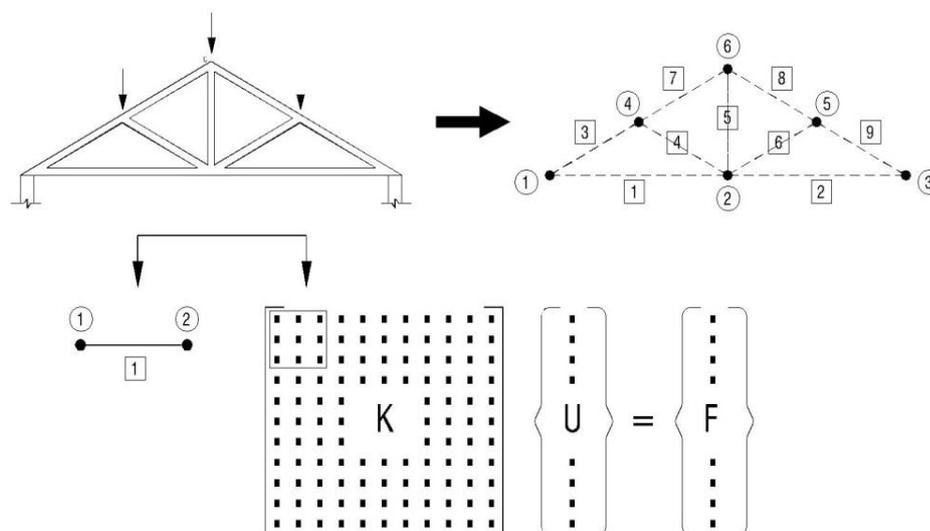


Figura 24- Exemplo de discretização de uma malha de elementos finitos em uma treliça.  
Fonte: Adaptado de Soriano (2005)



No método que usa elementos finitos, a formulação deve permitir que os nós sofram grandes deslocamentos e os elementos sofram grandes deslocamentos e, além disso, esses elementos podem ser constituídos de material elástico plástico. A análise estática da estrutura deve ser através de carregamento incremental, monótono e estritamente crescente, proporcional ou não, até o ponto de interesse. A solução do problema exige um procedimento incremental-iterativo.

Ao contrário de outros métodos, o MEF só tem utilidade prática se se dispuser de um computador. Este requisito é devido à grande quantidade de cálculos que é necessário a ser realizado, nomeadamente na resolução de grandes sistemas de equações lineares. Assim se compreende que o rápido desenvolvimento do MEF tenha praticamente coincido com a generalização da utilização de computadores. Com a proliferação de microcomputadores ocorrida no final da década de 80 e na década de 90, o MEF chega finalmente às mãos da generalidade dos projetistas de estruturas.

Desta forma, para ser viável, o uso do Método dos Elementos Finitos exige rotina em computador. Assim a análise de barras e cabos suspensos levará em consideração os efeitos dos grandes deslocamentos envolvidos e o comportamento elástico e inelástico dos elementos. A implementação computacional do elemento finito é feita usualmente através de linguagem computacional tais como C++, Pascal, Fortran, Visual Basic etc. Atualmente há diversos programas computacionais comerciais como o MD NASTRAN Desktop, SAP2000, Adina, ANSYS, Abaqusetc. para realização de análise estrutural.

### **3.4.2 Modelos Experimentais**

A engenharia estrutural utiliza-se de modelos experimentais como complemento dos métodos analíticos, devido ao fato de auxiliar no entendimento dos fenômenos que ocorrem nas estruturas, além de servir de parâmetro de verificação dos procedimentos numéricos adotados na resolução de sistemas estruturais.



## **4 COBERTURA COM TELHA PLÁSTICA DE PET RECICLADO**

Com múltiplas aplicações na produção industrial, o PET tornou-se nos últimos anos presença constante no cotidiano dos consumidores, colocando importantes desafios para o entendimento da complexa cadeia de reciclagem e das possibilidades de avanço de práticas e políticas de gestão ambiental (DIAS & TEODÓSIO, 2006).

Visando reduzir o descarte dos polímeros reciclados é conveniente que estes sejam utilizados em aplicações de longa vida útil, como pavimentação, construção civil, indústria automobilística, eletroeletrônica, etc. (SPINACÉ & DE PAOLI, 2005). Os polímeros têm sido cada vez mais solicitados na construção civil, e, de forma concomitante, a eficiência desses materiais está invadindo os projetos de edifícios, buscando substituir materiais considerados, até então, de maior nobreza como o aço, a madeira, o barro e o concreto, na execução de obras (SICHERI et. al., 2005).

Atualmente, projetistas e engenheiros trabalham com os plásticos porque eles oferecem combinações de vantagens não encontradas em outros materiais, como baixo peso específico, resiliência, resistência à deterioração por decomposição e ataque a microrganismos, resistência à corrosão, resistência mecânica, transparência, facilidade de processamento e baixo custo de manutenção. Além disso, algumas de suas propriedades podem ser melhoradas com a utilização de misturas poliméricas e adição de cargas minerais e fibras de elevado módulo de elasticidade e resistência (CANDIAN, 2007).

Constituindo o plástico mais procurado para revalorização, o PET já é muito aplicado no segmento de vestuário. Contudo, a construção civil tem ganho importantes contribuições que competem com os materiais usualmente aplicados na execução de obras. Muitos pesquisadores, empresários e fabricantes de equipamentos, têm contribuído para o avanço das pesquisas acerca desses produtos e seu efetivo emprego na construção civil.



Os materiais com destaque à construção, a partir de PET reciclado são: tubos, tintas, pisos, revestimentos, concretos com reforço de fibras, etc., bem como as telhas plásticas, principal foco de estudo desta pesquisa.

A confecção de telhas plásticas a partir de flocos de PET pós-uso já está no mercado há algum tempo, apresenta-se como um material de belo acabamento, em cores variadas, cuja leveza e praticidade são seus pontos fortes. Pesam menos de 60N/m<sup>2</sup>, o que corresponde a aproximadamente 10 vezes menos que as telhas de barro, é de fácil execução e estão livres da porosidade que acumula resíduos de sujeira. São produzidas por injeção plástica com adição de proteção anti UV para proporcionar resistência à radiação solar e evitar degradação do produto (TELHAS LEVE, 2009).

A utilização dos materiais reciclados na construção civil configura num importante canal de eliminação de resíduos urbanos e que abre um leque de estudos a serem realizados em busca de novas formas de uso para o reciclado. No entanto, para os principais recicladores do PET há muitas barreiras a serem vencidas. Para fugir do lixão e das contaminações, muitos recorrem a cooperativas e sucateiros para obter material mais fácil de descontaminar. Um pensamento comum a todos se dá pela necessidade do incentivo no princípio da cadeia, o que significa desenvolver coleta seletiva. A coleta seletiva cria fluxo de retorno de matéria-prima para a indústria de forma organizada, constante, e de materiais de qualidade (REVISTA PLÁSTICO MODERNO, 2003).

#### **4.1 POLIETILENOTEREFTALATO (PET)**

A ideia de reciclar o PET começou nos Estados Unidos e no Canadá no início dos anos 80. As garrafas eram coletadas, recicladas e usadas como enchimento de almofadas; a partir da melhoria na qualidade do PET reciclado, foram surgindo outras importantes aplicações. Hoje, é possível até reciclar o PET para o uso de embalagens multicamadas destinado ao acondicionamento de bebidas carbonatadas não alcoólicas, até então proibido, por se tratar de um resíduo sólido. Seu uso foi regulamentado pela portaria nº 987 da Secretaria de Vigilância Sanitária do Ministério da Saúde, publicada em dezembro de 1998, desde que neste tipo de embalagem, haja duas camadas feitas de plástico virgem e uma camada intermediária feita de plástico reciclado, não possibilitando o contato do reciclado com a bebida.



Atualmente, segundo Associação Brasileira da Indústria Química (ABIQUIM, 2008), três empresas são responsáveis pela fabricação da resina PET no Brasil. Em ordem de maior produção, temos: a M&G Polímeros, em Pernambuco; a M&G Fibras e Resinas, em Minas Gerais e Pernambuco; a Braskem, na Bahia, com uma produção de 450.000, 295.500 e 78.000 respectivamente, somando um total de 820.500 t/ano.

O PET é uma macromolécula linear que pode ser produzida no estado amorfo ou cristalino (PIVA & WIEBECK, 2004, p.84). Sua morfologia depende das condições de processamento, ou seja, como é conduzido o resfriamento da resina fundida. Quando ocorre o rápido resfriamento da resina PET ele é considerado amorfo, constituindo um sólido transparente com baixas propriedades físicas, baixa barreira a gases, baixa resistência mecânica com baixo módulo de elasticidade. Quando ocorre um resfriamento lento do PET, resulta em um sólido branco, opaco, frágil, com maior resistência térmica e mecânica.

Callister (2002, p. 320) descreve: “como consequência dos tamanhos e da sua frequente complexidade, as moléculas dos polímeros são, com frequência, apenas parcialmente cristalinas (ou semicristalinas), possuindo regiões cristalinas que se encontram dispersas no interior do material amorfo restante”. Desta forma podemos dizer que o PET enquadra-se na categoria dos polímeros semicristalinos.

A cristalinidade nos polímeros desempenha um papel muito importante em suas aplicações, pois quanto maior for sua cristalinidade, mais elevadas serão as propriedades de densidade, rigidez, estabilidade dimensional, resistência química, resistência à abrasão, temperatura de fusão ( $T_m$ ), temperatura vítrea ( $T_g$ ), temperatura de utilização etc. SICHIERI et al. (2005).

As propriedades dos polímeros também variam progressivamente com o peso molecular, este corresponde à medida do comprimento da cadeia de um polímero. Quando este comprimento é alterado mudam-se as propriedades finais do material o que facilita a sua moldagem quando fundido. De acordo com essa afirmação a temperatura de fusão ou amolecimento é uma das propriedades que são afetadas pela magnitude do peso molecular, quanto maior o peso molecular maior a temperatura de fusão.



A determinação da propriedade conhecida como viscosidade intrínseca do polímero também permite estimar seu peso molecular. Para o PET, o valor encontra-se em torno de 15.000 a 42.000, com valores de viscosidade intrínseca em torno de 0,65dl/g, para aplicações como suporte de filme metálico para estampagem em plásticos, fitas magnéticas para gravação, mantas para filtros industriais, embalagens de alimentos, cosméticos e produtos farmacêuticos, filmes e placas para radiografia, fotografia e reprografia, impermeabilização de superfícies, frascos para refrigerantes gaseificados, fibras têxteis, dentre outros (MANO, 1991apud MARANGON, 2004).

Há vários tipos de PET que podem ser classificados em dois grandes grupos principais: (1) Polietileno Tereftalato de baixa viscosidade intrínseca (inferior a 0,7), usado para produção de fibras e filmes; e (2) Polietileno Tereftalato de alta viscosidade intrínseca (acima de 0,7), usado para produção de chapas, embalagens sopradas (frascos, garrafas) e, plásticos de engenharia. As propriedades do PET requeridas para cada tipo de aplicação variam para cada tipo de uso, podendo-se destacar as seguintes: inflamabilidade, transparência e propriedades de barreira. MONTENEGRO et. al. (2007).

#### **4.2 A RECICLAGEM DO PET**

É possível supor que o crescente descarte de resíduos plásticos no meio ambiente é fator resultante do aumento do consumo de produtos deste material. Devido suas características e propriedades superiores quando comparadas a outras matérias-primas, os plásticos são cada vez mais utilizados pelas indústrias de transformações e estão abrangendo uma gama de produtos em setores distintos.

O contexto brasileiro mostra potenciais características de viabilidade socioeconômica e empresarial para a reciclagem de embalagens plásticas, exigindo, todavia, maior conjunção de ações governamentais, empresariais e pesquisas do setor. Principalmente por alguns entraves que acabam por limitar ou dificultar a reciclagem por conta das empresas transformadoras de embalagens descartáveis:

Ao pensar em uma embalagem, a indústria considera diferentes aspectos, como o custo da matéria-prima, as facilidades de transporte, o tempo de duração dos alimentos, o volume de perdas por adotar uma ou outra embalagem (latas amassam, vidros quebram, etc.) e a atratividade que a mesma terá ao consumidor. O destino



final dessa mesma embalagem, com raras exceções, não é pensado, pois não cabe à indústria o recolhimento da mesma após o seu consumo e sim aos serviços de coleta pública. Também não cabe à indústria pensar na complexidade da reciclagem da embalagem criada, dessa forma então é comum uma mesma embalagem de plástico, por exemplo, possuir um rótulo feito de um determinado tipo de polímero, a tampa de outro e o frasco de outro totalmente diferente. Para se reaproveitado, um único frasco necessita ser desmembrado e cada polímero seguir um caminho diferente, para processos de reciclagem totalmente distintos (LOPES, 2006, p.28).

Outra dificuldade de implantação da reciclagem dos plásticos, inclusive PET, se dá pela difícil tarefa em garantir um fornecimento contínuo de matéria-prima de boa qualidade aos compradores, como observado na maior parte dos municípios brasileiros, onde não há acesso a coleta seletiva, processo pelo qual se têm a garantia um material de melhor qualidade.

Para a limpeza do resíduo, sua reciclagem, como qualquer atividade industrial, consome água e energia apesar de apresentar menor impacto ambiental que o processo original de cada material. Há também dificuldade em separar corretamente o PET dos diversos tipos de plásticos. Entretanto, quando devidamente separadas, as embalagens PET proporcionam para a cadeia da reciclagem o segundo melhor rendimento no comércio de sucatas e o primeiro lugar no ranking dos plásticos recicláveis.

Outro fator limitante para o crescimento da reciclagem dos plásticos em geral, está na presença de muitas indústrias de pequeno porte, com pouca tecnologia associada e alta carga tributária. Apesar destes e outros gargalos encontrados, o crescimento da indústria da reciclagem vêm ocorrendo de forma considerável no Brasil.

A reciclagem de garrafas PET é uma das que mais crescem nos últimos anos. No ano de 2010 foram recolhidas 282.000 toneladas de garrafas PET pós-consumo. Em 2011 o número de garrafas PET recicladas aumentou, passando a ser de 294.000 toneladas, segundo a Associação Brasileira da Indústria do PET. ABIPET, significando um retorno de 57,1% de embalagem pós-consumo (ABIPET, 2013).

Dentre as vantagens já citadas para a reciclagem, existem outros benefícios específicos da reciclagem de plásticos, de cunho ambiental, social e econômico. CEMPRE (2002) cita: melhorias sensíveis no processo de decomposição da matéria orgânica nos aterros sanitários,



uma vez que o plástico impermeabiliza as camadas de material em decomposição, prejudicando a circulação de gases e líquidos; menor preço para o consumidor dos artefatos produzidos com plástico reciclado (em média, apresentam 30% de redução sob os de matéria-virgem); segundo Zanin & Mancini (2004) fornece mais material ao mercado, diminuindo a necessidade de importação ou mesmo favorecendo a ampliação das exportações.

As formas de reciclagem dos plásticos são muito similares, vejamos seus tipos e a forma mais usual para a reciclagem de PET. Para Spinacé & De Paoli (2005), de acordo com a Sociedade Americana de Ensaios de Materiais (ASTM), processo de reciclagem está dividido em:

1. Reciclagem primária, que consiste na conversão dos resíduos industriais por métodos de processamento padrão em produtos com características equivalentes àquelas dos produtos originais produzidos com matéria-prima virgem, por exemplo, aparas que são novamente introduzidas no processamento;
2. Reciclagem secundária consiste na conversão dos resíduos provenientes dos resíduos sólidos urbanos, ou seja, pós-consumo, por um processo ou uma combinação de processos em produtos que tenham menor exigência do que o produto obtido com matéria-prima virgem, por exemplo, reciclagem de embalagens de PP para obtenção de sacos de lixo;
3. Reciclagem terciária consiste no processo tecnológico de produção de insumos químicos ou combustíveis a partir de resíduos poliméricos;
4. Reciclagem quaternária consiste no processo tecnológico de recuperação de energia de resíduos por incineração controlada.

A reciclagem primária e a secundária são conhecidas como reciclagem mecânica ou física, o que diferencia uma da outra é que na primária utiliza-se polímero pós-industrial e na secundária, pós-consumo. A reciclagem terciária também é chamada de química e a quaternária de energética (SPINACÉ & DE PAOLI, 2005).



A reciclagem mecânica ou física de plásticos é o modo mais convencional de se recuperar o valor agregado ao PET. É talvez a mais importante forma de reciclagem por possibilitar imediata redução de volume e da massa do descarte. Contudo, desde os primórdios da indústria de plásticos, ela é responsável pela grande reciclagem industrial (primária) existente, na medida em que aproveita durante o processo, sobras do mesmo (como galhos de injeção) e peças fora de especificação, esse material pode, ainda ser empregado na linha de produção de outro produto em composição com a resina virgem, não havendo, nesse caso, perdas sensíveis de propriedades finais (ZANIN & MANCINI, 2004).

O processo de reciclagem mecânica do PET a partir de garrafas produz flocos, conhecidos também como *flakes*, ou grãos e geralmente consistem nas etapas: sistema de coleta, separação, moagem, lavagem, enxágue, secagem, aglutinação (opcional) e transformação.

O sistema de coleta em geral pode ser realizado pelo município a partir da coleta seletiva (pós-consumo) ou por projetos ambientais voluntários envolvendo a população, por indústrias (pós-industriais) e por sucateiros ou por cooperativas de catadores (pós-consumo), onde têm sua maior contribuição.

De início, a separação é essencial para um bom resultado do processo, de forma manual - através de identificação visual da simbologia contida no produto acabado - ou de forma automatizada - por diferença de densidade - são retirados outros tipos de plásticos semelhantes que acabam por contaminar a matéria-prima PET. Dentre estas contaminações, a de maior dificuldade é a separação do PVC, que possui densidade semelhante ao PET; a técnica de flotação pode ser útil para esta separação, seus resíduos no processo podem descolorir o produto ou ainda promover quebras de fios quando na produção de fibras (PIVA & WIEBECK, 2004).

A importância da separação está no fato de que o PET sofre hidrólise - responsável por pontos pretos no produto transparente na presença de impurezas como o PVC, NaOH, detergentes alcalinos, adesivos como EVA, etc. (SPINACÉ & DE PAOLI, 2005).



A etapa de moagem é fundamental, mas ao mesmo tempo custosa em termos de energia. Ela é responsável pela redução de tamanho das garrafas e resulta em flocos para uma melhor lavagem. A lavagem, por sua vez, é responsável pela limpeza do material, não deixando de ser uma separação de impurezas que podem estar presente no produto. Suas impurezas são areia, papéis, terra, matéria orgânica, e até outros plásticos, os do rótulo por exemplo. Embalagens de PET que possuam rótulos com adesivos devem ser cuidadosamente lavadas, não devendo haver traços de adesivo após a lavagem, pois sua presença contamina mesmo em quantidade ínfima, conhecida analiticamente como em traços ( $\mu\text{g/mL}$  ou ppm), tornando o reciclado descolorido e escuro (PIVA & WIEBECK, 2004).

A etapa de enxágue é utilizada somente se na lavagem usou-se a adição de produtos químicos como sabões, detergentes ou soda cáustica, com a finalidade de retirar resíduos destes materiais. Tais resíduos se não removidos degradam o material e prejudicam principalmente suas propriedades finais.

Com a finalidade de retirar a água acumulada no processo, a secagem é etapa essencial. Seu objetivo é retirar qualquer água que contribuirá para o volume do floco de PET. Essa umidade não retirada pode, a altas temperaturas, na transformação ou até mesmo na secagem, promover degradação hidrolítica (também chamada hidrólise, ou seja, quebra de cadeias por meio da ação de moléculas de água) das cadeias do plástico, resultando em propriedades inferiores para o material reciclado (ZANIN & MANCINI, 2004). A indústria estabelece como umidade tolerável na reciclagem de PET a quantidade de 4 a 5 ppm (partes por milhão), ou seja, entre 0,04% e 0,05% (ZANIN & MANCINI, 2004).

Outra etapa consiste na aglutinação dos flocos de PET. Funciona de forma a completar a secagem e preparar o material para a extrusora. É usada a técnica de aglomeração em equipamento conhecido como aglutinador, cuja finalidade é aumentar a densidade dos flocos advindo da moagem, que, por serem leves como os dos filmes plásticos, podem interromper a alimentação das extrusoras se acomodando no funil e bloqueando a descida dos flocos. O aglutinador também é utilizado para incorporação de aditivos – como cargas, pigmentos e lubrificante. A adição de cargas de reforço é uma alternativa viável, podendo melhorar as



propriedades dos polímeros reciclados e torná-los competitivos em relação aos polímeros virgens (SPINACÉ & DE PAOLI, 2005).

Segundo Zanin & Mancini (2004) nesta última etapa conhecida como transformação, os flocos, como o nome já diz, são transformados em produtos finais. Certamente a extrusão pode ser classificada como a forma de processamento mais importante para a reciclagem, na medida em que pode se constituir em um método de fabricação de produtos ou produzir grânulos de materiais reciclados. Para os autores, a granulação é a obtenção de formas semelhantes às obtidas na produção de polímeros virgens em petroquímicas.

Além da extrusão, outros procedimentos aplicam-se ao processamento de polímeros entre eles, a injeção, a rotomoldagem, a calandragem, a moldagem por compressão, a termoformagem. Podemos destacar a injeção, muito usada na indústria plástica, pela qual, o material aquecido, torna-se fundido semelhante à extrusão, e, como o êmbolo de uma injeção empurra a massa de plástico à um molde, geralmente frio por meio de circulação de água corrente. Muitas injetoras podem ser desenvolvidas para fabricar uma série de produtos, pela troca de moldes adaptáveis (ZANIN & MANCINI, 2004).

A transformação das embalagens PET em novos materiais ou produtos inclui a produção de fibras multifilamento (fabricação de cordas) e monofilamento (produção de fios de costura); a moldagem de produtos para o setor de autopeças, lâminas para termoformadores e formadores à vácuo, embalagens de detergentes; embalagens secundárias e terciárias para alimentos; tecidos, carpetes, pallets, entre outros (FORLIN & FARIA, 2002). Na construção civil, os termoplásticos em geral, inclusive o PET, contribuem de forma significativa. Seu uso é mais frequente em componentes não estruturais, para revestimento, iluminação, isolamento térmico e acústico, impermeabilização, adesivos e acessórios.

Por fim, Forlin & Faria (2002) afirmam que assim como qualquer processo industrial a reciclagem mecânica deve ser economicamente viável, requerendo, entre outros fatores, garantia de fornecimento contínuo de material reciclável, tecnologias apropriadas para os diferentes produtos e valor de comercialização para os novos produtos que compense os investimentos aplicados ao processo.



### **4.3 PESQUISAS E INOVAÇÕES NA RECICLAGEM DE PET**

Segundo Ângulo (2001), a reciclagem pela indústria da construção civil vem se consolidando como uma prática importante para a sustentabilidade, seja atenuando o impacto ambiental gerado pelo setor ou reduzindo os custos, sendo que o processo de pesquisa e desenvolvimento de novos materiais reciclados deve ser feito de forma cautelosa e criteriosa para garantir o sucesso destes produtos no mercado.

No Brasil, o Polietileno Tereftalato (PET) por ser um material considerado inerte, como as garrafas plásticas mesmo indevidamente descartadas, não causa nenhum tipo de contaminação para o solo ou lençóis freáticos. Leve, resistente e transparente, passou a ser utilizado na fabricação de diversos artefatos. Dessa forma, os estudos utilizando o PET como material alternativo na construção civil vem sendo desenvolvidos por diversas instituições no país.

Segundo Pacheco (2000), a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) através do Instituto de Macromoléculas (IMA), desenvolveu um material denominado madeira plástica, obtida a partir do lixo plástico urbano da cidade do Rio de Janeiro. Este produto pode substituir diversos materiais, principalmente a madeira natural, com inúmeras vantagens, já que pode ser serrado, aparafusado, pregado e aplainado.

Outro tipo de material desenvolvido nos Laboratórios do Centro Federal de Tecnologia do Paraná (CEFET-PR) são os blocos intertravados ISOPET, confeccionados em concreto leve com Poliestireno Expandido (EPS) reciclado e produzido a partir de garrafas plásticas recicladas.

Segundo Aguiar (2004), estes blocos apresentam grandes vantagens na execução de um projeto construtivo, pela sua leveza, facilitando o manuseio dos elementos, pelo baixo custo final da construção, melhorias no aspecto termo acústico, e, sobretudo, pôr ser um bloco ecológico, que utiliza na sua composição materiais recicláveis e não recicláveis, trazendo desta forma benefícios não só à construção civil, mas também ao meio ambiente.

Barth (2003) desenvolveu no Laboratório de Sistemas Construtivos da Universidade Federal de Santa Catarina, uma proposta onde as garrafas PET substituem os tijolos das



paredes e das vigas. Entre as propostas apresentadas no Congresso Brasileiro de Ciência e Tecnologia em Resíduos e Desenvolvimento Sustentável (2004), Guimarães & Tubino (2004), propõe que os rejeitos de garrafas PET, pneu e casca de arroz sejam reutilizados como adição em argamassa de enchimento de painéis tipo sanduíche para paredes externas de casa de madeira, visando obter melhor desempenho térmico.

Soncim et. al. (2004), propõe que o resíduo da reciclagem de PET seja usado como material alternativo na construção de reforço de subleitos de rodovias. Almeida et. al. (2004), propõe a utilização de um resíduo conhecido como areia de PET, que devido a sua granulometria (2,4 mm), ainda não tem um fim específico a não ser o aterro, em substituição à areia convencional, para preparo de concretos convencionais, observando-se a trabalhabilidade, a densidade e a resistência à compressão.

Consoli et. al. (2000) realizou estudo sobre o comportamento mecânico de uma areia cimentada reforçada com resíduos plásticos, avaliando os efeitos da inclusão de fibras de polietileno tereftalato, distribuídas aleatoriamente, no reforço de solos artificialmente cimentados, formando um compósito solo-cimento-fibra.

Goulart (2000) propôs, em estudo realizado no Departamento de Ciências dos Materiais e Metalurgia da PUC-Rio, a substituição do agregado miúdo natural (areia lavada) por flocos de plásticos diversos, para produção de artefatos de concreto pré-moldados, principalmente placas para piso.

Segundo Grimberg (2004), 63,6% dos municípios brasileiros depositam seus resíduos em lixões, a maioria com a presença de catadores, entre eles, crianças, confirmando os problemas sociais que a má gestão do lixo acarreta, além dos graves problemas de saúde pública, bem como desastres ambientais no meio urbano e rural, provocados pelo “lixo” jogados nos rios e córregos.

No Amazonas, a L.M. da Amazônia foi a primeira empresa a utilizar o Polietileno Tereftalato (PET) reciclado como insumo principal no seu processo de fabril. A marca TELHAS LEVE de PET reciclado surgiu no mercado no final da década de 90 e vem, ao longo destes anos, se firmando, principalmente na região norte.

A utilização de material reciclado como matéria-prima foi uma alternativa consciente da necessidade do abandono na utilização de recursos não renováveis, como no caso da empresa o polipropileno. Essa preocupação é refletida na forma como a empresa vem adquirindo a matéria-prima que utiliza. A L.M. da Amazônia atualmente tem sua produção sustentada pela compra de sucatas de PET (Figura 25) (pré-formas, borra e resíduos de PET) que são fornecidas pelas empresas fabricantes desse produto (refugo pós-fabricação) e principalmente da compra da coleta do PET por cooperativas e associações de catadores (uso pós-consumo), que existem em muitos bairros da cidade e vêm aumentando substancialmente. Hoje a empresa tem cadastrados mais de 28 postos de coleta em toda a cidade de Manaus.



Figura 25 – Sucata de garrafa PET.

#### 4.4 MATERIAL DA ESTRUTURA DE COBERTURA

Aço estrutural segundo a NBR 8800 é aquele produzido com base em especificação técnicas que o classifica como estrutural e estabelece a composição química e as propriedades mecânicas exigidas para tal. O aço é uma liga metálica composta principalmente de ferro, com uma pequena porcentagem de carbono – que varia de 0,002% a cerca de 2% na composição total. Para a construção civil, usam-se aços com tal teor de carbono entre 0,18% e 2,5%. Suas propriedades mais importantes são a resistência e a ductilidade.



A ideia de usar barras redondas de aço submetidas a esforço de tração em estruturas de coberturas, data do início do século passado, quando na utilização de treliças em cobertura. O elemento de barra trabalha à tração com a denominação de tirante fazendo o papel de estabilizador vertical das treliças de cobertura. O aço quando submetido à tração sofre as deformações proporcionais à tensão aplicada e outra deformação, denominada fluência, devido ao fenômeno da relaxação causada pelos rearranjos dos grãos cristalinos de sua estrutura, causando perda de tensão.

Como a relaxação do aço causa a diminuição da tensão aplicada na barra, fatalmente haverá, caso a barra esteja fixada entre duas restrições nas extremidades, um aumento do deslocamento perpendicular ao maior eixo de sua seção transversal com o decorrer de determinado período de tempo contribuindo para um aumento da flecha.

As barras de aço redondas empregadas nas estruturas de coberturas são utilizadas para resistir apenas a esforços axiais, neste caso a necessidade é apenas de se conhecer suas propriedades sob o estado de tensão uniaxial. Essas propriedades são totalmente dependentes do processo de fabricação do aço, podendo ser a quente ou a frio. No caso de laminação à quente, os aços obtidos apresentam um diagrama tensão-deformação com patamar de escoamento bem definido, conforme mostrado na Figura 26.

Quanto aos aços obtidos através do tratamento a frio não apresentam o conhecido patamar de convencional no diagrama tensão-deformação. As obtenções das principais propriedades do aço são através de ensaios uniaxiais de tração.

Geralmente os modelos de ensaio utilizados para representar o comportamento do aço são iguais para a tração e compressão. O comportamento da curva durante o ensaio é caracterizada por duas fases principais, ou seja, a elástica e a plástica. Estas fases são função da intensidade da tensão de tração. Em um determinado intervalo de tensão o aço tem um comportamento elástico. O limite superior deste comportamento é o final da fase elástica e início da plástica. Este limite é caracterizado pela tensão de escoamento, cujo valor é que identifica o tipo de aço, conforme a NBR 8800. No início da deformação plástica o material começa a perder sua ductilidade devido ao desarranjo de sua estrutura interna. Durante o escoamento o aço vai perdendo sua rigidez conforme Figura 26b.

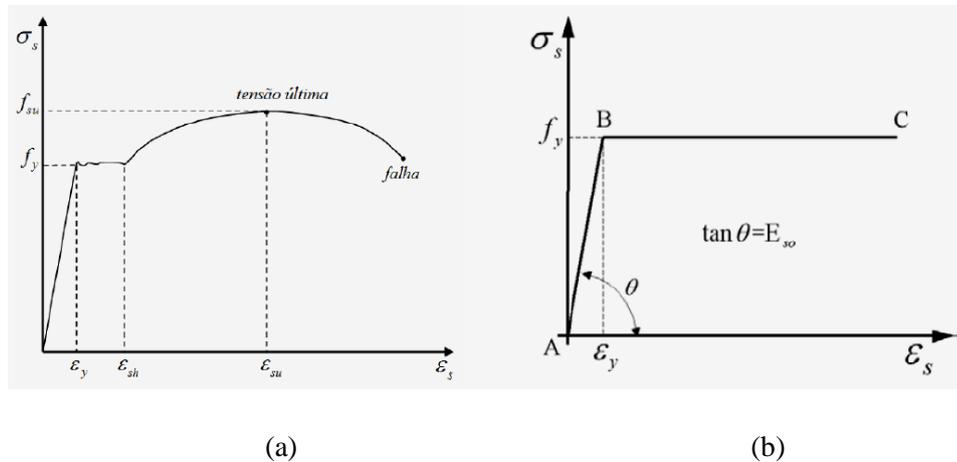


Figura 26 – Diagrama de tensão-deformação do aço – (a) aço por laminação a quente e (b) modelo constitutivo para o aço.  
Fonte: Bono 2008

Este trabalho analisa o aço na sua fase linear, isto é, na região elástica. Considerando para efeito de dimensionamento a tensão de escoamento ( $f_y$ ), enquanto em determinadas regiões dos elementos metálicos e em parafusos e soldas trabalha-se com a tensão de ruptura ( $f_u$ ).

#### 4.5 COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS DEVIDO ÀS CIRCUNSTÂNCIAS AMBIENTAIS.

As barras tracionadas certamente sofrerão o fenômeno da fluência durante determinado período, independente de estarem submetidas a uma tensão constante ou variável. Devido à fluência com o passar do tempo a tensão diminui gradualmente até se estabilizar em um determinado valor constante. Neste caso as barras apresentam o fenômeno da relaxação.

A fluência é mais acentuada em ambientes de alta temperatura. No caso específico da cobertura, as barras sofrem variações periódicas de temperatura devido à aproximação com o ambiente externo de alta incidência solar, tendo apenas a telha plástica como interface. Em alguns casos a tensão normal máxima sofre uma diminuição acentuada quando a temperatura sofre uma variação de 10°C para 50°C (GERE, 2010).



Com o uso de plástico reciclado na fabricação das telhas, conseqüentemente no projeto de cobertura, é importante notar que as propriedades físicas e mecânicas são afetadas de maneira acentuada devido às mudanças de temperatura e com o transcorrer do tempo. Um elemento plástico submetido a um determinado carregamento pode se deformar gradualmente durante o tempo de uso até não ser mais utilizável (GERE, 2010).

## 4.6 O SISTEMA DE COBERTURA ECOLÓGICA PROPOSTO

### 4.6.1 Conceitos de Cobertura

A cobertura é um subsistema inspirado no modelo “*tensegrity*”. Propõe-se um modelo alternativo para com as coberturas tradicionais contrapondo às treliças com uma água.

Neste trabalho serão apresentados os principais conceitos relacionados às coberturas em telhados. Neste trabalho o telhado é caracterizado como sendo um revestimento descontínuo constituído de materiais capazes de prover estanqueidade à água de chuva, repousados ou fixados sobre uma estruturação leve.

**Partes Constituintes** - Aspartes constituintes das coberturas em telhados e suas funções principais são assim:

- a) Telhamento: constituído por telhas de diversos materiais (cerâmica, fibrocimento, concreto, metálica e outros) e dimensões, tendo a função de vedação;
- b) Trama: constituída geralmente por terças, caibros e ripas, tendo como função a sustentação das telhas, quando da estrutura em madeira. Para estruturas metálicas têm-se as terças e os perfis de apoio;
- c) Estrutura de apoio: constituída geralmente por tesouras, oitões, pontaletes ou vigas, tendo a função de receber e distribuir adequadamente as cargas verticais ao restante do edifício;
- d) sistemas de captação de águas pluviais: constituídos geralmente por rufos, calhas, condutores verticais e acessórios, tendo como função a drenagem das águas pluviais.

Neste trabalho o sistema de captação de águas pluviais não será abordado, pois não faz parte do escopo do trabalho.

A seguir, na Tabela 3, são apresentadas algumas características fundamentais relacionadas às coberturas.

Tabela 3 - Características fundamentais para coberturas em telhados

CARACTERISTICAS FUNDAMENTAIS	COBERTURAS EM TELHADOS
PESO	Os materiais de revestimento utilizados são leves (telhas) e os vãos são vencidos geralmente por treliças, resultando em estruturas leves.
ESTANQUEIDADE	É garantida pelo detalhe de justaposição das telhas (encaixe, comprimento de tal sobreposição, etc.) e pela inclinação; a inclinação é fundamental, de forma a garantir uma velocidade de escoamento das águas que evite a penetração pelas juntas, através do efeito do vento, ou através das próprias peças constituintes, quando o material não é suficientemente impermeável.
PARTICIPAÇÃO ESTRUTURAL	As coberturas em telhados apenas se apoiam sobre o suporte, não tendo participação estrutural significativa no conjunto da edificação. E, ainda, a movimentação devida a mudanças de temperatura ou a outros motivos (até um certo limite) não compromete sua estanqueidade, por estarem as telhas soltas e sobrepostas.
NECESSIDADE DE FORRO	Geralmente utiliza-se um forro, que desempenha dupla função: uma é de nivelar o teto e fornecer suporte às instalações, outra é a de propiciar correção térmica, uma vez que os telhados têm em geral pequena espessura. Pode-se dizer que o espaço de ar confinado entre a cobertura e o forro, e o próprio forro, participam da correção térmica.

Fonte: Adaptado de PICCHI (2004).

#### 4.6.2 Estrutura: Trama e Estrutura de Apoio

A estrutura dos telhados tem como funções principais a sustentação e fixação das telhas e a transmissão dos esforços solicitantes para os elementos estruturais, garantindo assim a estabilidade do telhado. A estrutura dos telhados pode ser dividida em: estrutura de apoio e trama.

A trama é a estrutura que serve de sustentação e fixação das telhas. Os elementos das estruturas convencionais dos telhados, especialmente os telhados de habitações residenciais, e determinadas coberturas de galpões.

As estruturas metálicas ou de concreto apresentam-se como alternativas às estruturas de madeira, principalmente devido à escassez e conseqüente aumento do preço da madeira e pressões da sociedade relativas à preservação do meio ambiente. Além disso, a utilização de peças pré-fabricadas potencialmente aumenta o grau de industrialização, otimizando a produtividade e qualidade na construção de telhados.

O uso de estrutura metálica é bastante comum em edifícios industriais e em galpões, seja sob a forma de treliças planas e vigas a elas perpendiculares (terças), usualmente feitas em aço, seja sob a forma espacial, constituída por elementos tubulares, em aço ou alumínio.

#### 4.6.3 Sistema de Cobertura com Telhas Plásticas de PET

O sistema de cobertura com telhas plásticas de PET é composto por dois subsistemas, Figura 27. O primeiro é a estrutura em aço de apoio ao segundo subsistema, formado pela cobertura em telhas plásticas, comumente denominado de telhamento, sendo composto pela estrutura de apoio e a trama.

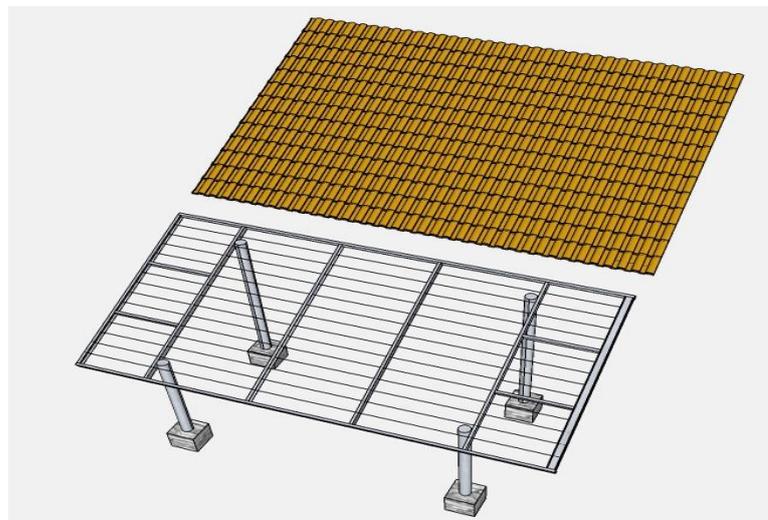


Figura 27- Sistema de cobertura ecológica, telhado e estrutura metálica.

O subsistema estrutural de apoio em aço é formado pela associação de perfis metálicos em aço e barras redondas também em aço de 4.2 mm de diâmetro, onde os perfis metálicos no

formato em C deverão ser dimensionados com o espaçamento entre eles também definidos pelo projeto de estruturas metálicas.

A finalidade do subsistema estrutural é receber o carregamento vindo da cobertura em telhas plásticas, devido ao peso próprio da cobertura bem como devido às ações acidentais, tais como, de pessoas, vento e da chuva. Além disso, após receber este carregamento o subsistema estrutural deverá ter a capacidade de distribuí-lo para os pilares sem sofrer deformações permanentes, deslocamentos excessivos ou esforços além do limite de sua resistência, evitando-se o colapso do mesmo.

Os esforços sobre o subsistema estrutural deverão ser distribuídos para o sistema de fundação do sistema de cobertura, dimensionado em conformidade com o projeto de estrutura. O segundo subsistema é formado pela associação de telhas plásticas produzidas a partir da reciclagem do PET (Figura 28).

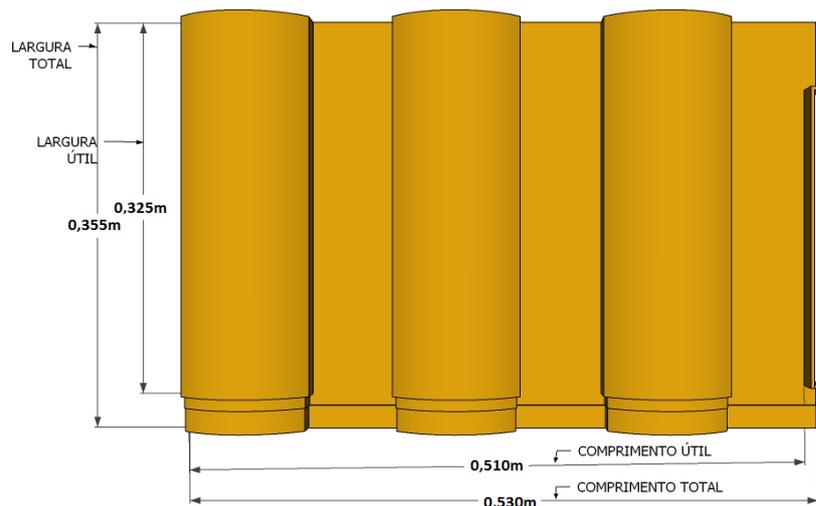


Figura 28 - Telha plástica produzida a partir do PET reciclado.

Estas telhas possuem o formato de três telhas cerâmicas do tipo romana (Figura 29) ligadas entre si.



Figura 29 - Telha cerâmica do tipo romana.

As telhas plásticas possuem em sua concepção três dispositivos para fixação e apoio onde serão inseridas abraçadeiras (Figura 30), componentes plásticos responsáveis pela fixação das telhas sobre a estrutura da cobertura. Estes dispositivos de fixação das telhas plástica exercem um papel importante, pois impede que as ações do vento e das cargas acidentais desloquem as telhas da estrutura.

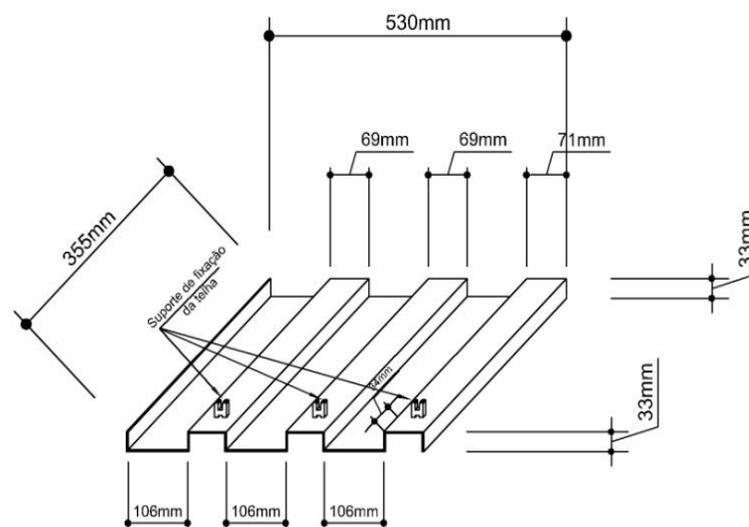


Figura 30 – Ilustração da telha PET em posição invertida com detalhe de fixação

As dimensões do dispositivo integrante da telha plástica têm as dimensões mostradas na Figura 31. Sua configuração geométrica é apropriada para servir de apoio e fixação da telha nos elementos de barra.

A abraçadeira de nylon de 151 x 3,7mm, mostrada na Figura 32 tem a função de fixar os três dispositivos integrantes da telha localizados na face voltada para o interior do ambiente.

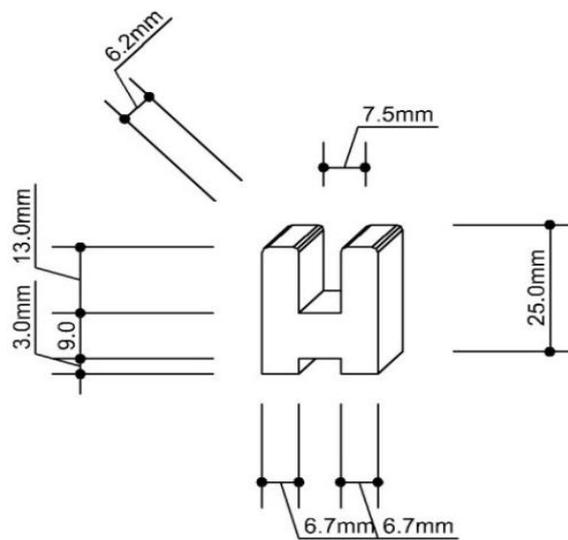


Figura 31 – Dispositivo integrante de fixação da telha Plástica - PET

O dispositivo de fixação das telhas plásticas impede o desprendimento das mesmas da estrutura. A fixação das telhas é feita diretamente sobre as barras de aço, distribuídas no sentido longitudinal da cobertura.



Figura 32 -Abraçadeira para fixação das telhas plásticas na estrutura.

A ação intensa do vento poderia causar o arrancamento de telhas, fenômeno bastante comum com telhas cerâmicas sobrepostas em estruturas de madeira ou metálica conforme Figura 33.



Figura 33 – Parte da cobertura com telhas cerâmicas retiradas devido à força do vento.

O subsistema telhado é o responsável pela vedação da cobertura e sob ele incidem todos os carregamentos externos, permanentes, devido ao peso próprio, e as ações acidentais já mencionadas.

A determinação da inclinação do telhado ecológico segue o padrão de coberturas já consagradas pela construção civil, com um considerável acréscimo de possibilidades em razão de seu sistema de fixação permitir seu uso com até 90° de inclinação. A Figura 34 apresenta o gráfico de inclinações tradicionais para telhas conjugadas (capa e canal). Logo em seguida a Tabela 4 mostrando os valores para cada inclinação.

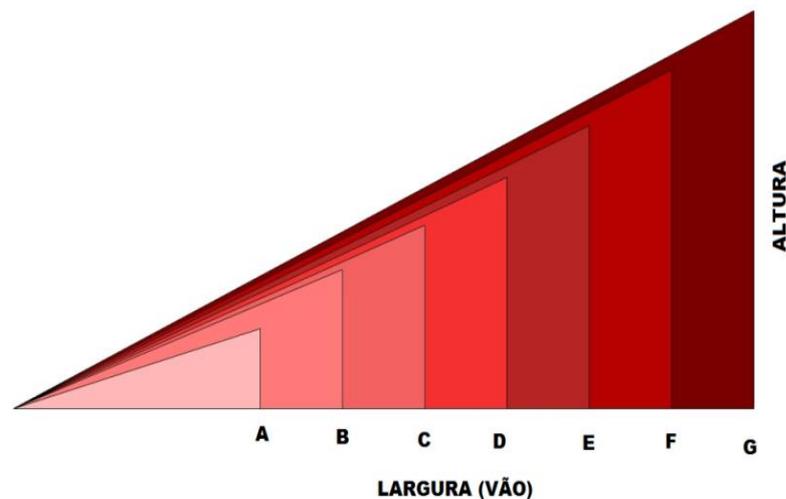


Figura 34 - Gráfico de inclinações tradicionais para telhas conjugadas (capa e canal).

Tabela 4 - Inclinação das coberturas com telha cerâmica

Item	Inclinação	Largura	Altura	Ângulo
<b>A</b>	30%	3,0 m	0,85 m	15,81°
<b>B</b>	37%	4,0 m	1,48 m	20,30°
<b>C</b>	39%	5,0 m	1,95 m	21,31°
<b>D</b>	41%	6,0 m	2,46 m	22,30°
<b>E</b>	43%	7,0 m	3,01 m	23,27°
<b>F</b>	45%	8,0 m	3,60 m	24,23°
<b>G</b>	47%	9,0 m	4,23 m	25,17°



## **5. ANÁLISE DE SISTEMA DE COBERTURA COM TELHAS PLÁSTICAS DE PET RECICLADO**

Para que fosse feita uma avaliação do comportamento da cobertura com telha plástica de PET reciclado, o chamado telhado ecológico, para os carregamentos e ações mais comuns ao qual deverá ser submetido durante sua vida útil, foi necessário fazer ensaios experimentais em um modelo em escala real denominado de protótipo.

### **5.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO DO MODELO EXPERIMENTAL**

Os critérios mais recentes estabelecidos em Normas para o dimensionamento de estruturas referem-se às cargas e deformações como a capacidade limite do material em suportar determinadas ações atuantes. No caso específico de estrutura metálica este limite seria ao longo da barra. Em casos onde não haja concentrações de tensões o limite seria a utilização da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e em pontos de concentração de tensões ou em ligações a tensão utilizada para o estado limite seria a de ruptura ( $f_u$ ). Além do estado limite último para o dimensionamento a norma prescreve critérios quanto ao estado limite de serviço. Esta prescrição é muito importante, pois exige a verificação no dimensionamento da estabilidade local e global do sistema estrutural. Verificam-se neste caso as limitações estabelecidas para a estrutura quanto ao limite de esbeltez tanto local como global, as vibrações e deslocamentos excessivos. Em casos mais específicos verifica-se a redução da resistência do aço devido a alterações de solicitações o que proporciona o surgimento do fenômeno da fadiga. Neste trabalho o dimensionamento fica restrito ao modelo proposto para o estudo do comportamento da cobertura.

Os carregamentos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho foram sobrecarga ( $S_c$ ), carga permanente ( $C_p$ ) e ações devido ao vento ( $C_v$ ). Os carregamentos “ $S_c$ ” e “ $C_p$ ” foram obtidos, respectivamente, através da NBR 6120:1980, enquanto o carregamento “ $C_v$ ” foi obtido através da NBR 6123:1988. Para o estudo adotou-se os seguintes dados:  $S_c = 0,50 \text{ kN/m}^2$ , para sobrecarga de cobertura e em relação ao carregamento “ $C_p$ ”, foram considerados



os seguintes itens: estrutura metálica com chapa dobrada a frio e secundária; telha plásticas:  $0,12 \text{ kN/m}^2$ .

Conforme exigência de Norma as ações atuantes devem ser combinadas devido ao fato das mesmas poderem atuar simultaneamente. Com isso, são definidos dois tipos de combinações de ações de carregamento de acordo com a NBR 8800:1986: combinações de ações para os estados limites últimos e combinações de ações para os estados limites de utilização.

Para a realização da análise estrutural 3D foi utilizado o software ANSYS. Nesse software as análises são realizadas através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O software permite a visualização da estrutura em 3D original e deformada, os esquemas de carregamento e os diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor. As cargas podem ser pontuais, uniformes, trapezoidais e de temperatura. Qualquer tipo de vinculação: flexível, rígida ou semirrígida, pode ser considerada.

Os carregamentos “C<sub>p</sub>”, “S<sub>c</sub>”, “C<sub>v-90°</sub>” (carga de vento a 90°) e “C<sub>v-0°</sub>” (carga de vento a 0°) foram aplicados. Após a aplicação dos tipos de carregamento, foram realizadas todas as combinações de ações para o Estado Limite Último, determinando-se os esforços solicitantes de cálculo para cada barra. Esses esforços foram determinados verificando-se a pior situação de esforço atuante em cada barra, ou seja, a combinação de ação que mais solicitou cada barra.

Com a obtenção dos esforços solicitantes de cálculo em cada barra, foi realizado o dimensionamento destas barras de acordo com a NBR 8800:1988, considerando aço ASTM 36 ( $f_y = 250 \text{ MPa}$  e  $f_u = 400 \text{ MPa}$ ). Na Tabela 5 identificam-se os perfis determinados para as barras a partir das análises e do dimensionamento.

Quanto ao carregamento proveniente da ação do vento, optou-se em utilizar um programa livre a ser abordado posteriormente.

Realizado todo o dimensionamento da estrutura do modelo proposto, foram realizadas as combinações de ações para os Estados Limites de Utilização, de acordo com a NBR 8800:1988. O deslocamento vertical máximo admissível para as vigas de cobertura da



edificação é de  $L/180$  (Anexo C - NBR 8800:2008), onde “L” é o vão livre teórico da viga em estudo. Assim, tem-se um deslocamento vertical máximo admissível de 22,22 mm, pois as vigas têm vão de 4,00 m. Portanto, como o maior deslocamento vertical da edificação foi de 3,15 mm, a edificação satisfaz a esse estado limite de utilização.

## **5.2 AÇÃO DO VENTO**

Entre as diversas ações atuantes sobre um sistema estrutural, mais especificamente nas coberturas, o efeito do vento torna-se um assunto relevante entre os pesquisadores, sobretudo pelas constantes mudanças climáticas ocorridas com mais frequência nos últimos anos em diversos lugares.

A ação do vento sobre as coberturas é mais deletéria devido ao tipo de ligação entre as telhas e alguns elementos da estrutura de cobertura. A ação é caracterizada pelas constantes mudanças de atuação sobre um sistema estrutural. É possível em determinado momento atuar na face superior ou externa da cobertura e em outro momento na face interna ou inferior onde em alguns tipos de cobertura pode ser eliminado ou minimizado o fluxo de vento para o ambiente interno da cobertura.

Segundo Leet (2010) as forças originadas pela ação do vento podem causar danos materiais principalmente no destelhamento das edificações. As constantes mudanças da velocidade e a direção do vento tornam difícil determinação das pressões, sejam de sobre pressão ou de sucção, atuantes nas estruturas. O estudo do comportamento do vento é tema constante nas pesquisas onde se reconhece o vento como um fluido, podendo-se compreender muitos aspectos de seu comportamento para se chegar com razoável precisão às cargas de projeto. A Figura 35 ilustra o modelo adotado para o estudo da ação do vento

As variáveis para determinar a magnitude das pressões do vento sobre uma estrutura dependem da velocidade do vento, da forma e da rigidez da estrutura, da rugosidade e do perfil do solo nos arredores e da influencia das edificações adjacentes.

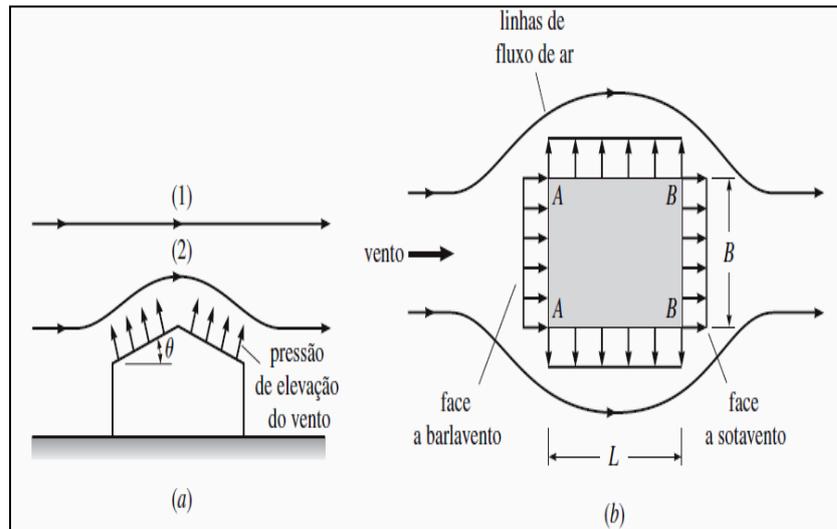


Figura 35(a) Pressão de elevação do vento em um telhado inclinado; (b) a maior velocidade cria uma pressão negativa (sucção) nas laterais e na face *BB* a sotavento; pressão direta na face *AA* a barlavento.  
Fonte: Leet (2010).

As pesquisas para o desenvolvimento de novos materiais, sobretudo nas inovações de projetos estruturais para coberturas, fizeram com que as mesmas se tornassem mais leves e com grandes vãos contribuindo para o aumento da flexibilidade das coberturas. O procedimento de cálculo para determinar as forças devidas ao vento exige dos calculistas a verificação de dois aspectos a serem considerados: o aspecto meteorológico e o aerodinâmico, ambos considerados na NBR 6123/88. Neste trabalho as ações causadas pela ação do vento foram obtidas através de um programa livre denominado Visual Ventos.

A seguir são apresentadas as premissas do projeto do protótipo, o projeto em si e as etapas de sua construção.

### 5.3 CONCEPÇÃO DO PROTÓTIPO

A concepção é simples se comparada com as estruturas usuais para cobertura, onde geralmente se adota treliças, sejam planas ou espaciais trabalhando quando solicitadas por esforços externos, isto é, não sofrem tensões ou deformações acentuadas antes da aplicação das ações acidentais ou excepcionais.



No caso específico em estudo, os elementos de barra, que servem de apoio e fixação das telhas, devem sofrer uma pré-tensão inicial de tal modo que se obtenha uma situação retilínea. Neste caso, conforme a Figura 31, os elementos de barra sofrem uma pré-tensão antes de receber as ações externas. As barras são soldadas no perfil fixo situado em uma de sua extremidade e a outra soldada no perfil móvel. Entre os dois perfis onde as barras redondas são fixadas existem quatro perfis servindo de apoio e guia das barras. Os dois perfis centrais podem sofrer mudança de posição no sentido longitudinal da cobertura objetivando obter a maximização do vão entre dos apoios.

O critério adotado para concepção e elaboração do desenho do modelo de cobertura experimental, mostrado na planta baixa, foi baseado na possibilidade de fixar as telhas em barras redondas de aço submetidas a um esforço pré-tração. Neste estudo do sistema de cobertura com telhas plásticas é possível a utilização de cabos de aço, todavia fez-se a substituição de cabos pelas barras de aço CA-60, diâmetro de 4.2 mm, com a finalidade de dar mais rigidez e estabilidade ao sistema estrutural da cobertura.

O modelo de estrutura proposto para a cobertura, só foi possível a sua exequibilidade devido a dois fatores relevantes. Primeiro devido ao baixo peso específico das telhas serem montadas nas barras tracionadas, diferenciando sobremaneira das telhas comuns de barro e segundo porque as telhas sempre serão fixadas através de abraçadeiras plásticas ou presilhas conforme Figura 32 mais conhecidas como lacre de segurança de embalagem. Uma solução mais adequada para fixação das telhas nas barras de aço.

Para proporcionar um resultado mais realístico, construiu-se uma cobertura baseada no modelo proposto. Para tanto se fez as devidas considerações sobre a concepção para a elaboração do projeto. O projeto é simples e os elementos gráficos para sua execução foram elaborados levando em consideração a possibilidade de utilizar os elementos metálicos disponíveis nos representantes comerciais de materiais metálicos. A planta baixa mostrada na Figura 36 mostra a locação dos pilares com os respectivos elementos metálicos no nível de cota da cobertura. Para conferir uma maior estabilidade no modelo em estudo, considerou-se a colocação de quatro cintas de amarração interligando os pilares.

A seguir são apresentadas todas as etapas necessárias à análise do sistema de cobertura com telha plástica. Inicialmente a planta baixa no nível da cobertura sem as barras redondas tracionadas. As dimensões consideradas são as obtidas através dimensionamento do modelo mostrado no Anexo 2.

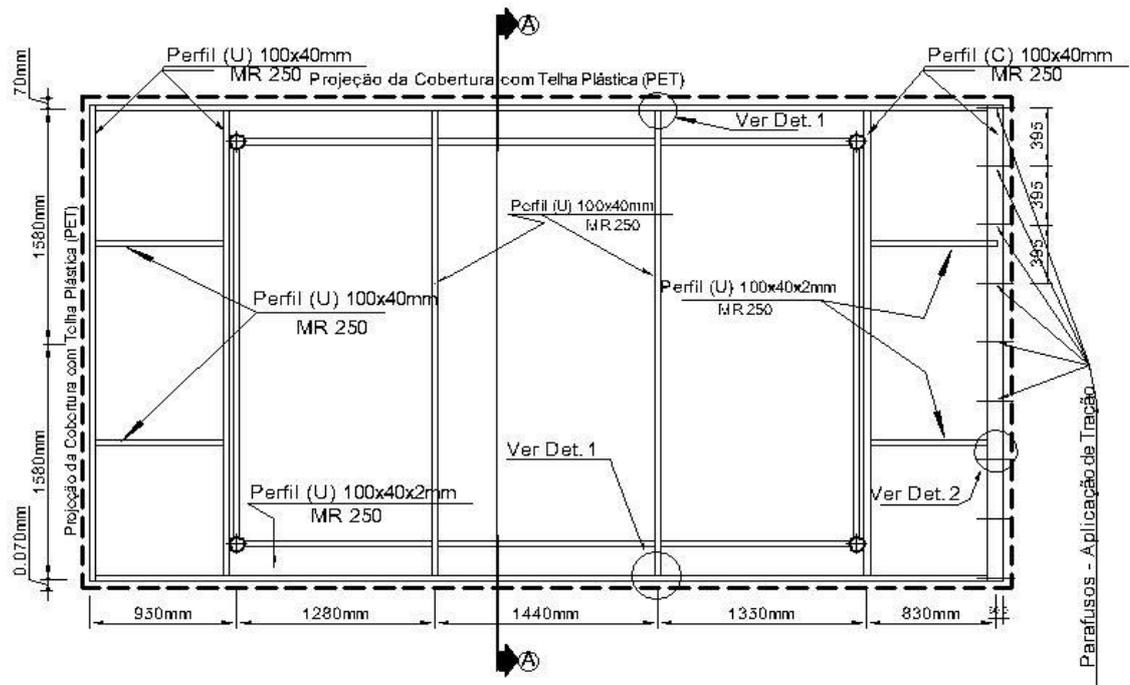


Figura 36 - Planta de estrutura da cobertura no nível dos perfis sem barras redondas.

Para uma visualização das barras tracionadas na cobertura a Figura 37 mostra o posicionamento das mesmas com indicação do sentido da pré tensão a ser aplicada nas barras redondas.



A Figura 39 mostra como as telhas na posição investida, isto é, na face interna da cobertura, são apoiadas e fixadas nas barras redondas de aço distanciada entre si.

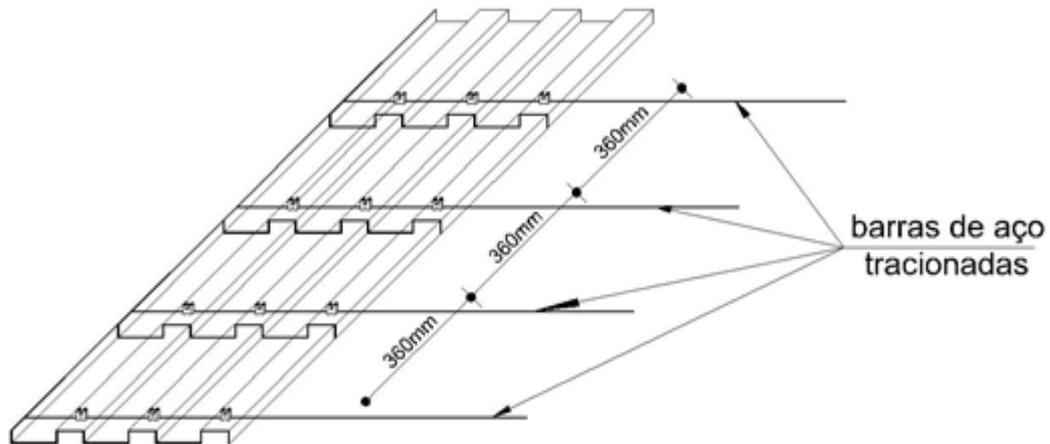


Figura 39 - Detalhes do apoio e fixação das telhas nas barras tracionadas.

Como o modelo experimental de estrutura para a cobertura apresenta característica própria, é interessante fazer uma leitura mais detalhada de algumas ligações e principalmente do dispositivo facilitador da aplicação da força de tração nas barras redondas de aço. As duas transversinas centrais V11 e V12 (ver Figura 36) têm ligações nas extremidades através de parafusos de alta resistência, o ASTM 325, nas vigas V1 e V6 conforme Figura 40. As Figuras, 41 e 42 mostram as plantas de detalhe de como as duas extremidades são ligadas nas vigas.

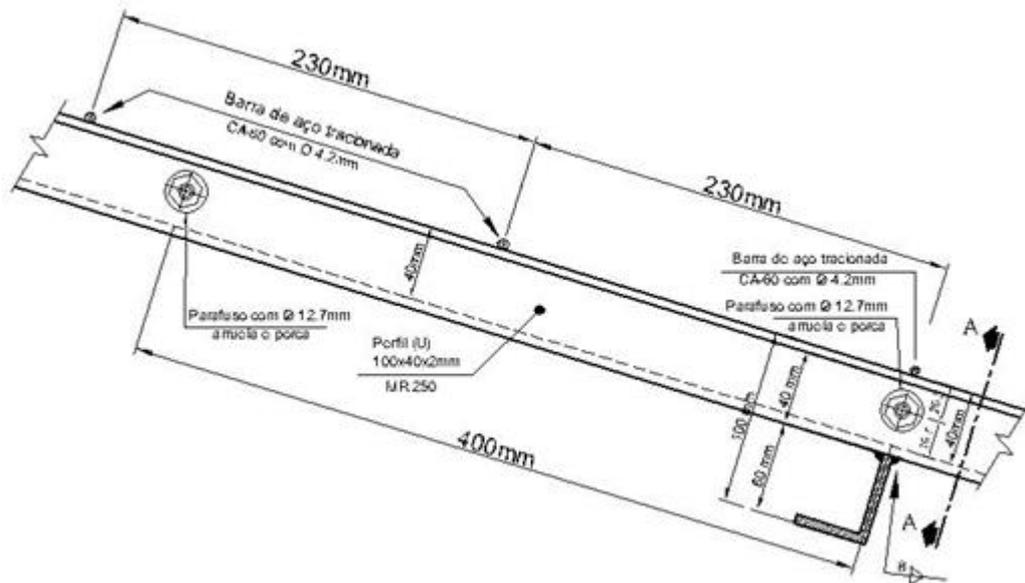


Figura 40 – Detalhes da chapa dobrada a frio recebendo barras redondas soldadas.

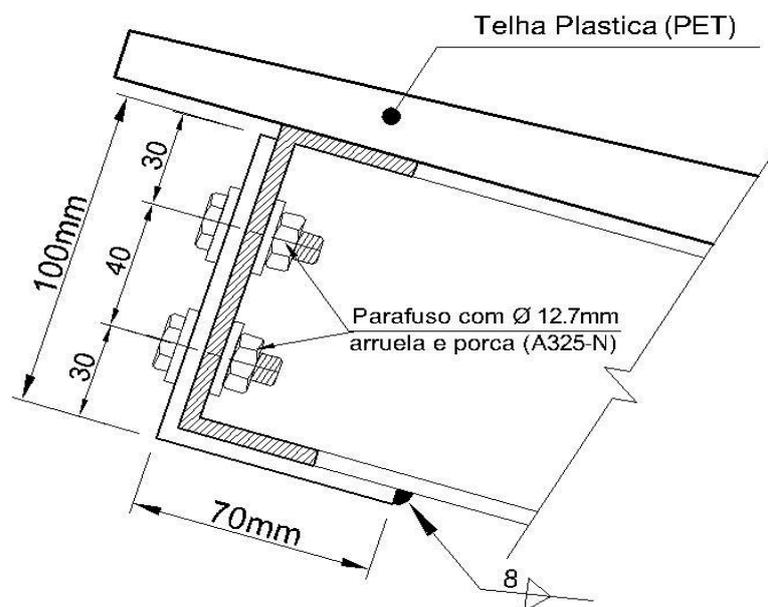


Figura 41 - Detalhe da ligação através de parafusos em ziguezag na viga V1.

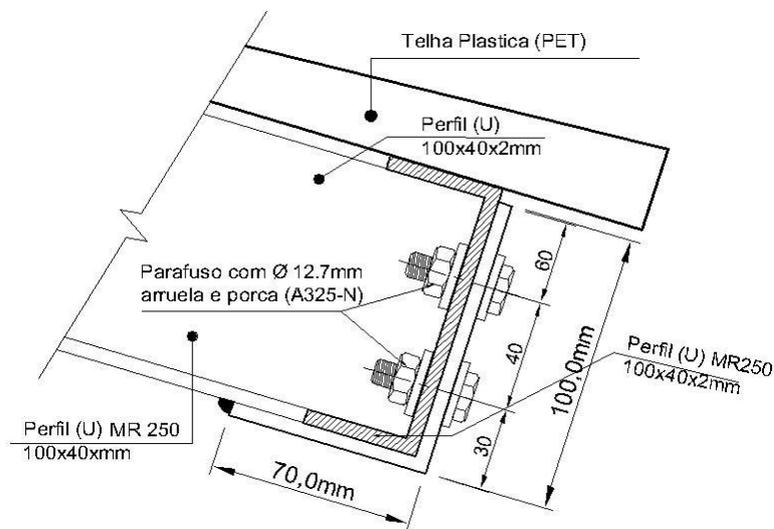


Figura 42- Detalhe da ligação através de parafusos em zigzague na viga V6.

O objetivo destas ligações será descrito mais adiante e o detalhe de seu dimensionamento no Anexo 2. A Figura 46 mostra uma vista frontal a ligação nas extremidades das duas vigas centrais do modelo experimental proposto para o estudo. Percebe-se no desenho da Figura 43 que o posicionamento dos dois parafusos está em zigzague.

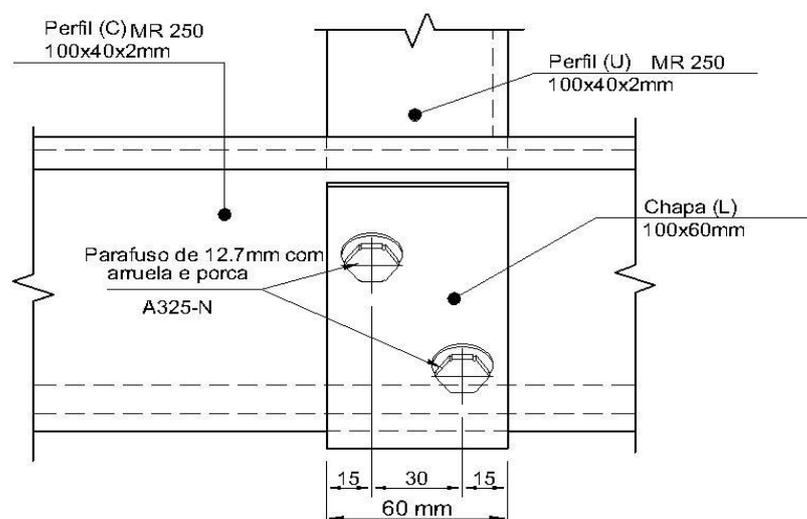


Figura 43 - Detalhe da ligação nas extremidades através de parafusos em zigzague nas vigas. V<sub>1</sub> e V<sub>6</sub>.

Em termos de ligação das barras redondas de aço com os perfis dobrados a frio é importante a apresentação dos detalhes e descrição sucinta do mecanismo onde se aplica, através de um torquímetro, a força suficiente para manter o sistema de barras na horizontal. A Figura 44 mostra uma vista mais global do sistema e como as barras são fixadas através de soldas nas chapas e barras rosqueadas.

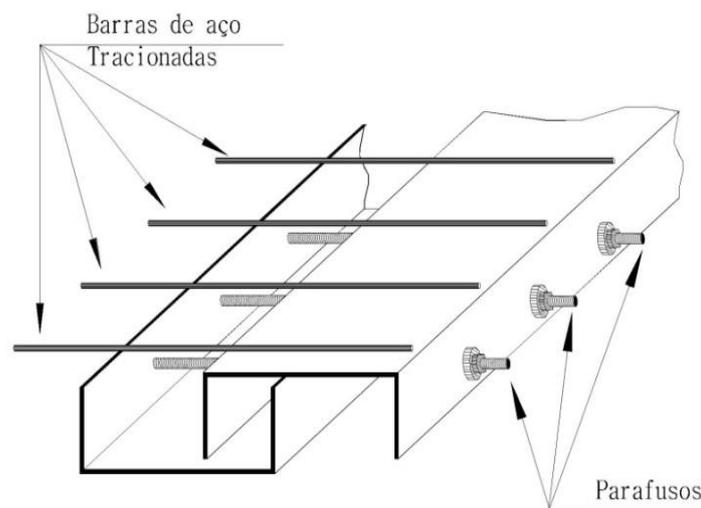


Figura 44 - Mecanismo de fixação: Barras redondas, barras rosqueadas e perfis de chapas dobradas.

Na planta baixa de estrutura da cobertura, mostrada na Figura 37, há uma indicação do detalhe 2. Este detalhe é exatamente do mecanismo de fixação e de aplicação de tração nas barras redondas conforme mostra as Figuras 45 e 46.

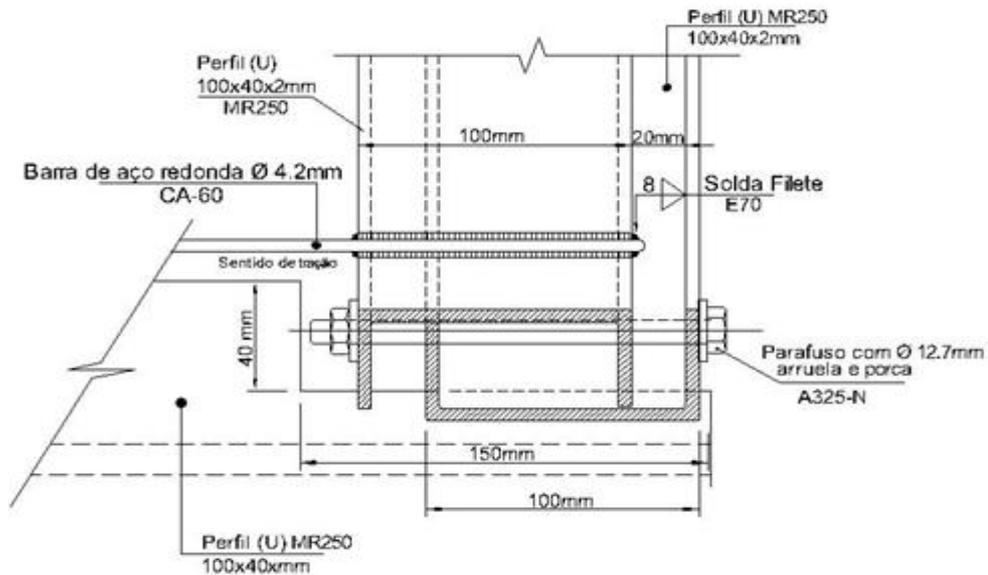


Figura 45 - Vista lateral da planta de detalhe do mecanismo de fixação das barras redondas de aço com as chapas dobradas a frio.

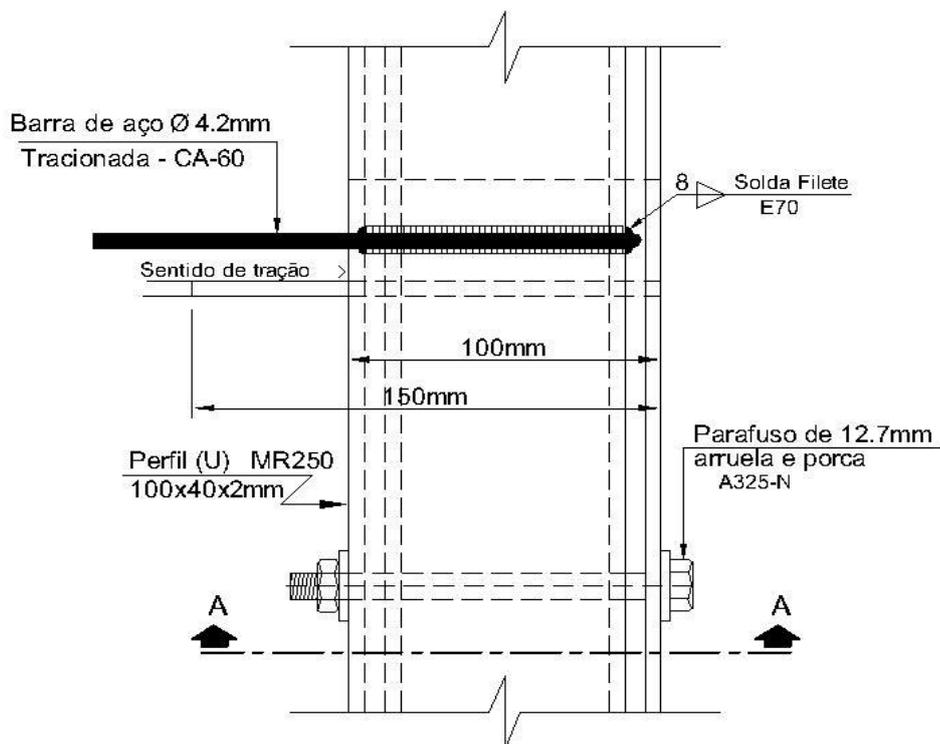


Figura 46 - Vista superior da planta de detalhe do mecanismo de fixação das barras redondas de aço com as chapas dobradas a frio.



#### **5.4 MONTAGEM DO PROTÓTIPO**

O projeto executivo do protótipo foi desenvolvido a partir de sua concepção já descrita anteriormente. As ações atuantes serão abordadas posteriormente principalmente a do vento para a qual existe uma norma específica.

O método construtivo do modelo foi baseado no projeto de cobertura em estrutura metálica conforme Figura 43 onde são identificados os elementos que serviram de parâmetros para construção do modelo experimental.

Uma das características para execução de estrutura metálica é a necessidade de mão de obra qualificada, sobretudo quando se utiliza ligações de elementos soldados. No caso em estudo têm-se ligações soldadas e aparafusadas.

Deste modo, foi construído o protótipo em escala real, no qual foram realizados ensaios com carregamento estático, a partir do qual também foi montado um modelo computacional para simulação de diversas situações que não seriam possíveis de serem simuladas no protótipo.

O projeto apresenta uma característica específica particular que foi executada durante a sua montagem, uma vez que dois elementos da estrutura podem sofrer mudança de posição após a montagem. Estes elementos trabalham como terças e estão identificados em planta como vigas  $V_{11}$  e  $V_{12}$  e estão fixadas nas vigas  $V_1$  e  $V_6$  através de parafusos (Figuras 37, 38 e 39) em pontos específicos já definidos nas vigas citadas, criando a possibilidade de alteração do comprimento do vão central e possibilitando a obtenção de resultados distintos durante a análise estrutural para determinados carregamentos.

Quanto ao material utilizado o projeto básico apresentado na Figura 47 tem os seus elementos definidos na Tabela 5.

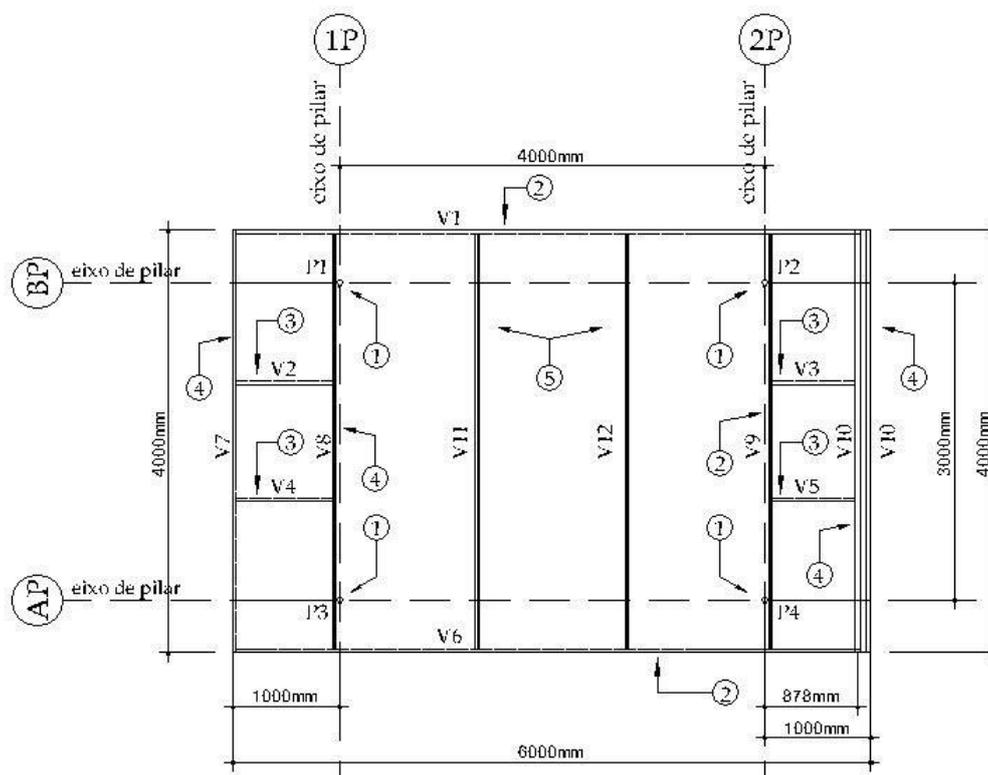


Figura 47 - Planta baixa da estrutura no nível das vigas de cobertura.

Tabela 5 - Relação de elementos da estrutura.

Elemento	Quant.	DENOMINAÇÃO	Comprimento (mm)	Observações.
P1 / P2	2	Tubo com $\phi = 76,2$ mm e esp. = 2,0mm	2.950	Aço galvanizado
P3 / P4	2	Tubo com $\phi = 76,2$ mm e esp. = 2,0mm	1.950	Aço galvanizado
V1 / V6	7	Perfil "U" 100 x 40 x 2,65 mm	6.000	Chapa dobrada MR250
V2 / V3 / V4 / V5	4	Perfil "U" 100 x 40 x 2,65 mm	902	Chapa dobrada MR250
V7 / V8 / V9/V10	2	Perfil "U" 100 x 40 x 2,65 mm	4.000	Chapa dobrada MR250
V10 / V11	3	Perfil "U" 100 x 40 x 2,65 mm	3.995	Chapa dobrada MR250
V12 / V13	2	Perfil "C" 100 x 40 x 15 x 2,65 mm	4.000	Chapa dobrada Enrijecida. MR250
V14 / V15	2	Perfil "C" 100 x 40 x 15 x 2,65 mm	3.000	Chapa dobrada Enrijecida. MR250

A partir do projeto básico, foi iniciada a montagem da estrutura (Figura 48) em área localizada próxima ao Laboratório de Ensaio de Materiais da Faculdade de Tecnologia da Universidade Federal do Amazonas (LEM/FT/UFAM).



Figura 48 - Início da montagem da estrutura do modelo experimental.

O modelo experimental foi montado conforme os procedimentos definidos a seguir:

1. Locação e fixação dos pilares

- Nivelamento e locação dos pontos de fixação dos pilares conforme esquadro e gabarito;
- Corte dos tubos metálicos nas medidas indicadas na Tabela 3 que foram utilizados como pilares da estrutura;
- Fixação dos pilares diretamente sobre solo por meio de fundação rasa em bloco de concreto, deixados a prumo conforme a Figura 48.

2. Montagem das vigas da estrutura.

- Soldagem das vigas transversinas de fixação dos pilares ( $V_8$  e  $V_9$ ), na parte superior dos pilares metálicos na face externa, com inclinação de aproximadamente 30% (Figuras 49 e 50);
- Soldagem das vigas longarinas externas ( $V_1$  e  $V_6$ ) nas transversinas de fixação dos pilares ( $V_8$  e  $V_9$ ) formando um quadro metálico (Figura 51);



Figura 49 - Montagem dos dois pórticos da estrutura.



Figura 50 - Soldagem das vigas metálicas  $V_8$  e  $V_9$ .



Figura 51 - Quadro metálico da estrutura da cobertura.

A Viga 11, por outro lado, tem sua fixação de forma diferente das demais vigas. Primeiramente por ser constituída pela sobreposição de dois perfis U em sentidos opostos, com a alma no sentido horizontal, sendo fixados através de parafusos, conforme detalhes mostrados nas Figuras 52.

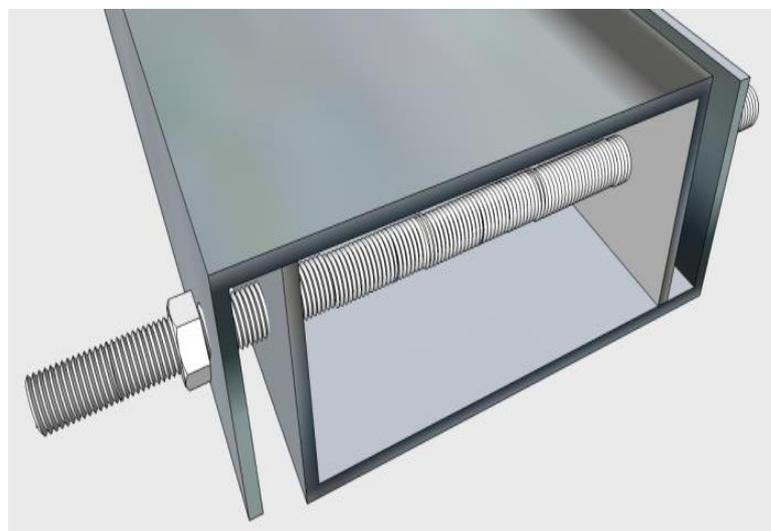


Figura 52 - Detalhe ilustrativo da montagem da Viga  $V_{10}$ .



Figura 53 - Fixação dos perfis para montagem da Viga10.

Fixação das transversinas internas (V11) nas longarinas externas (V1 e V6) por meio de parafusos, mostrada na Figura 43, permitiu a possibilidade de alteração da posição de ambas às vigas, possibilitando ainda, variações no vão central.

Para que não houvesse deformação excessiva nas transversinas externas (V7 e V10), foram soldados nas vigas V8 e V9 as vigas longarinas V2, V3, V4 e V5, que trabalham com transmissão de esforços à compressão, para as vigas V8 e V9 que deverão transmiti-los aos pilares.



Figura 54 - Soldagem das barras de 4.2 mm nas vigas transversinas externas.



Figura 55 - Vista da fixação das barras redonda de 4.2 mm.



Figura 56 - Tracionamento manual das barras de 4.2 mm antes da soldagem final.

A soldagem das barras de aço (4,2 mm) nas vigas transversinas externas  $V_7$  e  $V_{10}$ , na extremidade superior da viga  $V_7$  (aba) e superior da  $V_{10}$  (alma perfil superior), a qual servirá de sistema de tracionamento e fixação das telhas, inicia-se com a soldagem de uma primeira barra sobre a viga  $V_6$ , sendo as demais soldadas paralelas às estas com distâncias gabaritadas de 33 cm (eixo a eixo), conforme mostrado nas Figuras 54.

Antes da soldagem final na viga  $V_{10}$ , as barras foram esticadas manualmente de modo a manter alinhamento com as vigas longarinas  $V_1$  e  $V_6$  (Figuras 54 e 56). Concluída a estrutura de cobertura, iniciou-se a colocação e fixação das telhas plásticas, começando na extremidade mais baixa no sentido da direita para a esquerda e de baixo para cima. A fixação é feita por meio de abraçadeiras plásticas, conforme mostrado na Figura 57.



Figura 57 - Detalhe da fixação das telhas com abraçadeira plástica.



Figura 58- Modelo experimental com suporte central: A) vista de frente; B) vista lateral.

Para dar maior estabilidade horizontal ao modelo experimental foram soldados aos pilares perfis com as dimensões dos utilizados para as vigas, porém, enrijecidos internamente



com placas soldadas nas almas e abas destes. Estes perfis foram soldados no sentido longitudinal e transversal formando um quadro metálico interno. O protótipo ou modelo experimental, assim montado, é mostrado na Figura 58.

## 5.5 MODELO COMPUTACIONAL

Para a análise estrutural do modelo experimental e se ter a possibilidade de fazer as considerações a respeito do comportamento estrutural do sistema de cobertura ecológica, desenvolveu-se um modelo numérico computacional a partir desse modelo experimental. Para tanto, foi empregado como ferramenta computacional o programa de análise estrutural ANSYS.

Trata-se de um programa de análises computacionais que emprega o Método dos Elementos Finitos para análise de estruturas com relação ao seu comportamento mecânico e físico em termos de suas características geométrica, física e mecânica.

A versão do programa ANSYS empregada na análise computacional do modelo numérico da estrutura da cobertura ecológica foi a 12. O programa é devidamente licenciado pelo fabricante à Universidade Federal do Amazonas para uso em pesquisa.

### 5.5.1 Programa de Análise - ANSYS

Sobre o ANSYS pode-se afirmar que se trata de um abrangente programa de modelagem de elementos finitos para solucionar numericamente uma grande variedade de problemas estruturais. Esses problemas incluem análise estrutural estática e dinâmica (tanto linear quanto não-linear), transferência de calor e fluidos, assim como eletromagnetismo e acústica.

Ainda sobre o ANSYS pode-se dizer que é um software que existe há mais de quarenta anos e foi um dos pioneiros na aplicação de métodos de elementos finitos. O programa está dividido em três grandes etapas. As ferramentas principais são: pré-processador (*Preprocessor*), solução (*Solution*) e pós-processador (*Postprocessor*). A Figura 59 mostra o fluxograma dos procedimentos básicos utilizados no programa ANSYS para obtenção de determinados resultados.

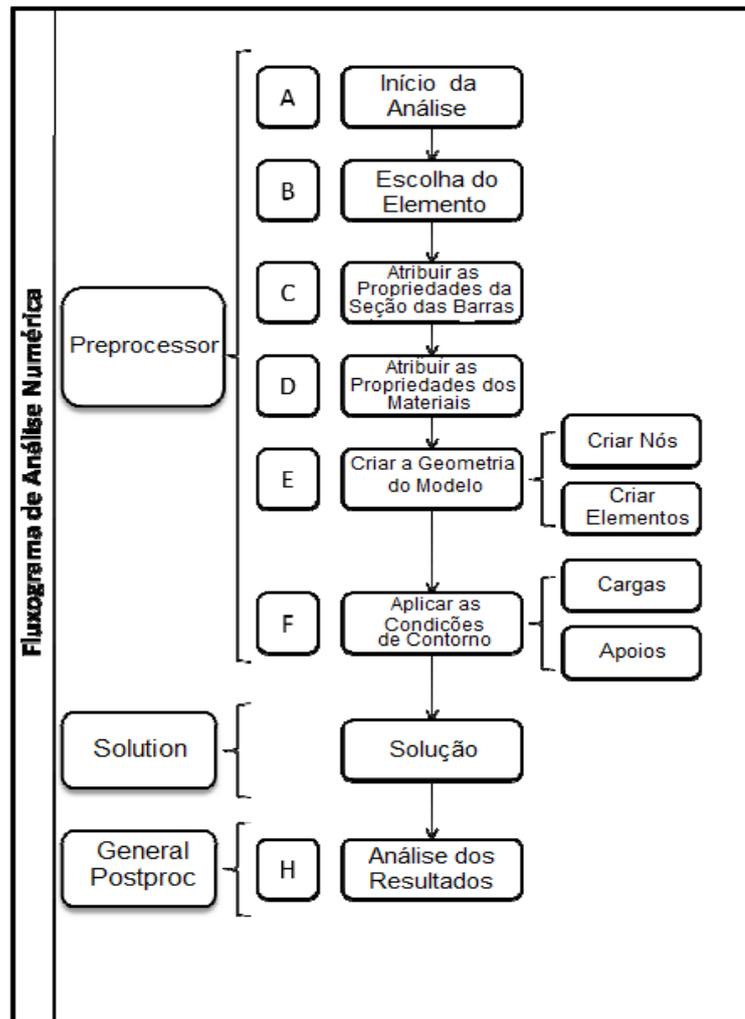


Figura 59 - Fluxograma de análise numérica.  
Fonte: Programa ANSYS.

### 5.5.2 Elementos Finitos Adotados

Os modelos numéricos propostos foram elaborados a partir de quatro tipos de elementos finitos disponibilizados na biblioteca interna do código de cálculo *ANSYS V12*, e estão apresentados a seguir. É importante observar que os elementos adotados têm apenas três graus de liberdade por nó, referentes às translações em x, y e z (coordenadas locais), uma vez que não há o interesse na quantificação da rotação dos elementos.

Para as vigas, todas em perfil metálico, o elemento utilizado da biblioteca foi o Beam24 - 3-D, mostrado na Figura 63. Para dos pilares em tubo de aço, utilizou-se o elemento tipo *Pipeelasticstright*, mostrado na Figura 61. Para as barras redondas de aço, trabalhando na tração e servindo de suporte para as telhas utilizou-se o elemento Beam188 – 3D, mostrado na Figura 60, enquanto para as telhas foi utilizado o elemento de casca Shell Elastic93, constituído por seis nós mostrado na Figura 62.

O código de cálculo ANSYS 12.0 possibilita a consideração da não-linearidade física dos materiais, com base em alguns critérios de resistência. Nos modelos numéricos em questão, para a estrutura metálica, adota-se o comportamento elasto-plástico multilinear com encruamento isótropo, o qual permite considerar a plasticidade e a ortotropia do material.

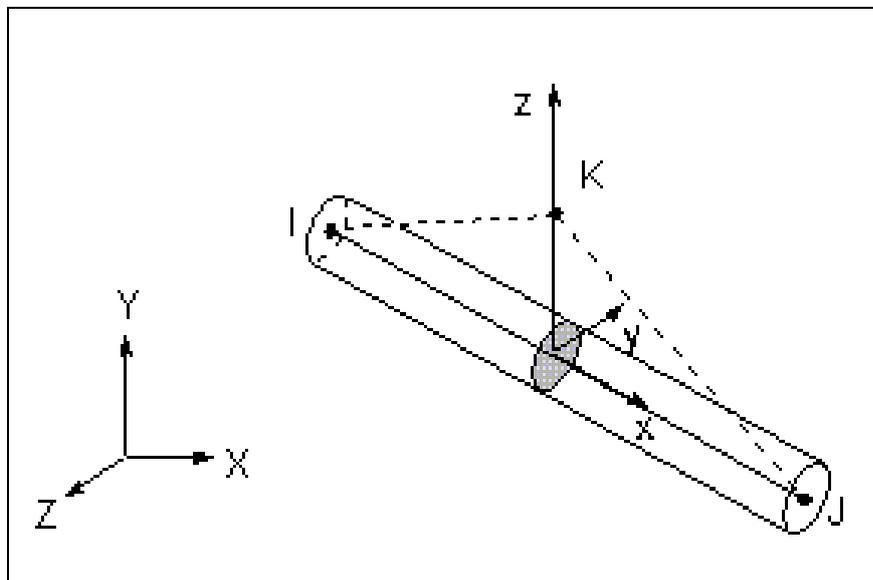


Figura 60 – Geometria do elemento BEAM188 – 3-D.  
Fonte: Programa ANSYS.

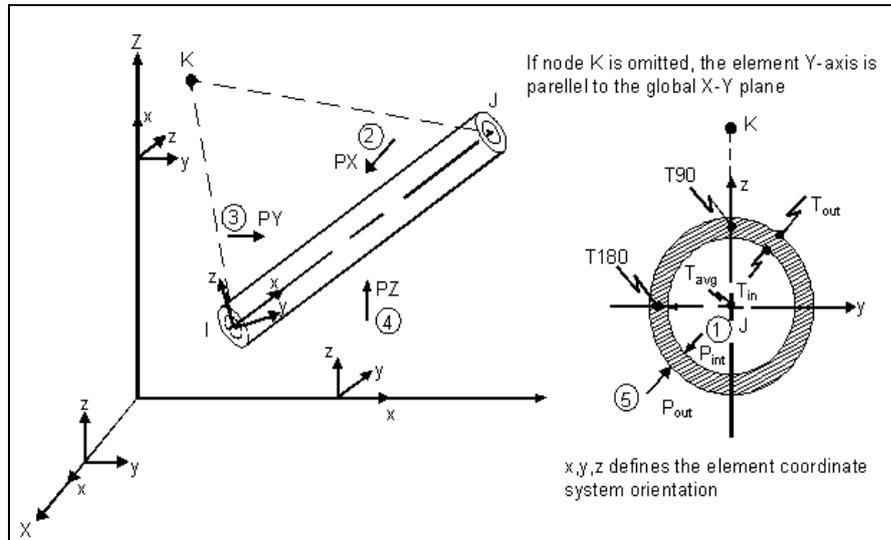


Figura 61 – Geometria do Pipeelasticstright 16  
Fonte: Programa ANSYS.

O elemento de casca Shell 93 mostrado na Figura 58 tem seis graus de liberdade por nó, sendo elas, três translações segundo os eixos x, y e z e três rotações em torno de tais eixos.

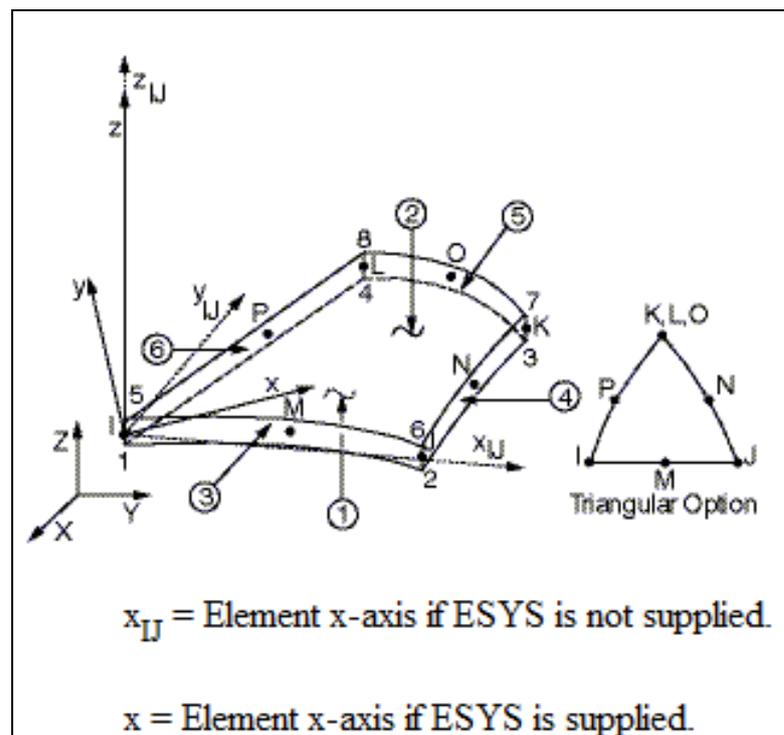


Figura 62– Geometria do elemento de casca Shell 93.  
Fonte: Programa ANSYS.

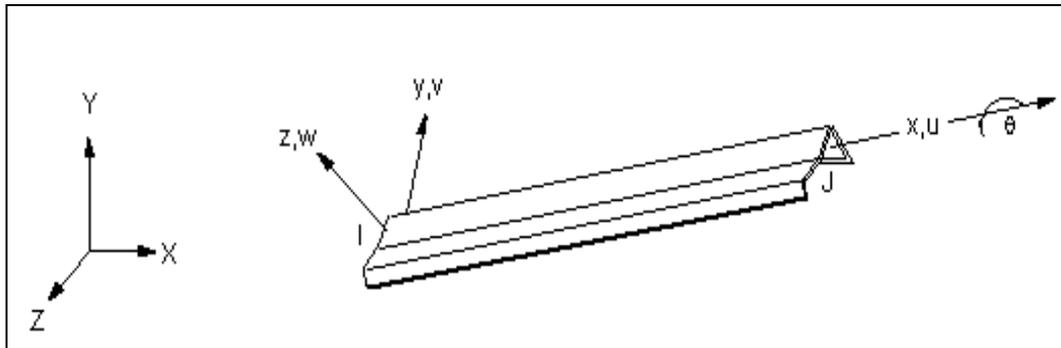


Figura 63 – Geometria do elemento de viga Beam24 - 3-D.  
Fonte: Programa ANSYS.

A análise da estrutura objeto do presente trabalho ficou restrita as deformações e tensões advindas de carregamento estático sob a cobertura. O modelo computacional desenvolvido para a análise estrutural através do ANSYS foi baseado no projeto mostrado na Figura 36 e no modelo experimental mostrado na Figura 48.

As Figuras 64, 65, 66, 67 e 68 mostram as diversas etapas do modelo discretizado pelo programa Ansys para a cobertura.

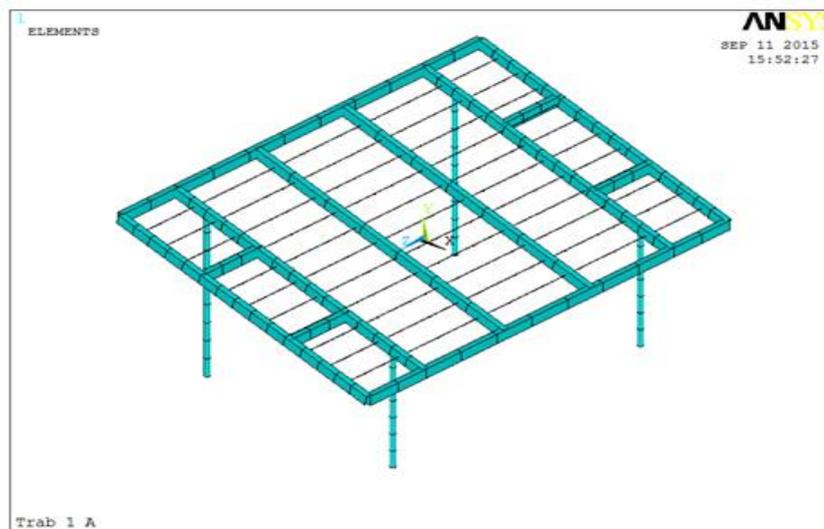


Figura 64-Vista do modelo computacional do protótipo apenas com a representação dos elementos de barras redondas em linhas.  
Fonte: Programa ANSYS.

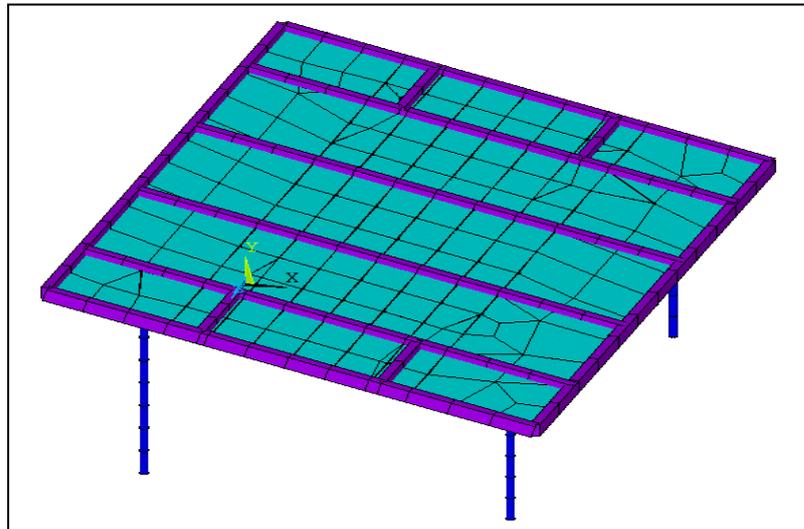


Figura 65 - Já o elemento empregado para modelar as telhas plásticas foi o Shell com a espessura da placa da telha.  
Fonte: Programa ANSYS.

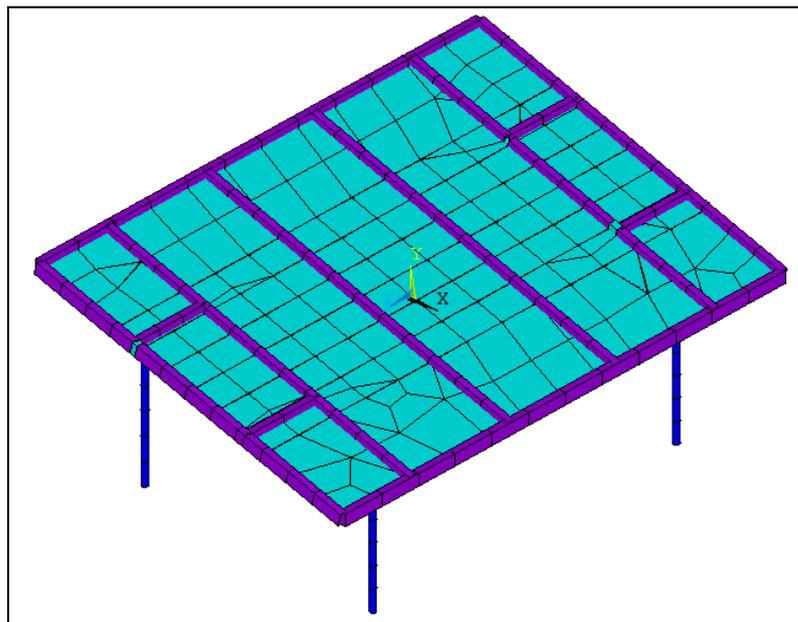


Figura 66 - Modelo Computacional do protótipo analisado.  
Fonte: Programa ANSYS.

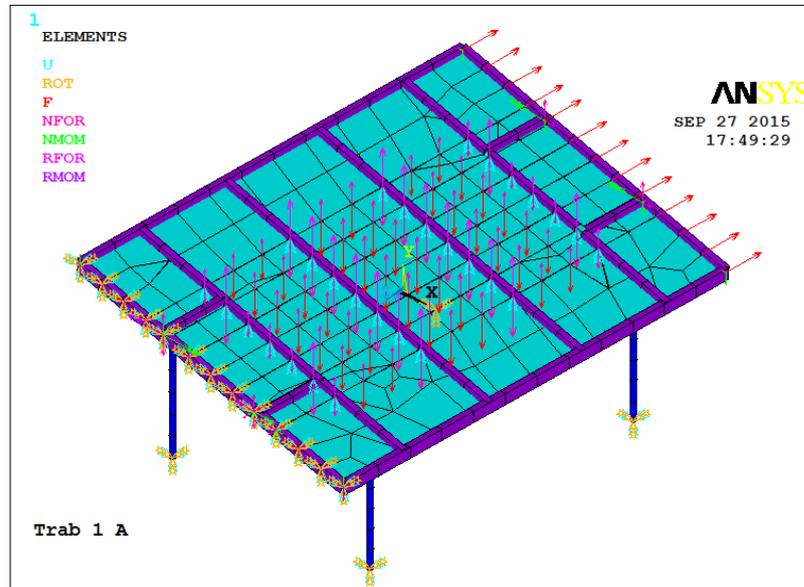


Figura 67 - Modelo da estrutura da cobertura discretizada analisado pelo ANSYS.  
Fonte: Programa ANSYS.

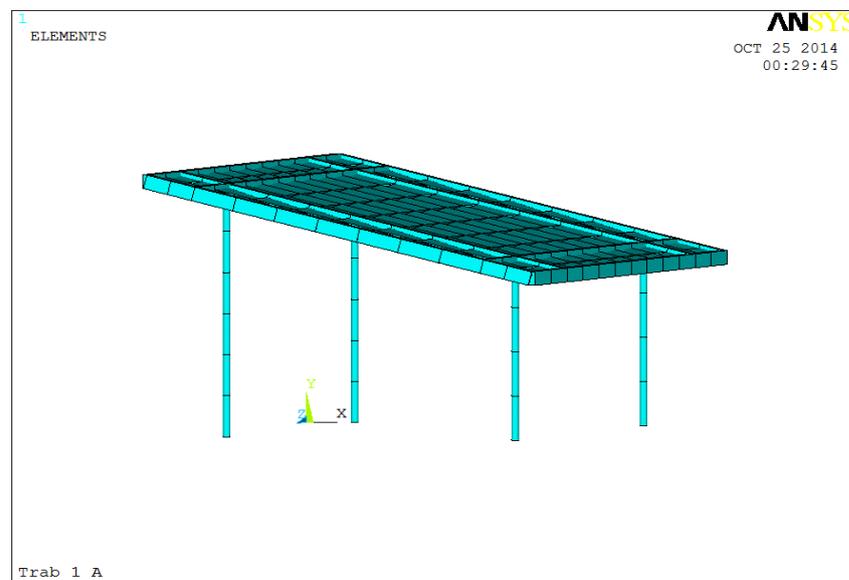


Figura 68 - Modelagem da cobertura pelo ANSYS.  
Fonte: Programa ANSYS.

As propriedades características dos materiais empregados na cobertura necessárias para a análise computacional são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Características dos materiais empregados no modelo computacional.

<b>Material</b>	<b>Módulo de Elasticidade (GPa)</b>	<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b>Massa Específica (KN/m<sup>3</sup>)</b>
AÇO	200	0,30	77,00
PLÁSTICO	2,40	0,21	13,40

Os valores definidos na Tabela 6 para o aço são aqueles comumente já determinados na literatura técnica enquanto para o plástico foram determinados a partir dos ensaios realizados em amostras de telhas plásticas conforme os laudos apresentados nos anexos do presente trabalho.

As seções transversais dos elementos que discretizam os pilares, as vigas e as barras de aço são aquelas apresentadas na Tabela 3 em conformidade com o tipo de peça definida no projeto apresentado na Figura 47.

Já para os elementos que discretizam o telhado, adotou-se um elemento de casca de espessura constante equivalente com inércia igual àquela da telha de plástico em relação ao centro de gravidade de sua seção transversal, desse modo mantendo a principal característica com relação a flexão do conjunto. Neste caso, o peso gerado pela espessura equivalente adotada não terá diferenças consideráveis em relação à espessura real da telha em razão dessa diferença ser pequena e apresentar baixa massa específica.

O carregamento estático adotado para a análise estática leva em consideração o peso utilizado no ensaio experimental distribuído ao longo da superfície da cobertura na qual o mesmo foi aplicado. As Figuras 69 à 70 mostram as áreas do carregamento distribuído aplicado sobre a cobertura.

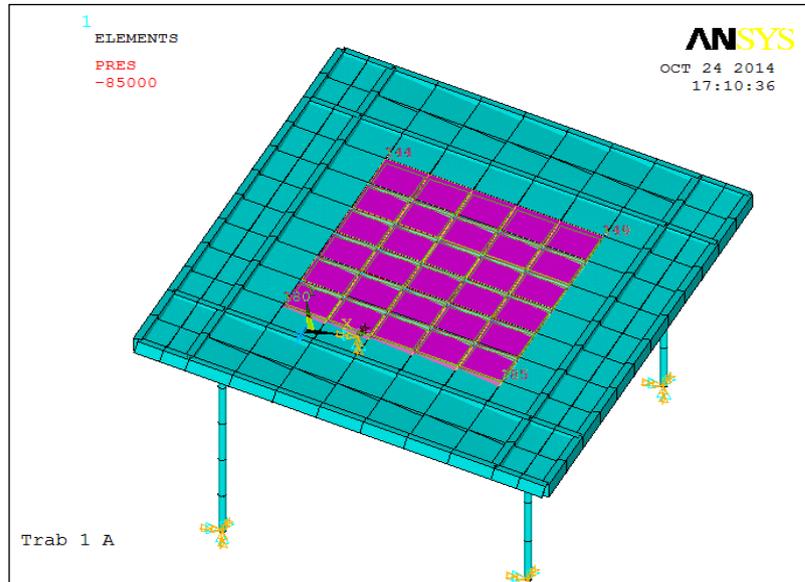


Figura 69 - Carregamento aplicado sobre os elementos da cobertura.  
Fonte: Programa ANSYS.

As cargas foram aplicadas e distribuídas em elementos discretizados. A Figura 73 mostra a aplicação das cargas nodais equivalente. Uma simulação estabelecida para verificar o comportamento do modelo em estudo.

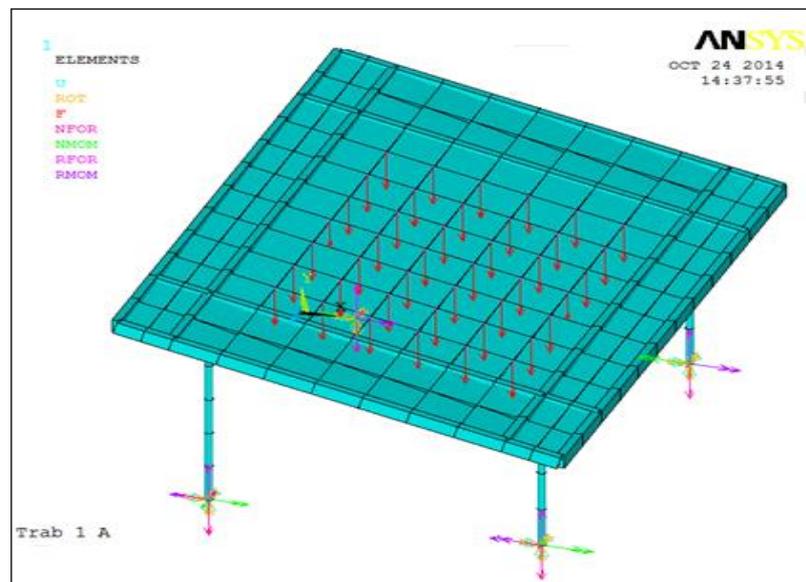


Figura 70 - Modelo da cobertura com cargas nodais equivalente desenvolvido no ANSYS.  
Fonte: Programa ANSYS.

Para modelar a protensão aplicada sobre as barras de tracionamento da estrutura e fixação das telhas plásticas foram introduzidas restrições no sentido longitudinal das barras no ponto de fixação destas com a viga transversina externa esquerda ( $V_7$ ) e aplicadas forças axiais nos elementos que discretizam as barras, no ponto de ligação destas com a viga longarina externa direita ( $V_{10}$ ), proporcionais a deformação experimentadas por estas, no modelo experimental, em decorrência do momento torçor aplicado nos parafusos de fixação dos perfis que formam a viga longarina externa direita ( $V_{10}$ ), vide Figura 57.

Os deslocamentos foram medidos nos pontos onde foram instalados os relógios comparadores que mediram o deslocamento vertical da cobertura durante o ensaio experimental do protótipo. As tensões resultantes foram observadas nos elementos metálicos da estrutura da cobertura (pilares, vigas e barras).

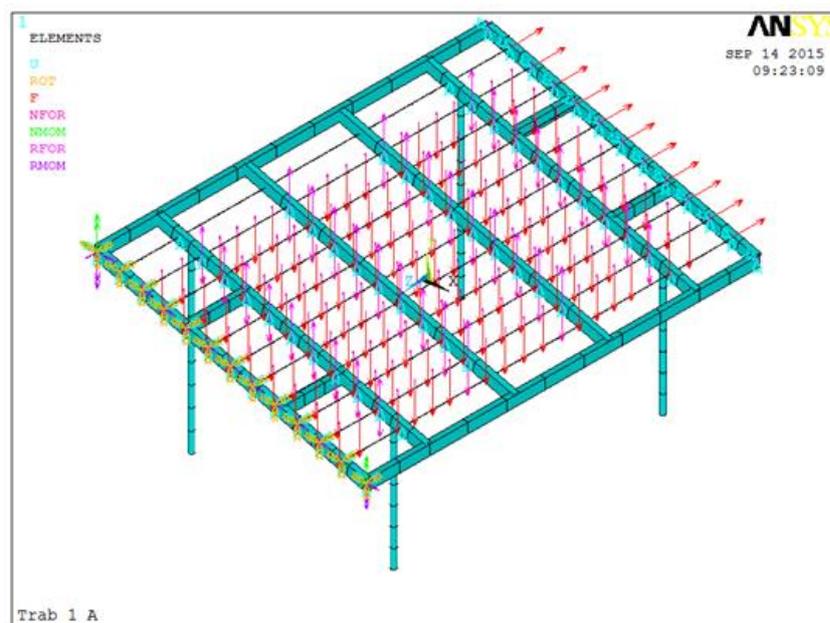


Figura 71 - Restrições e aplicação de carregamento em todas as barras de tracionamento da estrutura e de fixação das telhas.

Fonte: Programa ANSYS.

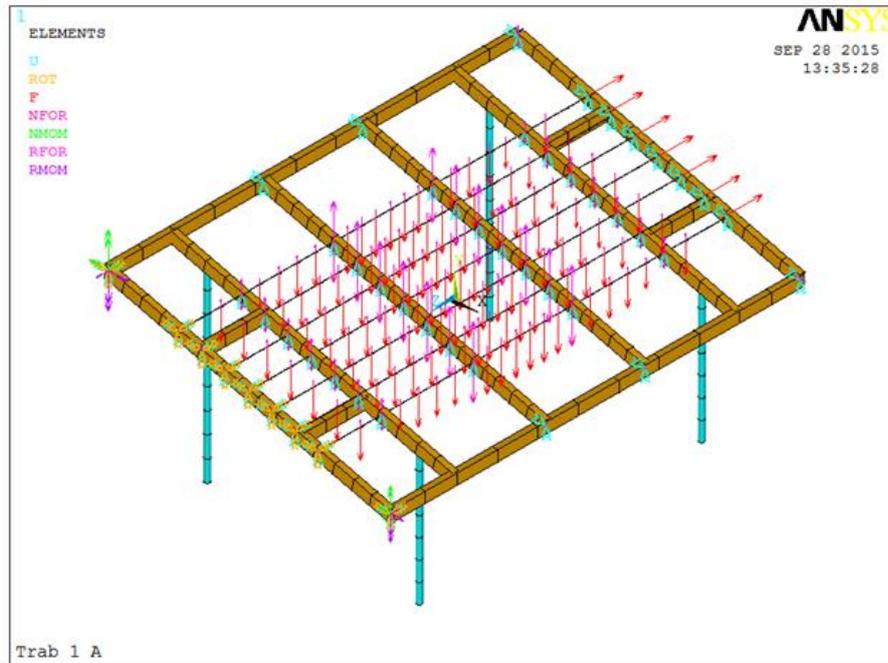


Figura 72 – Deformação das barras de tracionamento da estrutura e de fixação das telhas.

Fonte: Programa ANSYS.

## 5.6 ENSAIO EXPERIMENTAL ESTÁTICO

A análise estática do modelo em estudo tem por objetivo principal quantificar a magnitude dos esforços internos e dos deslocamentos que se manifestam em determinados pontos do sistema estrutural, quando o mesmo é submetido a um carregamento arbitrário, desprezando-se o efeito das forças de amortecimento e das forças de inércia. Tal procedimento no ANSYS fornece uma ampla gama de resultados numéricos, compatíveis com o carregamento aplicado, cuja avaliação de forma qualitativa viabilizará a sua utilização na elaboração do projeto da estrutura do sistema analisado.

Normalmente não se realiza ensaios de deslocamentos em estruturas para coberturas, apenas para casos específicos são realizados em coberturas quando as mesmas exigem grandes vãos. Neste contexto com a finalidade de fornecer subsídios para a análise estrutural do sistema de cobertura com as telhas plásticas analisado neste trabalho foram realizados vários ensaios no modelo experimental considerando situações como alteração de carregamento, ora com mudança na carga distribuída sobre a cobertura e ora com alteração na

protensão sobre as barras de tracionamento da estrutura e fixação das telhas, e alteração no vão central entre as vigas transversinas internas V11.

Para que pudessem ser instalados os relógios comparadores para medição dos deslocamentos verticais da cobertura foi construída uma plataforma de apoio em madeira montada sobre andaimes metálicos, conforme mostrada na Figura 73.

Esta plataforma construída com tábuas em madeira de lei de espessura aproximada de 25 mm foi devidamente alinhada com as vigas longitudinais e, niveladas em relação ao piso onde estão fixados os pilares.

Os relógios comparadores foram instalados em bases magnéticas, as quais foram posicionadas sobre a plataforma de madeira, de acordo como mostrado na Figura 74.



Figura 73 - Plataforma de apoio às bases dos relógios comparadores.



Figura 74 - Montagem do sistema de medição de deslocamento vertical da cobertura.

Para que fossem medidos os deslocamentos verticais na barra de tracionamento e fixação das telhas onde foram posicionados logo abaixo os relógios comparadores foi necessário fazer uma adaptação no relógio.

Esta adaptação consistiu na instalação de uma peça metálica fixando a parte superior do relógio comparador com um gancho de fixação do conjunto à barra metálica (Figura 75). Este gancho permitia o ajuste da posição do conjunto em relação à barra metálica.



Figura 75 - Mecanismo de fixação do relógio comparador à barra metálica.

Os pontos onde foram instalados os relógios comparadores são mostrados na Figura 76, sendo estes representados pelas referências R1, R2, R3 e R4.

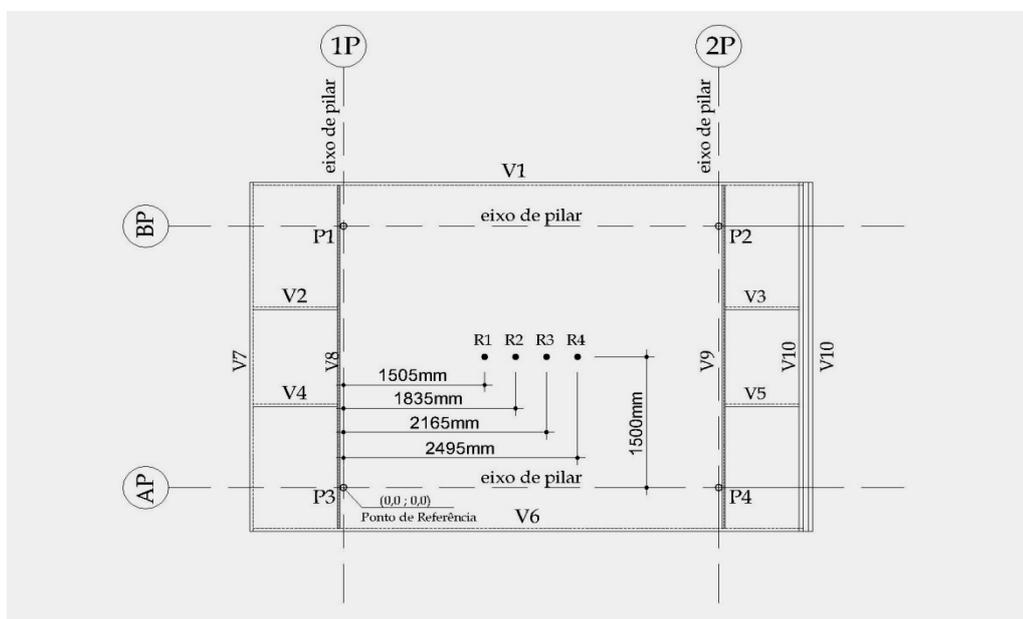


Figura 76 - Locação na planta baixa dos relógios comparadores.

Uma vez instalados os relógios comparadores, estes foram ajustados para mostrarem deslocamento nulo, para a estrutura sem carregamento externo, onde a partir deste ponto seriam mostrados os deslocamentos conforme a carga fosse aplicada sobre a cobertura.

Após o ajuste dos relógios comparadores, iniciou-se a aplicação da carga sobre a cobertura com a colocação cuidadosa de sacos com areia, que foram previamente pesados em uma balança eletrônica marca Toledo de capacidade de 50 kg com tolerância de  $\pm 5$  g (Figura 77). Os sacos utilizados para o ensaio possuíam massa de 10 kg, sendo distribuídos em uma área central entre as vigas V11 (Figuras 78 e 79).



Figura 77 - Pesagem dos sacos de areia.



Figura 78 - Colocação de sacos de areia de 10 kg representando a carga externa.



Figura 79 - Carregamento distribuído sobre a superfície da cobertura.

Após a aplicação do carregamento distribuído sobre uma determinada área da superfície da cobertura por meio de sacos de areia uniformemente distribuídos, esperou-se alguns minutos para que o sistema se estabilizasse devido à ação da movimentação do operário durante a colocação do carregamento e fez-se a leitura dos valores marcados nos relógios comparadores, observando-se o deslocamento vertical da cobertura nos pontos pré-estabelecidos.

Esta operação foi repetida para outros carregamentos distribuídos, mudando-se a quantidade de sacos de areia sobre a mesma área e em uma área central maior ou menor da utilizada para o primeiro carregamento.

Após esta primeira etapa, retirou-se todo o carregamento, e com a estrutura sem carregamento externo, nos pontos parafusos de ligação dos perfis que formavam a viga V10, por meio de um torquímetro, mostrado na Figura 80, aplicou-se um momento torsor de intensidade 60 kN.m, sobre a porca externa de fixação do parafuso, Figura 81, mantendo-se a porca interna imóvel, de tal modo a diminuir a distância entre os perfis com conseqüente protensão das barras de tracionamento e fixação das telhas. Este valor é o mínimo possível a ser aplicado com a chave de torque calibradora (torquímetro).

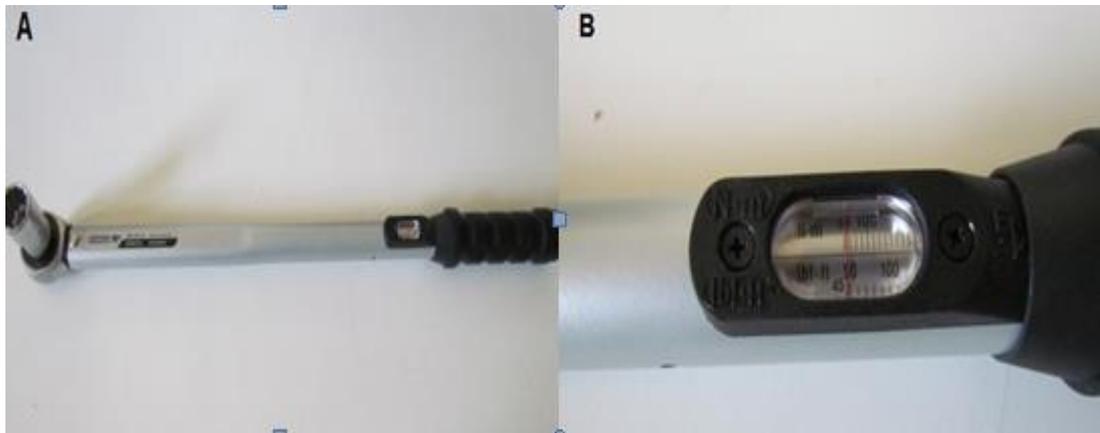


Figura 80– Torquímetro modelo GBR 3550-30 da GEDORE com capacidade de carga entre 60-300 N.m, A) visão geral; B) console com escala analógica.

Fonte: Programa Experimental (2014).



Figura81 - Aplicação de momento torsor no parafuso de fixação dos perfis da viga  $V_{10}$  por meio de torquímetro.

Em seguida, foram repetidos os mesmos procedimentos adotados para o carregamento aplicado na estrutura sem protensão, considerando as mesmas variações de carregamento, porém, com outra variante, a mudança no vão livre entre as vigas transversinas centrais  $V_{11}$  e  $V_{12}$ . Para todas essas situações foram medidos os deslocamentos verticais nos pontos de fixação dos relógios comparadores.



Na última etapa do ensaio, aplicou-se um momento torsor de 75 kN.m, repetindo-se os mesmos procedimentos dos ensaios anteriores. Esse esforço provocou um deslocamento nas barras tracionadas de 4 mm, medidas através das roscas dos parafusos. Considerando a barra redonda com o diâmetro de 4,2mm, comprimento de 6,0m e módulo de elasticidade de 200 GPa, a força **P** correspondente a este deslocamento é de 1,85 kN, conforme equação 39. O aço da barra redonda é CA-60, portanto a força **F<sub>sd</sub>** resistente de cálculo igual a 7,48 kN, conforme equação 40. Nesta equação  $\theta$  é o coeficiente de minoração,  $A_g$  a área bruta e  $f_y$  a tensão de escoamento.

$$P = \frac{\Delta L E A_g}{L} \quad \text{Eq.39}$$

$$F_{sd} = \theta A_g f_y \quad \text{Eq.40}$$

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme os procedimentos definidos no tópico anterior foram realizados os ensaios com o modelo experimental e a análise computacional levando em consideração esses ensaios, cujos resultados são apresentados a seguir.

### 6.1 ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ENSAIOS NO MODELO EXPERIMENTAL

Uma primeira observação que pode ser feita com relação aos resultados obtidos com os ensaios no modelo experimental, diz respeito a colocação das telhas na cobertura. Como pode ser visualmente observado na Figura 82, o postensionamento das barras não deve ser aplicado após a colocação das telhas, pois isto provoca uma deformação na estrutura de fixação das telhas com deslocamentos destas, provocando imperfeições no telhado que poderão originar futuras infiltrações. Portanto, como primeira sugestão apresentada, deve-se somente aplicar a tensão desejada nas barras de tensionamento da estrutura e de fixação das telhas após a montagem da estrutura e antes da colocação das telhas.



Figura 82 - Deslocamentos de telhas após a aplicação de postensão nas barras.

Conforme as situações de ensaio definidas no item 5.6, foram obtidos os deslocamentos apresentados na Tabela 7. Deve-se destacar que foram feitos ensaios na estrutura com carregamentos superiores aos de 600N/m<sup>2</sup> apresentado na Tabela 7, porém com deslocamentos superiores aos observados na Tabela, optou-se de não apresentá-los uma vez que com certeza estariam acima do estado limite de utilização da estrutura. Este carregamento equivale ao peso aproximado de uma pessoa por metro quadrado de área.

Tabela 7 - Deslocamentos verticais da cobertura conforme condições de carga.

Situação de Ensaio	Carregamento (N/m <sup>2</sup> )	Deslocamento (mm)				Vão entre as vigas V11 e V12 (mm)
		R1	R2	R3	R4	
Sem pós tensão	600	47,00	56,00	60,00	46,00	1400
	600	78,00	70,00	50,00	47,00	2050
Pós tensão Mt = 60 KN.m	600	20,50	22,40	25,00	23,50	1400
	600	51,00	63,00	52,00	24,00	2050
Pós tensão Mt = 75 KN.m	600	17,13	20,42	21,56	18,25	1400

Por outro lado, só foi possível aplicar um momento tursor máximo de 75 kN.m nas barras de tracionamento da estrutura e fixação das telhas devido aos deslocamentos observados nas telhas (Figura 82) e principalmente pelo fato da visível deformação na viga transversina interna V8, resultante de uma flambagem localizada do perfil, conforme pode ser observado na Figura 83.



Figura 83 - Deformação excessiva na viga transversina interna V<sub>8</sub>- Estado Limite de Utilização.

Como mencionado anteriormente, na Tabela 1, item 2.2, na análise dos resultados foram consideradas duas situações distintas recomendadas pelo IBC para deformações limites permitidas em estruturas de aço:

- Membro de telhado apoiando outro tipo de ferro

$$f_{Lim} = \frac{L}{240} \quad \text{Eq. 41}$$

- Membro de telhado sem apoio a forro

$$f_{Lim} = \frac{L}{180} \quad \text{Eq. 42}$$

Conforme as duas situações apresentadas foi montada a Tabela 8 mostrando os valores máximos, para cada situação e com as deformações limites permitidas de acordo com as recomendações do IBC.

Tabela 8 - Valores comparativos entre os resultados do ensaio e os limites recomendados pelo IBC.

Situação de Ensaio	Carregamento (N/m <sup>2</sup> )	Vão entre as vigas V11 e V12	Deslocamento Máximo (mm)	f <sub>Lim</sub> (mm)*	
				Condição 1	Condição 2
Sem pós tensão	600	1.400	60,00	5,83	7,78
	600	2.050	78,00	8,54	11,39
Pós tensão Mt = 60 KN.m	600	1.400	25,60	5,83	7,78
	600	2.050	63,00	8,54	11,39
Pós tensão Mt = 75 KN.m	600	1.400	21,56	5,53	7,78

\* As condições 1 e 2 se referem as equações 41 e 42 respectivamente.

Da Tabela 8 podem ser feitas as seguintes considerações:

- Houve uma redução de aproximadamente 65% no deslocamento vertical máximo da cobertura quando se aplica um momento torsor de 75 kN.m em relação a situação da barra de tracionamento da estrutura e fixação das telhas estar sem qualquer tensão externa aplicada;
- O aumento do vão livre entre as vigas V<sub>11</sub> e V<sub>12</sub> aumentou consideravelmente as deformações máximas mesmo com o aumento da tensão nas barras;
- Para todas as condições de ensaio os deslocamentos ou deformações máximas apresentaram valores acima dos valores limites recomendados pelo IBC. A situação menos desfavorável é a condição com pós-tensão, Mt = 75 kN.m com vão de 1400 mm, o qual apresenta um deslocamento superior a aproximadamente 2,8 vezes ao recomendado pelo IBC na condição 2, ou seja, membro de telhado sem apoio a forro.

Dos resultados dos ensaios estáticos no modelo experimental observa-se que a cobertura possui uma estrutura extremamente flexível com deformações excessivas, mesmo quando se considera o carregamento de 600 N/m<sup>2</sup>, o que é equivalente a aproximadamente uma pessoa por metro quadrado.

## 6.2 ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ENSAIOS NO MODELO COMPUTACIONAL

Considerando a modelagem numérica, foram obtidos os resultados em termos de deformações para a estrutura, conforme a deformada da cobertura apresentada nas Figuras 84 a 87, através o ANSYS, e os valores apresentados na Tabela 9 comparados com os valores experimentais com carregamento.

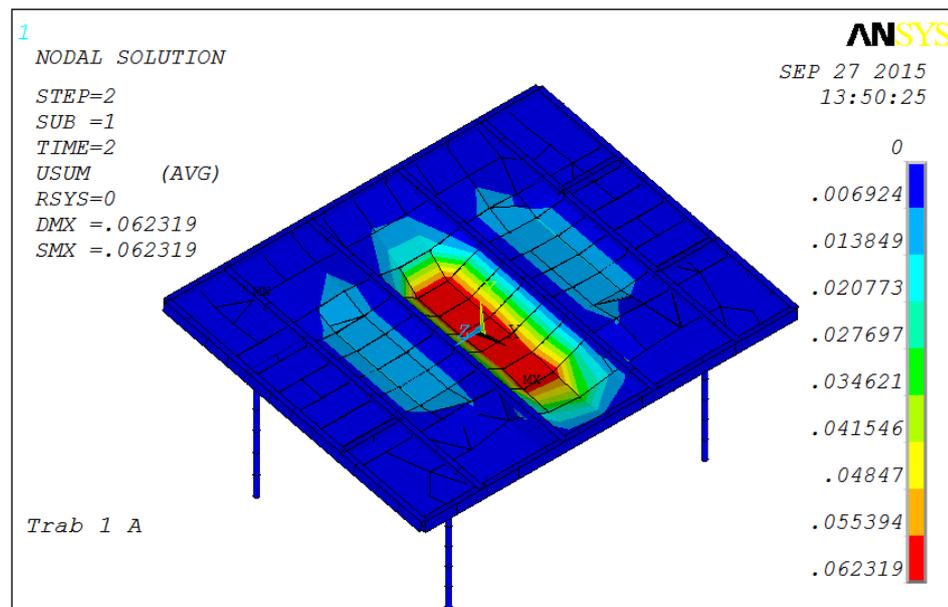


Figura 84 - Vista da cobertura com a deformada da estrutura após a aplicação do carregamento. Fonte: Programas ANSYS

Tabela 9 - Comparativo entre o ANSYS e o modelo experimental em termos de deslocamentos para o carregamento externo sem protensão.

Deformações (mm)			
Posição	ANSYS	Experimental	Diferença (%)
Centro	62,319	-	-
R1	53,288	47,00	13,337
R2	62,319	56,00	12,926
R3	61,968	60,00	4,947
R4	52,385	46,00	13,880

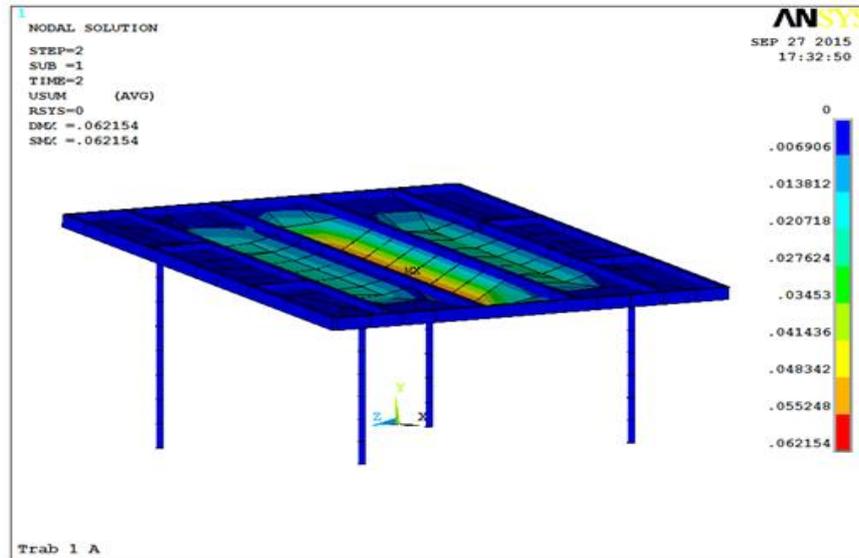


Figura 85 - Deformada da estrutura com as telhas após a aplicação do carregamento.

Fonte: Programas ANSYS

Quanto à análise numérica obtida através do ANSYS os resultados em termos de deformações para a estrutura são apresentados na Figura 85 e os valores na direção dos relógios comparadores são mostrados na Tabela 9 e comparados com os valores experimentais com carregamento.

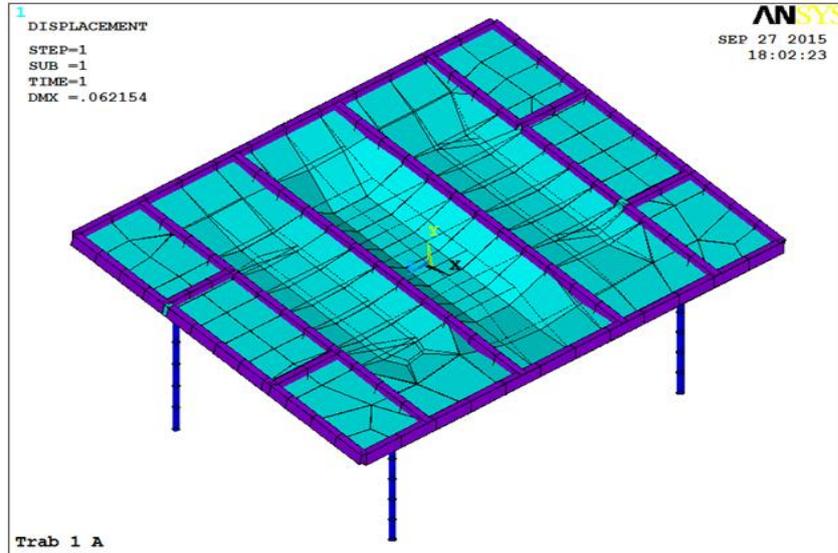


Figura 86 - Deformada da estrutura com as telhas após a aplicação do carregamento.

Fonte: Programas ANSYS.

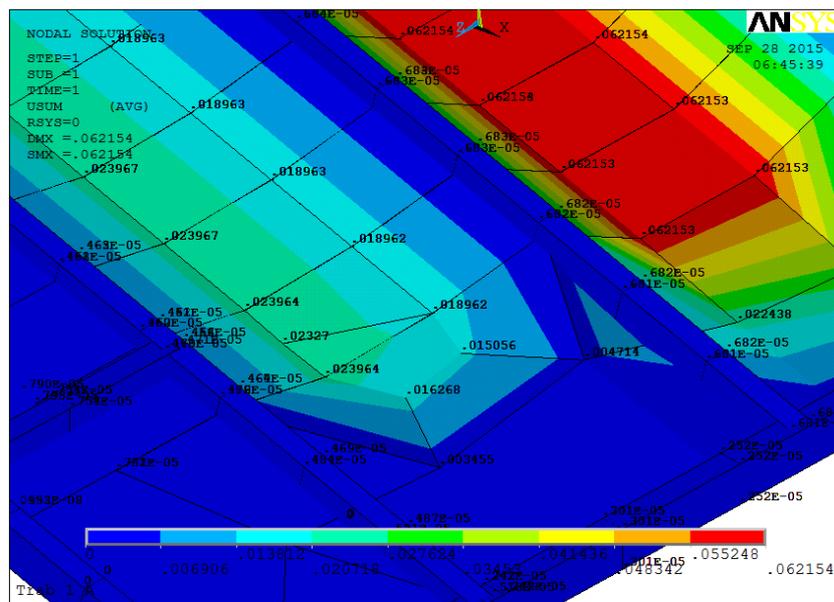


Figura 87 – Vista superior da cobertura indicando os deslocamento nodais devido as cargas com protensão.

Fonte: Programa ANSYS.

Aplicando-se forças externas surge nas barras tensões e deformações. A Figura 88 mostra a ação das forças nas barras redondas da cobertura.

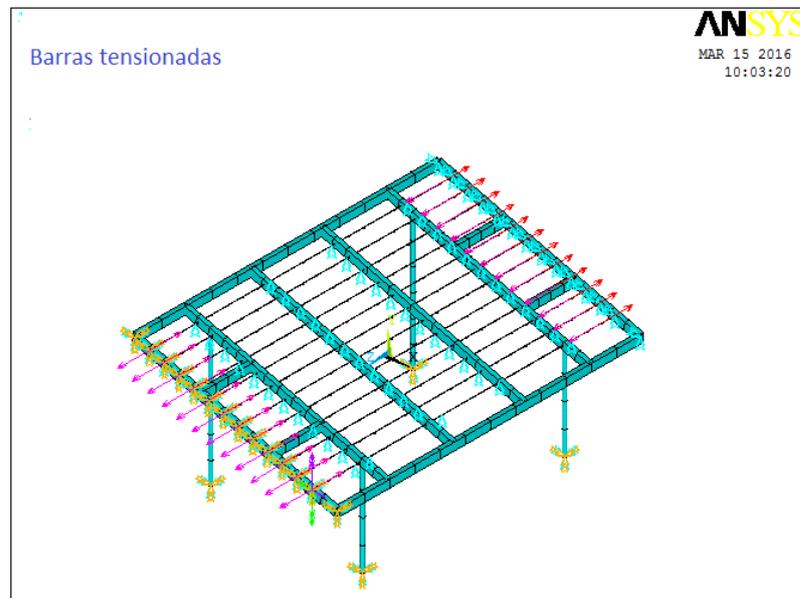


Figura 88 – Barras redondas tensionadas  
Fonte: Programa ANSYS.

A carga momento de 60 kN.m aplicada nos parafusos causou um deslocamento longitudinal 4 mm nas barras redondas do protótipo. Esse deslocamento equivale à aplicação de uma carga axial de 1,85 kN de acordo com a aplicação da equação 39. Esta carga causou no protótipo uma estabilidade desejável e com valores abaixo do estado limite de utilização para as cargas permanente e acidental. Considerando que a área da seção transversal das barras é de  $0,139 \text{ cm}^2$ , portanto para a carga aplicada a tensão nas barras é de  $13,31 \text{ kN/cm}^2$ .

Quando se aplicou a carga momento de 75 kN.m nos parafusos; mediu-se através de um paquímetro, os passos da rosca dos parafusos e o deslocamento longitudinal das barras foi de 12 mm. De acordo com a equação 39, a carga axial equivalente aplicada nas barras seria de 5,56 kN. Neste caso a carga momento causou flambagem local na viga V8, mostrada na Figura 83, portanto não recomendável a sua aplicação. Nesta situação a tensão nas barras é de  $40,0 \text{ kN/cm}^2$ .

Para verificar o deslocamento longitudinal máximo permitido nas barras aplicou-se a equação 40, conforme características mecânica e geométrica e o resultado foi uma carga de 7,51kN, portanto o deslocamento máximo permitido nas barras seria de 16 mm, correspondendo à tensão de escoamento do aço utilizado, isto é, 60,0 kN/cm<sup>2</sup>.

No programa ANSYS fez-se as simulações com as cargas equivalente ao dos momentos torsores de 60 kNm e 75 kNm.

Ao se aplicar um esforço 1,85 kN tracionando as barras utilizando-se o programa ANSYS obteve-se o diagrama de esforço normal e uma tensão máxima de 0,147x10<sup>9</sup> N/m<sup>2</sup> conforme Figuras 89.

Posteriormente com a aplicação do esforço normal de 5,56 kN obteve-se o diagrama com uma tensão máxima de 0,441x10<sup>9</sup> N/m<sup>2</sup> conforme Figura 90.

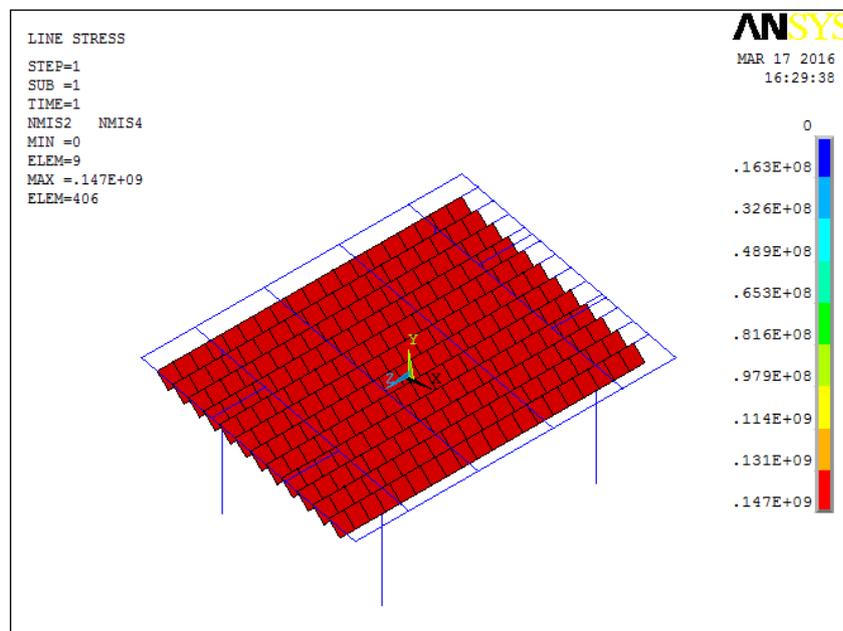


Figura 89 – Diagrama de tensão nas Barras redondas tensionadas. Carga momento de 60,0 kN.m

Fonte: Programa ANSYS.

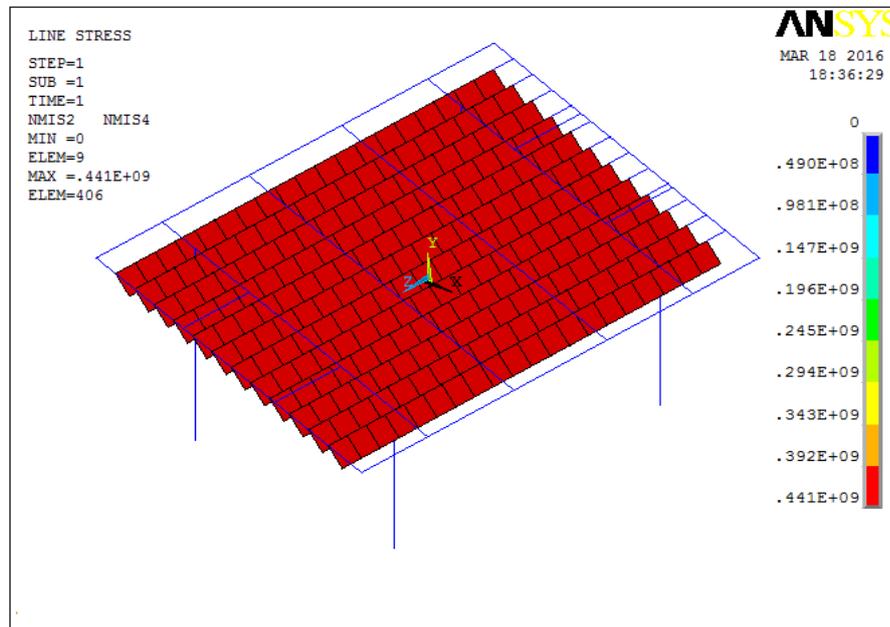


Figura 90 – Diagrama de tensão nas Barras redondas tensionadas. Carga momento de 75,0 kN.m  
Fonte: Programa ANSYS.

Os resultados comparativos das tensões entre o modelo experimental e o obtido no programa ANSYS estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultado comparativo das tensões nas barras: modelo experimental x ANSYS

Carga Momento aplicada nas barras (kNm)	Deslocamento longitudinal máximo (mm)	Carga Normal equivalente aplicada (kN)	Tensão nas barras (kN/cm <sup>2</sup> )	
			Experimental	ANSYS
60	4	1,85	13,31	14,70
75	12	5,56	40,00	44,10



De acordo com os valores apresentados na Tabela 9 e Tabela 10 podem ser feitas as seguintes considerações:

- As diferenças entre os valores obtidos por meio da modelagem no ANSYS e àqueles medidos no modelo experimental para a posição R3 apresentam valores muito próximos, com uma diferença de 4,95%;
- Muito embora as diferenças entre os valores obtidos pelo ANSYS em relação àqueles medidos no modelo experimental para as posições R1 e R4 tenham sido consideráveis, deve-se considerar que ambas as posições não representam os valores mais críticos;
- O maior deslocamento encontrado está no centro da cobertura, no meio do vão entre as transversinas internas V11. Sendo este 10,8% maior que o valor observado em R3 experimentalmente.
- O deslocamento máximo obtido nas coordenadas de R1, através do ANSYS após a protensão com o modelo carregado foi de 28,95mm exatamente no centro do vão longitudinal.
- A tensão máxima permitida para o modelo experimental é de 147 MPa, obtida através da modelagem do sistema de cobertura no programa ANSYS.

Conforme as considerações anteriores pode-se afirmar que a modelagem feita pelo ANSYS apresentou resultados satisfatórios em termos de deformações do modelo experimental da cobertura, para os pontos no centro do telhado, porém, o modelo precisa ser melhorado para representar melhor o problema proposto.

Além disso, do modelo computacional foi observada uma deformação máxima no centro da cobertura, relativo ao peso próprio do telhado, de 4,57 mm. Este valor somado ao carregamento acidental, representado pela carga distribuída de  $600\text{N/m}^2$ , resulta em deslocamento total de 70,66 mm, bem acima dos valores limites estabelecidos pelo IBC.

O sistema em estudo apresenta uma característica peculiar se comparado com os tipos de coberturas convencionais. Neste modelo, quando da aplicação de ações oriundas das cargas



variáveis, a cobertura sofre um deslocamento além do estabelecido em normas, entretanto como estas ações são esporádicas e de pequena duração podendo ser consideradas como excepcionais, ao desaparecer estas ações o sistema volta a sua configuração inicial. Como mostrado anteriormente o motivo do restabelecimento da configuração inicial é devido ao fato das barras trabalharem como um sistema elástico. O deslocamento vertical não danifica as telhas porque são sobrepostas e as mesmas sofrem pequenos deslocamentos independentes das barras devido ao fato de serem fixadas através de presilhas que proporcionam apenas restrições na vertical e de rotação tendo liberdade de pequenos deslocamentos no sentido longitudinal das barras.

Segundo Féodosiev (1977) a estabilidade de um sistema é a capacidade do mesmo em se manter no estado de equilíbrio durante a aplicação de forças externas. Enfatiza ainda a possibilidade da existência de condições reais de ações, capaz de modificar o estado inicial de equilíbrio, contribuindo para a formação de um novo estado de equilíbrio.

Com relação ao modelo proposto de cobertura a mesma pode perder momentaneamente o seu estado inicial devido a determinadas perturbações, todavia não perde a estabilidade.

Como as barras redondas são suspensas e ao serem submetidas a diferentes cargas, muda de forma, tendo como tendência a formar uma curva funicular. Trata-se, portanto de uma estrutura de cobertura de “forma-ativa”, pois é dependente das condições de carregamento e das mudanças de localização deste carregamento.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DAS FUTURAS PESQUISAS

Muito embora a concepção do sistema estrutural para a cobertura ecológica seja inovadora, os ensaios realizados com carregamentos estáticos no modelo experimental (protótipo) mostraram que a estrutura da cobertura é demasiadamente flexível, apresentando deformações excessivas, muito além das recomendações do *International Building Code* (IBC), isto até mesmo para um carregamento de aproximadamente uma pessoa por metro quadrado, distribuído sobre uma área central da superfície de cobertura.

Conforme leitura anterior, o comportamento da cobertura, do ponto de vista do estado limite de serviço, apresenta dois estados específicos, primeiramente é quando não há sobrecarga na cobertura, neste caso o deslocamento é praticamente nulo, o segundo é quando surge uma sobrecarga causada pela presença de pessoas ou outros agentes sobre a cobertura causada por diversos motivos, evidentemente que esta presença será esporádica e neste caso haverá grandes deslocamentos, ultrapassando o estado limite de serviço. Esta mudança repentina é motivada pelo modelo construtivo adotado, isto é, o sistema é muito flexível, semelhante à estrutura *tensegrity*. Os elementos de barra inicialmente trabalhando ativamente contribuem para se enquadrar o modelo estrutural da cobertura como uma tenso estrutura.

Os resultados medidos no modelo experimental foram confirmados pela modelagem numérica empregando o programa ANSYS que simula o comportamento desse modelo.

De acordo com a Análise Estrutural feita através da modelagem numérica a partir do comportamento do modelo experimental e de acordo com o que foi observado no próprio modelo experimental, são apresentadas as seguintes sugestões:

- Aumentar a espessura dos perfis que compõem a transversina externa  $V_{10}$  e a longarina externa  $V_7$ ;
- Colocar um elemento metálico vazado de contato entre porca e o perfil de diâmetro pelo menos duas vezes maior do que o do parafuso de fixação dos perfis de tracionamento (transversina externa  $V_{10}$ );

- Colocar enrijecimento no perfil da transversina externa V7, nunca inferior a espessura do perfil;
- Aumentar o diâmetro da barra de tracionamento e fixação das telhas de 4,2 para 5,0 mm, sendo recomendada a utilização de barra lisa;
- Colocar entre os vãos das transversinas externas barras de diâmetro 5,0 mm paralelas a estas com esticamento manual;
- Os perfis das transversinas internas poderão ter espessura menor do aqueles empregados para as externas;
- Colocar um elemento de reforço entre a transversina de ligação dos pilares e a primeira transversina interna para evitar deformações excessivas;
- Após a colocação das barras de tracionamento e a aplicação da protensão deve-se aplicar um filete de solda no ponto de conta desta barra e as transversinas, substituindo o gancho guia que atualmente é empregado;
- Aplicar posteriormente a postensão um filete de solda entre o parafuso e o perfil, evitando possível relaxamento do parafuso;
- Deve-se colocar as telhas somente após ter sido aplicada a tensão sobre as barras de tracionamento e da aplicação dos filetes de solda entre as barras e as transversinas e entre os parafusos e o perfil da viga transversina externa V10;
- Deve-se ter um gabarito preciso para colocação e alinhamento das barras onde serão fixadas as telhas, evitando-se distorções ou colocação incorreta destas.

Com relação ao modelo computacional empregado na pesquisa, deve-se buscar um modelo de elemento de barra e de casca que melhor represente o sistema de cobertura e as próprias telhas plásticas.



## REFERÊNCIAS

AGECOM, **Telecomunicações**. Disponível em: <[www.agecomnet.com.br](http://www.agecomnet.com.br)> Acesso em: 13 jun. 2014.

AGUIAR, E.C.C.; SILVÉRIO, C. D. V.; PEREIRA, L.A.; KANNING, R.C. **A tecnologia do concreto aliada ao meio ambiente** - CEFET-PR – Disponível em: <<http://www.cefetpr.br/deptos/dacoc/isopet/>> Acesso em: 10 jan. 2014.

ALMEIDA, M.O; JUNIOR, M.J.F; SONCIM, S.P; JUNIOR, G. B. A. **Uso de areia de PET na fabricação de concretos**. In: Congresso Brasileiro de Ciência e Tecnologia e Resíduos e Desenvolvimento Sustentável. Florianópolis, Livro de Resumos, São Paulo: ICTR, 2004.

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 5.ed. São Paulo: Érica, 2000.

ÂNGULO, S.C.; ZORDAN, S.E.; JOHN, V.M.. **Desenvolvimento sustentável e a reciclagem de resíduos na construção civil**. In. IV Seminário de Desenvolvimento Sustentável e a Reciclagem na Construção Civil, Comitê Técnico CT206 – Meio Ambiente, Anais (IBRACON), 2001.

ANSYS. User's **Manual for revision**. Houston, PA, Swanson Analysis Systems Inc., 2001

ASSAN, A.E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. Campinas: Unicamp, 1999.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA QUÍMICA. **Resinas termoplásticas**. Disponível em:<<http://www.abiquim.org.br/resinastermoplasticas/fabricantes.asp>>. Acesso em: jun, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NBR 14762. **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações: NBR 6120**. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devido ao vento em edificações: NBR 6123**. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800:2008 - **Projeto de estrutura de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios**.

BATHE, K.J. **Finite element procedures in engineering analysis**. 1st Edition, New Jersey: Prentice-Hall, 1982.

BELLEI, I.H. **Edifícios industriais em aço** – projeto e cálculo. 3.ed. São Paulo: PINI, 2000.



BONO, G.F.F. **Modelos constitutivos para análise Tridimensional de estruturas de concreto armado através dos elementos finitos.** Tese de Doutorado em Engenharia. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.  
CALLISTER, JR, William D. **Ciência e engenharia dos materiais:** uma introdução. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

CANDIAN, Livia Matheus. **Estudo do polietileno de alta densidade reciclado para uso em elementos estruturais.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

CANELLAS, S.S. **Reciclagem de PET, visando à substituição de agregado miúdo em argamassas.** 2005. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Ciência dos Materiais e Metalurgia, 2005.

CARNEIRO, F.L. **Análise dimensional e teoria da semelhança e dos modelos físicos.** 2.ed. Rio de Janeiro: URFJ, 1996.

COMPROMISSO EMPRESARIAL PARA RECICLAGEM – CEMPRE. COMPROMISSO EMPRESARIAL PARA RECICLAGEM – CEMPRE Pesquisa Ciclosoft (2008). Disponível em: <[http://www.cempre.org.br/ciclosoft\\_2008.php](http://www.cempre.org.br/ciclosoft_2008.php)>. Acesso em: 18 dez. 2008.

COMPROMISSO EMPRESARIAL PARA RECICLAGEM – CEMPRE. **Lixo municipal:** Manual de Gerenciamento Integrado. 2.ed. cor. Brasília, 2002.

CONSOLI N.C.; MONTARDO J. P.; PRIETTO, P.D.M. **Comportamento mecânico de uma areia cimentícia reforçada com resíduos plásticos.** In Seminário Nacional sobre reuso/reciclagem de resíduos sólidos industriais SMA/ São Paulo. 2000.

DIAS, S.L.F.G.; TEODÓSIO, A.S.S. **Reciclagem de PET:** desafios e possibilidades. In: Encontro Nacional da Engenharia de Produção, 26, Ceará, 2006. Anais... Ceará: ENEGEP, 2006.

FÉODOSIEV, V. **Resistência dos materiais,** Edições Lopes da Silva, Porto, Portugal, 1977.

FORLIN, F.J.; FARIA J.A.F. **Considerações sobre a reciclagem de embalagens plásticas.** Polímeros: Ciência e Tecnologia. Campinas, v.12, n.1, 2002. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/po/v12n1/9876.pdf>>. Acesso em: 28 out. 2012.

GERE, James H.; GOODNO, Barry J. **Mecânica dos materiais.** 7.ed, CENGAGE Learning, São Paulo, 2009.

GOULART, F.C. **Granulação de resíduos plásticos.** In: VII Seminário de Iniciação Científica da PUC-RIO 2000. Departamento de Ciência dos Materiais e Metalurgia – PUC-RIO, 2000.



GRIMBERG E. **A política nacional de resíduos sólidos, a responsabilidade das empresas e a inclusão social.** São Paulo. Instituto Polis, 2004.

GUIMARÃES, L.E.; TUBINO, R.M.C. **Ambientação térmica de casas de madeira utilizando paredes externas recheadas com argamassa contendo casca de arroz, resíduos de borracha (Pneu) ou garrafa PET triturada.** In: Congresso Brasileiro de Ciência e Tecnologia e Resíduos e Desenvolvimento Sustentável 2004, Florianópolis, Livro de Resumos, São Paulo, ICTR, 2004.

LEET, Keneth M.; UANG, Chia-Ming; GILBERT, Anne M. **Fundamentos da análise estrutural.** Editora Mc Graw Hill - AMGH Editora Ltda. 3ª edição; Porto Alegre; 2010

LOPES, L. **Gestão e gerenciamento integrado dos resíduos sólidos urbanos:** alternativas para pequenos municípios. Dissertação (Mestrado em Geografia Humana) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

MARANGON, E. **Aspectos do comportamento e da degradação de matrizes de concreto de cimento Portland reforçados com fibras provenientes da reciclagem de garrafa PET.** Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2004.

MARTHA, L.F. **Análise de estruturas.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MOLITERNO, A.; BRASIL, R.M.L.R.F. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira.** 4.ed. São Paulo: Editor Edgard Blucher Ltda. 2008.

MONTENEGRO, R.S.P. et al. **Resina PET para recipientes.** Disponível em: <<http://www.bndes.gov.br/conhecimento/bnset/repet8.pdf>>. Acesso em: 23 jun, 2007.

OLIVEIRA, M.B. **Estudo de cabos livremente suspensos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia da Universidade de São Carlos, São Carlos, 1995.

OTTO, F. **Estruturas de tração:** desenho, estrutura e cálculo de edifícios de cabos, redes e membranas. Estruturas pneumáticas, v.1. Editora MIT Press, Instituto de Tecnologia de Massachusetts, 1967.

OTTO, F. **Estruturas tensionadas.** v.2, editora MIT Press, Instituto de Tecnologia de Massachusetts. 1969.

PAULETTI, R. M. O. **História, análise e projeto das estruturas retesadas,** São Paulo, Tese para Concurso à Livre-Docência, apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.

PELLICO, H.C.. **Estudo de sistemas modulares espaciais para coberturas usando perfis tubulares.** Ouro Preto, 2004, 191p. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais.



PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço**: dimensionamento prático. 8º edição [reimpressões]. Rio de Janeiro; LTC, Livros Técnicos e Científicos, 2011.

PINHEIRO, A.C.F.B. **Estruturas metálicas**: cálculo, detalhes, exercícios e projetos. 2.ed. São Paulo: Blücher, 2005.

PIVA, A.M.; WIEBECK, H. **Reciclagem do plástico**: como fazer da reciclagem um negócio lucrativo. São Paulo: Artliber, 2004.

POPOV, E.P. **Introdução à mecânica dos sólidos**. 1.ed, São Paulo, Edgar Blucher, 1978.

PRZEMIENIECKI, J.S. **Theory of matrix structural analysis**. New York: McGRAW-Hill Book Company, 1968.

REVISTA PLÁSTICO MODERNO. Edições Anteriores. Disponível em:<[www.plasticomoderno.com.br](http://www.plasticomoderno.com.br)>. Acesso em: 25 nov. 2012.

REVISTA TÉCNICA 70. São Paulo: Pini, 2003.

ROMUALDO R.M.; GELMIRE, A.N.; HEBER C. F. **O Estado da arte sobre o uso de resíduos como matérias-primas cerâmicas alternativas**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, vol.6, n.2, Campina Grande 2002.

SICHERI, E.P., et al. **Materiais de construção III**: polímeros na arquitetura e na construção civil. São Carlos: USP, 2005.

SONCIM, S.P.; JUNIOR, G.B.A.; ALMEIDA M.O.; JUNIOR, M.J.F.; ALMEIDA, S.G.; VIDAL, F. X. R. **Resíduo da reciclagem de PET (Polietileno Tereftalato) como material alternativo na construção de reforço de subleitos de rodovias**. In: Congresso Brasileiro de Ciência e Tecnologia e Resíduos e Desenvolvimento Sustentável. Florianópolis, Livro de Resumos, São Paulo, 2004

SORIANO, H.L.; LIMA, S.S. **Análise de estruturas**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2004.

SPINACÉ, M.A.S.; DE PAOLI, M.A. **A tecnologia da reciclagem de polímeros**. Química Nova, Campinas, v. 28, n. 1, 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/qn/v28n1/23041.pdf>>. Acesso em: 09 fev., 2014.

SÜSSEKIND, J.C. **Curso de análise estrutural**. 6.ed. Porto Alegre. Globo, 1984.

TELHAS LEVE. **Informações adicionais**. Disponível em: <[www.telhasleve.com.br](http://www.telhasleve.com.br)>. Acesso em: 25 nov. 2008.

TIMOSHENKO S.P, KRIEGER S.W. **Theory of plates and shells**. 2nd, Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha, 1959.



**UFAM**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA**



VASCONCELOS, R.P., GOES, L.P., COSTA, N.P.A. **Relatório de análise de estrutura de cobertura com telhas plásticas de pet reciclado** – Restrito.

YAZIGI, Walidi. **A técnica de Edificar**. 2 ed. São Paulo, Editora Pini – SindusCon-SP, 1999.  
ZANIN, M.; MANCINI, S.D. **Resíduos plásticos e reciclagem**: aspectos gerais e tecnologia. São Carlos: EdUSFCar, 2004.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
FACULDADE DE TECNOLOGIA**



## **APÊNDICE A**



## APÊNDICE A

### MODELO MATEMÁTICO ANALÍTICO PARA ANÁLISE DE BARRAS DE PEQUENO DIÂMETRO ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO DE CABOS DE AÇO.

#### A.1 MODELO MATEMÁTICO ANALÍTICO

Algumas curvas têm suas configurações representadas por modelos matemáticos já consagrados. No caso de cabos suspensos por dois pontos em suas extremidades onde os infinitos pontos entre as extremidades assumem posições de flexão e deflexão, sem levar em consideração as ações atuantes, pode-se afirmar que se trata de uma catenária. Segundo Süsskind (1984), os cabos, como elementos estruturais, são usados em diversos tipos de estruturas. Nas pontes pênséis, teleféricos são os principais elementos estruturais. Atualmente os calculistas utilizam-se da capacidade portante dos cabos para vencer grandes vãos em projetos de coberturas.

Neste trabalho, o estudo estático das barras redondas de pequeno diâmetro, será feito estabelecendo-se uma analogia com cabos submetidos à ação de determinadas cargas uniformemente distribuídas e no sentido perpendicular ao seu eixo principal tracionado. Neste caso a curva da linha elástica será aproximada como uma parábola.

Os modelos analíticos têm a principal vantagem de apresentarem uma equação fechada para o problema, tornando assim mais simples de serem calculados. Mesmo assim a solução de sistemas estruturais complexos leva a formulação de equações diferenciais complexas baseadas na teoria de elasticidade, significando que o modelo analítico tem suas limitações. As ferramentas analíticas proporcionam bons resultados enquanto são válidas suas premissas.

Normalmente as barras ou cabos quando submetidas a esforços de tração, as ações atuantes sempre estão abaixo de sua cota de apoio, com é o caso dos cabos de pontes estaiadas e pênséis. Neste capítulo faz-se um estudo das barras tracionadas submetidas a cargas uniformemente distribuídas perpendiculares ao seu eixo longitudinal com restrições nas duas

extremidades, estabelecendo-se uma analogia com cabos submetidos ao mesmo tipo de cargas. No primeiro momento faz-se uma análise do sistema estático da barra através do Processo Analítico e posteriormente através do Método dos Deslocamentos.

Conforme já mencionado o estudo do comportamento das barras através do Processo Analítico envolve a resolução de equações diferenciais onde as soluções, em alguns casos, são resolvidas por aproximações. Na sequência a análise estática da barra é realizada através do Método dos Deslocamentos. Neste Método procede-se uma discretização da barra em segmentos de reta interligados através de pontos nodais, nos quais se imagina a aplicação das cargas equivalente das ações atuantes no sistema, conforme Figura 1.

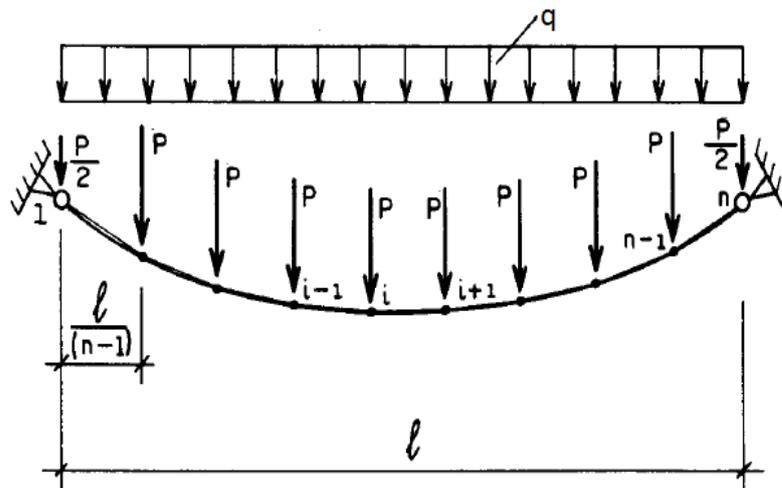


Figura 1 – Sistema com carga nodal equivalente  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

As ações consideradas para o estudo destes dois métodos de análise são os carregamentos uniformemente distribuídos em toda a extensão da barra, a variação de temperatura e o deslocamento dos seus apoios. Como as ações são conhecidas, busca-se através destes dois Métodos a determinação dos esforços e deslocamento máximo das barras.

### A.1.1 Processo analítico

No processo analítico a barra é estudada a partir de equações diferenciais que relacionam tensões, deformações e deslocamentos.

As expressões obtidas a partir das equações desenvolvidas permitem analisar a barra solicitada por diversos tipos de carregamento. A princípio considerou-se apenas barras com carregamento uniformemente distribuído ao longo de todo seu vão. Também, os efeitos da variação de temperatura juntamente com os deslocamentos dos apoios, foram considerados.

Algumas premissas são consideradas neste processo. Admite-se a barra trabalhando no regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal da barra de seção transversal que neste caso pode ser considerado com um fio.

### A.1.2 Equações básicas do elemento de cabos adaptadas às barras

Para este caso específico considera-se a dedução das equações que determinam o comportamento estático das barras de pequeno diâmetro como de fios livremente suspensos.

**Equações de Equilíbrio** - Na sequência de equações, as condições de equilíbrio do elemento de barra são atendidas nas posições, inicial e final.

**Elemento de Barra na Posição Inicial** - As equações de equilíbrio estático de forças e momentos para um elemento de comprimento inicial  $ds$ , mostrado Figura 2 são:

$$dH = 0 \quad \text{Eq. 01}$$

$$dV + qdx = 0 \quad \text{Eq. 02}$$

$$Vdx - Hdy - qdx\left(\frac{dx}{2}\right) = 0 \quad \text{Eq. 03}$$

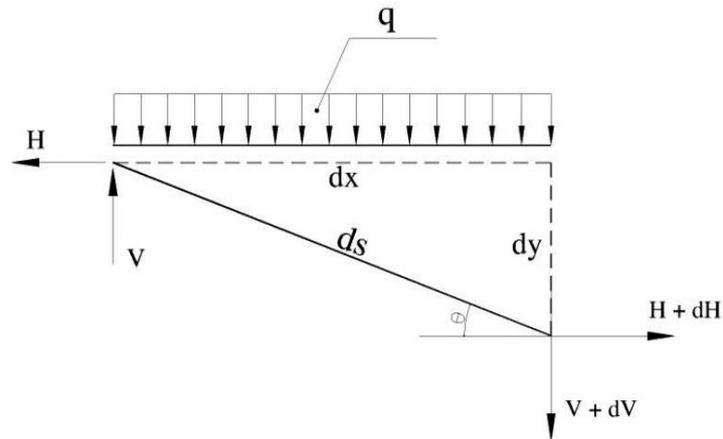


Figura 2 - Elemento de barra na posição inicial  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

**Elemento de Barra na Posição Final** - Semelhante às condições de equilíbrio citadas anteriormente, as equações para um elemento de comprimento final  $d\bar{s}$ , Figura 3, são:

$$\bar{H} = 0 \quad \text{Eq. 04}$$

$$\bar{V} - \bar{q}(dx + du) - (\bar{V} + d\bar{V}) = 0 \quad \text{Eq. 05}$$

$$\bar{V}(dx + du) - \bar{H}(dy + dv) - \bar{q} \frac{(dx + du)^2}{2} = 0 \quad \text{Eq. 06}$$

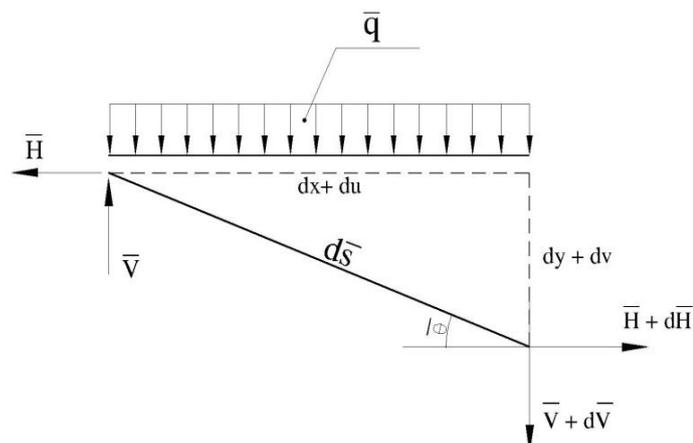


Figura 3 – Elemento de barra na posição final.  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

**Relação entre Deformações e Deslocamentos** - Os comprimentos  $ds$  e  $d\bar{s}$ , Figura 4, podem ser expressos por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad \text{Eq. 07}$$

$$d\bar{s}^2 = (dx + du)^2 + (dy + dv)^2 \quad \text{Eq. 08}$$

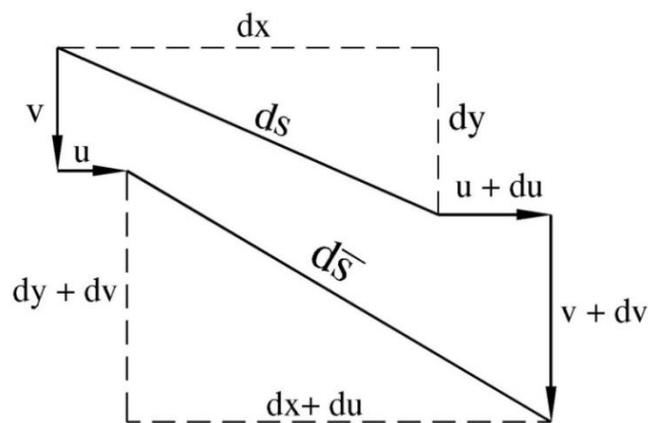


Figura 4 – Elemento de barra na posição inicial e final.  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

Como definindo a deformação específica  $\varepsilon$  é dada por:

$$\varepsilon = \frac{d\bar{s} - ds_0}{ds_0} \quad \text{Eq. 09}$$

Combinando-se as equações (07), (08) e (09), obtém-se a equação (10) que relaciona deformação e deslocamentos:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2u' + u'^2 + 2y'v' + v'^2}{1 + y'^2}} - 1 \quad \text{Eq. 10}$$

**Relação entre Esforços e Deformações** - A Figura 5 mostra um elemento de barra de comprimento inicial  $ds$ , comprimento final  $d\bar{s}$  e comprimento de referência (sem deformação)  $ds_0$ .

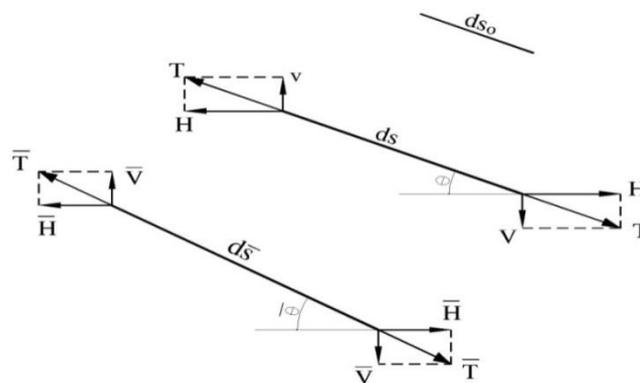


Figura 5 – Elemento de barra na posição inicial e final  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

De acordo com a lei de Hooke, podem-se escrever da seguinte forma as equações que relacionam tensões e deformações:

$$\sigma = \frac{T}{A} = E \frac{ds - ds_0}{ds_0} \quad \text{Eq. 11}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{T}}{A} = E \frac{d\bar{s} - ds_0}{ds_0} \quad \text{Eq.12}$$

Sendo  $A$  a área da seção transversal da barra e  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal. Combinando-se as equações (11), (12), (09) e considerando-se a variação de temperatura, tem-se:

$$\varepsilon = \frac{(T - T)}{T + EA} + \alpha \Delta t \quad \text{Eq. 13}$$

Onde  $\alpha$  é o coeficiente linear de dilatação térmica do material da barra e  $\Delta t$  é a variação de temperatura.

**Configuração Inicial de Equilíbrio** - Seja a barra livremente suspensa esquematizada na Figura 6.

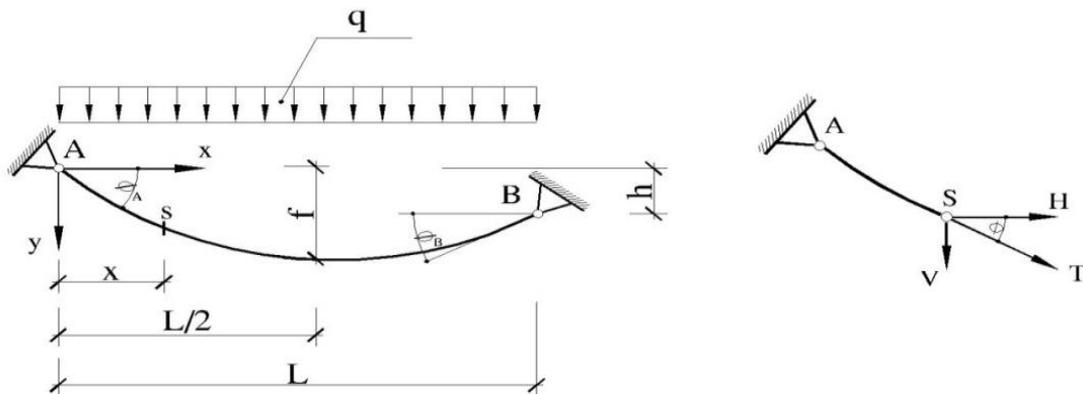


Figura 6 - Barra na posição inicial de equilíbrio  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

Combinando-se as equações (01), (02), (03) obtém-se como resultado a equação diferencial que descreve a configuração inicial de equilíbrio da barra.

$$y'' = -\frac{q}{H} \quad \text{Eq.14}$$

Integrando-se a equação (14), têm-se:

$$y' = -\frac{q}{H}x + a \quad \text{Eq. 15}$$

$$y = -\frac{q}{2H}x^2 + ax + b \quad \text{Eq. 16}$$

Estabelecendo as condições de contorno através das coordenadas x e y nos pontos A e B; determinam-se as constantes de integração:

$$b = 0 \quad \text{Eq. 17}$$

$$a = \frac{qL}{2H} + \frac{h}{L} \quad \text{Eq. 18}$$

Introduzindo-se estas duas últimas constantes de integração nas equações (15) e (16), determinam-se as equações que caracterizam a curva da barra, equação (20).

$$y' = -\frac{q}{H}x + \left( \frac{qL}{2H} + \frac{h}{L} \right) \quad \text{Eq. 19}$$

$$y = -\frac{q}{H}x^2 + \left( \frac{qL}{2H} + \frac{h}{L} \right)x \quad \text{Eq. 20}$$

A equação (19) permite determinar o ângulo que a tangente à curva da barra faz com o eixo das abscissas e a equação (20) fornece a ordenada dos pontos da barra em relação ao mesmo eixo.

A partir destas equações podem-se obter todos os parâmetros que definem a configuração de equilíbrio da barra. Assim, determinam-se a força horizontal **H** (considerada constante ao longo da barra), a força de tração **T**, o comprimento da barra **S** e, também os ângulos  $\Theta_A$  e  $\Theta_B$ . A força horizontal **H** pode ser obtida ou em função do ângulo  $\Theta_A$  ou em função da flecha da barra. Quando se conhece o ângulo  $\Theta_A$ , da equação (19), com  $x = 0$  e  $y' = \text{tg}\Theta_A$ , obtém-se:

$$H = \frac{qL^2}{2(L \cdot \text{tg} \theta_A - h)} \quad \text{Eq. 21}$$

Quando a flecha da barra é conhecida, da equação (20), com  $x = L/2$  e  $y = f$ , obtém-se:

$$H = \frac{qL^2}{4(2f - h)} \quad \text{Eq. 22}$$

A força de tração  $T$ , variável ao longo da barra, pode ser calculada por:

$$T = \frac{H}{\cos \theta} = H\sqrt{1 + y'^2} \quad \text{Eq.23}$$

Tendo em vista que a expressão de  $y'$ , dada por (19), obtém-se:

$$T = H\sqrt{1 + \left[ -\frac{q}{H}x + \left( \frac{qL}{2H} + \frac{h}{L} \right) \right]^2} \quad \text{Eq. 24}$$

As forças de tração TA e TB que surgem nos pontos de suspensão podem ser calculadas por (24) fazendo-se  $x = 0$  e  $x = L$  respectivamente. O comprimento da barra é dado pela expressão resultante da integração, ao longo do vão, da expressão de ds.

$$S = \int_0^L ds = \int_0^L \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \int_0^L \sqrt{1 + y'^2} dx \quad \text{Eq. 25}$$

Onde, com boa aproximação, obtém-se:

$$S = \int_0^L \left( 1 + \frac{y'^2}{2} \right) dx = L \left[ 1 + \left( \frac{q}{H} \right)^2 \frac{L^2}{24} + \frac{h^2}{2L^2} \right] \quad \text{Eq. 26}$$

**Configuração Final de Equilíbrio** - Estando definida a posição de equilíbrio da barra para o carregamento inicial  $p$ , pode-se analisar a deformação da barra sob o carregamento final, isto é,  $\bar{p} = q + \Delta q$ , conforme Figura 7.

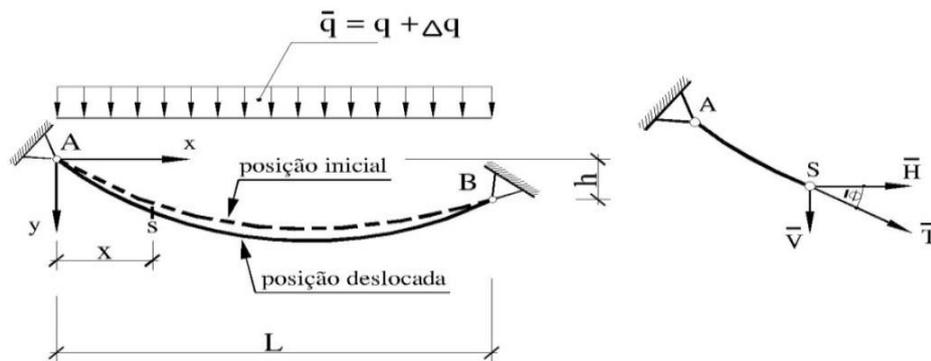


Figura 7 – Barra na posição final de equilíbrio  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

Combinando-se (04), (05) e (06), obtém-se:

$$y' + v' = \left[ -\frac{\bar{q}}{H} \int (1 + u') dx + k_1 \right] (1 + u') \quad \text{Eq. 27}$$

Fazendo-se aproximações  $(1 + u') \cong 1$  na equação (acima), tem-se:

$$v' = -\frac{\bar{q}}{H} x + k_1 - y' \quad \text{Eq. 28}$$

Introduzindo-se (15) em (28) e integrando-se a equação resultante, obtém-se:

$$v = \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{x^2}{2} + (k_1 - a)x + k_2 \quad \text{Eq. 29}$$

Fazendo-se  $v = v_A$  para  $x = 0$  e  $v = v_B$  para  $x = L$  na equação anterior, calculam-se as constantes  $k_1$  e  $k_2$  e portanto:

$$v' = \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) x + \left[ \frac{v_B - v_A}{L} - \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{L}{2} \right] \quad \text{Eq. 30}$$

$$v = \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{x^2}{2} + \left[ \frac{v_B - v_A}{L} - \left( \frac{q}{H} - \frac{\bar{q}}{H} \right) \frac{L}{2} \right] x + v_A \quad \text{Eq.31}$$

Considerando-se as equações (10) e (13):

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} \quad \text{Eq. 32}$$

$$\cos \bar{\theta} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{y' + v'}{1 + u'} \right)^2}} \quad \text{Eq. 33}$$

$$T = H \sqrt{1 + y'^2} \quad \text{Eq. 34}$$

$$\bar{T} = \bar{H} \sqrt{1 + \left( \frac{y' + v'}{1 + u'} \right)^2} \quad \text{Eq. 35}$$

Obtém-se:

$$\sqrt{1 + \frac{2(u' + y'v') + u'^2 + v'^2}{1 + y'^2}} - 1 = \frac{\bar{H} \sqrt{1 + \left( \frac{y' + v'}{1 + u'} \right)^2} - H \sqrt{1 + y'^2}}{EA + H \sqrt{1 + y'^2}} + \alpha \Delta t \quad \text{Eq. 36}$$

Fazendo-se, na equação (36), as aproximações, obtém-se:

$$(1 + u') \cong 1 \quad \text{Eq. 37}$$

$$\sqrt{1 + \frac{2(u' + y'v') + u'^2 + v'^2}{1 + y'^2}} \cong 1 + \frac{2(u' + y'v') + u'^2 + v'^2}{2(1 + y'^2)} \quad \text{Eq. 38}$$

$$\sqrt{1 + (y' + v')^2} \cong 1 + \sqrt{1 + y'^2} + \frac{v'^2}{2} + v'y' \quad \text{Eq.39}$$

Obtém-se a equação 40 a seguir.

$$u' = \left( \frac{\bar{H}}{AE + H \sqrt{1 + y'^2}} - 1 \right) \left( y'v' + \frac{v'^2}{2} \right) + \bar{H} \frac{\left( y'^3 v' + \frac{y'^2 v'^2}{2} \right)}{EA + H \sqrt{1 + y'^2}} + (\bar{H} - H) + f_{1(x)} + f_{2(x)} \quad \text{Eq. 40}$$

Nesta equação,  $f_{1(x)}$  e  $f_{2(x)}$  se expressam por:

$$f_{1(x)} = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{EA + H\sqrt{1 + y'^2}} \quad \text{Eq. 41}$$

$$f_{2(x)} = \alpha\Delta t(1 + y'^2) \quad \text{Eq.42}$$

Fazendo-se, ainda mais uma aproximação tem-se.

$$EA + H\sqrt{1 + y'^2} \cong EA + H \quad \text{Eq. 43}$$

Nos termos da equação (40) que após esta aproximação ficam na forma polinomial e integrando-se a equação resultante, obtém-se:

$$u = \left( \frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int y'v' dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{H}}{EA + H} - 1 \right) \int v'^2 dx + \frac{\bar{H}}{EA + H} \int y'^2 v' dx + \\ + \frac{\bar{H}}{2(EA + H)} \int y'^2 v'^2 dx + (\bar{H} - H) \int f_{1(x)} dx + \int f_{2(x)} dx + K_3 \quad \text{Eq. 44}$$

Com a resolução das integrais da equação anterior e imposições das condições de contorno,  $u = u_A$  para  $x = 0$  e  $u = u_B$  para  $x = L$ , obtém-se:  $k_3 = u_A$

$$\alpha_1 \bar{H}^3 + \beta_1 \bar{H}^2 + \gamma_1 \bar{H} + \delta_1 = 0 \quad \text{Eq. 45}$$

Os coeficientes da equação cúbica (45) são números reais que dependem da posição inicial de equilíbrio da barra, do seu módulo de elasticidade, da área de sua seção transversal, do seu carregamento final e dos deslocamentos de seus apoios. E podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\alpha_1 = \frac{1}{EA+H} \left[ A_1 \left( \frac{q}{H} \right) + A_2 + \left( \frac{q}{H} \right)^2 B_1 + B_2 \right] + \left( \frac{q}{H} \right) C_1 + C_2 + \left( \frac{q}{H} \right)^2 D_1 + \left( \frac{q}{H} \right) D_2 + D_3 + E_1 \quad \text{Eq 46}$$

$$\beta_1 = -\frac{A_1 \bar{q}}{EA+H} - A_1 \left( \frac{q}{H} \right) - A_2 + \left( \frac{q}{H} \right) B_1 \left[ \frac{-2\bar{q}}{EA+H} - \frac{q}{H} \right] - B_2 - \bar{q} C_1 - 2 \left( \frac{q}{H} \right) \bar{q} D_1 - \bar{q} D_2 - H E_1 + F_1 + (u_A - u_B) \quad \text{Eq.47}$$

$$\gamma_1 = A_1 \bar{q} + \bar{q} B_1 \left[ \frac{\bar{q}}{EA+H} + 2 \left( \frac{q}{H} \right) \right] + \bar{q}^2 D_1 \quad \text{Eq.48}$$

$$\delta_1 = -\bar{q}^2 B_1 \quad \text{Eq. 49}$$

Onde  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2, D_3, E_1$  e  $F_1$  são dados por:

$$A_1 = -\left( \frac{q}{H} \right) \frac{L^3}{12} \quad \text{Eq. 50}$$

$$A_2 = \left( \frac{v_B - v_A}{L} \right) \left[ -\frac{qL}{2H} + a \right] L \quad \text{Eq. 51}$$

$$B_1 = \frac{L^3}{24} \quad \text{Eq. 52}$$

$$B_2 = \frac{L^2}{2} \left( \frac{v_B - v_A}{L} \right)^2 \quad \text{Eq. 53}$$

$$C_1 = \frac{\left[ -3 \left( \frac{q}{H} \right)^3 \frac{L^5}{40} + a \left( \frac{q}{H} \right)^2 \frac{L^4}{4} - a^2 \left( \frac{q}{H} \right) \frac{L^3}{4} \right]}{(EA+H)} \quad \text{Eq.54}$$

$$C_2 = \frac{\left(\frac{v_A - v_B}{L}\right) \left[ -\left(\frac{q}{H}\right)^3 \frac{L^4}{4} + a \left(\frac{q}{H}\right)^2 L^3 - 3a^2 \left(\frac{q}{H}\right) \frac{L^2}{2} + a^3 L \right]}{(EA + H)} \quad \text{Eq. 55}$$

$$D_1 = \frac{\left[ \left(\frac{q}{H}\right)^2 \frac{L^5}{30} - a \left(\frac{q}{H}\right) \frac{L^4}{12} + \frac{a^2 L^3}{12} \right]}{2(EA + H)} \quad \text{Eq. 56}$$

$$D_2 = \frac{\left[ \left(\frac{q}{H}\right)^2 \left(\frac{v_B - v_A}{L}\right) \frac{L^4}{6} - a \left(\frac{q}{H}\right) \left(\frac{v_B - v_A}{L}\right) \frac{L^3}{3} \right]}{2(EA + H)} \quad \text{Eq. 57}$$

$$D_3 = \frac{\left(\frac{v_B - v_A}{L}\right)^2 \left[ \left(\frac{q}{H}\right)^2 \frac{L^3}{3} - a \left(\frac{q}{H}\right) L^2 + a^2 L \right]}{2(EA + H)} \quad \text{Eq. 58}$$

$$E_1 = \int_0^L f_{1(x)} dx \quad \text{Eq. 59}$$

$$F_1 = \alpha \Delta t \left[ \left(\frac{q}{H}\right)^2 \frac{L^3}{3} - a \left(\frac{q}{H}\right) L^2 + (1 + a^2) L \right] \quad \text{Eq. 60}$$

Calculada a raiz real positiva da equação, o esforço horizontal final na barra, pode-se determinar todas as outras grandezas relativas à configuração final de equilíbrio da barra.

### **A.1.3 Considerações sobre as condições de contorno**

Conforme já mencionado anteriormente, os coeficientes da equação (45) dependem da posição inicial de equilíbrio da barra, da área de sua seção transversal, do seu módulo de elasticidade, do seu carregamento final e dos deslocamentos  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $v_A$  e  $v_B$  de seus apoios.

Mediante determinado carregamento final, para realizar o cálculo desses deslocamentos é necessário conhecer a rigidez da estrutura de sustentação e a ação atuante



nesta estrutura. Portanto é preciso conhecer também a configuração final de equilíbrio da barra.

Neste caso para a solução da indeterminação, utiliza-se o processo iterativo visto que, os deslocamentos dos apoios dependem da configuração final de equilíbrio das barras e este equilíbrio depende dos apoios, os quais consistem nos seguintes procedimentos: Arbitram-se os deslocamentos dos apoios, determina-se  $\bar{H}_e$  em seguida calculam-se os novos deslocamentos. O processo iterativo finaliza quando a diferença entre os deslocamentos dos apoios de uma interação para o seguinte fica dentro de uma tolerância preestabelecida.

## A.2 PROCESSOS DOS DESLOCAMENTOS

Os deslocamentos e esforços originados nas barras livremente suspensas, devido ao as cargas aplicadas, são determinados discretizando-os em segmentos retilíneos ligados entre si por pontos nodais, onde se supõem aplicadas as ações. Utiliza-se a matriz de rigidez tangente que relaciona para a estrutura acréscimos de carregamentos com acréscimos de deslocamentos. Como hipótese, admite-se regime elástico linear com pequenas deformações e a invariabilidade da área da seção transversal da barra.

### A.2.1 Sistemas de coordenadas

Os eixos  $x$  e  $y$  são os de referência nos quais se escrevem as coordenadas do elemento e da estrutura, Figura 8. Neste caso, utiliza-se um referencial na configuração inicial segundo o qual são medidos os deslocamentos dos nós.

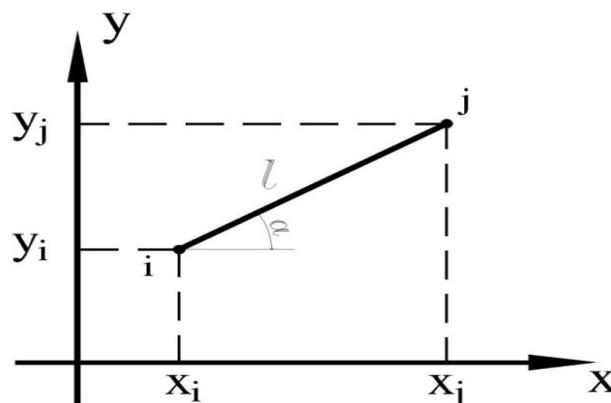


Figura 8 – Barra na posição final de equilíbrio  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

### A.2.2 Matriz de rigidez tangente do elemento

Seja o elemento de barra de eixo retilíneo, comprimento de referência  $(S_0)_{i,j}$ , comprimento inicial  $l_{i,j}$ , comprimento genérico  $(l + d\ell)_{i,j}$ , comprimento final  $(l + \Delta\ell)_{i,j}$ , e extremidade  $i$  e  $j$  definida pelos vetores-posição  $\bar{r}_i$  e  $\bar{r}_j$ , Figura 9.

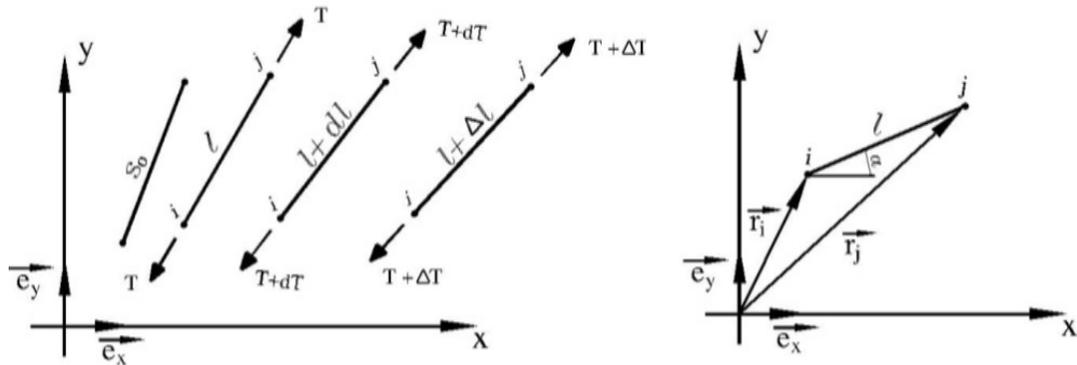


Figura 9 – Barra na posição final de equilíbrio  
Fonte: Oliveira (1995) adaptado

O módulo do vetor  $\Delta \vec{r}_{i,j}$  e  $\vec{r}_j - \vec{r}_i$  é  $l_{j,i} = l_{i,j}$ , então, o versor na direção (i,j) pode ser posto na forma:

$$\vec{a}_{i,j} = \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} = \frac{\Delta \vec{r}_{i,j}}{|\Delta \vec{r}_{i,j}|} = \frac{\Delta \vec{r}_{i,j}}{l_{i,j}} = \left( \frac{\Delta \vec{r}}{l} \right)_{i,j} \quad \text{Eq. 61}$$

Sendo  $\vec{T}_{i,j}$  a força de tração atuante no elemento e  $T_{i,j}$  igual à  $T_{j,i}$  o seu módulo, e sabendo-se que:

$$\vec{T}_{i,j} = (\vec{a}_{i,j}) T_{i,j} \quad \text{Eq. 62}$$

$$\vec{T}_{i,j} = \left( \frac{\Delta \vec{r}}{l} \right)_{i,j} T_{i,j} \quad \text{Eq. 63}$$

de (equação ) obtém-se:

Diferenciando-se a equação (63) em função de  $\Delta \bar{r}$ ,  $l$  e  $T$ , resulta no seguinte:

$$d\bar{T} = \frac{T}{l} d\Delta \bar{r} + \frac{\Delta \bar{r}}{l} \left[ dT - \left( \frac{T dl}{l} \right) \right] \quad \text{Eq. 64}$$

Admitindo-se que o material comporta-se dentro da lei de Hooke, têm-se para a barra em estudo:

$$\frac{T}{A} = E \frac{(l - s_0)}{s_0} \quad \text{Eq. 65}$$

$$\left( \frac{T + \Delta T}{A} \right) = E \left[ \frac{((l + \Delta l) - s_0)}{s_0} \right] \quad \text{Eq. 66}$$

Sendo  $A$  a área da seção transversal da barra e  $E$  o módulo de elasticidade. Da equação (66), podem-se escrever:

$$s_0 = \frac{lEA}{EA + T} \quad \text{Eq. 67}$$

$$l = \frac{s_0}{EA} (EA + T) \quad \text{Eq. 68}$$

Diferenciando-se a equação (68), obtém-se:

$$dl = \frac{s_0}{EA} (EA + dT) \quad \text{Eq. 69}$$

Introduzindo-se (69) em (66) e diferenciando-se a equação resultante, obtém-se:

$$dl = \frac{dT s_0}{EA} \quad \text{Eq. 70}$$

Introduzindo-se (68) em (70), tem-se:

$$dT = (EA + T) \frac{dl}{l} \quad \text{Eq.71}$$

Combinando-se as equações (71) e (64) resulta a equação vetorial que dá origem a matriz de rigidez tangente do elemento de barra.

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} d(\Delta\vec{r}) + \left( \frac{EA}{l} \frac{dl}{l} \right) \Delta\vec{r} \quad \text{Eq.72}$$

Com o auxílio da Figura 10, escreve-se:

$$\vec{r}_i = (x_i) \vec{e}_x + (y_i) \vec{e}_y \quad \text{Eq. 73}$$

$$\vec{r}_j = (x_j) \vec{e}_x + (y_j) \vec{e}_y \quad \text{Eq. 74}$$

$$(\Delta\vec{r}_{ij}) = \Delta\vec{r} = (x_j - x_i) \vec{e}_x + (y_j - y_i) \vec{e}_y \quad \text{Eq. 75}$$

$$l_{ij} = l_{ji} = l = \left[ (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Eq. 76}$$

Sabendo-se que:

$$d(\Delta \vec{r}_{ij}) = d\Delta \vec{r} = \frac{\partial \Delta \vec{r}}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial \Delta \vec{r}}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial \Delta \vec{r}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial \Delta \vec{r}}{\partial y_i} dy_i \quad \text{Eq. 77}$$

$$d(l_{ij}) = dl = \frac{\partial l}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial l}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial l}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial l}{\partial y_i} dy_i \quad \text{Eq. 78}$$

e que as bases  $\vec{e}_x$  e  $\vec{e}_y$  do espaço vetorial são constantes, portanto tem-se os diferenciais totais de  $\Delta \vec{r}$  e  $\Delta l$

$$d\Delta \vec{r} = (dx_j - dx_i) \vec{e}_x + (dy_j - dy_i) \vec{e}_y \quad \text{Eq. 79}$$

$$dl = (x_j - x_i)(dx_j - dx_i) + (y_j - y_i)(dy_j - dy_i) \quad \text{Eq. 80}$$

Escrevendo-se a equação (73) em função das coordenadas  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_j$  e  $y_j$  e dos deslocamentos diferenciados  $dx_i$ ,  $dy_i$ ,  $dx_j$  e  $dy_j$ , tem-se:

$$d\vec{T} = \frac{T}{l} [(dx_j - dx_i) \vec{e}_x + (dy_j - dy_i) \vec{e}_y] + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(dx_j - dx_i) + (y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{l^2} \right] [(x_j - x_i) \vec{e}_x + (y_j - y_i) \vec{e}_y] \quad \text{Eq. 81}$$

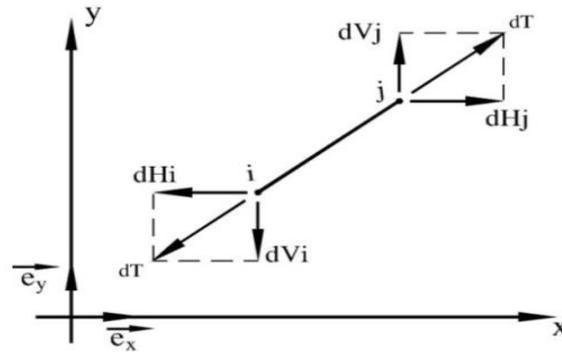


Figura 10 – Barra na posição final de equilíbrio  
Fonte: Adaptado de Oliveira (1995)

As forças  $dH_j, dV_j, dH_i$  e  $dV_i$ , componentes de  $dT$ , aplicadas às extremidades do elemento, são dadas por:

$$dH_j = d\bar{T} \bar{e}_x = \frac{T}{l}(dx_j - dx_i) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)^2 (dx_j - dx_i)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{l^2} \right] \quad \text{Eq.82}$$

$$dV_j = d\bar{T} \bar{e}_y = \frac{T}{l}(dy_j - dy_i) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_j - dx_i)}{l^2} + \frac{(y_j - y_i)^2 (dy_j - dy_i)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 83}$$

$$dH_i = d\bar{T}(-\bar{e}_x) = \frac{T}{l}(dx_i - dx_j) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)^2 (dx_i - dx_j)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dy_i - dy_j)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 84}$$

$$dV_i = d\bar{T}(-\bar{e}_y) = \frac{T}{l}(dy_i - dy_j) + \frac{EA}{l} \left[ \frac{(x_j - x_i)(y_j - y_i)(dx_i - dx_j)}{l^2} + \frac{(x_j - x_i)^2 (dy_i - dy_j)}{l^2} \right] \quad \text{Eq. 85}$$

Utilizando-se a Figura 8 podem-se escrever as seguintes relações geométricas:

$$\cos \alpha = \frac{x_j - x_i}{l} \quad \text{Eq. 86}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{y_j - y_i}{l} \quad \text{Eq. 87}$$

Combinando-se as equações (86), (87), (82), (83), (84) e (85), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = \left(\frac{T}{l}\right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{EA}{l}\right) \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha \\ \text{sen} \alpha \cos \alpha & \text{sen}^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha & -\text{sen}^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\text{sen} \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha \\ -\text{sen} \alpha \cos \alpha & -\text{sen}^2 \alpha & \text{sen} \alpha \cos \alpha & \text{sen}^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 88}$$

ou seja:

$$\begin{Bmatrix} dH_i \\ dV_i \\ dH_j \\ dV_j \end{Bmatrix} = [K_T] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} = [K_G + K_E] \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_j \\ dy_j \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 89}$$

O procedimento das deduções realizadas mostra a matriz tangente  $K_T$  escrita em função da matriz geométrica  $K_G$  e da matriz elástica  $K_E$ .

A matriz de rigidez da estrutura é determinada a partir das contribuições de todos os elementos constituintes.