



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DE
CONVERSÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM
EXPLORAÇÃO DOS TEMAS: PONTO, RETA E CIRCUNFERÊNCIA COM
O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO**

ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO

MANAUS

2018

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO

**APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DE
CONVERSÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM
EXPLORAÇÃO DOS TEMAS: PONTO, RETA E CIRCUNFERÊNCIA COM
O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Processos de Ensino-Aprendizagem em Ciências e Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Dr. NILOMAR VIEIRA DE OLIVEIRA

**MANAUS
2018**

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

A994a Azevedo, Alysson Roberto Garcia
Aprendizagem de geometria analítica a partir de conversões de registros de representação semiótica com exploração dos temas: ponto, reta e circunferência com o uso do geogebra no ensino médio / Alysson Roberto Garcia Azevedo. 2018
125 f.: il.; 31 cm.

Orientador: Nilomar Vieira de Oliveira
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) -
Universidade Federal do Amazonas.

1. Geometria Analítica. 2. Registro de Representação Semiótica.
3. GeoGebra. 4. Educação Matemática. I. Oliveira, Nilomar Vieira
de II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO

APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DE CONVERSÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM EXPLORAÇÃO DOS TEMAS: PONTO, RETA E CIRCUNFERÊNCIA COM O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO MÉDIO.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática/PPG-ECIM da Universidade Federal do Amazonas/UFAM, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

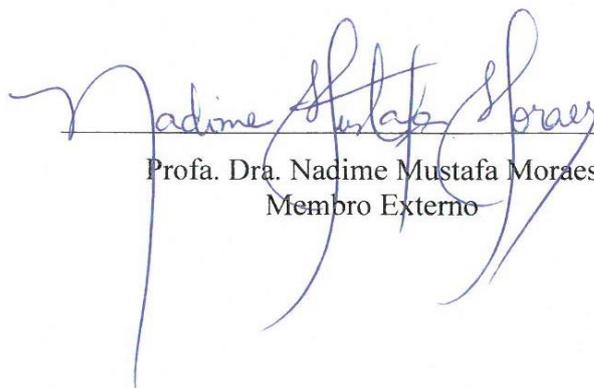
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira
Presidente da Banca



Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira
Membro Interno



Profa. Dra. Nadime Mustafa Moraes
Membro Externo

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Manoel Socorro dos Santos Azevedo e Aurea Bete Garcia Azevedo por me apoiarem e me incentivarem sempre de maneira incondicional em todos os momentos da minha vida.

Aos meus irmãos, Andreza Karla, Gabriel Garcia e Henrique Felipe que sempre estiveram ao meu lado, orando por mim, mesmo quando estive ausente, não abriram mão de mim, mas entenderam que esse momento era necessário e que a vitória seria de toda a família.

Aos meus avós Maria Iracy e João Danunzio pela importante participação na minha vida pessoal e acadêmica, sempre apoiando e incentivando o meu progresso e minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

Ao meu Deus, por me dar disposição, perseverança, força e saúde e por ter me concedido a oportunidade de evoluir no conhecimento e na educação Matemática de uma forma mais dinâmica e atrativa ao ensino e aprendizagem de Matemática. Sem Ele, nada disso seria realidade, a sua graça e a sua misericórdia me sustentaram do início até o fim dessa jornada.

À minha família e amigos, agradeço o estímulo, carinho e paciência recebidos.

Ao Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira, meu orientador que me acompanhou ao longo do curso sempre muito prestativo e paciente comigo. O qual nos momentos de angústia e apreensão, sempre teve uma palavra de ânimo e motivação.

Aos estudantes sujeitos da pesquisa e aos seus responsáveis que confiaram no trabalho e os autorizaram a participar, cientes de que a grande contribuição do projeto estava na aprendizagem matemática de seus filhos.

Agradeço, de forma muito especial, à Profa. Dra. Nadime Mustafa Moraes e Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira por aceitarem fazer parte da banca examinadora e que dividiram comigo este momento tão importante.

Ao professor Paulo Sérgio da Silva Ribeiro, gestor da Escola Estadual Aldeia do Conhecimento Profa. Ruth Prestes Gonçalves na época em que apliquei o projeto, a qual sempre se mostrou muito gentil ao ceder os espaços da escola para a realização das atividades.

À todos os professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas.

À todos os colegas de curso com os quais eu convivi e, por meio das experiências compartilhadas me ajudaram nessa construção, em especial ao meu colega Raimundo Nonato Souza dos Santos, pelas suas valiosas contribuições.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”.

Freire (1997, p. 25)

RESUMO

Este trabalho apresenta como questão norteadora de pesquisa: “De que maneira a coordenação de diferentes registros contribui para o processo de ensino e aprendizagem de tópicos da Geometria Analítica, especialmente Ponto, Reta e Circunferência no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática em que são propostas construções com o auxílio do *software* GeoGebra?”. Para esta constatação foi desenvolvida uma sequência de atividades com o uso do *software* GeoGebra. No entanto, convém destacar que este trabalho não se resume a uma sequência didática somente. O principal objetivo desta pesquisa é analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica são utilizados pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática com o uso do GeoGebra. A investigação por uma prática diferenciada e dinâmica com o intuito de melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem, foi a principal motivação deste estudo diante das inúmeras dificuldades apresentadas pelos estudantes. O interesse em tratar deste assunto, baseia-se nos baixos rendimentos dos alunos constatados em avaliações em larga escala e nas avaliações escolares aplicadas, além da constatação das dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de conversão de registros relacionados ao tema abordado. Tais atividades foram planejadas, implementadas e avaliadas a partir dos subsídios teóricos fundamentados pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A experiência didática foi realizada com 18 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual do município de Manaus, AM. O percurso metodológico deste trabalho foi desenvolvido com base nas etapas da metodologia da engenharia didática idealizada por Michèle Artigue. A partir da análise dos resultados que foram obtidos após a aplicação da sequência das atividades, constatou-se que ao utilizar o *software* GeoGebra, possibilitou uma melhor compreensão e interpretação dos conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio a partir dos registros de representação semiótica envolvidos, demonstrando-se uma proposta eficiente no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Registro de Representação Semiótica. GeoGebra.

ABSTRACT

This work presents as the subject of the research guide: "How does the coordination of different registries contribute to the process of teaching and learning of topics of Analytical Geometry, especially Point, Line and Circumference in High School, from a sequence didactics in which constructions are proposed with the aid of software GeoGebra? ". For this, a sequence of activities with the use of GeoGebra software. However, it should be noted that this work does not summarize to a didactic sequence only. The main objective of this research is to analyze how the coordination of different records of semiotic celebration are made by the clients during the process of teaching and learning of concepts of Analytical Geometry in Teaching Middle, starting from a didactic sequence with the use of GeoGebra. The research by a differentiated and dynamic practice with the intention of improving the quality of the teaching-learning process was the main motivation the difficulties presented by the students. The interest in dealing with this subject is based on the low incomes of students found in large-scale assessments and in school assessments applied, in addition to finding the difficulties presented by these students in the process of converting records related to the topic addressed. Such activities were planned, implemented and evaluated. Based on the Theory of Semiotic Representation Registers by Raymond Duval. The didactic experience was carried out with 18 students from the 3rd year of the High School of a school of the state network of the municipality of Manaus, AM. The methodological course of this work was developed based on the stages of the didactic engineering methodology idealized by Michele Artigue. The analysis of the results that were obtained after the application of the Following the activities, it was verified that when using GeoGebra software, made possible a better understanding and interpretation of the Analytical Geometry in High School representing a methodology important in the teaching-learning process of Mathematics.

Keywords: Analytical Geometry. Semiotic Representation Registers. GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tela inicial do GeoGebra e sua interface.....	25
Figura 2 - Fases da engenharia didática	40
Figura 3 - Escola de aplicação da pesquisa	42
Figura 4 - Alunos no laboratório de informática	43
Figura 5 - Resposta da Atividade 1 apresentada pela dupla D4.....	59
Figura 6 - Fórmula da Distância entre dois Pontos.....	60
Figura 7 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 1 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra	61
Figura 8 - Fórmula do Ponto Médio de um segmento	63
Figura 9 - Protocolo da dupla D7: Resposta da Atividade 2 apresentada pela dupla D7 no GeoGebra	64
Figura 10 - Condição de Alinhamento de três pontos.....	66
Figura 11 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 3 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra	68
Figura 12 - Equação da Reta.....	71
Figura 13 - Protocolo da dupla D4: Resposta da Atividade 4 apresentada pela dupla D4 no GeoGebra	72
Figura 14 - Resposta escrita pela dupla D4 para encontrar as equações da reta e coeficiente angular e linear.....	73
Figura 15 - Posições relativas entre duas retas.....	75
Figura 16 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 5 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra	76
Figura 17 - Equações da circunferência	78
Figura 18 - Protocolo da dupla D3: Resposta da Atividade 6 apresentada pela dupla D3 no GeoGebra	79
Figura 19 - Resposta escrita pela dupla D2 para encontrar a equação geral da circunferência.....	80
Figura 20 - Resposta apresentada pelo aluno A6 especificando outros pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequência dos alunos que afirmaram conhecer ou não o software GeoGebra.....	81
Tabela 2 – Dificuldades na utilização do software GeoGebra.....	82
Tabela 3 - O GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos e propriedades sobre Geometria Analítica: Ponto, Reta e Circunferência?	82
Tabela 4 - O uso do software GeoGebra incentivou-me a investigar mais ferramentas desse software e aprofundar ainda mais os temas da Geometria Analítica, como: Ponto, Reta e Circunferência?	83
Tabela 5 - Considero o uso do software GeoGebra importante ferramenta auxiliar no processo de aprendizagem da Matemática, pois consigo aprender melhor os conteúdos quando o professor utiliza o GeoGebra para fazer construções e resolver problemas de forma dinâmica	83
Tabela 6 - Quais os pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra	84
Tabela 7 - Quais os pontos negativos de se trabalhar com o GeoGebra.....	85

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Competências, Conteúdos e Habilidades para o 1º bimestre do 3º. ano do Ensino Médio.....	21
Quadro 2 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.....	29
Quadro 3 - Quadro-resumo das atividades da sequência didática	44
Quadro 4 - Quadro da Atividade 1: Distância entre dois Pontos.....	46
Quadro 5 - Quadro da Atividade 2: Ponto Médio	47
Quadro 6 - Quadro da Atividade 3: Condição de Alinhamento de Três Pontos	49
Quadro 7 - Quadro da Atividade 4: Equação da Reta	51
Quadro 8 - Quadro da Atividade 5: Retas Paralelas e Retas Concorrentes	53
Quadro 9 - Quadro da Atividade 6: Equação Geral da Circunferência e Equação Reduzida da Circunferência	55
Quadro 10 - Respostas obtidas por 4 duplas referentes ao item 6 da Atividade 1 ...	62
Quadro 11 - Respostas obtidas por 6 duplas referente ao item 4 da Atividade 3	67
Quadro 12 - Respostas obtidas por 7 duplas referente ao item 5 da Atividade 3	69
Quadro 13 - Respostas obtidas por 3 duplas referente ao item 7 da Atividade 5	76
Quadro 14 - Respostas obtidas pelos alunos A5 e A13 referente ao item 7 do questionário.....	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPS	Sistema de Posicionamento Global
ISSN	Número Internacional Normalizado para Publicações Seriadas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares
SADEAM	Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEDUC	Secretaria de Estado de Educação
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFAM	Universidade Federal do Amazonas

LISTA DE ANEXOS

Anexo A	– Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	112
Anexo B	– Termo de Autorização para a Realização da Pesquisa	114
Anexo C	– Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa	115
Anexo D	– Artigo Publicado na Revista Sodebras	118

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 1	12
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	12
1.2 JUSTIFICATIVA.....	14
1.3 PROBLEMA DE PESQUISA	16
1.4 QUESTÕES DE PESQUISA	17
1.5 HIPÓTESE	17
1.6 OBJETIVOS	17
1.6.1 <i>Objetivo Geral</i>	17
1.6.2 <i>Objetivos Específicos</i>	18
CAPÍTULO 2	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1 O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA DE ACORDO COM OS DOCUMENTOS OFICIAIS...	19
2.2 O SOFTWARE GEOGEBRA.....	22
2.2.1 <i>Os ambientes de geometria dinâmica</i>	22
2.2.2 <i>O GeoGebra</i>	24
2.3 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	25
CAPÍTULO 3	32
3 METODOLOGIA.....	32
3.1 CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA	32
3.2 PARTICIPANTES DA PESQUISA	33
3.3 CONSIDERAÇÕES ÉTICAS.....	34
3.4 INSTRUMENTOS METODOLÓGICOS	34
3.5 METODOLOGIA DA PESQUISA – A ENGENHARIA DIDÁTICA	35
3.6 AS FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA	36
3.6.1 <i>Análises preliminares</i>	36
3.6.2 <i>Concepção e análise a priori</i>	37
3.6.3 <i>Aplicação de uma sequência didática (experimentação)</i>	38
3.6.4 <i>Análise a posteriori e a avaliação (validação)</i>	38
CAPÍTULO 4	41
4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A <i>PRIORI</i>	41
4.1 DESCRIÇÃO E APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	41
4.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A <i>PRIORI</i> DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	45
4.2.1 <i>Análise a priori da Atividade 1: Distância entre dois Pontos</i>	45
4.2.2 <i>Análise a priori da Atividade 2: Ponto Médio</i>	47
4.2.3 <i>Análise a priori da Atividade 3: Condição de Alinhamento de Três Pontos</i>	49
4.2.4 <i>Análise a priori da Atividade 4: Equação da Reta</i>	51
4.2.5 <i>Análise a priori da Atividade 5: Retas Paralelas e Retas Concorrentes</i>	53
4.2.6 <i>Análise a priori da Atividade 6: Equação Geral da Circunferência e Equação Reduzida da Circunferência</i>	55
CAPÍTULO 5	58
5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i>	58
5.1 ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i> DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	58
5.1.1 <i>Análise a posteriori da Atividade 1</i>	59
5.1.2 <i>Análise a posteriori da Atividade 2</i>	63
5.1.3 <i>Análise a posteriori da Atividade 3</i>	65
5.1.4 <i>Análise a posteriori da Atividade 4</i>	70
5.1.5 <i>Análise a posteriori da Atividade 5</i>	73
5.1.6 <i>Análise a posteriori da Atividade 6</i>	77
5.2 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS RESPONDIDOS PELOS ALUNOS.....	80
CAPÍTULO 6	87
6.1 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	87

6.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	89
REFERÊNCIAS.....	90
APÊNDICES	93
APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	94
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO 1	106
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO 2	108
ANEXOS	110
ANEXO I – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	111
ANEXO II – TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA	113
ANEXO III – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA.....	114
ANEXO IV – ARTIGO PUBLICADO NA REVISTA SODEBRAS.....	117

INTRODUÇÃO

Os estudos sobre os processos de ensino e aprendizagem em Matemática é uma parte fundamental da educação. Frequentemente, os professores de Matemática são questionados sobre como são ensinados os conceitos na escola.

São discutidas questões sobre como se aprende Matemática no cenário atual, perante o desenvolvimento científico e tecnológico da sociedade contemporânea. Dessa forma, questiona-se a compreensão do ensino-aprendizagem de Matemática presente nas práticas docentes.

Aprender e ensinar matemática são processos que não se podem dissociar e devem fazer parte dos saberes relacionados à prática do professor de Matemática. Deste modo, a busca por novas formas de ensinar e aprender as propriedades e conceitos de Matemática devem ser uma das preocupações dos docentes no contexto atual. Diante desse novo panorama, é necessário refletir também sobre a formação dos professores a partir dessas transformações.

Uma das características fundamentais da atividade Matemática é a diversidade dos Registros de Representação Semiótica que ela mobiliza. Contudo, essa diversidade dificilmente é levada em consideração no ensino. Em razão dessa diversidade de registros de representação de um mesmo objeto matemático, a articulação desses diferentes registros é a premissa para a compreensão em Matemática (DUVAL, 2011).

A Geometria é um ramo da Matemática muito antiga, surgiu da necessidade de medição de terrenos, na qual a palavra Geometria é composta por dois termos gregos: *geo* (terra) e *metron* (medida). Desde então, muitos filósofos e matemáticos realizaram diversas descobertas.

A maioria dos historiadores consideram as contribuições essenciais feitas no século XVII pelos franceses René Descartes e Pierre de Fermat como a origem fundamental da Geometria Analítica (EVES, 2011).

A Geometria Analítica estabelecida como objeto de estudo no Ensino Médio e Superior trata das relações entre as equações algébricas e os objetos geométricos. Além disso, possui diversas aplicações em outras áreas do conhecimento: na Engenharia para a projeção para simulações de cenários virtuais; no Sistema de Posicionamento Global (GPS); nos sistemas de localização dos

radares dos aeroportos e dos aviões; na Física em relação aos movimentos dos corpos em função do tempo; na Medicina nos exames por imagem e na Computação Gráfica para criação de jogos.

Compreende-se que o conteúdo de Geometria Analítica por si só abrange uma diversidade de registros semióticos que podem ser estudados em seu processo de ensino e aprendizagem.

O presente trabalho surge como elemento alternativo para reflexões e de contribuição para novas estratégias de ensino e aprendizagem visando a compreensão de conteúdos abordados em Geometria Analítica no Ensino Médio.

Este trabalho foi organizado em 5 (cinco) Capítulos:

No Capítulo 1 são apresentadas a contextualização do problema e a problemática da pesquisa. As hipóteses, os objetivos e a justificativa pelo qual se decidiu optar por este tema;

No Capítulo 2 expõe-se a revisão bibliográfica, foram analisados os principais documentos oficiais com o propósito de examinar como é sugerida a abordagem sobre o estudo de Geometria Analítica no Ensino Médio. Neste capítulo também são apresentadas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval onde são explanadas as contribuições da mesma para a aprendizagem de Matemática, especificamente em relação à Geometria Analítica e as razões pelas quais foi escolhido o *software* GeoGebra;

No Capítulo 3 aponta-se a metodologia de pesquisa utilizada, que tem como base os princípios da engenharia didática de Artigue. Este capítulo aborda as fases para análise e validação dos dados coletados;

O Capítulo 4 trata da experiência realizada com suas respectivas análises dos resultados observados e discussões, onde são apresentadas as análises *a priori* e *a posteriori* realizadas durante o trabalho com os alunos do 3º ano do Ensino Médio.

O Capítulo 5 corresponde as conclusões e considerações finais sobre a aplicação da sequência de atividades, alguns apontamentos e sugestões para trabalhos futuros sobre o tema proposto.

CAPÍTULO 1

Neste capítulo, são apresentadas a contextualização do problema de pesquisa, a justificativa e a problemática da pesquisa. Por fim, apresentam-se as questões de pesquisa, as hipóteses e os objetivos da pesquisa.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A Educação Matemática é uma área da qual o objeto de investigação é o processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Pesquisar sobre esses processos é de fundamental importância visto que se pode fazer reflexões sobre as diversas maneiras pelos quais eles são coordenados em sala de aula.

A aprendizagem de Matemática tem sido alvo de preocupação de professores de todos os níveis de ensino. De acordo com Damm (2015), constatou-se que em diversas pesquisas em Educação Matemática que os alunos apresentam dificuldades de realizar as conversões entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático.

Nessa perspectiva, Duval (2011) estabelece que aprendizagem eficaz das propriedades de um objeto acontece justamente na mudança de um registro para o outro, pois as diferentes representações apresentam conteúdos e atributos diferentes sobre um mesmo objeto. Duval (2011) destaca pontualmente em relação à necessidade de se utilizar, no mínimo, duas formas distintas de representação: “essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado” (DUVAL, 2011, p. 22).

No que diz respeito à Geometria Analítica, as representações utilizadas são a algébrica e a gráfica. Principalmente na mudança da primeira para a segunda é comum observar dificuldades por parte dos alunos. Dentre os prováveis motivos para estas dificuldades, acredita-se que a representação gráfica utilizando ambientes de geometria dinâmica – no caso desta pesquisa, o *software* GeoGebra – poderia ser uma opção para melhorar o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática por meio de atividades envolvendo construções geométricas.

A observação das dificuldades de aprendizagem em Matemática desde a educação básica até o ensino superior não é de hoje. Os estudantes, em sua

maioria, percebem a Matemática como um conjunto de normas, procedimentos e fórmulas que necessitam ser memorizadas para resolverem listas intermináveis de exercícios repetitivos. Diante disso, eles não conseguem perceber a Matemática em sua essência verdadeira, com sua linguagem e sua estrutura lógica. Muitos professores de Matemática possuem consciência dessa realidade e sentem-se incomodados com essa situação. A maioria reconhece que os mecanismos tradicionais de ensino têm sido apresentados insatisfatórios para resolver o problema e sentem-se desafiados a encarar esta questão. Deste modo, é fundamental a busca por alternativas metodológicas que auxiliem a compreensão da Matemática.

Este trabalho foi desenvolvido a partir da constatação, na prática docente, das dificuldades apresentadas por muitos alunos do 3º ano do Ensino Médio na compreensão dos conceitos da Geometria Analítica. As dificuldades reveladas pelos alunos na compreensão de conceitos e propriedades matemáticas vem sendo descritos por avaliações sistemáticas. Como consequência dessas dificuldades, observam-se um número bastante elevado dos índices de reprovações na disciplina Matemática quando o tema abordado se refere à Geometria Analítica.

Dessa forma, o objeto de estudo dessa pesquisa vai de encontro às inquietações pessoais e profissionais enquanto acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFAM e professor da Educação Básica, respectivamente. Sendo que, vale reiterar, no âmbito profissional, destacar como motivações para este estudo, as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao tema, possibilidades de inserção eficiente destes conteúdos em sala de aula e a investigação por propostas didáticas que possam subsidiar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica.

O objetivo deste trabalho é analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica são utilizados pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática com o uso do GeoGebra.

A motivação para o estudo de Representações Semióticas em Educação Matemática procedeu da experiência como professor de Matemática no Ensino Médio e no Ensino Superior. É importante destacar que durante as aulas de Matemática, especificamente na abordagem do conteúdo de Geometria Analítica, foi possível constatar dificuldades dos alunos na compreensão de conceitos

matemáticos, sobretudo nas atividades que envolvem gráficos.

Deste modo, as Representações Semióticas colaboram no sentido de que favorecem ao aluno um conjunto de possibilidades de representações contribuindo com o desenvolvimento no nível de capacidades de raciocínio, de análise e de visualização deste sujeito em aprendizagem (DUVAL, 2011).

No mesmo aspecto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apontam que por meio do ensino de Geometria, os alunos podem desenvolver as habilidades e competências de argumentação lógica e visualização e compreensão das formas e propriedades geométricas. E afirmam ainda que as relações e propriedades são fundamentais para a percepção, interpretação e compreensão do espaço físico (BRASIL, 2000).

A Geometria Analítica não se limita simplesmente em aplicar conceitos de uma área em outra. Munhoz (1999) aponta que a Geometria Analítica possibilita uma interação entre a geometria e a álgebra intermediado pela língua natural. Desta maneira, seja qual for o problema sugerido em Geometria Analítica poderá ser interpretado de forma geométrica e algebricamente.

Durante a fase de pesquisa bibliográfica, foram identificadas possibilidades que podem ajudar a fazer reflexões sobre a prática docente de modo a melhor acompanhar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Neste trabalho, foi utilizada como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

1.2 JUSTIFICATIVA

A percepção de como o aluno aprende e a permanente busca de procedimentos e metodologias que facilitem o processo de ensino e aprendizagem de Matemática são os principais elementos de interesse de diversos debates e discussões de pesquisas em Educação Matemática.

Recentemente, é possível observar nos livros didáticos um interesse pela contextualização de seus conteúdos, articulando a álgebra com a geometria e seus respectivos acontecimentos históricos, no entanto, há muito a ser melhorado.

Analisando muitas das atividades propostas em sala de aula, no que se refere às dificuldades apresentadas pelos estudantes em compreender as informações dos enunciados, até mesmo nos erros cometidos por eles, tem-se

levado a busca por novas práticas docentes. Assim como uma investigação mais detalhada sobre o assunto, sobretudo no que envolve a articulação geométrica e algébrica da Geometria Analítica, pois constata-se que os estudantes de 3º anos do Ensino Médio deveriam apresentar mais competências e habilidades sobre este conteúdo.

Convém ressaltar que o tema foi definido com base na prática da sala de aula do autor e na sua investigação contínua por auxiliar os alunos na construção do conhecimento matemático. A relevância desse estudo se dá visto que a Matemática faz parte do cotidiano de cada um e a assimilação e entendimento de conceitos básicos da Matemática de forma específica, é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico, em todas as áreas.

A evolução da sociedade nas últimas décadas de forma acelerada é algo inquestionável e trouxe consigo ferramentas inovadoras para o ensino, cada vez mais aperfeiçoadas. Diante dessa circunstância, não há como a educação continuar estática diante de uma sociedade que evolui constantemente. Para isto, os professores precisam estar abertos a inovar e procurar novas metodologias de ensino-aprendizagem, com a utilização dessas ferramentas, como por exemplo, o *software* GeoGebra para a Matemática.

A aplicação dessas ferramentas nas aulas funciona de forma a modificar positivamente o desempenho de professores e estudantes, proporcionando um aprofundamento nos temas estudados e, portanto, favorecendo a melhoria na construção do conhecimento por parte do estudante. O uso das ferramentas tecnológicas precisa estar incorporado nas atividades escolares, dado que o acesso à informática é um direito dos estudantes e, um dever dos profissionais da educação por intermédio da evolução educacional provocado pela mesma.

As inúmeras possibilidades de situações que são vivenciadas em um ambiente com auxílio de uma ferramenta tecnológica podem ser consideradas como situações que possibilitam o desenvolvimento dos alunos, do professor e dos processos de ensino e de aprendizagem.

A aprendizagem em Matemática não pode se resumir simplesmente a memorização de fórmulas, regras e propriedades ou manipular técnicas operatórias de forma mecanizada. A compreensão em Matemática tem como objetivo entender aquilo se lê e escreve, buscando dar um significado para isso. Dessa forma, na aprendizagem Matemática, é imprescindível estimular o aluno a pensar e explicitar o

que pensa, seja de forma falada ou escrita, de modo a justificar suas ideias e fazer reflexões sobre seus pontos de vista.

Ao lecionar no Ensino Médio das escolas públicas, regularmente, constata-se alunos com dificuldade no que se refere às noções do estudo de Geometria Analítica. Essa situação foi o marco determinante para busca de elementos que permitissem compreender melhor as questões relacionadas a este tema. Indicadores recentes das avaliações em larga escala como o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e SADEAM (Sistema de Avaliação e Desempenho do Estado do Amazonas) comprovam a baixa qualidade do ensino nas escolas públicas em relação ao campo da Geometria.

Em 2015 o Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas (SADEAM) divulgou o resultado de 593 estudantes do 3º ano da escola onde foi realizada a pesquisa, na prova de matemática com 49,6 % abaixo do Básico, 34,1 % no Básico, 13,5 % Proficiente e 2,9 % Avançado. Vê-se claramente que o ensino e a aprendizagem de Matemática neste quadro estão comprometendo, em parte, diretamente os conhecimentos em outras disciplinas nas áreas de exatas em particular a Física e Química no Ensino Médio. A partir desses fatores, foi estabelecido como tema de investigação da pesquisa: a compreensão de conceitos e propriedades da Geometria Analítica no Ensino Médio utilizando o *software* GeoGebra.

1.3 PROBLEMA DE PESQUISA

Este trabalho tem por problema de pesquisa: De que maneira a coordenação de diferentes registros contribui para o processo de ensino e aprendizagem de tópicos da Geometria Analítica, especialmente, Ponto, Reta e Circunferência, por meio de uma sequência didática em que são propostas construções com o auxílio do GeoGebra?

1.4 QUESTÕES DE PESQUISA

As atividades propostas em conjunto com o GeoGebra contribuirão para conversão da linguagem algébrica para linguagem gráfica das representações envolvidas no estudo de Geometria Analítica?

Após a execução do uso das atividades que consideram o tratamento, a conversão e a coordenação de diferentes Registros de Representação Semiótica sobre Geometria Analítica, contribui ou não para que os estudantes compreendem o objeto matemático?

No cenário atual o Ensino de Geometria Analítica tem se caracterizado por um enfoque algébrico, onde predomina uma aprendizagem memorística, onde não são explorados conceitos, propriedades e aplicações. Com a proposição de atividades mediada pelo uso do *software* GeoGebra envolvendo registros de representação semiótica, poderemos modificar esse cenário?

1.5 HIPÓTESE

Ao propor atividades envolvendo registros de representação semiótica mediadas pelo uso de um *software* de geometria dinâmica por meio de situações-problema, poderá proporcionar subsídios para o ensino e a aprendizagem de conteúdos relacionados ao estudo da Geometria Analítica no 3º. ano do Ensino Médio.

1.6 OBJETIVOS

1.6.1 Objetivo Geral

Analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica são utilizadas pelos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática com o uso do GeoGebra.

1.6.2 Objetivos Específicos

- Aplicar uma sequência didática para a exploração dos temas: Ponto, Reta e Circunferência com o uso do GeoGebra para a coordenação de diferentes registros.
- Identificar as contribuições que os diferentes registros de representação semiótica oferecem para a compreensão matemática de alunos do 3º ano do Ensino Médio a partir uma sequência didática com a utilização do *software* GeoGebra.
- Avaliar os níveis de desenvolvimento da aprendizagem e a opinião dos alunos e professores pesquisados a respeito da sequência didática, bem como, do *software* GeoGebra para o estudo de Geometria Analítica.

CAPÍTULO 2

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção aborda os aspectos da fundamentação teórica dessa pesquisa. O estudo envolvendo o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio, tem como alicerce a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

2.1 O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA DE ACORDO COM OS DOCUMENTOS OFICIAIS

A Geometria ocupa uma posição central no currículo escolar, obtendo tratamento diferenciado em virtude das características particulares dessa área, visto que os conceitos geométricos integram parte importante no currículo de Matemática; por intermédio deles, “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1997, p. 35).

O estudo da Geometria é importante pois apresenta e possibilita conexões com outras áreas do conhecimento, assim como a aprendizagem de números e medidas, pois a Geometria incentiva o aluno a: “observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa” (BRASIL, 1997, p. 35).

No Ensino Médio, a Geometria é considerada como área de estudos “essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços” (BRASIL, 2002, p. 120). Dessa forma, o seu estudo propõe-se ao tratamento das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. A proposta curricular brasileira para o estudo de Geometria é determinada a partir de quatro unidades temáticas: Geometria plana, espacial, métrica e analítica (BRASIL, 2002).

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias descrevem que a aprendizagem de Geometria deve:

Possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p. 75).

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2006) afirmam também que: o ensino de Geometria Analítica possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, o professor deve trabalhar a compreensão de figuras geométricas, por meio de equações, e a compreensão de equações, por meio de figuras geométricas. Devendo ser abandonadas as apresentações de equações sem explicações estabelecidas pelo raciocínio lógico, evitando a memorização de fórmulas. Evidencia-se a necessidade da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica (gráfico e algébrico) e o desenvolvimento de atividades didáticas que favoreçam a articulação e a conversão entre esses registros.

Os conteúdos relacionados à Geometria Analítica, são abordados geralmente no 3º ano do Ensino Médio, e de acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002),

A unidade Geometria Analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações (BRASIL, 2002, p. 121).

São propostos também segundo os PCN+, os conteúdos e habilidades para cada unidade temática referente ao estudo de Geometria. Em relação à Geometria Analítica, são descritas as seguintes recomendações:

Geometria Analítica: representações no plano cartesiano e equações; inequações e posições relativas de figuras.

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles (BRASIL, 2002, p. 122).

De acordo com a Proposta Curricular de Matemática para o Ensino Médio da Secretaria de Estado de Educação do Amazonas (AMAZONAS, 2012, p. 36), enfatiza que “o trabalho com a Geometria Analítica deve permitir a articulação entre

geometria e álgebra”. E sugere para que essa conexão seja significativa, o professor deve trabalhar nos dois sentidos: a compreensão de figuras geométricas via equações e a compreensão de equações via figuras geométricas. O significado e as relações entre os coeficientes de duas retas devem ser analisados pelos estudantes. O estudo das cônicas deve ser abordado apresentando sua importância em diversos contextos e evitando a memorização excessiva de fórmulas (AMAZONAS, 2012).

Segundo as orientações da Proposta Curricular da SEDUC-AM, é possível verificar a relação entre as competências, conteúdos e habilidades que são sugeridas para a 3ª série do Ensino Médio a partir de um recorte apresentado no quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Competências, Conteúdos e Habilidades para o 1º bimestre do 3º. ano do Ensino Médio

3ª série do Ensino Médio			
	Competências	Conteúdo	Habilidades
1º BIMESTRE	<ul style="list-style-type: none"> Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre a mesma. 	Geometria Analítica <ul style="list-style-type: none"> Ponto Reta Plano Circunferência Cônicas 	<ul style="list-style-type: none"> Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos; Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada por meio de diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características; Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas, representações gráficas e vice-versa; Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.

Fonte: Adaptado (AMAZONAS, 2012).

Este recorte traz em linhas gerais os conteúdos de Geometria Analítica e as competências e habilidades básicas que devem ser desenvolvidas ao serem trabalhadas durante as situações de aprendizagem no contexto escolar.

2.2 O SOFTWARE GEOGEBRA

2.2.1 Os ambientes de geometria dinâmica

A utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática caracteriza uma Tendência na Educação Matemática não apenas por estar presente no cenário das inovações tecnológicas atuais, mas principalmente pelo rico potencial que seu uso promove. Gravina e Basso (2012) revelam que a tecnologia digital disponibiliza ferramentas interativas que reúne sistemas dinâmicos de representação na forma de objetos concreto-abstratos. São concretos uma vez que existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos, pois, respondem às nossas elaborações e construções mentais (GRAVINA e BASSO, 2012).

Conforme Gravina (2001), os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que disponibilizam régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das suas propriedades. São “micromundos” que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador.

As orientações curriculares para o Ensino Médio fazem referência ao uso recursos tecnológicos (*softwares*) e as principais características dos programas de computador:

Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: a) conter um certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento; b) oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; c) possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por

meio de macroconstruções; d) permitir a manipulação de objetos que estão na tela (BRASIL, 2006, p. 88).

No que diz respeito sobre o aprendizado da geometria, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Brasil (2006) apontam que há programas que dispõem de régua e compasso virtuais e com menu de construção em linguagem clássica da geometria. Realizada uma construção, pode-se aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as relações geométricas, por esse motivo são denominados programas de geometria dinâmica.

Nesse contexto, os PCNEM propõem o uso de *softwares* de geometria dinâmica e aponta algumas possibilidades didáticas para o estudo da Geometria.

A utilização de recursos tecnológicos associados à resolução de problemas, pode melhorar a experiência de alunos e professores, conforme Gravina e Santarosa (1998):

No contexto da Matemática, a aprendizagem depende de ações que caracterizam o 'fazer matemática': experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de 'fatos', geralmente na forma de definições e propriedades (GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p. 1).

Para Gravina (2001), acredita-se que os ambientes de geometria dinâmica podem contribuir para a superação das dificuldades dos alunos para a compreensão dos objetos matemáticos em estudo:

Na pesquisa matemática atual, objetos e processos abstratos até então restritos aos "olhos da mente" são agora externalizados através de precisas, objetivas e dinâmicas visualizações na tela de um computador, implicando novos insights na abordagem da complexidade e do precário entendimento de muitos destes objetos e processos. (GRAVINA, 2001, p. 40)

Gravina e Santarosa (1998) destacam também que a utilização do computador pode facilitar bastante a compreensão de um objeto matemático em virtude das inúmeras possibilidades que apresenta e seus recursos disponíveis. Acrescenta ainda que os *softwares* são ferramentas de grande potencial em projetos educativos, pois não só ajudam a superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento matemático, mas também podem acelerar o processo de apropriação de conhecimento.

Os programas que realizam “traduções” entre diferentes sistemas de representação revelam-se como potentes recursos pedagógicos. Sobretudo porque o aluno pode concentrar-se em interpretar o efeito de suas ações frente as diferentes representações. (GRAVINA e SANTAROSA, 1998).

2.2.2 O GeoGebra

Na aplicação da sequência didática durante a intervenção pedagógica, foi utilizado o *software* GeoGebra idealizado e desenvolvido por *Markus Hohenwarter* da Universidade de Salzburgo na Áustria.

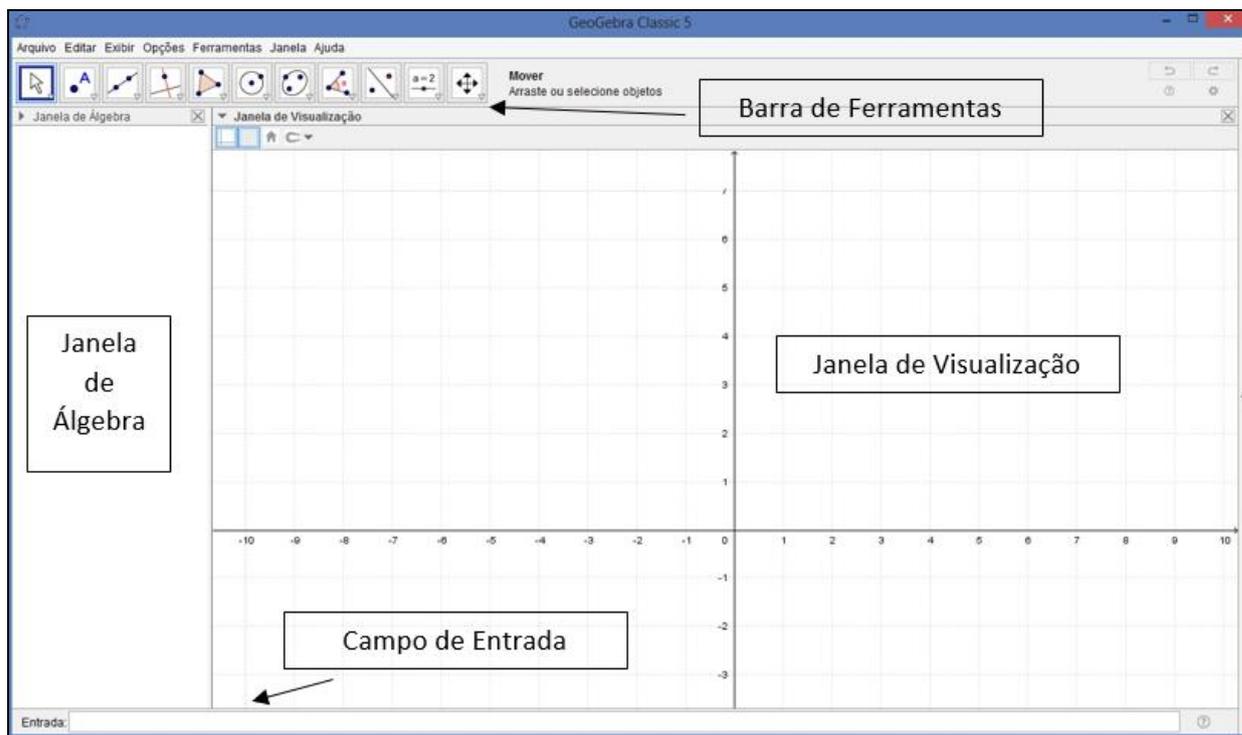
O GeoGebra foi escolhido por ser um *software* livre e dinâmico disponível gratuitamente que oportuniza trabalhar a geometria de forma dinâmica com a abordagem de vários tópicos para o ensino e aprendizagem da Matemática. Oferecendo a possibilidade de realizar seu uso em diversos níveis de ensino, pois integra recursos que permitem aplicações na Geometria, Álgebra, Probabilidade, Estatística e no Cálculo em um único sistema dinâmico.

É um *software* livre, pois permite sua reprodução ou *download* sem a exigência da aquisição de registros, sob condição de pagamento prévio ou pré-estabelecido. O GeoGebra é considerado dinâmico pois possibilita a construção de diversos objetos matemáticos como pontos, retas, segmentos, vetores, polígonos, círculos e gráficos de funções, os quais podem ser manipulados dinamicamente.

Por ser desenvolvido em *Java* pode ser instalado em computadores com sistema operacional *Windows*, *Linux* ou *Macintosh*. O *software* GeoGebra encontra-se disponível para *download* na Internet no site <https://www.geogebra.org/download>.

O formato apresentado na tela inicial do GeoGebra é ilustrado conforme a figura 1. Destacam-se duas características por meio de duas perspectivas: a janela de álgebra, onde são exibidas as representações algébricas e vetoriais e a janela de visualização, onde são apresentadas as representações gráficas dos objetos construídos. Dessa forma, o GeoGebra possibilita a articulação entre a álgebra e a geometria simultaneamente.

Figura 1 - Tela inicial do GeoGebra e sua interface



Fonte: O autor (2018).

Foi criado para fins educacionais, proporcionando ao usuário realizar trabalhos em suas interfaces algébrica e gráfica ao mesmo tempo. Uma característica a ser considerada é que cada objeto matemático possui tanto a sua representação algébrica quanto a sua representação gráfica, e, caso haja, alguma modificação de uma das representações, a outra será atualizada de forma simultânea.

2.3 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Os estudos de Raymond Duval motivam para a importância das representações semióticas na aprendizagem Matemática. Na realidade não apenas na Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento. Segundo Damm (2015, p. 169), “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação”.

As representações semióticas são fundamentais para a construção do conhecimento matemático, uma vez que, “[...] é através das representações semióticas, que se torna possível efetuar funções cognitivas essenciais do

pensamento humano” (DAMM, 2015, p. 177). Almouloud (2010, p. 72) aponta que: “falar de registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem e dar ao professor um meio que poderá ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da matemática”. Duval (2009) considera três tipos de representações: a representação mental, a representação interna ou computacional e as representações semióticas.

Segundo o autor, a representação mental trata-se do estudo das crenças, explicações e conhecimentos da infância. Já a representação interna ou computacional é aquela que enfatiza o tratamento de uma informação, que é representada pela execução automática de uma determinada tarefa com o propósito de gerar uma resposta adequada à situação.

Conforme Duval (2009, p. 31), “a noção de representação torna-se, então, essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento”. Trata-se a uma “codificação da informação”. De acordo com Duval (2011), as representações semióticas são externas e conscientes do sujeito, ou seja, elas dependem das representações mentais e computacionais ao mesmo tempo. Para Duval (2009), nas representações semióticas, a função de tratamento não é automático e sim intencional, o que é fundamental para a aprendizagem humana.

Duval (2011), aponta em relação à representação semiótica, que deve-se levar em consideração a existência de diferentes sistemas semióticos, permitindo dessa forma a operação cognitiva de conversão das representações entre os diferentes sistemas semióticos.

É devido a esse tipo de representação – representações semióticas – que é possível ter acesso aos objetos matemáticos (FLORES, 2006). Uma vez que, segundo Damm (2015), esses objetos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para sua compreensão, o uso de uma representação; as representações por meio de símbolos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos, entre outros. Por exemplo, a função pode ser representada por uma expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos, que são diferentes registros de representação (DAMM, 2015).

A aprendizagem em Matemática possui características próprias, distintas das encontradas em outras áreas do conhecimento, e, conseqüentemente, a investigação das dificuldades encontradas pelos alunos precisa considerar tais aspectos.

Em particular, os objetos matemáticos não são acessíveis de forma instantânea – apenas suas representações o são. Assim, os Registos de Representação Semiótica propiciam uma análise detalhada às recorrentes e essenciais conversões nas formas de Representações de objetos matemáticos e a importância destas conversões.

Duval (2011) define e particulariza a aprendizagem em Matemática. Considerando que na Matemática, diferentemente de outras áreas do conhecimento científico, os objetos matemáticos não podem ser acessados de forma perceptiva ou por meio de instrumentos como microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc. O acesso aos objetos matemáticos acontece fundamentalmente por representações semióticas (DUVAL, 2011).

De acordo com Machado (2013) a Teoria dos Registros de Representações Semióticas é um importante instrumento de pesquisa referentes à aquisição do conhecimento matemático e à organização de situações de aprendizagens desses conhecimentos.

Machado (2013) afirma que a característica matemática de raciocinar e de visualizar está intimamente ligada à utilização das representações semióticas, e toda comunicação em Matemática se estabelece com base nessas representações. Assim, o tratamento cognitivo adotado por Duval, desenvolvida em estreita relação com o “funcionamento” matemático, no que ele tem de específico, torna sua teoria operatória, por excelência (MACHADO, 2013).

Duval (2009) afirma que não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação, considerando-se que para representar um mesmo objeto matemático podem ser utilizados diferentes registros de representações.

Nesta perspectiva, para que ocorra a compreensão dos conceitos matemáticos, existe a necessidade de possibilitar aos alunos maior familiaridade com as diversas formas de representações dos objetos matemáticos.

Segundo Duval (2009), a mudança de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação, no decorrer de um mesmo percurso, não é evidente e espontâneo para a maioria dos estudantes. “Frequentemente, os estudantes não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes” (DUVAL, 2009, p. 18).

O autor reitera que: “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2011, p. 22). Isto se justifica de acordo com Duval (2011): mudar de um registro de representação para outro não é somente trocar o modo de tratamento, mas também explicar as propriedades e os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Portanto, para a compreensão matemática, não é somente coordenar registros de representação, mas a partir das conversões de diferentes registros: explorar conceitos e propriedades dos objetos matemáticos.

Para Duval (2009), as representações semióticas são representações conscientes e externas ao mesmo tempo, pois elas permitem uma “visão do objeto” através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres, sons...) tendo valor de “significante”. Há uma grande variedade de representações semióticas possíveis: figuras, esquemas, gráficos, expressões simbólicas, expressões linguísticas, etc.

Desta forma, os registros de representação semiótica tornam-se importantes por dois fatores essenciais primeiramente, pelo o fato da existência de diversas possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo - dependem do sistema de representação utilizado. Além disso, há o fato de que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis sem a ajuda de instrumentos (DUVAL, 2011).

Segundo Duval (2011), algumas questões passaram a ter uma abrangência e uma importância particulares com a exigência de uma maior formação matemática inicial para todos os alunos. Questões sobre: Como compreender as dificuldades dos alunos? Qual a natureza dessas dificuldades? E onde elas se encontram? As respostas para estas questões não podem ser restringidas somente ao campo matemático ou à sua história.

Para responder a estas questões, Duval (2011), afirma que é necessária uma abordagem cognitiva, já que o ensino da matemática na formação inicial, não tem o objetivo de formar futuros matemáticos, nem fornecer aos alunos instrumentos que só vão lhe ser úteis mais tarde, mas sim colaborar para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.

De acordo com Duval (2011, p. 12), “a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situações de ensino”.

Conforme Duval (2011), existem duas características no processo de compreensão em Matemática em relação aos conhecimentos de outras áreas, a saber:

- A importância primordial das representações semióticas - É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Além disso, existe o fato de que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis, passam a existir por intermédio de suas representações semióticas.

- A grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática - como, por exemplo, os sistemas de numeração, as figuras geométricas, a escrita algébrica, os gráficos e a língua natural.

Para Duval (2011), a originalidade da atividade matemática está em mobilizar de forma simultânea, ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Na resolução de problemas, um registro pode aparecer privilegiado, no entanto, sempre deve existir a possibilidade de passar de um registro ao outro.

O autor enfatiza que a compreensão em Matemática, pressupõe a coordenação de ao menos dois Registros de Representações Semióticas. Portanto, a possibilidade de mobilização de diferentes registros de representações simultâneas que encontra-se a chave para a aprendizagem em Matemática.

Duval (2011), ressalta que existem quatro tipos diferentes de Registros de Representações Semióticas, conforme apresentadas no quadro 2:

Quadro 2 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	Representação discursiva	Representação não discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS:	Língua natural	Figuras geométricas
Os tratamentos não são algoritmizáveis	Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a	Planas ou em perspectiva (configurações nas dimensões 0, 1, 2 ou 3) • Apreensão operatória

	partir de observações, de crenças... <ul style="list-style-type: none"> • Dedução válida a partir de definição ou teoremas. 	e não somente perceptiva; <ul style="list-style-type: none"> • Construção com instrumentos.
REGISTRO MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • Numéricas (binária, decimal, fracionárias,...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais); • Cálculo 	Gráficos cartesianos <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistemas de coordenadas • Interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2011, p. 14).

Duval (2011) afirma que existem dois tipos de transformações de Representações Semióticas: o tratamento e a conversão.

Em relação à transformação de tratamento, são representações dentro do mesmo registro; por exemplo, a resolução de uma equação ou um sistema de equações.

Um tratamento é a transformação de uma representação em uma outra dentro do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro. Existem tratamentos que são específicos a cada registro e que não precisam de nenhuma contribuição externa para serem feitos ou justificados (ALMOULOUD, 2010, p. 72).

Segundo Damm (2015, p.180), “a conversão de uma representação é a transformação dessa em uma representação em um outro registro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão”.

Uma conversão é a transformação de uma representação de um registro D em uma outra representação de um registro A, conservando, pelo menos, a referência ao mesmo objeto ou à mesma situação representada, mas mudando, de fato, o conteúdo da representação (ALMOULOUD, 2010, p. 72).

De acordo com Duval (2011, p. 16), “do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que [...] aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.”

Duval (2012) define as representações semióticas da seguinte forma:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. [...] As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento (DUVAL, 2012, p. 269).

Em relação à coordenação de diferentes registros, Damm (2008) pontua que o garante a compreensão do objeto matemático não é a determinação de diversas representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a coordenação entre esses vários registros de representação.

A geometria é uma parte importante da Matemática, tanto como objeto de estudo, quanto como recurso para outras áreas. Diversas pesquisas indicam a geometria como um dos problemas de ensino e aprendizagem. Duval (1995) afirma que a compreensão em relação à geometria, envolve três formas de processo cognitivos com funções epistemológicas específicas:

- Visualização para exploração heurística de uma situação complexa;
- Construção de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- Raciocínio, que é o processo que conduz para a prova e a explicação (ALMOULOU, 2003, p. 126).

É necessário destacar que a Matemática trabalha com objetos abstratos, ou seja, não são objetos diretamente acessíveis à percepção. Nesse caso, é fundamental para sua compreensão, a utilização de representações por meio de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos e desenhos em razão de que eles permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento matemático (DAMM, 2015).

CAPÍTULO 3

3 METODOLOGIA

O método de investigação utilizado nesta pesquisa, é de caráter qualitativo e exploratório, por meio de uma abordagem descritiva, mas evitando generalizações analíticas, dado ênfase a um Estudo de Caso. Desta forma, salienta Lüdke e André (2014):

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, pelo trabalho intensivo de campo. (LÜDKE e ANDRÉ, 2014, p. 12)

Desse modo, fundamenta-se uma pesquisa de natureza qualitativa em forma de estudo de caso, pois segundo Minayo (2010), permite trabalhar com o universo de significados, motivos, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos.

3.1 CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA

A área de estudo está situada na zona norte da cidade de Manaus-AM, o estudo foi desenvolvido na escola pública estadual de nível médio na zona distrital 6 da Secretaria de Estado de Educação do Amazonas: Aldeia do Conhecimento Prof.^a Ruth Prestes Gonçalves, e terá como sujeitos participantes, os professores da disciplina Matemática e os alunos do 3º. ano do Ensino Médio. Atualmente, a escola encontra-se funcionando na localizada na Av. Noel Nutels, Bairro Cidade Nova I. A estrutura física da Escola é composta por 23 salas de aulas, 1 laboratório de ciências, 1 laboratório de informática, 1 sala de mídias e biblioteca. A Escola funciona em três períodos: manhã, tarde e noite, com turmas de 1º ao 3º ano do Ensino Médio.

As atividades foram executadas no laboratório de informática da escola. O laboratório dispõe de cinco computadores em pleno funcionamento e um notebook cedido pela escola durante as atividades. Nestas condições, os alunos foram divididos em nove grupos, cada grupo composto por dois alunos. Não foi adotado nenhum critério quanto à escolha dos integrantes de cada grupo.

As atividades foram impressas em papel e entregues aos alunos, para

que cada equipe faça seus registros de resolução, utilizando o *software* GeoGebra. Ao final de cada encontro, este material foi recolhido pelo professor-pesquisador.

Em determinados encontros foram feitos registros das atividades utilizando gravações em vídeo com áudio, com o intuito de analisar os comportamentos e os relatos dos alunos participantes.

3.2 PARTICIPANTES DA PESQUISA

A experiência foi realizada com a participação de 18 (dezoito) alunos dos turnos matutino e vespertino de turmas dos 3º. anos do Ensino Médio da Escola Estadual Aldeia do Conhecimento Prof.^a Ruth Prestes Gonçalves, em Manaus-AM. Dos quais 7 (sete) eram do sexo feminino e 11 (onze) do sexo masculino. As idades dos estudantes variaram entre 17 a 18 anos.

Destaca-se que a pesquisa foi aplicada durante o 3º (terceiro) bimestre do ano letivo de 2017 conforme o calendário proposto pela Secretaria de Estado da Educação do Amazonas. Portanto, salienta-se que os alunos já haviam tido um contato inicial com os assuntos de Geometria Analítica no 1º (primeiro) bimestre, onde os tópicos abordados foram: Estudo do Ponto, Estudo da Reta e Noções sobre Circunferência.

Enfatiza-se que do total de sujeitos participantes, 15 (quinze) estudantes relataram não ter conhecimento do *software* GeoGebra, diante disto, foi realizado um minicurso de apropriação do *software* GeoGebra no laboratório de informática da própria escola onde os alunos estudam, às quartas-feiras nos dois últimos tempos de aulas.

Foram feitos os devidos esclarecimentos de não haver nenhum risco para os participantes da experiência. O termo de consentimento livre e esclarecido, documento que autoriza a utilização dos dados coletados durante as experiências, foi devidamente assinado pelos pais dos participantes envolvidos na pesquisa.

Outro grupo que compõe os sujeitos desta pesquisa foram os professores de Matemática quem lecionam nesta escola com as turmas de 3º ano dos turnos matutino, vespertino e noturno. Este grupo foi composto de três que professores responderam um questionário semiestruturado. O questionário foi aplicado aos professores após a conclusão das atividades desenvolvidas pelos alunos.

3.3 CONSIDERAÇÕES ÉTICAS

Este trabalho foi encaminhado ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), obtendo aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Amazonas – UFAM sob número 2.286.525 (20/09/2017) (ANEXO C), tornando possível o início de sua aplicação.

Após receberem informações sobre os objetivos desta pesquisa, os participantes foram devidamente esclarecidos sobre: a) os procedimentos e importância da pesquisa; b) direito de recusarem de participar; c) a privacidade dos dados utilizados na pesquisa; d) a possibilidade de contatar o pesquisador responsável e seu orientador em caso de dúvida; e e) a necessidade de assinarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (APÊNDICE A), conforme recomendado pela Resolução n. 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde.

3.4 INSTRUMENTOS METODOLÓGICOS

Os instrumentos para a coleta de dados utilizados durante a pesquisa foram: 1) questionários semiestruturados para os alunos e professores, 2) observações diretas, 3) fotografias, 4) registro diário de campo do pesquisador, 5) gravações de áudio e vídeo das aulas e 6) atividades desenvolvidas pelos alunos, objetivando a análise de dados em todos os seus aspectos.

Para a análise dos resultados obtidos nos questionários foi utilizado a escala de Likert, que permite avaliar o nível de concordância para uma determinada pergunta, variando de uma resposta mais negativa para uma resposta mais positiva (GIL, 2008).

Nas gravações de áudio e vídeo foram analisados os diálogos produzidos entre os alunos e o professor na sala de aula e no laboratório de informática.

Foi produzido um registro diário da pesquisa de campo durante e após cada observação, estabelecendo-se numa descrição por escrito do que o pesquisador verificou, ouviu e pensou durante todo o processo de coleta de dados.

A seguir, é apresentada a metodologia utilizada nesta pesquisa: a engenharia didática.

3.5 METODOLOGIA DA PESQUISA – A ENGENHARIA DIDÁTICA

A metodologia deste trabalho consiste em utilizar os procedimentos com base nos princípios da engenharia didática de Michèle Artigue. Esta seção aborda as fases para análise e validação dos dados coletados.

A engenharia didática criada na década de 80 por Michèle Artigue, é fundamentada a partir das teorias cognitivistas. O termo engenharia didática expressa uma analogia ao trabalho realizado por um engenheiro na realização de um projeto arquitetônico, ou seja, “o educador também depende de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele exerce o seu domínio profissional”. (PAIS, 2008, p. 100).

Segundo Pais (2008), a engenharia didática se constitui em uma forma de sistematizar a aplicação de um determinado método na pesquisa didática, entretanto é possível ampliar o sentido de aplicação de um referencial metodológico.

Deste modo, pode-se considerar que a engenharia didática pode assumir duas finalidades, a qual pode ser compreendida como uma metodologia de pesquisa, quanto como uma produção para o ensino. O termo engenharia didática entendida como produção para o ensino, é caracterizada por propor:

[...] uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articuladas no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (MACHADO, 2015, p. 234, *apud* DOUADY, 1993, p.2).

De acordo com ALMOULOU (2010), a engenharia didática vista como metodologia de pesquisa, é definida em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado sobre as “realizações didáticas” em sala de aula, ou seja, sobre a construção, a realização, a observação e a análise das sequências de ensino.

Além disso, é caracterizada também como pesquisa experimental pelos modos de validação que lhes são associados: a confrontação entre a análise *a priori* e análise *a posteriori*. Essa validação é uma das particularidades dessa metodologia, por ser realizada internamente, sem necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste (ALMOULOU, 2010).

3.6 AS FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Pais (2008), aponta que os procedimentos relacionados ao planejamento da metodologia da engenharia didática são realizados pela execução de quatro fases consecutivas:

- a) 1ª fase: análises preliminares;
- b) 2ª fase: concepção e análise *a priori*;
- c) 3ª fase: aplicação de uma sequência didática (experimentação);
- d) 4ª fase: análise *a posteriori* e a avaliação (validação).

3.6.1 Análises preliminares

Conforme Almouloud (2010), nas análises preliminares são realizadas as identificações dos problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e a descrição de modo fundamentado da(s) questão(ões), as hipótese(s), os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Segundo Almouloud (2010), a primeira fase pode compreender os seguintes aspectos:

- a) Estudo da organização matemática:
 - Estudo histórico do saber em estudo;
 - Analisar a estrutura matemática do conceito investigado;
 - Analisar o ensino atual e seus efeitos;
 - Considerar os objetos específicos da pesquisa
- b) Análise da organização didática do objeto matemático escolhido:
 - Fazer uma análise das propostas curriculares e dos PCNs;
 - O papel da história e da epistemologia levado em consideração no estudo do objeto matemático;
 - Estudar as concepções de alunos e/ou de professores a propósito dos saberes em jogo;
- c) Definição das questões da pesquisa
 - Definir a(s) questão(ões) da pesquisa e justificar as escolhas feitas;
 - Apresentar as hipóteses da pesquisa e uma justificativa fundamentada das escolhas feitas;

- Discutir e definir os fundamentos teóricos e os procedimentos metodológicos que nortearão a fase experimental e as análises *a priori* e *a posteriori* nesta etapa da pesquisa.

Artigue (1996), afirma que cada uma dessas fases pode ser retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, em razão das necessidades emergentes.

Segundo Pais (2008), a primeira fase contenta-se em descrever as dimensões que definem o fenômeno a ser estudado. Devendo-se levar em consideração as dimensões: epistemológicas, cognitivas e pedagógicas.

Na dimensão epistemológica é realizada a análise das características do conteúdo em estudo – a Geometria Analítica. A dimensão cognitiva, abrange as considerações sobre as dificuldades e resistências dos alunos na compreensão de conceitos de Geometria Analítica. A dimensão pedagógica, refere-se às características do funcionamento do sistema de ensino: a forma como o conteúdo é trabalhado em sala de aula, o que dizem os documentos oficiais e a análise do tema nos livros didáticos. Esta fase também estabelece compreender as condições da realidade sobre a qual experiência está sendo realizada.

A expressão “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las, visto que a temporalidade identificada pelo termo “preliminar” ou “prévia” é relativa, pois se refere apenas a um primeiro nível de organização. Na realidade, deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise *a priori* e construção da sequência de ensino (ALMOLOUD e COUTINHO, 2008, p. 6).

3.6.2 Concepção e análise *a priori*

Pais (2008) indica que nesta fase, é necessário definir um certo número de variáveis de comando do sistema de ensino. Segundo Artigue (1996, *apud* PAIS, 2002) deve ser feita uma distinção entre variáveis globais e locais. As variáveis globais estão relacionadas ao problema geral e as variáveis locais referem-se ao planejamento específico de cada uma das etapas que constituem a sequência didática.

Conforme Pais (2008), o conjunto dessas variáveis é o ponto de partida para a análise *a priori*, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a compreensão dos conceitos em questão.

3.6.3 Aplicação de uma sequência didática (experimentação)

Esta fase refere-se à experiência prática envolvendo os alunos, com a finalidade de se observar situações de aprendizagem por meio das atividades planejadas.

“Uma sequência didática é formada por um número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (PAIS, 2001, p.102). Essas aulas são denominadas de sessões, justamente por não serem aulas comuns, mas que saem do contexto das rotinas de sala de aula.

O conjunto de dados recolhidos durante a experimentação consiste em: observações feitas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos. No entanto, o conteúdo para análise dos dados pode ser complementado com a aplicação de questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino (ALMOLOUD e COUTINHO, 2008).

De acordo com Machado (2015), esta etapa é clássica. Essa fase se inicia mediante o contato do pesquisador/professor/observador(es) com a população de alunos – objetos da investigação. A experimentação implica:

- A explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da experimentação;
- O estabelecimento do contrato didático;
- Aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- Registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais, etc.) (MACHADO, 2015, p. 244).

3.6.4 Análise *a posteriori* e a avaliação (validação)

A análise *a posteriori* de uma sessão é o “conjunto de resultados durante

a experimentação, ou seja, são as observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela” (ALMOULOU, 2010, p. 177). Esses dados, podem ser complementados por elementos obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diferentes momentos do ensino.

Desta forma, a análise *a posteriori* depende das ferramentas técnicas (material didático, vídeo) ou teóricas utilizadas com as quais os dados coletados permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. Esses protocolos serão analisados detalhadamente pelo pesquisador e as informações resultantes serão confrontadas com a análise *a priori* realizada (ALMOULOU, 2010).

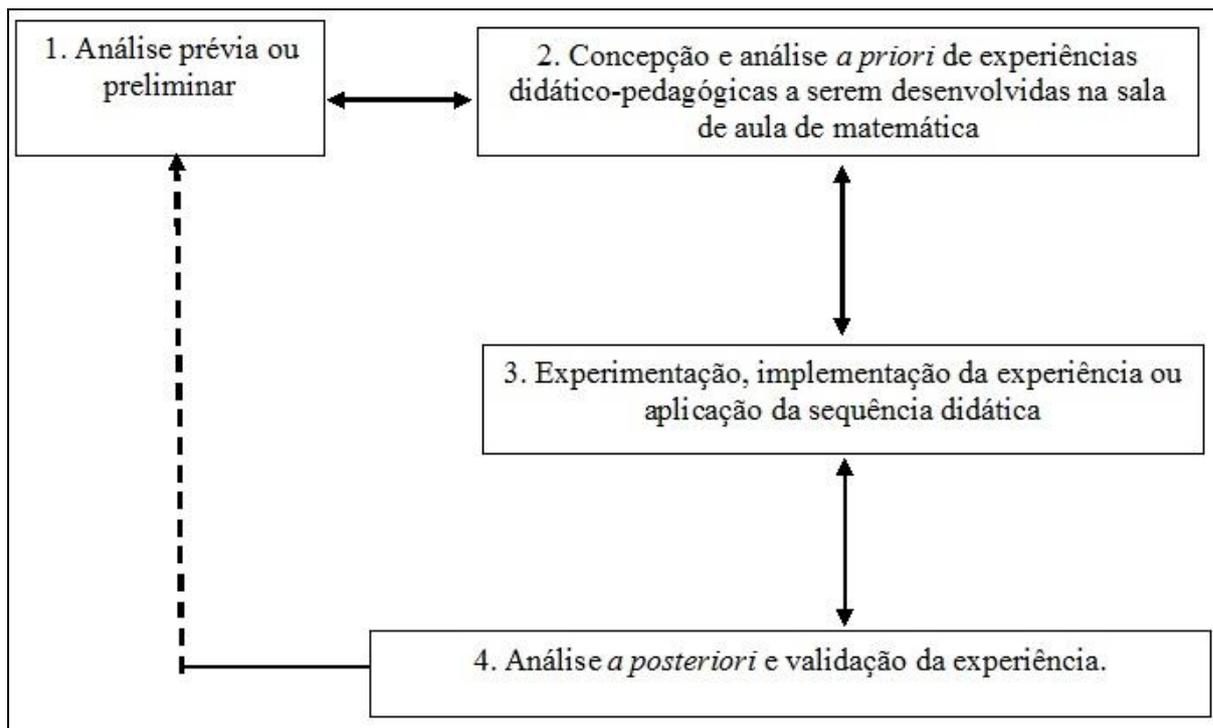
Pais (2008) afirma que esta fase se refere ao tratamento das informações obtidas por ocasião da aplicação da sequência didática, esses dados podem ser obtidos pela observação direta do pesquisador desde que sejam devidamente registrados nos protocolos da experiência. É importante que essa análise atinja a realidade da produção dos alunos, revelando seus procedimentos de raciocínio.

A validação dos resultados é obtida a partir da confrontação entre os dados obtidos na análise *a priori* e na análise *a posteriori*.

Do ponto de vista metodológico, a validação é uma etapa onde a vigilância deve ser ampliada, pois se trata de garantir a essência do caráter científico. Dessa maneira, enquanto procedimento metodológico, a engenharia didática se fundamenta em registros de estudos de casos, cuja validade é interna, circunscrita ao contexto da experiência realizada (PAIS, 2008, p. 103).

Cada uma destas etapas é retomada e aprofundada ao longo da pesquisa, em virtude das necessidades que podem ser reveladas no decorrer do processo. Apresenta-se então o mapa da engenharia didática como ilustra a figura 2:

Figura 2- Fases da engenharia didática



Fonte: Fioreze (2010, p. 92).

CAPÍTULO 4

4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE *A PRIORI*

Este capítulo tem como objetivo apresentar a descrição e os procedimentos para a aplicação da sequência didática. Para cada atividade foram realizadas as análises *a priori* e *a posteriori*, seguindo os pressupostos da engenharia didática. São apresentados os principais aspectos e objetivos das questões que compreendem as atividades da sequência didática para o ensino e aprendizagem de conceitos envolvendo Geometria Analítica com o uso do GeoGebra.

4.1 DESCRIÇÃO E APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A pesquisa foi realizada envolvendo 18 (dezoito) alunos das turmas de 3º anos do Ensino Médio dos turnos matutino e vespertino da Escola Estadual Aldeia do Conhecimento Prof. Ruth Prestes Gonçalves, conforme a figura 3. A razão para a escolha dos alunos desta série decorreu pelo fato deles já possuírem noções sobre o conteúdo, visto que o professor pesquisador já havia trabalhado com os alunos o assunto durante o 1º bimestre nos meses de fevereiro a março de 2017.

Os alunos convidados para participar da pesquisa foram alunos de turmas diferentes, pois a escola possuía no ano de 2017 um total de 22 turmas de 3º ano do Ensino Médio nos três turnos, sendo 8 (oito) turmas no turno matutino, 8 (oito) turmas no turno vespertino e 6 (seis) turmas no turno noturno. Em cada turma frequentavam em média 47 alunos. Vale ressaltar que dos 18 (dezoito) alunos que participaram da pesquisa, apenas 8 (oito) participantes eram alunos do professor pesquisador, o restante pertenciam às turmas de outros professores que faziam parte do quadro de docentes da escola.

A implementação da experiência dispôs de registros diários do professor pesquisador, bem como, fotografias e registros de áudio e vídeo. As aulas da fase de experimentação aconteceram nos meses de outubro e novembro de 2017, ocorridos no laboratório de informática da escola. As atividades foram desenvolvidas nos dois últimos tempos de aula, ou seja, o 4º e 5º tempos, às segundas e quartas-feiras envolvendo os alunos dos turnos matutino e vespertino.

O laboratório de informática da escola dispunha de 5 (cinco) computadores, no qual os alunos participantes da experiência se dividiram em duplas para desenvolverem as atividades. Para preservar a identidade dos sujeitos participantes da pesquisa, as duplas formadas foram denominadas da seguinte forma: D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8 e D9. A escolha das duplas foram organizadas de maneira livre, ou seja, cada aluno, tinha autonomia de escolher a sua dupla. A proposição para que os alunos participassem em duplas se deve à importância do trabalho em equipe, em que são compartilhadas informações, podendo proporcionar situações para que a aprendizagem sobre determinados conceitos possam ser aperfeiçoadas.

Figura 3 - Escola de aplicação da pesquisa



Fonte: O autor (2018).

Os alunos receberam as atividades impressas, sendo que cada atividade deveria ser resolvida na própria folha de atividades, e em seguida, tais soluções destas atividades deveriam ser comprovadas ou não com o auxílio do *software* GeoGebra. Ao final de cada atividade solucionada os alunos salvavam seus

respectivos trabalhos nos computadores do laboratório, para serem posteriormente analisados com os registros descritos nas resoluções das produções escritas, bem como o áudio dos discursos dos alunos referente à sequência didática.

Durante as exposições da intervenção pedagógica, o professor pesquisador utilizou um data-show e um notebook para fazer as devidas instruções sobre as ferramentas do *software* GeoGebra e o desenvolvimento da sequência didática. Cada dupla utilizou um computador com o programa GeoGebra instalado previamente. A figura 4 ilustra as equipes de alunos na sala de informática.

Figura 4 - Alunos no laboratório de informática



Fonte: O autor (2018).

As atividades foram divididas por temas. Apresenta-se no quadro 3 denominado de quadro-resumo os 6 (seis) encontros realizados em cada aula e a duração de cada atividade.

Quadro 3 - Quadro-resumo das atividades da sequência didática

Atividade	Tema	Duração
Atividade 1	Distância entre dois pontos	1 aula de 45 min
Atividade 2	Ponto médio	1 aula de 45 min
Atividade 3	Condição de alinhamento de três pontos	1 aula de 45 min
Atividade 4	Equação da reta	1 aula de 45 min
Atividade 5	Retas paralelas e retas concorrentes	1 aula de 45 min
Atividade 6	Equação geral da circunferência e equação reduzida da circunferência	2 aulas de 45 min

Fonte: O autor (2018).

Em um primeiro momento foi realizada com a participação dos alunos, uma explicação introdutória para familiarização do *software*, em que, foram apresentados os objetivos da pesquisa, assim como a assinatura dos termos de consentimentos livre e esclarecido. Esse termo solicita aos responsáveis legais dos alunos a autorização para participar da pesquisa e para gravações de áudio e vídeo durante as sessões. Nenhum dos participantes fizeram alguma objeção em relação à utilização das gravações. Em seguida, foram apresentadas as principais ferramentas do *software* GeoGebra necessárias para a realização das atividades da sequência didática.

Destaca-se que apenas 23% dos alunos entrevistados afirmaram conhecer o *software* GeoGebra. Em virtude desse fato, antes de serem aplicadas as atividades, o professor pesquisador teve a preocupação de que todos os participantes da pesquisa fossem orientados para conhecer as principais funções do programa.

Como a produção dos alunos também é instrumento de análise deste trabalho, foi criada uma pasta nos computadores do laboratório de informática e cada dupla foi orientada a salvar seus arquivos produzidos durante a realização das atividades da sequência didática.

As atividades da sequência didática com o auxílio do *software* GeoGebra, apresentaram como objetivo geral, explorar 3 (três) formas de representação:

registro da língua natural, o registro algébrico e o registro gráfico. Além de realizar dois tipos de transformação de representação semiótica: tratamento e conversão.

4.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI* DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Nesta seção, são apresentadas as análises *a priori* para cada atividade realizada, como pressupõe a metodologia da engenharia didática. Nesta fase, denominada concepção e análise *a priori*, foram determinados os aspectos que permitiram a caracterização e concepção da sequência didática envolvendo os temas: Ponto, Reta e Circunferência da Geometria Analítica no Ensino Médio.

Nesta etapa, foram realizadas algumas escolhas didáticas: a caracterização da escola onde foi implementada a pesquisa, os sujeitos de pesquisa e dos procedimentos que pudessem viabilizar a elaboração e aplicação da sequência didática.

Dessa forma, foram providenciadas as autorizações necessárias para a realização da pesquisa, o número de encontros, as datas e os horários das mesmas e a duração de cada encontro de acordo com as disponibilidades oferecidas.

Na análise *a priori* de cada atividade foram determinados os objetivos e a previsão das estratégias de resolução.

4.2.1 Análise *a priori* da Atividade 1: Distância entre dois Pontos

No quadro 4 são ilustradas as atividades desenvolvidas com os alunos com o propósito de resolver problemas que envolvem a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Quadro 4 - Quadro da Atividade 1: Distância entre dois Pontos

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do software GeoGebra:

- a) A distância entre os pontos $A(2,2)$ e $B(5,6)$.
 b) A distância entre os pontos $A(2,2)$ e $B(-10,-3)$.

Para resolver estes problemas, realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o software GeoGebra:

1. Abra o software (programa)  GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(2,2)$ e $B(5,6)$, utilizando uma das formas abaixo:

a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(2,2)$ e $B(5,6)$ na *Janela de Visualização*.

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A = (2,2)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B = (5,6)$.

3. Agora para saber a distância entre eles use o recurso *Distância, Comprimento ou Perímetro*  na *Barra de Ferramentas*;

4. Selecionando esse recurso e depois os dois pontos A e B , para medir sua distância;

Resposta:

5. Agora mova o ponto B até a posição $(-10,-3)$ e meça a nova distância;

Resposta:

6. A partir destes procedimentos com o auxílio do *software* GeoGebra, os resultados que você obteve foram comprovados?

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade foi desenvolvida objetivando que os alunos interpretassem geometricamente utilizando a linguagem gráfica, problemas que envolvam relações entre dois pontos no plano cartesiano. A primeira atividade solicitou que os alunos calculassem a distância entre dois pontos. A princípio eles teriam que resolver algebricamente, e em seguida, com o auxílio do *software* GeoGebra comprovassem os resultados encontrados.

Desta forma, a Atividade 1 teve por objetivo propiciar aos alunos condições de interpretar geometricamente as suas soluções e assim realizassem comparativos entre as respostas encontradas, efetuando-se a conversão do registro numérico para o algébrico e por fim o registro gráfico.

4.2.2 Análise *a priori* da Atividade 2: Ponto Médio

No quadro 5 são ilustradas as atividades desenvolvidas com os alunos com o objetivo de resolver problemas que abordam o ponto médio de um segmento no plano cartesiano a partir de dois pontos dados.

Quadro 5 - Quadro da Atividade 2: Ponto Médio

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

a) Considere um segmento com extremidades $A(-2,1)$ e $B(6,3)$. Determine o

seu Ponto Médio.

b) Considere um segmento com extremidades $A(-2,1)$ e $B(4,0)$. Determine o seu Ponto Médio.

c) Considere um segmento com extremidades $A(0,0)$ e $B(4,0)$. Determine o seu Ponto Médio.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o software GeoGebra:



1. Abra o software (programa) GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(-2,1)$ e $B(6,3)$, utilizando uma das formas abaixo:

a) Na Barra de Ferramentas selecione o comando  Ponto e em seguida localize os pontos $A(-2,1)$ e $B(6,3)$ na Janela de Visualização;

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A = (-2,1)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B = (6,3)$.

3. Faça o segmento de A até B . Na Barra de Ferramentas, selecione o recurso

Segmento  em seguida, clique nos pontos A e B ;

4. Para achar o Ponto Médio C desse segmento use o recurso Ponto Médio ou

Centro  na Barra de Ferramentas;

5. Selecionando este recurso e em seguida os pontos A e B ;

Resposta:

6. Agora mova o ponto B até a posição $(4,0)$ e encontre o Ponto Médio;

Resposta:

7. E em seguida mova o ponto A até a posição $(0,0)$ e encontre o Ponto Médio;

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade foi elaborada com a finalidade de que os alunos identificassem e interpretassem geometricamente os conceitos para se obter o ponto médio de um segmento a partir de seus extremos usando a linguagem gráfica. A segunda atividade solicitou que os alunos determinassem as coordenadas do ponto médio de um segmento dadas as suas extremidades. De início, eles teriam que resolver algebricamente, e em seguida, com o auxílio do *software* GeoGebra, os alunos comprovariam ou não os seus resultados encontrados.

Dessa forma, a Atividade 2 proporcionou ao aluno condições de interpretar geometricamente as suas construções, pois, primeiramente foi necessário construir um segmento de reta e a partir daí obter o seu ponto médio no plano cartesiano. Esperava-se que os alunos observassem as suas respostas encontradas e realizassem confrontações entre as soluções encontradas algebricamente.

4.2.3 Análise *a priori* da Atividade 3: Condição de Alinhamento de Três Pontos

No quadro 6 a atividade concentra-se no estudo da condição de alinhamento de três pontos no plano cartesiano.

Quadro 6 - Quadro da Atividade 3: Condição de Alinhamento de Três Pontos

Resolva o seguinte problema e em seguida comprove o resultado com o auxílio do *software* GeoGebra:

Verifique se os pontos $A(1,-2)$, $B(3,-1)$ e $C(7,1)$ estão alinhados.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:



1. Abra o *software* (programa) GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$, utilizando umas das formas abaixo:

a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$ na *Janela de Visualização*;

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A = (1, -2)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B = (3, -1)$ e o terceiro ponto $C(7, 1)$;

3. Calcule a área do polígono formado pelos vértices A , B e C : Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Polígono*  em clique nos pontos A , B , e C em seguida clique no vértice A novamente;

4. Para determinar a área deste polígono, verifique na *Janela de Álgebra* o valor da área do Triângulo no objeto $t1$ e faça uma reflexão sobre o significado do resultado encontrado. Comente os resultados encontrados a partir desta reflexão.

Resposta:

5. Outra forma de verificar se os pontos A , B e C estão alinhados é observar se estão sobre uma mesma reta. Para isso, construa a reta que passa por A e B : Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Reta*  em seguida clique nos pontos A e B . Faça uma análise e comente os resultados a partir deste procedimento.

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade foi planejada para que o aluno analisasse e interpretasse geometricamente com o auxílio do *software* GeoGebra, a condição para que três pontos do plano cartesiano sejam ou não colineares. Nesta atividade, o aluno foi instigado a fazer uma reflexão sobre a área encontrada a partir dos vértices formados pelos pontos localizados no plano cartesiano com a ajuda do *software* GeoGebra.

4.2.4 Análise *a priori* da Atividade 4: Equação da Reta

No quadro 7, a atividade é focada no estudo da identificação dos tipos de equações da reta no plano cartesiano.

Quadro 7 - Quadro da Atividade 4: Equação da Reta

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

Considere a reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Determine:

- a) equação geral da reta r ;
- b) equação reduzida da reta r .
- c) encontre o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r ;

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Encontre a equação geral da reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Marque os pontos A e B, utilizando uma das formas abaixo:

a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A = (-2, 1)$ e $B(1, 4)$ na *Janela de Visualização*.

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A = (-2, 1)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B = (1, 4)$.

3. Trace a reta que passa pelos pontos A e B : Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando *Reta*  e em seguida clique nos pontos A e B ;

4. Agora determine a equação geral da reta: Na *Janela de Álgebra* clique com botão direito sobre a equação da reta r e escolha a opção *Equação* $ax + by + c = 0$;

Resposta:

5. Agora determine a equação reduzida da reta: Na *Janela de Álgebra* clique com botão direito sobre a equação da reta r e escolha a opção *Equação* $y = ax + b$.

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade foi planejada para que os alunos determinassem a equação geral da reta que passa por dois pontos e assim, descrever e interpretar a equação reduzida da reta. Desta forma, deveriam encontrar o coeficiente angular e o coeficiente linear, a partir da equação reduzida de sua representação algébrica, bem como, sua representação gráfica da reta.

Na atividade desenvolvida, foram dados dois pontos no plano cartesiano, com o uso do *software* GeoGebra. O aluno deverá localizar os pontos no GeoGebra e a partir daí, traçar uma reta que passe por estes pontos. Após construir a reta que passa por estes pontos, o aluno determinou primeiramente a equação geral e em seguida, transformou essa equação na equação reduzida da reta de acordo com os procedimentos a serem realizados na descrição da atividade.

4.2.5 Análise *a priori* da Atividade 5: Retas Paralelas e Retas Concorrentes

As Atividades descritas no quadro 8 abordam as questões envolvendo as posições relativas entre duas retas no plano cartesiano.

Quadro 8 - Quadro da Atividade 5: Retas Paralelas e Retas Concorrentes

Resolva o seguinte problema e em seguida comprove o resultado com o auxílio do *software* GeoGebra:

Determinar a posição da reta r , de equação $3x+6y-21=0$, onde A e $B \in r$ em relação à reta s de equação $x-y+4=0$, onde C e $D \in s$.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:



1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Construa a reta r que passa pelos pontos $A(1,3)$ e $B\left(4, \frac{3}{2}\right)$: Marque os pontos

$A(1,3)$ e $B\left(4, \frac{3}{2}\right)$: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguintes comandos: $A=(1,3)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(4,3/2)$;

3. Construa a reta s que passa pelos pontos $C(-3,1)$ e $D(1,5)$:

Marque os pontos $C(-3,1)$ e $D(1,5)$: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguintes comandos: $C=(-3,1)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o

mesmo procedimento para o segundo ponto: $D = (1,5)$;

4. Verifique se as retas são paralelas ou se elas se intersectam: Na Barra de Ferramentas selecione o recurso *Interseção de Dois Objetos* e em seguida clique sobre as retas r e s ;

5. De acordo com estes procedimentos realizados, você pode concluir que as retas são paralelas ou são concorrentes? Comente.

Resposta:

6. Identifique os coeficientes angulares e os coeficientes lineares de cada uma das retas.

Resposta:

Resposta:

7. A partir das suas construções e análises nos itens anteriores, o que você pôde concluir em relação à condição geral para que duas retas sejam paralelas? E a condição para que as retas sejam concorrentes?

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

Essa atividade foi planejada com a intenção de que os alunos construíssem retas utilizando o *software* GeoGebra. A partir dessas construções, os alunos realizaram a análise e interpretaram graficamente com o uso do *software* GeoGebra a posição relativa entre duas retas. Os alunos construíram no *software* GeoGebra, duas retas sendo dados dois pontos pertencentes à estas duas retas de acordo com os passos que foram executados na descrição da atividade.

A partir dessas construções, os alunos interpretaram as posições relativas destas duas retas de duas formas distintas: a primeira, visualizando graficamente se as retas se interceptam em um único ponto ou não; a outra forma para verificar a posição dessas retas foi desenvolvida comparando os coeficientes angulares. Desta forma, solicitou-se aos alunos observarem se essas retas são paralelas ou concorrentes.

4.2.6 Análise *a priori* da Atividade 6: Equação Geral da Circunferência e Equação Reduzida da Circunferência

O quadro 9 ilustra uma atividade que trata sobre o estudo das equações da circunferência.

Quadro 9 - Quadro da Atividade 6: Equação Geral da Circunferência e Equação Reduzida da Circunferência

Resolva o seguinte problema e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

Encontre a equação geral e a equação reduzida da circunferência de centro em $A(5,3)$ e raio igual a 5.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;
2. Marque o ponto $A(5,3)$: Existem duas formas para marcar pontos na Janela de Visualização do programa GeoGebra:
 - a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize o ponto $A(5,3)$ na *Janela de Visualização*.
 - b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A = (5,3)$ em seguida tecla *ENTER*.

3. Crie um *Controle Deslizante* com o nome r : Na *Barra de Ferramentas* selecione a recurso *Controle Deslizante* . Em seguida clique em qualquer espaço da *Janela de Visualização* e mude o *Nome* do Controle Deslizante para: r ;

4. Use o recurso *Círculo dados Centro e Raio* para criar uma circunferência com centro em A : Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Círculo dados Centro e Raio*  em seguida clique no ponto A , que será o centro da circunferência em seguida será solicitado o raio. Neste campo em que se pede o valor do raio digite: r ;

5. Movimente o controle deslizante e verifique as possíveis equações da circunferência e encontre a equação reduzida quando o raio for igual a 5 ;

6. Encontre a equação geral da circunferência quando o raio for igual a 5 : Na *Janela de Álgebra* clique com o botão direito sobre a equação reduzida e escolha a opção: *Equação* $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f$.

Resposta:

Fonte: O autor (2018).

O objetivo desta atividade foi expressar a equação geral e a equação reduzida da circunferência no plano cartesiano dados o centro e o raio. Manipular o raio da circunferência e descrever suas equações. Ou seja, a proposta dessa atividade foi que os alunos interpretassem o registro gráfico e a partir daí determinassem por meio do registro algébrico, a equação geral e reduzida da circunferência.

Na realização desta atividade, os alunos teriam que construir uma circunferência no *software* GeoGebra a partir das coordenadas do centro e raio fornecidos no problema. Os alunos tiveram a oportunidade de movimentar o raio da circunferência, visualizando de forma dinâmica e interativa a construção do objeto em estudo.

Em seguida, encontrado o raio da circunferência indicado no enunciado do problema, os alunos deveriam encontrar a representação da equação reduzida da circunferência e conseqüentemente, determinar a equação geral, seguindo os passos descritos na atividade.

CAPÍTULO 5

5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE *A POSTERIORI*

Este capítulo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento utilizado para a experimentação das atividades que compõe a sequência didática. São apresentadas as análises dos dados que foram obtidos por meio da pesquisa, seguido das discussões dos resultados obtidos na experimentação. Desta forma, o texto é planejado de modo a analisar os resultados de cada atividade. São apontadas as circunstâncias observadas pelo pesquisador durante a aplicação da sequência de atividades com o auxílio do *software* GeoGebra, análise dos procedimentos e as construções realizadas pelos alunos participantes.

5.1 ANÁLISE *A POSTERIORI* DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, são apresentadas as análises *a posteriori* para cada atividade realizada, de acordo com a metodologia da engenharia didática. Foram consideradas as produções desenvolvidas no *software* GeoGebra e seus registros escritos ocorridos durante a aplicação da sequência didática.

Serão apresentadas a seguir as análises dos resultados das duplas D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8 e D9 para cada uma das atividades propostas. Os recursos utilizados para auxiliar a realização da análise dos resultados foram: protocolos e rascunhos escritos dos alunos e a transcrição de alguns comentários e entrevistas feitos com os alunos participantes.

No primeiro dia de intervenção pedagógica, reiterou-se os objetivos da pesquisa e foram esclarecidas mais algumas dúvidas sobre esse processo. Neste trabalho foram analisadas as produções dos 18 (dezoito) alunos que participaram regularmente das aulas referentes à aplicação da sequência didática.

Primeiramente, propôs-se que os alunos respondessem as questões de cada atividade da sequência didática de forma escrita, para então, desenvolver uma discussão sobre os resultados encontrados com o auxílio do *software* GeoGebra.

As análises foram feitas tendo como suporte os subsídios da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009).

5.1.1 Análise *a posteriori* da Atividade 1

A Atividade 1 foi constituída por 2 (dois) itens, em que solicitava-se aos alunos a localização de dois pontos no plano cartesiano. Sendo que no primeiro item foram dadas as seguintes coordenadas: $A(2,2)$ e $B(5,6)$ e no segundo item as coordenadas: $A(2,2)$ e $B(-10,-3)$.

Em seguida, os alunos calcularam a distância entre dois pontos usando o recurso da barra de ferramentas do *software* GeoGebra “*Distância, Comprimento ou Perímetro*”.

De acordo com as respostas dadas pelas duplas foi possível constatar que todos conseguiram resolver com sucesso a Atividade 1. As soluções desta atividade foram apresentadas na representação algébrica na folha de rascunhos, em que foi possível observar que as duplas utilizaram como estratégia de resolução a fórmula da Distância entre Dois Pontos, tema que foi abordado no 1º bimestre

Assim, todas as duplas encontraram a mesma resposta esperada na folha de cálculos, conforme figura 5.

Figura 5 - Resposta da Atividade 1 apresentada pela dupla D4

a) A distância entre os pontos $A(2,2)$ e $B(5,6)$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (6-2)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{9+16}$$

$$d_{AB} = \sqrt{25} = 5 //$$

b) A distância entre os pontos $A(2,2)$ e $B(-10,-3)$

$$d_{AB} = \sqrt{(-10-2)^2 + (-3-2)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{144+25}$$

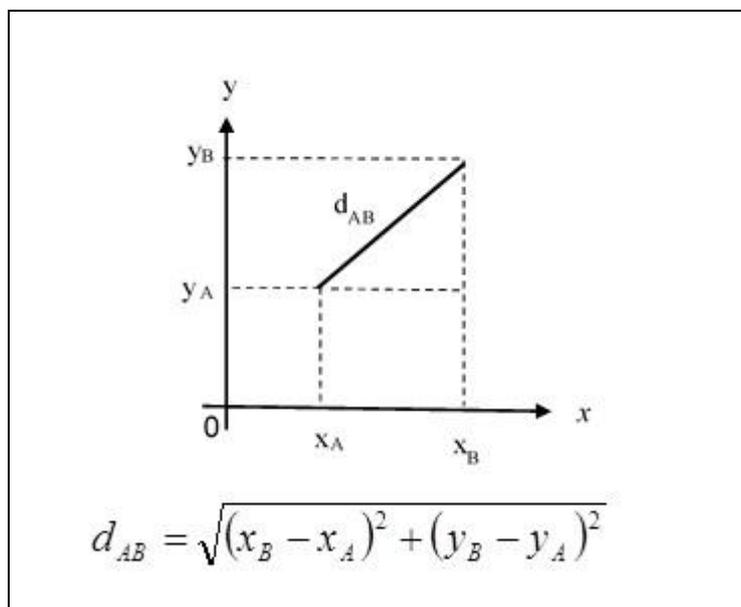
$$d_{AB} = \sqrt{169} = 13 //$$

Todas as duplas responderam a Atividade 1 de forma correta. Desse modo, com o auxílio do *software* GeoGebra, conseguiram localizar os dois pontos no plano cartesiano, utilizando a ferramenta que permite calcular a distância entre dois pontos da barra de ferramentas do GeoGebra. Assim foi possibilitado aos alunos expressar algebricamente e geometricamente os resultados na tela do computador.

Estes resultados foram confrontados com as soluções previamente encontradas pelas duplas utilizando a fórmula da distância entre dois pontos, que já haviam sido trabalhadas com os alunos no 1º. bimestre do ano letivo, cuja a fórmula

pode ser expressa por: $d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$, conforme ilustra a figura 6.

Figura 6 - Fórmula da Distância entre dois Pontos



Fonte: O autor (2018).

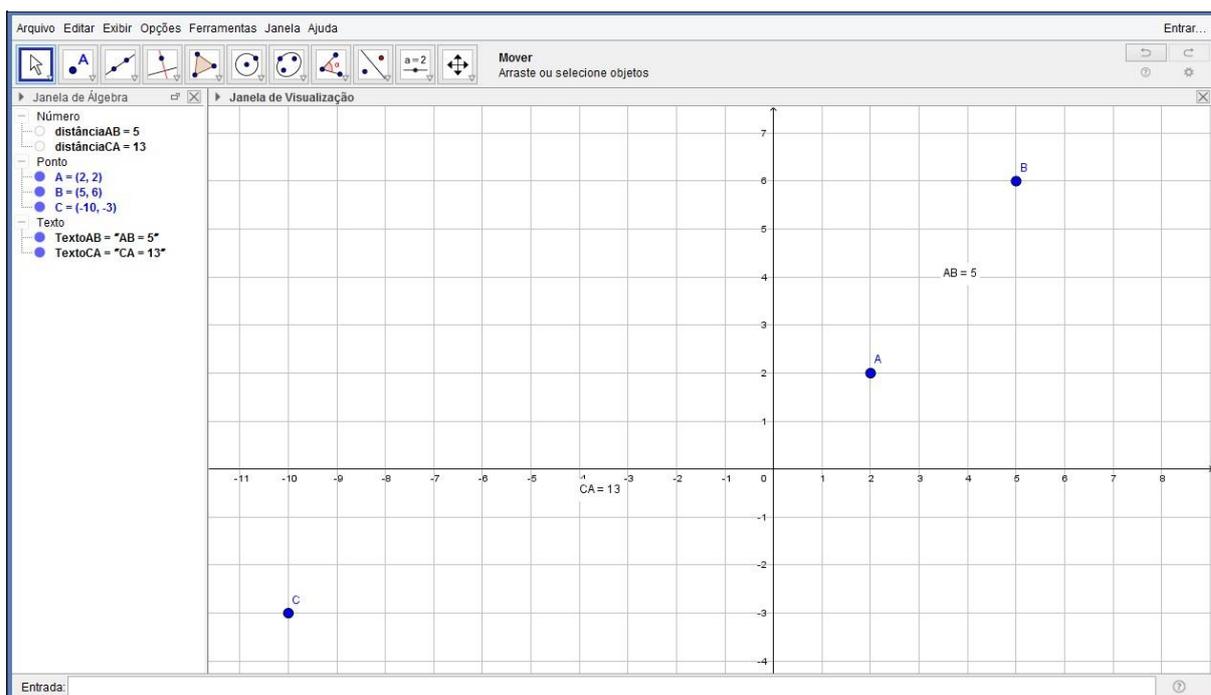
A partir dessa confrontação de resultados, foram comprovados com êxito os resultados encontrados algebricamente realizando-se os cálculos escritos na folha de rascunho e os resultados observados geometricamente na tela do computador com o uso do *software* GeoGebra. Percebeu-se que nesta atividade, os alunos realizaram conversões envolvendo o registro da linguagem natural para o registro algébrico e do registro algébrico para o registro gráfico.

Vale ressaltar, de acordo com Duval (2011, p.16), que as conversões são “transformações de representações que consistem em mudar de registro

conservando os mesmos objetos: por exemplo: passagem do registro algébrico à sua representação gráfica”.

A resposta da dupla D1 desenvolvida no *software* GeoGebra é ilustrada na figura 7.

Figura 7 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 1 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra



Fonte: Autor (2018).

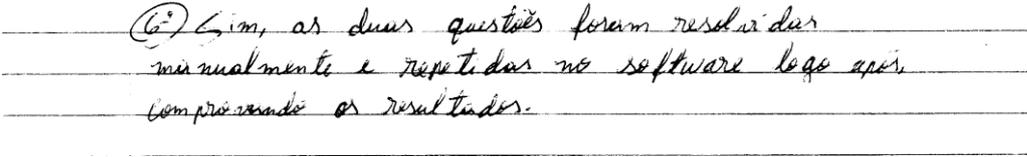
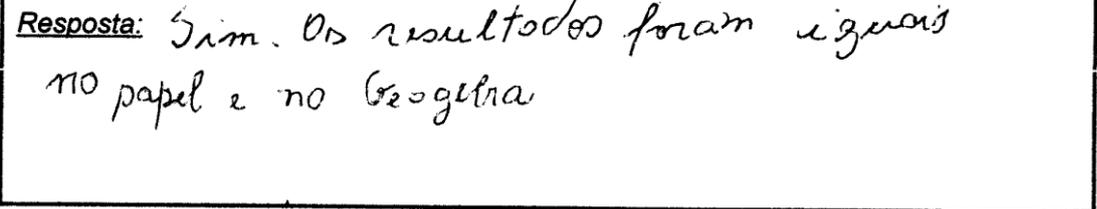
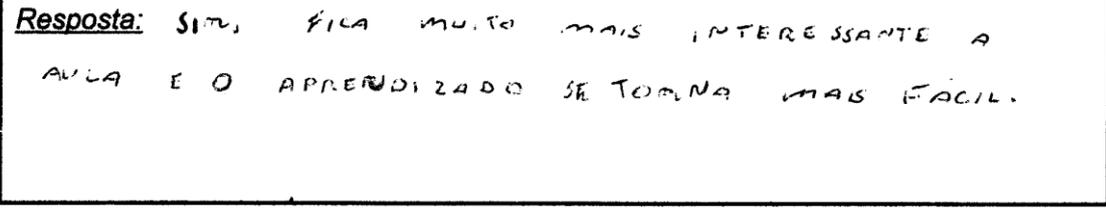
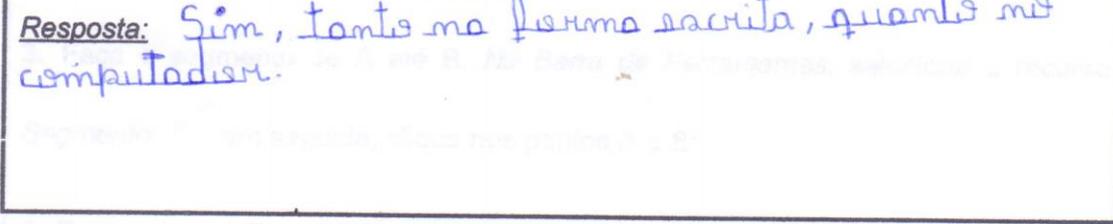
Durante a realização da experiência didática, foi constatado que alguns alunos participantes da pesquisa, apresentaram certas dificuldades em lembrar da fórmula da Distância entre Dois Pontos. No entanto, como a atividade foi desenvolvida em dupla, permitiu-se que eles debatessem entre si e com as outras duplas participantes as estratégias de resolução das atividades, tanto na parte escrita, quanto na utilização do *software* GeoGebra.

No item 6 desta Atividade, os alunos responderam a seguinte questão: “A partir destes procedimentos com o auxílio do *software* GeoGebra, os resultados que você obteve foram comprovados?”

A partir da análise das respostas obtidas, foi possível perceber que os alunos comprovaram de modo eficaz e dinâmico os valores obtidos no tratamento algébrico realizado na folha de rascunhos e foram realizadas as conversões no registro gráfico na tela do computador com o uso do GeoGebra.

Algumas respostas das duplas referentes à comprovação dos resultados encontrados com o auxílio do GeoGebra, são ilustradas no quadro 11.

Quadro 10 - Respostas obtidas por 4 duplas referentes ao item 6 da Atividade 1

Duplas	A partir dos procedimentos realizados com o auxílio do GeoGebra, os resultados foram comprovados?
D1	
D2	
D7	
D9	

Fonte: O autor (2018).

Diante dos resultados obtidos a partir da análise *a posteriori*, foi possível observar que alguns alunos tiveram dificuldades em lembrar a fórmula da Distância entre Dois Pontos. Ao final desta atividade constatou-se que o objetivo inicial proposto pela Atividade foi executada de modo satisfatório, pois as duplas estabeleceram a localização de dois pontos no plano cartesiano e aplicaram como método de resolução a fórmula da Distância entre dois pontos. Com o auxílio do GeoGebra, realizaram conversões do registro na língua natural para registro algébrico, e do registro algébrico para o registro gráfico. Os tratamentos de registros utilizados nesta atividade foram: o tratamento no registro algébrico e numérico.

5.1.2 Análise *a posteriori* da Atividade 2

A Atividade 2 foi composta de 3 (três) itens na qual foi solicitado aos alunos que considerassem um segmento de reta, dadas as coordenadas de suas extremidades e que calculassem o ponto médio.

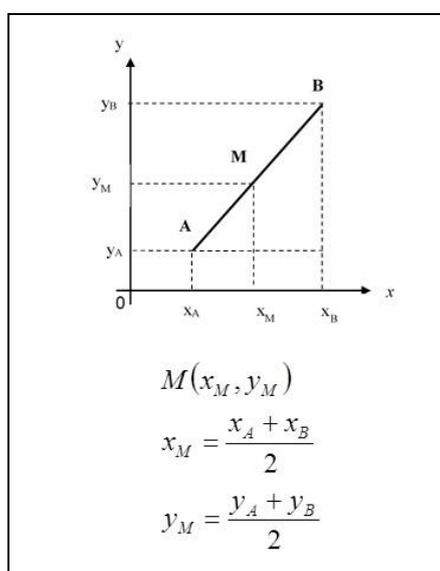
Sendo que no item (a): as extremidades são: $A(-2,1)$ e $B(6,3)$, no item (b): $A(-2,1)$ e $B(4,0)$ e no item (c): $A(0,0)$ e $B(4,0)$.

Seguindo os procedimentos descritos na sequência de passos da Atividade 2, para todos os itens, primeiramente, os alunos deveriam localizar estes pontos no plano cartesiano com a ajuda do *software* GeoGebra. Em seguida, construir um segmento de reta com o recurso “*Segmento*” localizada na barra de ferramentas do GeoGebra.

A partir da construção do segmento de reta dadas as coordenadas de suas extremidades, os alunos deveriam encontrar o seu ponto médio com a utilização do recurso “*Ponto Médio ou Centro*” na barra de ferramentas do *software* GeoGebra.

Para a resolução desta atividade, os alunos deveriam lembrar dos conceitos envolvendo Ponto Médio de um segmento representada pela seguinte expressão: $M(x_m, y_m)$, onde $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ e $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$, como ilustra a figura 8.

Figura 8 - Fórmula do Ponto Médio de um segmento

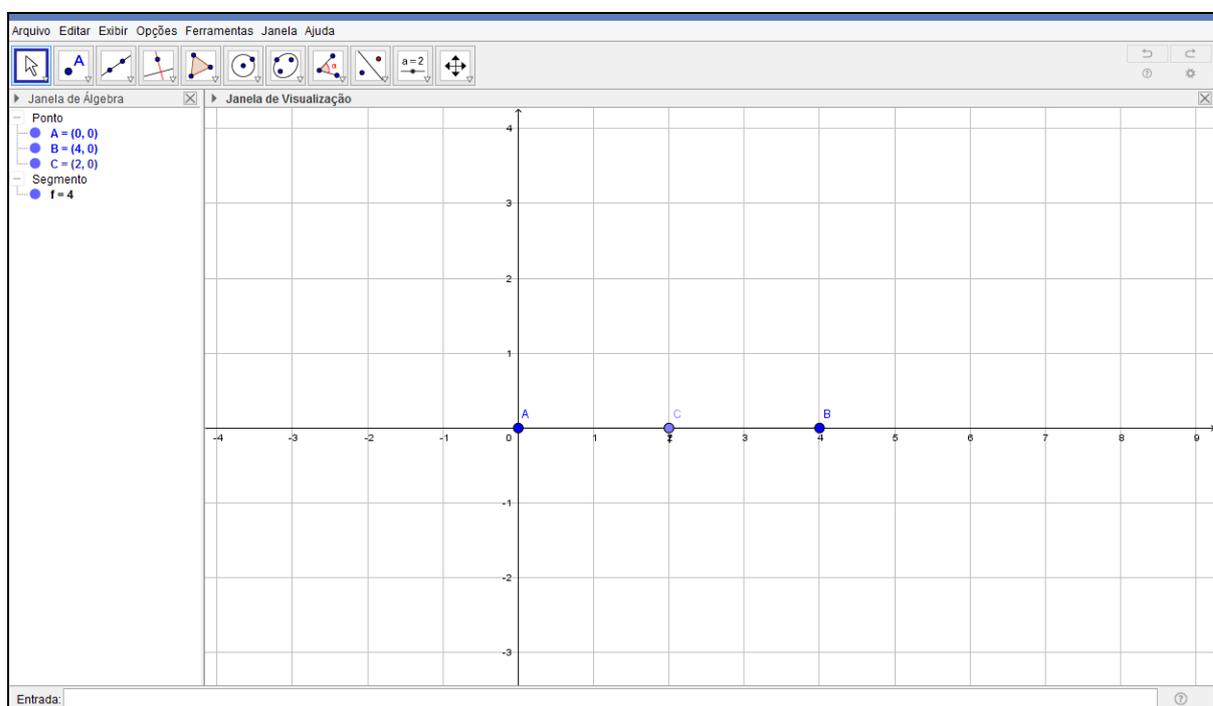


Fonte: O autor (2018).

Com base nas respostas dos alunos foi possível relatar que a maioria conseguiu realizar o cálculo das coordenadas do Ponto Médio de um segmento. As duplas comprovaram seus resultados realizados no tratamento algébrico com o registro gráfico construído na tela do *software* GeoGebra.

A resposta desenvolvida no GeoGebra dada pela dupla D7 é ilustrada na figura 9.

Figura 9 - Protocolo da dupla D7: Resposta da Atividade 2 apresentada pela dupla D7 no GeoGebra



Fonte: O autor (2018).

Ao final da análise *a posteriori* da Atividade 2, constatou-se que algumas duplas apresentaram dificuldades em lembrar da fórmula do Ponto Médio. As duplas compreenderam os conceitos relacionados ao tema Ponto Médio de um segmento, onde realizaram a localização de dois pontos no plano cartesiano e aplicaram corretamente a fórmula do Ponto Médio.

A partir da análise dos registros dos protocolos das duplas foi possível observar que as duplas realizaram a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico. E com o auxílio do GeoGebra, realizaram as conversões do

registro algébrico para o registro gráfico. Os tratamentos utilizados foram: o tratamento no registro algébrico e o tratamento no registro numérico.

5.1.3 Análise *a posteriori* da Atividade 3

Na Atividade 3, foi solicitado que os alunos localizassem as coordenadas: $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$ no plano cartesiano, com o uso do *software* GeoGebra e verificassem se os pontos A , B e C são colineares ou não, ou seja, o objetivo foi analisar se os 3 (três) pontos fornecidos estavam alinhados.

Nesta atividade, os alunos tiveram a possibilidade de realizar esta análise de duas formas distintas com o uso do GeoGebra. A primeira forma está relacionada ao cálculo da área do polígono formados pelos vértices A , B e C utilizando o recurso “*Polígono*”, localizada na barra de ferramentas do *software* GeoGebra, os alunos verificavam se a área formada por estes três vértices é igual a zero ou não.

Se o resultado apresentado for igual a 0 (zero) significa que os pontos estão alinhados. Por outro lado, se o valor da área fosse diferente de 0 (zero), os três pontos não estariam alinhados, ou seja, não seriam colineares.

O segundo método para que os alunos realizassem esta análise, foi por meio da observação gráfica em que os pontos pertenciam à uma mesma reta. Para isso, seguindo o passos descritos na atividade, os alunos deveriam construir uma reta que passasse pelos três pontos A , B e C . Para a construção dessa reta, foi utilizada a ferramenta “*Reta*” do *software* GeoGebra.

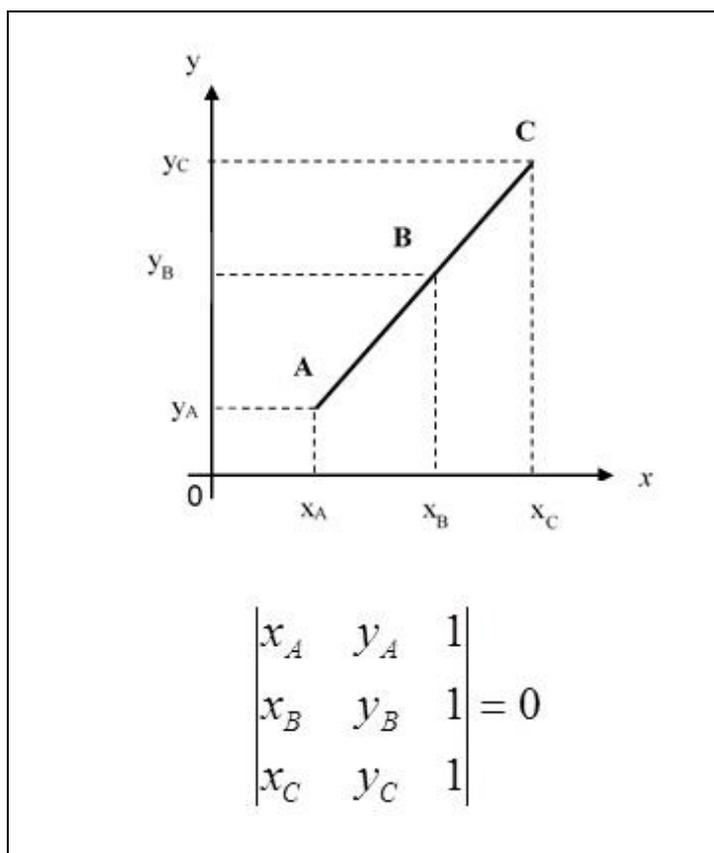
Esta ferramenta possibilitou aos alunos realizarem reflexões por meio do registro gráfico, pois, quando os alunos construísem essa reta, clicando nos vértices A e B , conseqüentemente a reta também irá interceptar o ponto C , devido aos três pontos serem colineares, ou seja, pertencem à mesma reta.

Para a resolução usando o registro algébrico, esta atividade requeria que os alunos dominassem os procedimentos para determinar se três pontos são colineares de acordo com o seguinte método: calculando o determinante formado pelos três pontos A , B e C e igualando a zero, ou seja, se determinante da

matriz $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$ for igual a zero, os pontos A , B e C são colineares,

conforme ilustra a figura 10.

Figura 10 - Condição de Alinhamento de três pontos



Fonte: O autor (2018).

Ao observar as respostas dadas pelos alunos foi possível constatar que os alunos primeiramente efetuaram o cálculo algébrico do determinante formado pelos três pontos A , B e C para depois responderem se os pontos eram ou não colineares.

Foi possível constatar que os alunos compreenderam qual o significado quando o valor do determinante formado pelas coordenadas dos três pontos for igual a zero. Com o auxílio da representação gráfica, os alunos concluíram que se o determinante for igual a zero os pontos estão alinhados, ou seja, são colineares.

No item 4 desta Atividade, foi solicitado que os alunos realizassem comentários a partir de uma reflexão sobre o significado do cálculo da área do polígono formado pelas coordenadas dos vértices A , B e C .

São ilustradas no quadro 14 as respostas dadas pelas duplas sobre o significado do cálculo da área do polígono formado pelas coordenadas dos vértices A , B e C .

Quadro 11 - Respostas obtidas por 6 duplas referente ao item 4 da Atividade 3

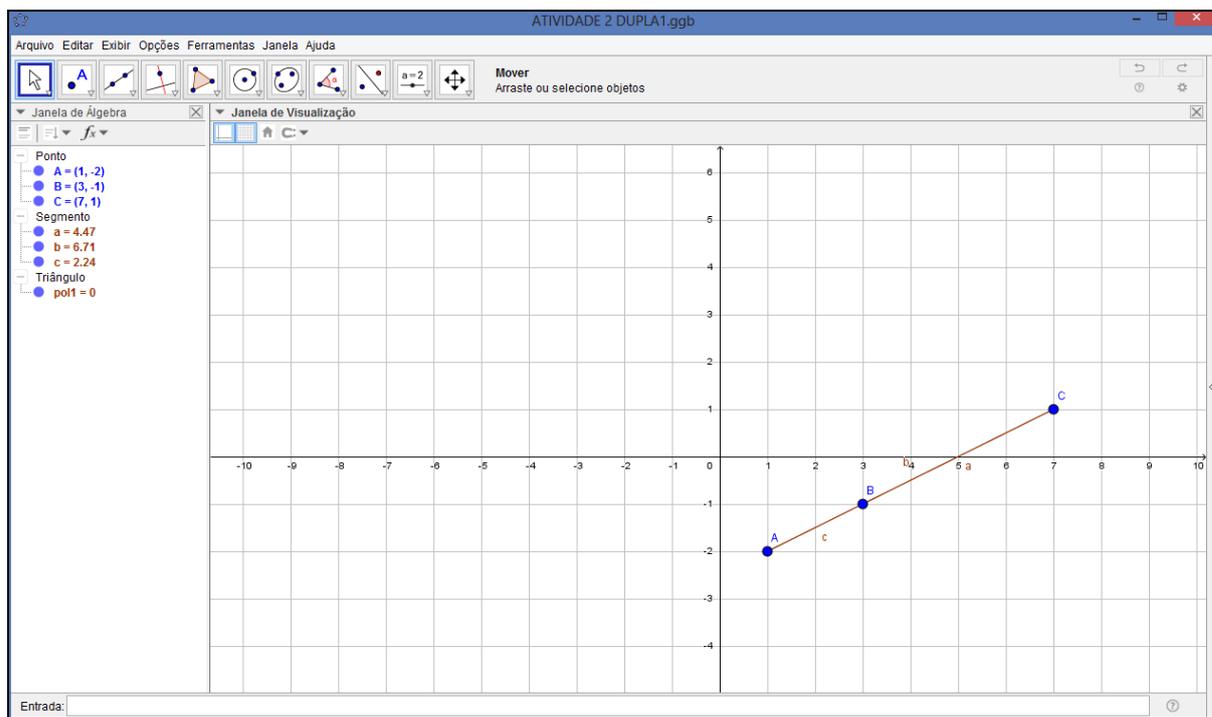
Duplas	Comentários das duplas a partir de uma reflexão sobre o significado do cálculo da área do polígono formado pelas coordenadas dos vértices A , B e C .
D3	<p><u>Resposta:</u> A área do polígono no geogebra resultou em zero, o que condiciona o alinhamento entre os pontos, já que, fazendo também o cálculo do determinante entre eles, obtém-se o resultado zero.</p>
D4	<p><u>Resposta:</u> O valor foi zero, que significa que estão alinhados</p>
D5	<p><u>Resposta:</u> A área é igual 0, logo, os pontos estão alinhados.</p>
D6	<p><u>Resposta:</u> O resultado encontrado foi 0 ou seja os pontos estão alinhados.</p>
D7	<p><u>Resposta:</u> Bem interessante como usando a fórmula de polígono comparava com o polígono que está alinhado.</p>

D9	<p><u>Resposta:</u> O resultado foi 0, ou seja, os mesmos estão alinhados.</p>
----	--

Fonte: O autor (2018).

A resposta da dupla D1 desenvolvida no *software* GeoGebra para a construção da Atividade 3 sobre a condição de alinhamento de três pontos são ilustradas na figura 11.

Figura 11 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 3 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra



Fonte: O autor (2018).

No item 5 da Atividade 3, foi solicitado que os alunos fizessem comentários a partir de uma análise em relação ao registro gráfico de uma construção da reta que passa pelos três pontos e assim, verificar se os pontos *A*, *B* e *C* estão alinhados.

São ilustradas no quadro 15 os comentários fornecidos pelas duplas em relação ao registro gráfico obtidos a partir da construção da reta no software GeoGebra.

Quadro 12 - Respostas obtidas por 7 duplas referente ao item 5 da Atividade 3

Duplas	Comentários a partir de uma análise em relação ao registro gráfico de uma construção da reta que passa pelos três pontos e assim, verificar se os pontos A , B e C estão alinhados.
D2	<u>Resposta:</u> Resultado encontrado foi uma reta sobre os pontos
D3	<u>Resposta:</u> Ao realizarmos esse procedimento, verificamos que A e B pertencem à mesma reta, ou seja, estão alinhados.
D4	<u>Resposta:</u> O valor continua igual o que comprova que os pontos estão alinhados, já que estão na mesma reta.
D5	<u>Resposta:</u> Os três pontos estão sobre uma mesma reta, logo, estão alinhados
D6	<u>Resposta:</u> A reta passa pelos três pontos.
D7	<u>Resposta:</u> A reta criada nos pontos A , B passa pelo ponto C , significando que eles estão alinhados
D8	<u>Resposta:</u> Os pontos pertencem a mesma reta.

Após a realização das questões propostas nesta Atividade, constatou-se que alguns alunos tiveram dificuldades em lembrar as condições para que três pontos sejam colineares. Observou-se que as duplas compreenderam o significado da condição para que três pontos estejam alinhados, pois, utilizando o GeoGebra, representaram graficamente três pontos no plano cartesiano e em seguida, responderam corretamente se os pontos eram colineares.

As conversões de registros utilizadas nesta atividade foram: a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico, e do registro algébrico para o registro gráfico. Em relação ao tratamento de registros utilizadas nesta atividade, constatou-se os tratamentos no registro algébrico e numérico.

5.1.4 Análise *a posteriori* da Atividade 4

A Atividade 4 foi composta de 3 (três) itens com o objetivo de trabalhar os principais aspectos sobre o estudo da reta. Esta atividade solicitava que os alunos considerassem uma reta r que passa pelos pontos: $A(-2,1)$ e $B(1,4)$.

De acordo com cada item, foi solicitado aos alunos que determinassem: item (a): a equação geral da reta; item (b): a equação reduzida da reta e no item (c): encontrassem o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r .

Seguindo os passos descritos na Atividade 4, os alunos deveriam encontrar a reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Assim, os alunos teriam que localizar a princípio os pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$ no plano cartesiano com o uso do *software* GeoGebra.

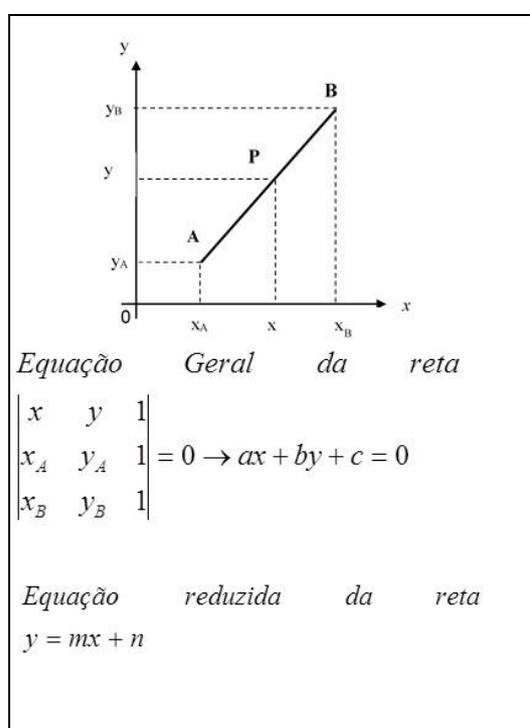
Em seguida, com o recurso “*Reta*” da barra de ferramentas do GeoGebra, foi solicitado traçar uma reta que passasse pelos pontos A e B .

A partir da representação da reta na forma gráfica na tela do computador com o GeoGebra, os alunos tiveram a oportunidade de representar a equação geral e a equação reduzida da reta clicando com o botão direito sobre equação da reta na Janela de Álgebra. Com a representação algébrica na forma reduzida, foi possível observar e responder quais foram os valores dos coeficientes angulares e lineares da reta.

Com o objetivo de responder as questões da Atividade 4 na forma algébrica, os alunos deveriam responder os itens desta atividade na folha de rascunhos.

Desta forma, para determinar a equação geral da reta e a equação reduzida da reta a partir de dois pontos dados, os alunos deveriam utilizar a definição da equação da equação geral e da equação reduzida da reta conforme ilustra a figura 12.

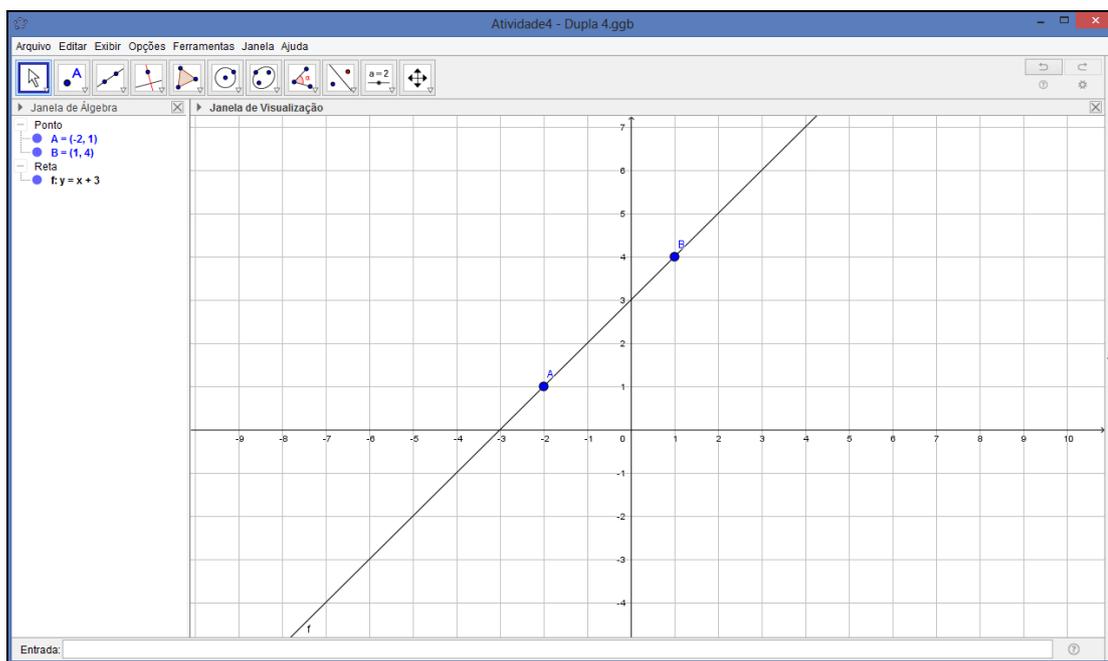
Figura 12 - Equação da Reta



Fonte: O autor (2018).

Durante a realização da Atividade 4, desenvolvidos pelos alunos e ilustradas na figura 13, foi possível constatar que os alunos conseguiram encontrar os resultados esperados em relação à determinação da equação geral e a equação reduzida da reta, além da identificação dos coeficientes angular e linear da reta.

Figura 13 - Protocolo da dupla D4: Resposta da Atividade 4 apresentada pela dupla D4 no GeoGebra



Fonte: O autor (2018).

A figura 14 ilustra as transcrições das respostas da dupla D4 referentes às questões solicitadas para encontrar as equações das retas passando pelos pontos A e B e seus coeficientes angular e linear.

Figura 14 - Resposta escrita pela dupla D4 para encontrar as equações da reta e coeficiente angular e linear

Considere a reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Determine:

a) a equação geral da reta r ;

$$D = \begin{vmatrix} x & y \\ -2 & 1 \\ 1 & 4 \\ x & y \end{vmatrix} = 0$$

$$x - 8 + y + 2y - 1 - 4x = 0$$

$$-3x + 3y - 9 = 0 \cdot (-1)$$

$$3x - 3y + 9 = 0 : 3$$

$$x - y + 3 = 0 //$$

b) equação reduzida da reta;

$$x - y + 3 = 0$$

$$\hookrightarrow y = x + 3 //$$

c) encontre o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r .

$$y = \underline{1}x + \underline{3} \rightarrow \text{coef. linear}$$

$$\hookrightarrow \text{coef. angular}$$

Fonte: O autor (2018).

Durante a realização da Atividade 4 foi possível perceber que alguns alunos tiveram dificuldades para determinar as equações da reta a partir de dois pontos dados. Ao analisar os registros dos protocolos das duplas constatou-se que os alunos reconheceram a equação geral e a equação reduzida da reta a partir da visualização gráfica com o uso do GeoGebra. O *software* auxiliou os alunos a evidenciar de forma prática e dinâmica os coeficientes angular e linear das retas. As conversões utilizadas nesta Atividade foram a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico e do registro algébrico para o registro gráfico. Os tratamentos de registros aplicados nesta atividade foram: Tratamento no registro algébrico e numérico.

5.1.5 Análise a *posteriori* da Atividade 5

A Atividade 5 foi elaborada com o objetivo de trabalhar os principais aspectos sobre as posições relativas entre duas retas. Nesta atividade, solicitava-se

aos alunos que construíssem duas retas no *software* GeoGebra: uma reta r que passa pelos pontos: $A(1,3)$ e $B\left(4,\frac{3}{2}\right)$ e uma reta s que passa pelos pontos $C(-3,1)$ e $D(1,5)$.

Construídas as retas r e s , os alunos deveriam determinar a posição relativa da reta r em relação à reta s . Ou seja, foi necessário que eles verificassem se as retas são concorrentes ou paralelas.

Com o auxílio do GeoGebra, seguindo os procedimentos descritos na Atividade 5, os alunos deveriam selecionar o recurso da barra de ferramentas do GeoGebra: “*Interseção de Dois Objetos*”. Após selecionar este recurso, os alunos teriam que clicar sobre as retas r e s , respectivamente.

A partir da existência do ponto de interseção entre as duas retas, os alunos deveriam realizar observações gráficas e fazer a análise se as retas são concorrentes ou paralelas.

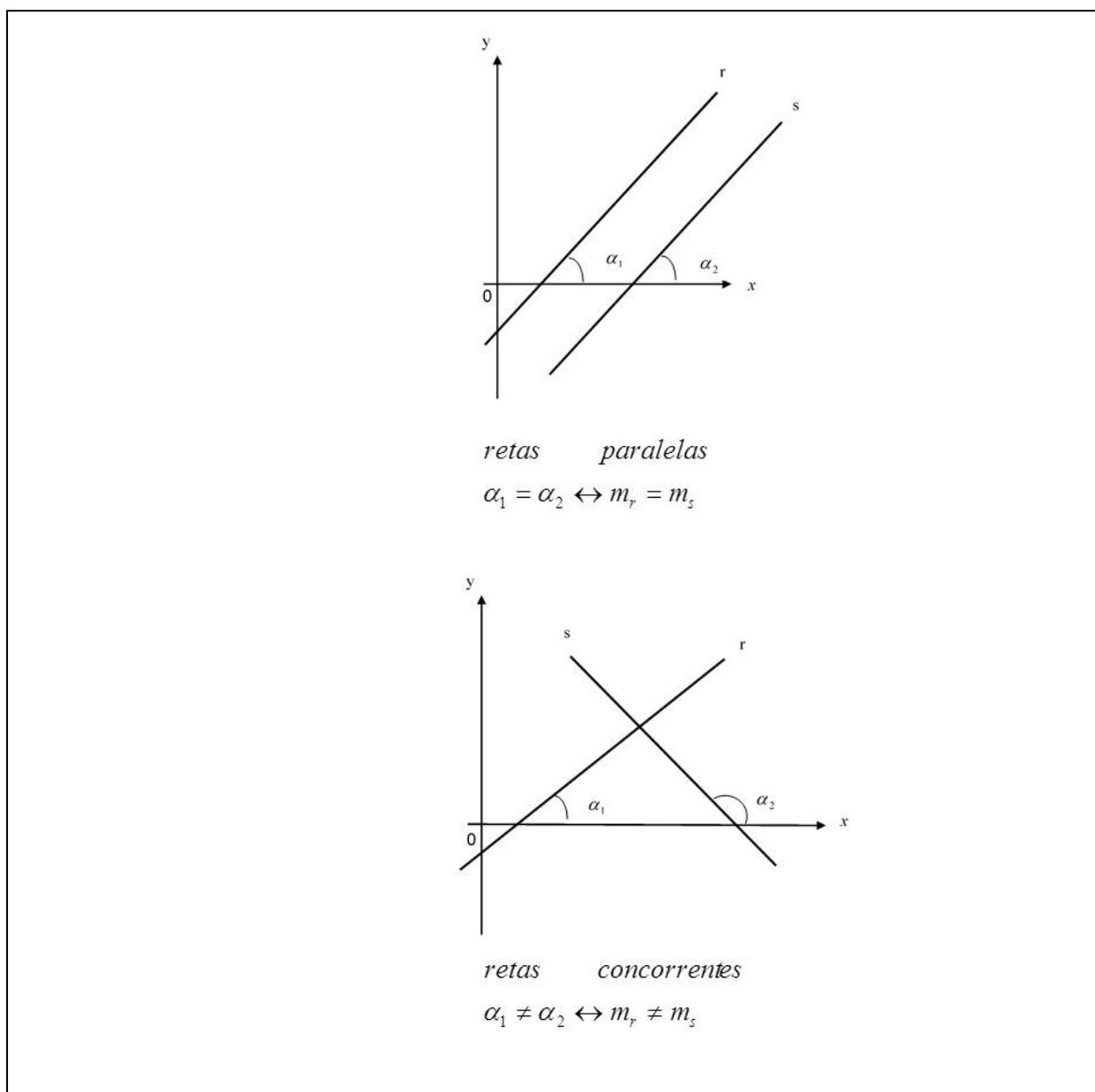
Esta atividade proporcionou aos alunos resolverem a questão dada de outra forma: por meio da representação algébrica. Para o desenvolvimento desta proposta alternativa de resolução, os alunos teriam que identificar os coeficientes angulares e lineares das retas e realizar a análise dos coeficientes angulares encontrados com o auxílio do GeoGebra.

Diante disso, conforme os passos descritos na Atividade 5, os alunos deveriam clicar com o botão direito sobre a reta r e clicar na opção: “*Equação $y = ax + b$* ” e executar o mesmo procedimento para a reta s .

Este procedimento é executado para encontrar a equação reduzida das retas r e s que são representadas na Janela de Álgebra e a partir daí foi necessário identificar os coeficientes angulares e os coeficientes lineares.

Feita a identificação dos coeficientes, os alunos teriam que recordar as condições para determinar a posição relativa entre duas retas como ilustra a figura 15. Desta forma, os alunos estariam fazendo uma conexão com o conteúdo que já haviam estudado usando as definições sobre as posições relativas entre duas retas para fazer as suas devidas constatações.

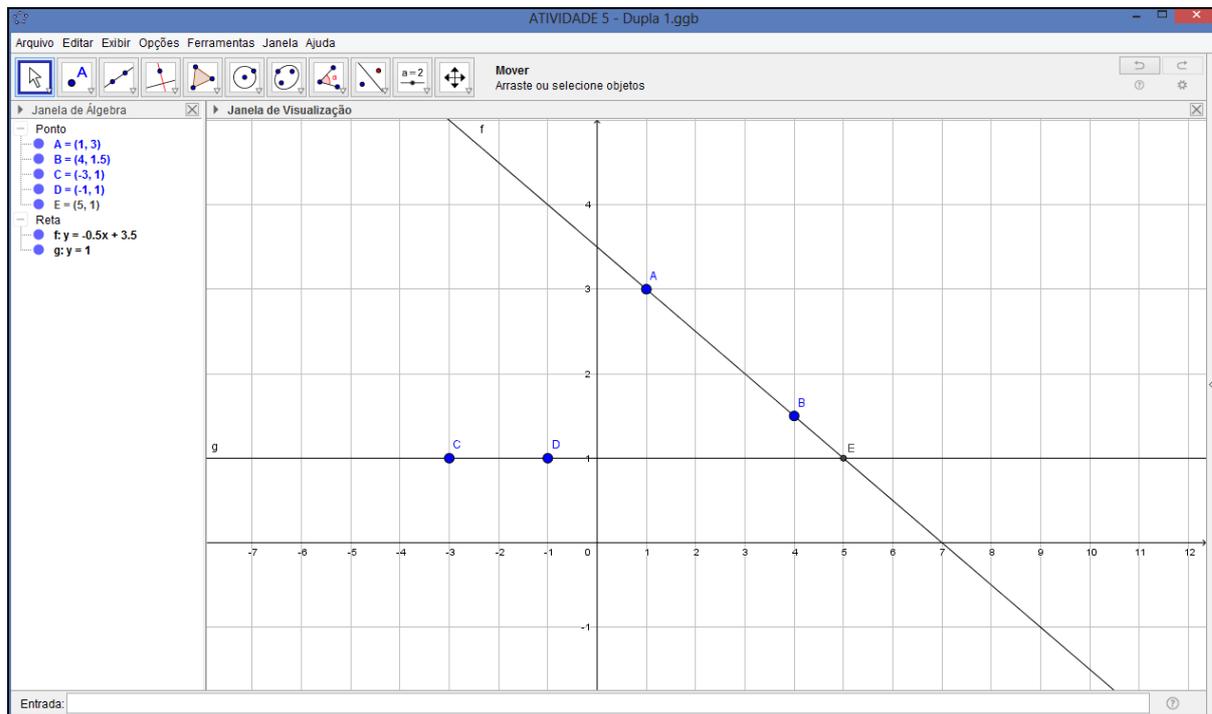
Figura 15 - Posições relativas entre duas retas



Fonte: O autor (2018).

Diante dos protocolos referentes às respostas dadas pelas duplas para a Atividade 5, considera-se que por intermédio da análise do registro gráfico, os alunos puderam constatar claramente as posições relativas das retas r e s na tela do *software* GeoGebra, ilustradas na figura 16.

Figura 16 - Protocolo da dupla D1: Resposta da Atividade 5 apresentada pela dupla D1 no GeoGebra



Fonte: O autor (2018).

São descritos no quadro 18 os comentários fornecidos pelas duplas D1, D3 e D8 em relação à condição geral para que duas retas sejam paralelas ou concorrentes a partir de suas construções e análises realizadas com o auxílio do GeoGebra.

Quadro 13 - Respostas obtidas por 3 duplas referente ao item 7 da Atividade 5

Duplas	Comentários a partir das construções e análises em relação à condição geral para que duas retas seja paralelas ou concorrentes.
D1	<p>⊕ Quando as retas são paralelas, elas precisam ter a mesma inclinação</p> <p>Quando são concorrentes elas precisam se encontrar em algum ponto</p>

D3	<p><u>Resposta:</u> Para duas retas serem paralelas, seus coeficientes angulares devem ser iguais, e os coeficientes lineares diferentes. Já para elas serem concorrentes, os dois coeficientes devem ser diferentes.</p>
D8	<p><u>Resposta:</u> Para que sejam paralelos, as retas devem apresentar o mesmo coeficiente angular. Caso contrário, serão concorrentes ou reversas.</p>

Fonte: O autor (2018).

A formalização das soluções dos alunos demonstrou, por meio dos registros em linguagem natural, que houve a interação da análise da representação algébrica e gráfica com as questões propostas.

Com base em uma perspectiva cognitiva, compreender, segundo Duval (2013), significa primeiro reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações semióticas que podem ser feitas a partir dele.

Os resultados indicam que os alunos foram capazes de utilizar a ferramenta proposta com eficiência, manuseando o *software* como um instrumento para a construção e extração de informações dos gráficos representados. Realizando concomitantemente as tarefas de localização de pontos, reconhecimento de retas e classificando as retas em paralelas ou concorrentes.

5.1.6 Análise *a posteriori* da Atividade 6

A Atividade 6 solicitava que os alunos encontrassem a equação geral e a equação reduzida da circunferência de centro C com coordenadas $A(5,3)$ e raio igual a 5. Para isso, com o auxílio do GeoGebra, foi necessário que os alunos localizassem as coordenadas do ponto $A(5,3)$ no plano cartesiano.

Foi sugerido na descrição da Atividade 6, para que os alunos criassem um “*Controle Deslizante*” mudando o nome deste controle para “ r ”. Este recurso pertence à barra de ferramentas do GeoGebra e terá a função de controlar os

valores do raio da circunferência para tornar a atividade mais dinâmica e atraente para os alunos.

Para a construção da circunferência no GeoGebra, o aluno deveria selecionar o comando “*Círculo dados Centro e Raio*” na barra de ferramentas. Em seguida, clicar no ponto A que é o centro da circunferência e no campo em que se pede o valor do raio, foi necessário digitar o nome dado para o controle deslizante: “*r*”.

Em seguida, o aluno poderia variar e observar dinamicamente as diferentes representações da circunferência de acordo com a movimentação do “*Controle Deslizante*”. Conseqüentemente, constaram a variação dos valores dos raios da circunferência.

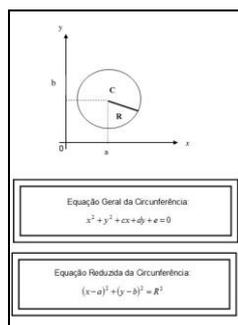
No entanto, como a atividade solicitava que os alunos encontrassem primeiramente a equação reduzida para uma circunferência de centro em $A(5,3)$ e raio igual a 5, o aluno deveria encontrar tais equações, fixando o valor do Controle Deslizante no valor igual a 5.

Para determinar a equação geral da circunferência, foi necessário clicar com o botão direito sobre a equação reduzida representada algebricamente na Janela de Álgebra e escolher a opção: “*Equação $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f$* ”.

De acordo com Duval (2009), é fundamental que o aluno identifique um objeto matemático nos seus diferentes registros de representação.

Em relação aos cálculos solicitados na folha de rascunhos para comprovar e confrontar os resultados do registro algébrico com o registro gráfico, os alunos necessitavam recordar as definições envolvendo o estudo da circunferência, especificamente a equação geral e a equação reduzida da circunferência conforme ilustra a figura 17.

Figura 17- Equações da circunferência

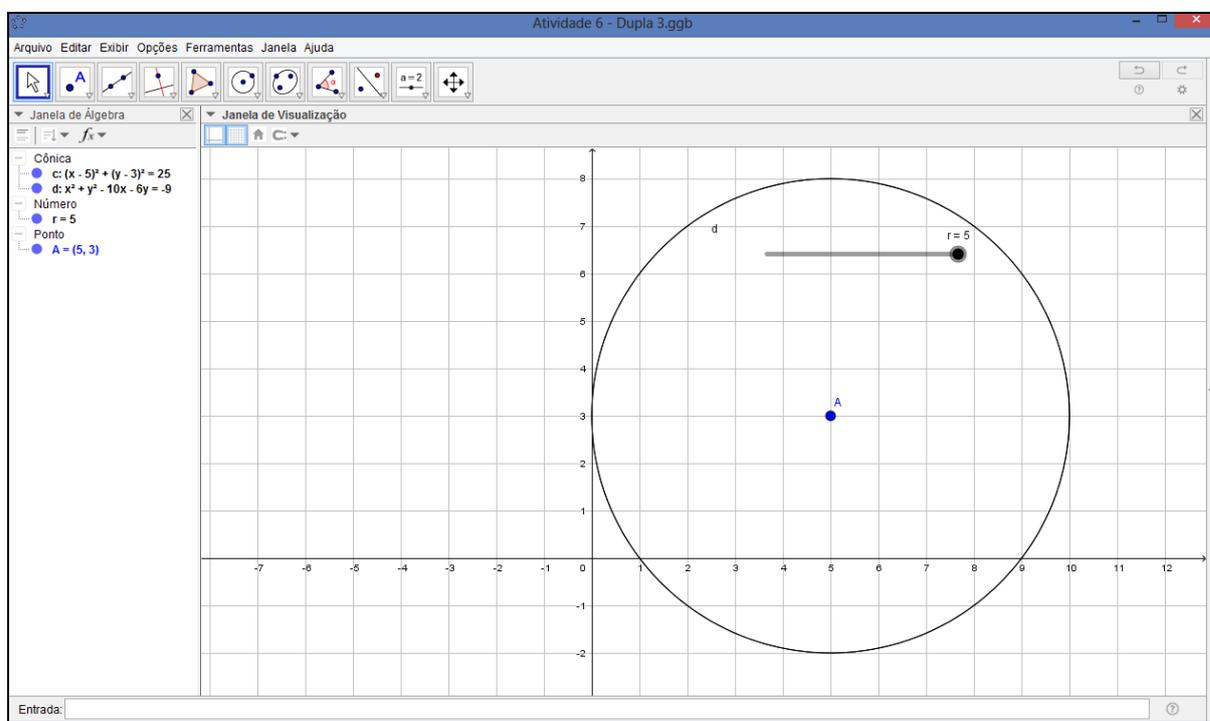


Fonte: O autor (2018).

As respostas de alguns alunos durante o desenvolvimentos da atividade permitiu constatar que eles não demonstraram dificuldades em associar os cálculos efetuados no tratamento algébrico com os respectivos registros gráficos no que se refere à determinação das equações da circunferência. Constatou-se que a maioria das duplas conseguiram responder de forma correta os itens desta atividade.

A construção no GeoGebra da dupla D3 são ilustradas conforme a figura 18.

Figura 18 - Protocolo da dupla D3: Resposta da Atividade 6 apresentada pela dupla D3 no GeoGebra



Fonte: O autor (2018).

Ao analisar os registros escritos no protocolo da dupla D2, observou-se que a dupla encontrou a equação geral e a equação reduzida da circunferência de forma correta, utilizando o registro algébrico. Por meio da estratégia utilizada pelos alunos, foi possível constatar que o processo de visualização que o GeoGebra proporciona, possibilitou comprovar os resultados encontrados algebricamente conforme ilustra a figura 19. Além disso, os estudantes também observaram as propriedades e características da circunferência no registro gráfico com o uso do *software*.

Figura 19 - Resposta escrita pela dupla D2 para encontrar a equação geral da circunferência

$$3. \quad (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 6y + 9 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y = -9 + 25 - 25$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y = -9$$

Fonte: O autor (2018).

Ao propor a Atividade 6 as dificuldades de alguns alunos ficaram explícitas quando foi solicitado que eles encontrassem por meio do registro algébrico, a equação geral e a equação reduzida da circunferência. Ao analisar os registros dos protocolos obtidos pelas duplas, constatou-se que os alunos reconheceram de forma dinâmica as equações da circunferência com o uso do GeoGebra. Deste modo, as conversões utilizadas nesta Atividade foram: a conversão do registro na língua natural para o registro algébrico, e do registro algébrico para o registro gráfico. Em relação ao tratamento de registros aplicados neste Atividade, observou-se o tratamento no registro algébrico e numérico.

5.2 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS RESPONDIDOS PELOS ALUNOS

Ao final da aplicação da intervenção pedagógica por meio de sequência de atividades, os alunos responderam individualmente um questionário composto por 7 (sete) questões. O roteiro do questionário encontra-se no apêndice deste trabalho.

Um total de 13 (treze) alunos responderam este questionário para analisar as opiniões dos alunos do 3º ano participantes da pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relacionados à Geometria Analítica por intermédio de uma sequência de atividades utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta de apoio.

A partir da questão 02 até a questão 05, o questionário foi formulado utilizando a escala de Likert de 4 quatro pontos, em que os itens são formados por questões para que os alunos respondessem de quatro maneiras diferentes: “Concordo Totalmente”, “Concordo Parcialmente”, “Discordo Parcialmente” e “Discordo Totalmente”. Os dois primeiros níveis serão denominados de “Faixa de Concordo” onde a concepção está mais favorável do que desfavorável. Em relação aos dois últimos níveis, serão denominados “Faixa do Discordo”, em que as concepções estão mais para desfavorável do que para favorável.

Com relação à questão 01, “Você conhecia o *software* GeoGebra?”, tem-se a seguir, na tabela 1, as respostas tabuladas apresentadas pelos sujeitos:

Tabela 1 - Frequência dos alunos que afirmaram conhecer ou não o *software* GeoGebra

Opção escolhida	Número de alunos	Porcentagem
Sim	3	23%
Não	10	77%
Total	13	100%

Fonte: O autor (2018).

Os dados levantados de acordo com a tabela 1 apontam que entre os alunos entrevistados 77% afirmaram não conhecer o *software* GeoGebra, ou seja, a maioria dos alunos afirmou não ter conhecimento nenhum sobre o GeoGebra como ferramenta de ensino-aprendizagem em Matemática.

Na questão 02, os alunos deveriam escolher dentre quatro alternativas, aquela que caracteriza se o aluno apresentou dificuldades com o uso do *software* GeoGebra. A tabela 2 ilustra os resultados relatados pelos sujeitos:

Tabela 2 – Dificuldades na utilização do *software* GeoGebra

Opções	Número de alunos	Porcentagem
Concordo Totalmente	-	0%
Concordo Parcialmente	-	0%
Discordo Parcialmente	5	38%
Discordo Totalmente	8	62%
Total	13	100%

Fonte: O autor (2018).

Verificou-se uma concentração de 100% na faixa dos alunos que discordaram quando perguntados se tiveram dificuldades no uso do *software* GeoGebra, ou seja, os alunos não apresentaram grandes dificuldades no manuseio dos diversos recursos que o *software* GeoGebra oferece.

Na questão 03, os alunos são questionados se consideram o computador, especificamente usando o *software* GeoGebra, se houve facilidade na compreensão dos conceitos e propriedades sobre Geometria Analítica: Ponto, Reta e Circunferência. A tabela 3 ilustra os resultados desta questão.

Tabela 3 - O GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos e propriedades sobre Geometria Analítica: Ponto, Reta e Circunferência?

Opções	Número de alunos	Porcentagem
Concordo Totalmente	12	92%
Concordo Parcialmente	1	8%
Discordo Parcialmente	-	0%
Discordo Totalmente	-	0%
Total	13	100%

Fonte: O autor (2018).

Pelas respostas apresentadas na tabela 3, pode-se observar que na opinião de 100% deles, localizadas na “Faixa do Concordo”, afirmaram que o *software* GeoGebra possibilitou a compreensão dos conceitos e propriedades em relação aos tópicos abordados sobre Geometria Analítica: Ponto, Reta e Circunferência.

Com relação à questão 04, os alunos responderam a seguinte pergunta: “O uso do *software* GeoGebra incentivou-me a investigar mais ferramentas desse programa e aprofundar ainda mais os temas da Geometria Analítica, como Ponto, Reta e Circunferência?”

Foram obtidos os seguintes resultados, conforme ilustra a tabela 4:

Tabela 4 - O uso do *software* GeoGebra incentivou-me a investigar mais ferramentas desse *software* e aprofundar ainda mais os temas da Geometria Analítica, como: Ponto, Reta e Circunferência?

Opções	Número de alunos	Porcentagem
Concordo Totalmente	11	85%
Concordo Parcialmente	2	15%
Discordo Parcialmente	-	0%
Discordo Totalmente	-	0%
Total	13	100%

Fonte: O autor (2018).

Com relação à afirmação da questão 05, “Considero o uso do *software* GeoGebra importante como ferramenta auxiliar no processo de aprendizagem da Matemática, pois consigo aprender melhor os conteúdos quando o professor utiliza o GeoGebra para fazer construções e resolver problemas de forma dinâmica”

Foram obtidos os seguintes resultados, conforme ilustra a tabela 5:

Tabela 5 - Considero o uso do *software* GeoGebra importante ferramenta auxiliar no processo de aprendizagem da Matemática, pois consigo aprender melhor os conteúdos quando o professor utiliza o GeoGebra para fazer construções e resolver problemas de forma dinâmica

Opções	Número de alunos	Porcentagem
Concordo Totalmente	10	77%
Concordo Parcialmente	3	23%
Discordo Parcialmente	-	0%
Discordo Totalmente	-	0%
Total	13	100%

Fonte: O autor (2018).

Com base nas informações contidas na tabela 5, se concentraram na “Faixa do Concorde”, 100% das opiniões dos alunos, foi possível constatar que os estudantes consideram o *software* GeoGebra um recurso auxiliar importante na aprendizagem de Matemática. Assim, a realização de construções e resolução de problemas por intermédio do GeoGebra torna o processo dinâmico e favorece o aprendizado dos conteúdos relacionados à Geometria Analítica.

Com relação à questão 06, os alunos destacaram os pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra. Nesta questão, os alunos poderiam assinalar mais de um item e especificar outros pontos positivos observados por eles próprios. São ilustradas na tabela 6, as respostas tabuladas apresentadas pelos alunos:

Tabela 6 - Quais os pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra

Opção escolhida	Alunos
Facilita os cálculos	A1, A2, A3, A6, A9
Possibilita uma nova compreensão dos conceitos estudados na Geometria Analítica	A4, A5, A7, A8, A13
Possibilita a interação entre teoria e prática	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12
Ajuda a entender melhor os cálculos	A2, A8

Fonte: O autor (2018).

Os dados levantados de acordo com tabela 6, apontam que a maior concentração dos alunos entrevistados responderam que o *software* GeoGebra proporciona a interatividade entre teoria e prática. No entanto, observa-se que todas as opções que caracterizam os pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra, foram assinaladas pelos alunos.

Apenas um dos alunos entrevistados especificou outro ponto positivo observado. Conforme ilustra a figura 20.

Figura 20 - Resposta apresentada pelo aluno A6 especificando outros pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra

6. Quais os pontos positivos de se trabalhar com o Geogebra:

Facilita os cálculos

Possibilita uma nova compreensão dos conceitos estudados na Geometria Analítica

Possibilita a interação entre teoria e prática

Ajuda a entender melhor os cálculos

Outros

Especifique.

Compreensão resultados.

Fonte: O autor (2018).

Em relação à questão 07, os alunos destacaram os pontos negativos de se trabalhar com o GeoGebra. Nesta questão, os alunos poderiam assinalar mais de um item e especificar outros pontos negativos observados por eles próprios. São ilustradas na tabela 7, as respostas tabuladas apresentadas pelos alunos:

Tabela 7 - Quais os pontos negativos de se trabalhar com o GeoGebra

Opção escolhida	Alunos
Difícil manipulação	-
Não mostra os cálculos, somente as respostas	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12
Difícil fazer a associação entre teoria e prática	-

Fonte: O autor (2018).

Os dados levantados de acordo com tabela 6 apontam que a maior concentração dos alunos entrevistados responderam que o *software* GeoGebra proporciona a interatividade entre teoria e prática. No entanto, pode-se observar que todas as opções que caracterizam os pontos positivos de se trabalhar com o GeoGebra, foram assinaladas pelos alunos.

Os alunos A5 e A13 que foram entrevistados não marcaram nenhum dos itens relacionados aos pontos negativos. O aluno A13 justificou o porquê de não existir pontos negativos observados. Conforme ilustra o quadro 14.

Quadro 14 - Respostas obtidas pelos alunos A5 e A13 referente ao item 7 do questionário

Aluno	Respostas apresentadas pelos alunos A5 e A13 em relação à outros pontos negativos de se trabalhar com o GeoGebra.
A5	<p>7. Quais os pontos negativos de,se trabalhar com o Geogebra:</p> <p>() Dificil manipulação () Não mostra os cálculos, somente as respostas () Dificil fazer a associação entre a teoria e prática</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Outros Especifique. <i>nenhum ponto negativo</i></p>
A13	<p>7. Quais os pontos negativos de,se trabalhar com o Geogebra:</p> <p>() Dificil manipulação () Não mostra os cálculos, somente as respostas () Dificil fazer a associação entre a teoria e prática</p> <p>() Outros Especifique. <i>Na realidade, não há pontos negativos. Se levarmos em conta a aprendizagem dos alunos, pode-se colocar os conteúdos em prática através do Geogebra.</i></p>

Fonte: O autor (2018).

De acordo com as respostas obtidas pelos alunos A5 e A13 constata-se que os entrevistados não consideram pontos negativos ao utilizar o GeoGebra como ferramenta de apoio na aprendizagem de conteúdos matemáticos. O aluno A13 justificou sua resposta afirmando que levando-se em conta a aprendizagem dos alunos, os conteúdos trabalhados de forma expositiva na sala de aula, podem ser colocados em prática por meio da utilização dos recursos do *software* GeoGebra.

CAPÍTULO 6

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do presente trabalho e as recomendações para trabalhos futuros nesta área de estudo.

6.1 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho propõe uma mediação pedagógica direcionada ao ensino e aprendizagem de Geometria Analítica, especificamente os temas: Ponto, Reta e Circunferência com alunos do 3º ano do Ensino Médio. Dessa forma, foi elaborada uma sequência didática para proporcionar aos alunos a visualização e a compreensão de diferentes formas de registros de representações semióticas para a aprendizagem dos referidos temas utilizando o *software* GeoGebra.

Acredita-se que os princípios da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, seja uma possibilidade para o professor potencializar situações de ensino e aprendizagem que evidencie a diversidade de registros de representação que a Geometria Analítica possui, assim como articulação entre eles, com a finalidade que o aluno compreenda e efetue os diversos processos cognitivos requeridos por este conteúdo matemático.

Portanto, verifica-se que as diversas representações são essenciais para o ensino e para a aprendizagem, uma vez que cada aluno tem suas especificidades para aprender.

A partir do relato das experiências relativas às atividades que foram desenvolvidas com o auxílio do *software* GeoGebra a respeito dos Temas: Ponto, Reta e Circunferência, analisou-se as habilidades dos estudantes nas atividades propostas. Assim como a compreensão dos processos de conversão dos registros.

Conseqüentemente, pode-se afirmar que esta experiência compreendeu situações de aprendizagem diferenciadas para os alunos envolvidos e possibilitou ao professor da turma e autor da pesquisa a perspectiva de uma prática-reflexiva, muito importante na docência e, em especial, no momento em que fez parte de programa de mestrado acadêmico.

A sequência de atividades aliada ao uso do *software* GeoGebra, mostra-se bastante atraente para os alunos, pois além possibilitar uma nova compreensão

dos conceitos estudados em Geometria Analítica, proporciona a interação entre a teoria e a prática.

A proposta ocasionou uma nova perspectiva para abordar tais conteúdos. Percebeu-se que ao utilizarem diferentes registros de representação para a exploração dos temas Ponto, Reta e Circunferência, os conceitos e propriedades tornaram-se mais claros e os alunos sentiram-se mais confiantes em responder as questões dos problemas propostos nas atividades.

Assim, constatou-se que o *software* associado à uma sequência de atividades bem planejada e adequada às situações que se deseja trabalhar pode ser considerada uma proposta diferenciada e enriquecedora na compreensão de conteúdos da Geometria Analítica no Ensino Médio.

Espera-se que o trabalho possa ser pertinente para outras propostas inovadoras e dinâmicas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática utilizando tecnologias.

Dessa forma, com os resultados desse estudo, foi possível concluir que no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, as representações e as conversões de diferentes registros no estudo de Geometria Analítica com a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta tecnológica, poderá contribuir significativamente para uma aprendizagem mais eficaz e consistente da compreensão dos objetos matemáticos em questão.

Finalmente, pode-se concluir que é possível proporcionar ambientes de aprendizagem diferenciados e estimulantes quando são aliadas as ferramentas computacionais como neste caso, o uso do *software* GeoGebra, e o ensino de Geometria Analítica. A diversidade de representações que podem ser visualizadas e exploradas na tela do computador com o GeoGebra pode oportunizar a compreensão de diversos conceitos no processo de aprendizagem de Geometria Analítica. Visto que por meio das atividades os estudantes poderão constatar na prática as características e propriedades que talvez seriam apenas ditas ou escritas no quadro, favorecendo desta forma, uma aprendizagem mais dinâmica e significativa.

Espera-se que a utilização dessas diversas representações possam ser empregadas constantemente no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pois além de promover uma prática diferenciada de ensino, os próprios alunos constroem seu conhecimento durante as conexões dessas representações. Além

disso, destaca-se que o uso de tais propostas envolvendo o ensino de Geometria Analítica e a inserção de um *software* de geometria dinâmica é uma estratégia alternativa limitada não apenas para os estudantes da rede pública. A partir dos resultados encontrados durante a pesquisa, pode-se considerar a utilização dessa abordagem uma proposta relevante também para os alunos da rede particular de Ensino Médio.

Portanto, propõe-se que os atuais e futuros professores incorporem nos seus procedimentos metodológicos de sala de aula a Teoria das Representações Semióticas de Duval. Planejando atividades e situações de ensino fundamentadas nestes princípios, buscando que o estudante possa construir, compreender e aprender conceitos matemáticos por intermédio da mobilização e coordenação dos seus diferentes registros.

6.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se para trabalhos futuros a incorporação e ampliação do estudo das cônicas, ou seja, estender os resultados para estudo dos temas envolvendo: elipse, parábola e hipérbole no Ensino Médio.

Sugere-se também o estudo de um caso particular para o estudo das parábolas envolvendo Registros de Representação Semiótica com o uso do GeoGebra especificamente para turmas de 9º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, como trabalho futuro complementar a este, pode-se sugerir que o estudo experimental deve ser alargado com a variação do número de escolas envolvidas na pesquisa, assim como uma maior gama no número de alunos participantes, com o objetivo de obter resultados mais robustos melhorando desta forma o conjunto de dados a serem analisados para permitir resultados mais abrangentes.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos no GT-19/ ANPEd. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3.6, p. 62-77, 2008.
- ALMOULOU, S. A. Registros De Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: (ORG.), S. D. A. M. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papyrus, 2003. p. 125-148.
- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2010. 218 p.
- AMAZONAS. **Proposta Curricular de Matemática para o Ensino Médio**. Manaus: SEDUC - Secretaria de Estado de Educação e Qualidade do Ensino, 2012. 76 p.
- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- BRASIL, M. D. E. **PCN+ Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: [s.n.], 2002.
- BRASIL, M. D. E. S. D. E. B. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/Seb, v. 2, 2006.
- BRASIL, M. D. E. S. D. E. M. E. T. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC: [s.n.], 2000.
- BRASIL, S. D. E. F. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.
- DAMM, R. F. Registros de Representação. In: (ORG.), S. D. A. M. **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2015. p. 167-188.
- DOUADY, R. L'ingénierie didactique. Un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. **Cahier de DIDIREM. Num. 19**, 1993.
- DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang: [s.n.], 1995.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Tradução de Lênio Fernandes Ley e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão Matemática. In: MACHADO, S. D. D. A. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2011. p.

11-33.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, 2012. 266-297.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M. D.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, p. 10-34, 2013.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2011.

FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade**: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. Porto Alegre: Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. 244 p.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia e aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, 19, 2006. 1-22. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221866005.pdf>>. Acesso em: 27 Julho 2017.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Porto Alegre-RS: Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. 260 f. p.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. D. A. Mídias digitais na Educação Matemática. In: (ORG), M. A. G. E. A. **Matemática, Mídias Digitais e Didática - tripé para formação de professores de Matemática**. Porto Alegre: UFRG: [s.n.], 2012. p. 180. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro2-matematica_midiasdigitais_didatica.pdf>. Acesso em: 12 Julho 2017.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **IV Congresso RIBIE**, Brasília, 1998. Disponível em: <http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf>. Acesso em: 17 Junho 2017.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. São Paulo: EPU, 2014.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2013.

MACHADO, S. D. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. D. A. **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 254.

MINAYO, M. C. D. S. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2012.

MUNHOZ, M. **A impregnação do sentido cotidiano de termos geométricos no ensino-aprendizagem de Geometria Analítica**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 1999. 140 f. p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Serão apresentadas 6 (seis) atividades exploratórias relacionadas aos temas: Ponto, Reta e Circunferência.

ATIVIDADE 1: DISTÂNCIA ENTE DOIS PONTOS

Tema: Distância entre dois Pontos

Objetivo: Calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano.

ATIVIDADE 1 - FAÇA NO GEOGEBRA

GeoGebra

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

- A distância entre os pontos $A(2, 2)$ e $B(5, 6)$.
- A distância entre os pontos $A(2,2)$ e $B(-10, -3)$.

Para resolver estes problemas, realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(2, 2)$ e $B(5, 6)$, utilizando uma das formas abaixo:

- Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(2, 2)$ e $B(5, 6)$ na *Janela de Visualização*.
- A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(2,2)$ em seguida tecle *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(5,6)$.

3. Agora para saber a distância entre eles use o recurso *Distância, Comprimento ou*

Perímetro  na *Barra de Ferramentas*;

4. Selecionando esse recurso e depois os dois pontos A e B , para medir sua distância;

Resposta:

5. Agora mova o ponto B até a posição $(-10, -3)$ e meça a nova distância;

Resposta:

6. A partir destes procedimentos com o auxílio do *software* GeoGebra, os resultados que você obteve foram comprovados?

Resposta:

ATIVIDADE 2: PONTO MÉDIO

Tema: Ponto Médio

Objetivo: Construir um segmento de reta e expressar o seu Ponto Médio.

ATIVIDADE 2 - FAÇA NO GEOGEBRA

GeoGebra

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

- a) Considere um segmento com extremidades $A(-2, 1)$ e $B(6, 3)$. Determine o seu Ponto Médio.
- b) Considere um segmento com extremidades $A(-2,1)$ e $B(4, 0)$. Determine o seu Ponto Médio.
- c) Considere um segmento com extremidades $A(0,0)$ e $B(4, 0)$. Determine o seu Ponto Médio.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(-2, 1)$ e $B(6, 3)$, utilizando uma das formas abaixo:

- a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(-2, 1)$ e $B(6, 3)$ na *Janela de Visualização*;
- b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(-2, 1)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(6, 3)$.

3. Faça o segmento de A até B . Na *Barra de Ferramentas*, selecione o recurso

Segmento  em seguida, clique nos pontos A e B ;

4. Para achar o Ponto Médio C desse segmento use o recurso *Ponto Médio* ou

Centro  na *Barra de Ferramentas*;

5. Selecionando este recurso e em seguida os pontos A e B;

Resposta:

6. Agora mova o ponto B até a posição (4, 0) e encontre o Ponto Médio;

Resposta:

7. E em seguida mova o ponto A até a posição (0, 0) e encontre o Ponto Médio;

Resposta:

ATIVIDADE 3: CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS

Tema: Condição de Alinhamento de três pontos

Objetivo: Analisar e interpretar a condição para que três pontos estejam alinhados.

ATIVIDADE 3 - FAÇA NO GEOGEBRA

GeoGebra

Resolva o seguinte problema e em seguida comprove o resultado com o auxílio do *software* GeoGebra:

Verifique se os pontos $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$ estão alinhados.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Marque os pontos $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$, utilizando umas das formas abaixo:

a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(1, -2)$, $B(3, -1)$ e $C(7, 1)$ na *Janela de Visualização*;

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(1, -2)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(3, -1)$ e o terceiro ponto $C=(7, 1)$;

3. Calcule a área do polígono formado pelos vértices A , B e C : Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Polígono*  em clique nos pontos A , B , e C em seguida clique no vértice A novamente;

4. Para determinar a área deste polígono, verifique na *Janela de Álgebra* o valor da área do Triângulo no objeto $t1$ e faça uma reflexão sobre o significado do resultado encontrado. Comente os resultados encontrados a partir desta reflexão.

Resposta:

5. Outra forma de verificar se os pontos A, B e C estão alinhados é observar se estão sobre uma mesma reta. Para isso, construa a reta que passa por A e B: Na

Barra de Ferramentas selecione o recurso *Reta*  em seguida clique nos pontos A e B. Faça uma análise e comente os resultados a partir deste procedimento.

Resposta:

ATIVIDADE 4: RETAS

Tema: Equação da Reta

Objetivo: Expressar a equação geral, da reta que passa por dois pontos. Descrever e interpretar a equação reduzida da reta.

ATIVIDADE 4 - FAÇA NO GEOGEBRA

GeoGebra

Resolva os seguintes problemas e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

Considere a reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Determine:

- a) equação geral da reta r ;
- b) equação reduzida da reta r .
- c) encontre o coeficiente angular e o coeficiente linear da reta r ;

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;
2. Encontre a equação geral da reta r que passa pelos pontos $A(-2,1)$ e $B(1,4)$. Marque os pontos A e B , utilizando uma das formas abaixo:
 - a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize os pontos $A(-2, 1)$ e $B(1, 4)$ na *Janela de Visualização*.
 - b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(-2,1)$ em seguida teclie *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(1,4)$.
3. Trace a reta que passa pelos pontos A e B : Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando *Reta*  e em seguida clique nos pontos A e B ;

4. Agora determine a equação geral da reta: Na *Janela de Álgebra* clique com botão direito sobre a equação da reta r e escolha a opção *Equação $ax+by+c=0$* ;

Resposta:

5. Agora determine a equação reduzida da reta: Na *Janela de Álgebra* clique com botão direito sobre a equação da reta r e escolha a opção *Equação $y=ax+b$* .

Resposta:

ATIVIDADE 5: POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS

Tema: Retas paralelas. Retas concorrentes.

Objetivo: Construir retas e analisar e interpretar se estas são paralelas ou concorrentes.

ATIVIDADE 5 - FAÇA NO GEOGEBRA



Resolva o seguinte problema e em seguida comprove o resultado com o auxílio do software GeoGebra:

Determinar a posição da reta r , de equação $3x + 6y - 21 = 0$, onde A e $B \in r$ em relação à reta s de equação $x - y + 4 = 0$, onde C e $D \in s$.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;
2. Construa a reta r que passa pelos pontos $A(1,3)$ e $B\left(4, \frac{3}{2}\right)$: Marque os pontos $A(1,3)$ e $B\left(4, \frac{3}{2}\right)$: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(1,3)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $B=(4, 3/2)$;
3. Construa a reta s que passa pelos pontos $C(-3,1)$ e $D(1,5)$: Marque os pontos $C(-3, 1)$ e $D(1, 5)$: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $C=(-3,1)$ em seguida tecla *ENTER*. Execute o mesmo procedimento para o segundo ponto: $D=(1, 5)$;
4. Verifique se as retas são paralelas ou se elas se intersectam: Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Interseção de Dois Objetos* e em seguida clique sobre as retas r e s ;

5. De acordo com estes procedimentos realizados, você pode concluir que as retas são paralelas ou são concorrentes? Comente.

Resposta:

5. E de outra forma verifique por meio da comparação e análise dos coeficientes angulares das retas: Para isto, na *Janela de Álgebra*, clique com o botão direito sobre a reta r e escolha a opção *Equação $y=ax+b$* . Execute o mesmo procedimento para a reta s ;

6. Identifique os coeficientes angulares e os coeficientes lineares de cada uma das retas.

Resposta:

6. Agora modifique a posição do ponto D para (-1, 1). As retas são paralelas ou se elas se intersectam?

Resposta:

7. A partir das suas construções e análises nos itens anteriores, o que você pôde concluir em relação à condição geral para que duas retas sejam paralelas? E a condição para que as retas sejam concorrentes?

Resposta:

ATIVIDADE 6: CIRCUNFERÊNCIA

Tema: Equação Geral da Circunferência. Equação Reduzida da Circunferência.

Objetivo: Expressar a equação geral e a equação reduzida da circunferência dados o centro e raio. Manipular o raio da circunferência e descrever suas equações.

ATIVIDADE 6 - FAÇA NO GEOGEBRA



Resolva o seguinte problema e em seguida comprove os resultados com o auxílio do *software* GeoGebra:

Encontre a equação geral e a equação reduzida da circunferência de centro em A(5,3) e raio igual a 5.

Realize os seguintes passos descritos abaixo, utilizando o *software* GeoGebra:

1. Abra o *software* (programa)  GeoGebra;

2. Marque o ponto A(5, 3): Existem duas formas para marcar pontos na Janela de Visualização do programa GeoGebra:

a) Na *Barra de Ferramentas* selecione o comando  *Ponto* e em seguida localize o ponto A(5, 3) na *Janela de Visualização*.

b) A outra forma para marcar os pontos é: No campo de entrada na parte inferior da tela digite os seguinte comandos: $A=(5,3)$ em seguida tecla *ENTER*.

3. Crie um *Controle Deslizante* com o nome r . Na *Barra de Ferramentas* selecione a recurso *Controle Deslizante* . Em seguida clique em qualquer espaço da *Janela de Visualização* e mude o *Nome* do Controle Deslizante para: r ;

4. Use o recurso *Círculo dados Centro e Raio* para criar uma circunferência com centro em A: Na *Barra de Ferramentas* selecione o recurso *Círculo dados Centro e Raio*  em seguida clique no ponto A, que será o centro da circunferência em seguida será solicitado o raio. Neste campo em que se pede o valor do raio digite: r;
5. Movimente o controle deslizante e verifique as possíveis equações da circunferência e encontre a equação reduzida quando o raio for igual a 5;
6. Encontre a equação geral da circunferência quando o raio for igual a 5: Na *Janela de Álgebra* clique com o botão direito sobre a equação reduzida e escolha a opção: *Equação $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f$* .

Resposta:

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO 1

QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS DO 3º. ANO DO ENSINO MÉDIO (Q1)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

Caro aluno, o presente questionário foi elaborado para realização de uma pesquisa que tem como objetivo: “Analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica contribui para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática utilizando o *software* GeoGebra”.

Desde já, agradecemos a sua colaboração/participação e estamos a sua disposição para qualquer esclarecimento. Alysso Roberto Garcia Azevedo (Mestrando) e Nilomar Vieira de Oliveira (Orientador)

Nº Questionário _____

AULAS EXPERIMENTAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

1. Você conhecia o *software* GeoGebra?

- () Sim
() Não

2. Tive dificuldades no uso do *software* GeoGebra?

- () Concordo Totalmente
() Concordo Parcialmente
() Discordo Parcialmente
() Discordo Totalmente

3. Considero o computador, usando o *software* GeoGebra, facilitou a minha compreensão dos conceitos e propriedades sobre Geometria Analítica: Ponto, Reta e Circunferência?

- () Concordo Totalmente
() Concordo Parcialmente
() Discordo Parcialmente
() Discordo Totalmente

4. O uso do *software* GeoGebra incentivou-me a investigar mais ferramentas desse programa e aprofundar ainda mais os temas da Geometria Analítica, como: Ponto, Reta e Circunferência?

- () Concordo Totalmente
() Concordo Parcialmente
() Discordo Parcialmente
() Discordo Totalmente

5. Considero o uso do *software* GeoGebra importante como ferramenta auxiliar no processo de aprendizagem da matemática, pois consigo aprender melhor os conteúdos quando o professor utiliza o GeoGebra para fazer construções e resolver problemas de forma dinâmica.

- Concordo Totalmente
- Concordo Parcialmente
- Discordo Parcialmente
- Discordo Totalmente

6. Quais os pontos positivos de se trabalhar com o Geogebra:

- Facilita os cálculos
- Possibilita uma nova compreensão dos conceitos estudados na Geometria Analítica
- Possibilita a interação entre teoria e prática
- Ajuda a entender melhor os cálculos

Outros
Especifique.

7. Quais os pontos negativos de se trabalhar com o Geogebra:

- Difícil manipulação
- Não mostra os cálculos, somente as respostas
- Difícil fazer a associação entre a teoria e prática

Outros
Especifique.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO 2**QUESTIONÁRIO DOS PROFESSORES ATUANTES DA DISCIPLINA MATEMÁTICA DAS TURMAS DE 3º ANO DO ENSINO MÉDIO. (Q2)****UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

Caro professor, o presente questionário foi elaborado para realização de uma pesquisa que tem como objetivo: “Analisar como a coordenação de diferentes registros de representação semiótica contribui para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática utilizando o *software* GeoGebra”.

Desde já, agradecemos a sua colaboração/participação e estamos a sua disposição para qualquer esclarecimento. Alysso Roberto Garcia Azevedo (Mestrando) e Nilomar Vieira de Oliveira (Orientador)

Nº Questionário _____

AULAS EXPERIMENTAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

1. Há quanto tempo você trabalha como educador?

- () 5 anos ou menos
() entre 5 e 10 anos
() entre 10 e 15 anos
() entre 15 e 20 anos
() acima de 20 anos

2. Já tive contato com recursos computacionais na minha graduação, pós-graduação ou curso de aperfeiçoamento.

- () Sim
() Não

Se sim, quais?

3. Você já utiliza *softwares* matemáticos no planejamento de suas aulas para aprimorar conceitos e verificar/comparar resultados?

- () Sim
() Não

Se sim, quais?

4. Você considera que o *software* GeoGebra facilitou o processo de ensino do conteúdo?

- () Concordo Totalmente
 () Concordo Parcialmente
 () Discordo Parcialmente
 () Discordo Totalmente

5. Como você considera sua habilidade no manuseio do *software* GeoGebra?

- () Excelente
 () Ótimo
 () Bom
 () Regular
 () Insuficiente

6. Você considera que a utilização de *softwares* matemáticos como recursos didáticos favorecem a aprendizagem?

- () Sim, utilizo com frequência;
 () Sim, utilizo raramente;
 () Sim, mas nunca utilizo;
 () Não, já utilizei mas não favorece a aprendizagem;
 () Não, nunca utilizei mas acredito que não favorece a aprendizagem;
 () Sem condições de avaliar

7. Com que frequência você realiza aulas no laboratório de sua escola como ferramenta educacional onde o aluno manipula o computador?

- () Sempre
 () Às vezes
 () Raramente
 () Nunca

Especifique dentre essas algumas dessas atividades:

- () Pesquisa () jogos () *Softwares* matemáticos
 () Outros. Quais:

8. Os alunos demonstraram interesse em participar das atividades propostas com a utilização do *software* Geogebra?

- () Sim () Não
 Por quê? (Justifique sua resposta)

9. Em relação às atividades desenvolvidas, você considera que a proposta é relevante para apoiar os processos de ensino e de aprendizagem na área de Matemática?

- () Sim () Não Por quê? (Justifique sua resposta)

ANEXOS

ANEXO I – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS – UFAM
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS – ICE
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA – PPG-ECIM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convidamos o (a) Sr (a) para participar da Pesquisa: **Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com uso do Geogebra**, sob a responsabilidade do pesquisador **Alysson Roberto Garcia Azevedo**, a qual pretende analisar como a coordenação de diferentes registros favorecem a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica no Ensino Médio, a partir de uma sequência didática com o uso do GeoGebra.

Sua participação é voluntária e se dará por meio de mini-curso de apropriação do *software*, onde serão abordados as principais ferramentas e funções do *software* Geogebra. Após o término do mini-curso, serão aplicados questionários e testes para fins de coleta e análise dos dados para apresentação de seus resultados, no entanto os participantes desta pesquisa não serão identificados na apresentação destes resultados. O pesquisador se responsabiliza pela guarda e confidencialidade dos dados, bem como a não exposição dos dados de pesquisa.

Os riscos decorrentes de sua participação na pesquisa são baixos ou nenhum, pois os participantes serão os próprios alunos matriculados na escola onde o professor responsável trabalha, e a pesquisa ela será realizada no ambiente escolar e conforme horário que cumprem diariamente nas suas rotinas escolares. Se você aceitar participar, estará contribuindo para o desenvolvimento e criação de subsídios para o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio, com a utilização do *software* GeoGebra e desenvolvimento de processos que favoreçam a construção de conceitos geométricos.

Se depois de consentir em sua participação o Sr (a) desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta dos dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo a sua pessoa. O (a) Sr (a) não terá nenhuma despesa e também não receberá nenhuma remuneração. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas sua identidade não será divulgada, sendo guardada em sigilo.

Para qualquer outra informação, o (a) Sr (a) poderá entrar em contato com o pesquisador no endereço Av. Noel Nutels n. 51 Cidade Nova I, Escola Estadual Aldeia do Conhecimento Prof. Ruth Prestes Gonçalves pelo telefone (92) 3216-6472/ 9 9403-2013, ou poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFAM, na Rua Teresina, 495, Adrianópolis, Manaus-AM, telefone (92) 3305-1181, ramal 2004, e-mail: cep.ufam@gmail.com.

Consentimento Pós-Infomação

Eu, _____, fui informado sobre o que o pesquisador quer fazer e porque precisa da minha colaboração, e entendi a explicação. Por isso, eu concordo em participar do projeto, sabendo que não vou ganhar nada e que posso sair quando quiser. Este documento é emitido em duas vias que serão ambas

assinadas por mim e pelo pesquisador, ficando uma via com cada um de nós.

Desta forma, concordo voluntariamente e dou meu consentimento, sem ter sido submetido a qualquer tipo de pressão ou coação.

Eu, _____, (*responsável pelo menor, se for o caso*) após ter lido e entendido as informações e esclarecido todas as minhas dúvidas referentes a este estudo com o Professor ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO, CONCORDO VOLUNTARIAMENTE, (*que o(a) meu(minha) filho(a), se for o caso*) _____ participe do mesmo.

Para maiores esclarecimentos, entrar em contato com os pesquisadores nos endereços abaixo relacionados:

Nome: NILOMAR VIEIRA DE OLIVEIRA (ORIENTADOR)
 Endereço: Campus Universitário, Setor Norte, Bloco 01 - DEP. DE MATEMÁTICA - ICE
 Bairro: COROADO
 Cidade: MANAUS UF: AM
 Fones: 3305-4604 e-mail: nilomar@gmail.com

Nome: ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO (ORIENTANDO)
 Endereço: AV. NOEL NUTELS,
 Bairro: CIDADE NOVA I
 Cidade: MANAUS UF: AM
 Fones: 3216-6472 e-mail: roberto.alysson@yahoo.com.br

 Assinatura do Participante

Manaus, ___ de _____ de 2017.

ANEXO II – TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA



Poder Executivo
Ministério da Educação
Universidade Federal do Amazonas
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Instituto de Ciências Exatas - ICE
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática



Manaus, 20 de Abril de 2017.

Ao
 Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Amazonas – CEP/UFAM
 A/c. Profª MSc. Eliana Maria Pereira da Fonseca
Coordenadora do CEP/UFAM

Termo de Anuência

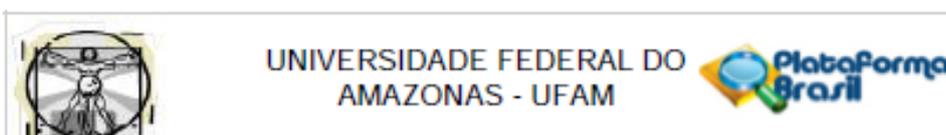
Eu, Paulo Sérgio da Silva Ribeiro, diretor/coordenador/reitor/responsável da Escola Estadual Aldeia do Conhecimento Prof. Ruth Prestes Gonçalves, venho por meio desta informar a V. Sa. que autorizo o pesquisador Alysson Roberto Garcia Azevedo aluno(a) do curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal do Amazonas – UFAM, a realizar/desenvolver a pesquisa intitulada “*Aprendizagem de Geometria Analítica a partir de Conversões de Registros de Representação Semiótica com uso do Geogebra*”, sob orientação do Prof.(a). Dr. (a). Nilomar Vieira de Oliveira.

Declaro conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 196/96. Esta instituição está ciente de suas co-responsabilidades como *instituição co-participante* do presente projeto de pesquisa, e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infra-estrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem estar.

“Assinatura e carimbo do responsável institucional”

Gestor Escolar
 Port. GS 158/2016

ANEXO III – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA A PARTIR DE CONVERSÕES DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA COM O USO DO GEOGEBRA

Pesquisador: ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 71412417.3.0000.5020

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.286.525

Apresentação do Projeto:

Protocolo em segunda submissão.

Objetivo da Pesquisa:

Mantido.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Mantido.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Cronograma: refeito na segunda submissão e apresentada SOMENTE a Coleta de Dados 09/10/2017 20/10/2017.

Orçamento: refeito na segunda submissão - R\$650,00 - recursos próprios.

Crêterios de Inclusão e Exclusão: apresentado na segunda submissão. Critério de Inclusão:

Os sujeitos participantes da pesquisa serão alunos do 3o ano do Ensino Médio da Escola Estadual Aldela do Conhecimento Profa. Ruth Prestes

Gonçalves, localizada na Av. Noel Nutels, 51 - Cidade Nova I. Manaus-AM. Os sujeitos participantes serão selecionados aleatoriamente dos três

Endereço: Rua Torrestina, 495

Bairro: Adrianópolis

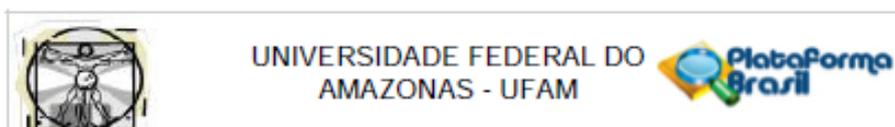
UF: AM

Telefone: (92)3305-1181

Município: MANAUS

CEP: 69.057-070

E-mail: cep.ufam@gmail.com



Continuação do Parecer: 2.286.525

turnos: matutino, vespertino e noturno desta escola, estes sujeitos possuem faixa etária de idade variando de 15 a 17 anos de idade. A escolha dos sujeitos participantes independe do sexo dos estudantes.

Critério de Exclusão:

Os sujeitos participantes da pesquisa serão alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Aldela do Conhecimento Profa. Ruth Prestes Gonçalves, localizada na Av. Noel Nutels, 51 - Cidade Nova I. Manaus-AM. Serão impedidos de participar da pesquisa os estudantes que apresentarem algum diagnóstico de problemas de aprendizagem: Dislexia, Disgrafia, Discalculia, Dislalia, Disortografia e/ou Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH).

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

TCLE: apresentado novo modelo atendendo a solicitação.

Recomendações:

CRONOGRAMA: Em próximas submissões insira TODAS as fases da pesquisa no protocolo de submissão.

CARTA RESPOSTA: Atentar para a resposta sim ou não estar de acordo com o parecer consubstanciado, então nos itens orçamento e critérios de inclusão e exclusão a resposta deveria ser SIM.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

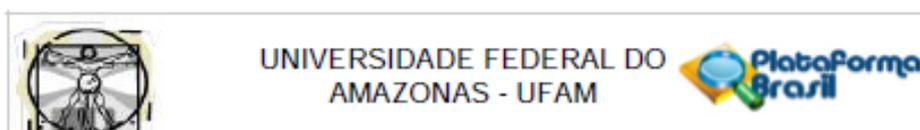
O protocolo em segunda submissão atendeu as solicitações do Parecer Consubstanciado e assim esta de acordo com as Resoluções 466/12 e 510/16.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_858024.pdf	03/09/2017 02:08:46		Acelto
Outros	CARTA_RESPOSTA_CEP.doc	03/09/2017	ALYSSON	Acelto

Endereço: Rua Teresina, 495
 Bairro: Adlandpolis CEP: 69.057-070
 UF: AM Município: MANAUS
 Telefone: (92)3305-1181 E-mail: cep.ufam@gmail.com



Continuação do Parecer: 2.286.525

Outros	CARTA_RESPOSTA_CEP.doc	02:07:40	GARCIA AZEVEDO	Acelto
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_Pesquisa_CEP_Modificado.doc	03/09/2017 00:24:14	ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO	Acelto
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_CEP_MODIFICADO.doc	03/09/2017 00:22:45	ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO	Acelto
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_Pesquisa_CEP.doc	15/06/2017 17:53:07	ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO	Acelto
Outros	TermodeAnuencia.pdf	15/06/2017 17:49:59	ALYSSON ROBERTO GARCIA	Acelto
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	15/06/2017 17:39:27	ALYSSON ROBERTO GARCIA	Acelto
Outros	APRESENTACAO_CEP.doc	20/04/2017 23:59:05	ALYSSON ROBERTO GARCIA	Acelto
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_CEP.doc	20/04/2017 23:54:30	ALYSSON ROBERTO GARCIA AZEVEDO	Acelto

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MANAUS, 20 de Setembro de 2017

Assinado por:
 Eliana Maria Pereira da Fonseca
 (Coordenador)

Endereço: Rua Teresina, 495
 Bairro: Adriadopolis CEP: 69.057-070
 UF: AM Município: MANAUS
 Telefone: (92)3305-1181 E-mail: cop.ufam@gmail.com

ANEXO IV – ARTIGO PUBLICADO NA REVISTA SODEBRAS

O trabalho foi submetido em 24 de maio de 2018 para a Edição n.149 da revista SODEBRAS: Soluções para o Desenvolvimento do País, tendo sido aprovado em 18 de abril de 2018 e publicado em maio de 2018. A revista SODEBRAS é uma revista *on-line* com ISSN 1809-3957, e conceituada com QUALIS da CAPES de publicação mensal e que atende a diversas áreas do conhecimento, possuindo um grupo de pessoas capacitadas em cada grande área para a análise dos artigos submetidos.

