

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

*O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E SEUS GRÁFICOS DE MANEIRA
INTERDISCIPLINAR UTILIZANDO A MODELAGEM EM ROBÓTICA COMO
INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM*

Osmar Oliveira da Silva

MANAUS

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Osmar Oliveira da Silva

*O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E SEUS GRÁFICOS DE MANEIRA
INTERDISCIPLINAR UTILIZANDO A MODELAGEM EM ROBÓTICA COMO
INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata

MANAUS

2019

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

S586e Silva, Osmar Oliveira da
O estudo de funções afins e seus gráficos de maneira interdisciplinar utilizando a modelagem em robótica como instrumento de aprendizagem / Osmar Oliveira da Silva. 2019 55 f.: il. color; 31 cm.

Orientador: Dr. Roberto Antonio Cordeiro prata
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas.

1. Função. 2. Função afim. 3. Movimento retilíneo uniforme. 4. Gráfico de função afim. 5. Robótica. I. prata, Dr. Roberto Antonio Cordeiro II. Universidade Federal do Amazonas III. Título

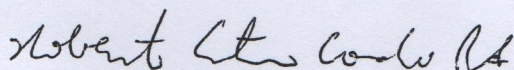
Osmar Oliveira da Silva

O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E SEUS GRÁFICOS DE MANEIRA
INTERDISCIPLINAR UTILIZANDO A MODELAGEM EM ROBÓTICA
COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Matemática da Universidade Fe-
deral do Amazonas, como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Matemática.

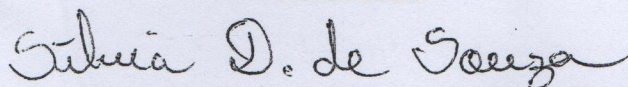
Aprovado em 27/04 de 2019.

BANCA EXAMINADORA



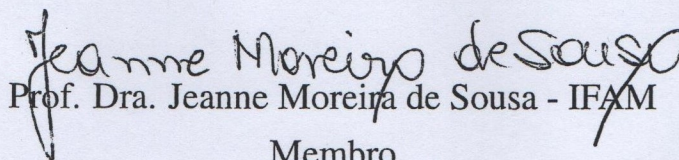
Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata - UFAM

Presidente



Profa. Dra. Sílvia Dias de Souza - UFAM

Membro



Prof. Dra. Jeanne Moreira de Sousa - IFAM

Membro



Poder Executivo
Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Ata de Defesa Pública do Trabalho de Conclusão do Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT do aluno **Osmar Oliveira da Silva**, realizada no dia 27 de abril de 2019.

Às 09:00 horas do dia 27 de abril de 2019, no Auditório José Henrique Mesquita no Departamento de Matemática, Setor Norte, do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal do Amazonas, foi realizada a Defesa Pública do Trabalho de Conclusão do Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do aluno **Osmar Oliveira da Silva**, intitulada "**O ESTUDO DE FUNÇÕES AFINS E SEUS GRÁFICOS DE MANEIRA INTERDISCIPLINAR UTILIZANDO A MODELAGEM EM ROBÓTICA COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM**". Como parte final de seu trabalho para a obtenção do grau de Mestre em Matemática. A Banca Examinadora instituída pela Portaria N° 047/2019 – ICE, constituiu-se dos seguintes professores: Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata (DM/UFAM) – Presidente; Dr^a. Sílvia Dias de Souza (DM/UFAM) – Membro; Dra. Jeanne Moreira de Sousa (IFAM) – Membro Externo. Após apresentação do trabalho, os examinadores fizeram as perguntas concernentes e consideraram o aluno Aprovado. Nada mais havendo a tratar, a reunião foi encerrada e a Banca Examinadora lavrou a presente ata que vai assinada por todos os membros.

Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata
Universidade Federal do Amazonas - Presidente

Prof^a. Dr^a. Sílvia Dias de Souza
Universidade Federal do Amazonas – Membro

Prof^a. Dr^a. Jeanne Moreira de Sousa
Instituto Federal do Amazonas - Membro Externo

AGRADECIMENTOS

A Deus, por permitir realizar esse sonho.

A minha mãe, Analia Oliveira da Silva e meu pai Antonio Ferreira da Silva, que com muita dedicação me criaram e me incentivaram a estudar e a buscar melhor condição de vida.

As minhas irmãs Maria Rosilene Oliveira da Silva e Maria Lucirene Oliveira da Silva que sempre me deram apoio.

A minha irmã Maria Viviane Oliveira da Silva (in memoriam), que apesar de ser mais nova que eu, sempre foi um modelo de pessoa do bem neste mundo, e sua resiliência muito forte sempre me impulsionaram a crescer como pessoa e profissionalmente.

A minha mulher, Vanessa Caroline Cruz de Souza, e filhas: Maria Luisa Cruz e Silva e Maria Isabele Cruz e Silva, que me fizeram um ser humano melhor, que me incentivaram e se alegraram comigo com essa conquista.

Ao meu orientador, professor DR. Roberto Prata, por aceitar me orientar e me guiar nesse trabalho desde quando foi meu professor durante as aulas do mestrado.

À UFAM, pela oportunidade de cursar o mestrado.

À CAPES, por me incentivar no estudo e na pesquisa através da concessão da bolsa durante o curso.

A todos os professores que com maestria nos ensinaram muita matemática de qualidade.

Enfim, a todos os meus colegas que comigo estiveram nessa caminhada, apoiando-me nos momentos difíceis.

Muito obrigado...

Música: Aula de Matemática

Pra que dividir sem raciocinar?
Na vida é sempre bom multiplicar
E por A mais B
Eu quero demonstrar
Que gosto imensamente de você
Por uma fração infinitesimal
Você criou um caso de cálculo integral
E para resolver este problema
Eu tenho um teorema banal
Quando dois meios se encontram desaparece a fração
E se achamos a unidade
Está resolvida a questão
Pra finalizar, vamos recordar
Que menos por menos dá mais, amor
Se vão as paralelas
Ao infinito se encontrar
Por que demoram tanto dois corações a se integrar?
Se desesperadamente, incomensuravelmente
Eu estou perdidamente apaixonado por você

Autor: Antonio Carlos Jobim

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo de estudo melhorar a aprendizagem sobre os gráficos de funções afim no 9º ano do ensino fundamental II, utilizando problemas do cotidiano do ensino da física, como movimento retilíneo uniforme, para uma melhor compreensão gráfica desses problemas. O laboratório de robótica foi utilizado para simular, para modelar, problemas de física, em situações práticas, onde isso nos traria dados, mais tarde utilizados nos gráficos em sala de aula, com o objetivo final de melhorar a interpretação dos gráficos das funções afim.

Palavras-chave: Função, Função afim, Movimento retilíneo uniforme, Gráfico de função afim, Robótica.

ABSTRACT

This study aims to improve the learning about the graphs of related functions in the 9th year of elementary school II, using problems of everyday physical education, as a uniform rectilinear movement, for a better graphical understanding of these problems. The robotics laboratory was used to simulate, to model, physics problems, in practical situations, where this would bring us data, later used in the graphics in the classroom, with the final objective of improving the interpretation of the graphs of the related functions.

Keywords: Function, Related function, Uniform rectilinear movement, Function graph, Robotics.

Lista de Figuras

3.1	Hexágono regular	10
3.2	Tabela	11
3.3	Gráfico da função $y = 6x$	11
3.4	Diagrama de setas	12
3.5	tabela de valores x e y	13
3.6	pares ordenados	14
3.7	Semirreta	14
3.8	Primeira função	15
3.9	Segunda função	15
3.10	Veículo em movimento	16
3.11	Placa de quilometragem	17
3.12	Sistema de referência	18
3.13	Transformação de unidade de velocidade	19
3.14	Veículos em MRU	20
3.15	Gráfico de movimento retilíneo uniforme	21
3.16	Gráfico do movimento de uma partícula em uma dimensão	22
4.1	Robô Ciência Robótica Educacional	25
4.2	Carros montados	25
4.3	EV3	26
4.4	Bloco cronômetro	27
4.5	Ciclo	27
4.6	Acionamento dos motores	27
4.7	Gravar o tempo no EV3	28
4.8	Cálculo da velocidade média	28
4.9	Pontuação das equipes	28
4.10	Alunos programando	29
4.11	Alunos programando	29
4.12	Equipe alpha	30
4.13	Equipe beta	30
4.14	Equipe gama	31

4.15	Equipe delta	31
4.16	Equipe omega	31
4.17	Equipe lambda	32
4.18	Experimento 1 largada	32
4.19	Experimento 1 chegada	33
4.20	Experimento 2 largada-mesmo sentido	34
4.21	Experimento 2 encontro entre os carros-mesmo sentido	35
4.22	Experimento 2 ultrapassando o carro menos veloz-mesmo sentido	35
4.23	Experiência 3 largada-sentidos contrários	36
4.24	Experiência 3 sentidos contrários	37
4.25	Experiência 3 momento da ultrapassagem-sentidos contrários	37
4.26	Sala de aula-experiência 1a	39
4.27	Sala de aula-experiência 1b	39
4.28	Sala de aula-experiência 2a	40
4.29	Sala de aula-experiência 2b	41
4.30	Sala de aula-experiência 3a	42
4.31	Sala de aula-experiência 3b	43

Sumário

1	Introdução	1
2	Contextualização, Interdisciplinaridade, Modelagem e Robótica	3
2.1	Interdisciplinaridade e Contextualização	3
2.2	Modelagem	4
2.3	Robótica	7
3	Função	10
3.1	Ideia de função	10
3.2	Função afim	13
3.3	Análise do gráfico de uma função afim	14
3.4	Física: movimento retilíneo uniforme	16
3.5	Interpretação gráfica da velocidade média	22
4	A Robótica como Estratégia para o Estudo de Funções Afins.	24
4.1	Por que fazer a atividade?	24
4.2	Montagem dos carros	26
4.3	Programação	27
4.4	Experimento 1 - competição entre os carros	30
4.5	Experimento 2 - 2 carros (maior e menor velocidade do experimento 1) no mesmo sentido	33
4.6	Experimento 3 - 2 carros (maior e menor velocidade do experimento 1) em sentidos contrários	36
4.7	Sala de Aula relacionada aos experimentos em sala	38
4.8	Resultados da aplicação da técnica	43
5	Considerações Finais	45

Capítulo 1

Introdução

Segundo os PCN's [5]: Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.

Sabemos que os PCN's foram escritos em 1998, e que vivemos outra época, mas, em relação a esses índices, não estão tão fora da nossa realidade atual, infelizmente.

Isso nos leva a uma inquietação, acreditamos que todo professor tenta responder as perguntas:

- O que posso fazer para meu aluno aprender o conteúdo dado?
- Como faço para facilitar a compreensão de determinado conteúdo?

Com a implantação do laboratório de robótica na escola Dom Bosco, escola particular que trabalho, verificamos que algumas vezes, o que era trabalhado no laboratório de robótica dava para relacionar com algum conteúdo de matemática do 9º ano do ensino fundamental II.

Tentando dar uma resposta as perguntas acima relacionadas, busquei fazer uma atividade que relacionasse a prática executada no laboratório de robótica com o conteúdo de sala de aula do 9º ano do ensino fundamental II. Resolvemos trabalhar com função, pois queríamos muito dar ênfase em gráficos, onde nossos alunos tem muita dificuldade na interpretação dos mesmos, e resolvemos envolver as ciências, mais especificamente a física, com o conteúdo movimento retilíneo uniforme, que traria exatamente o que desejávamos, gráficos de funções afins, conteúdo este a ser trabalhado no 3º trimestre do 9º ano.

No capítulo 2, foram escritas algumas orientações dos PCN's, assim também como alguns autores que fundamentam o trabalho, com temas sobre interdisciplinaridade, contextualização, modelagem, robótica.

No capítulo 3, escrevi sobre funções, funções afins, movimento retilíneo uniforme, gráfico de uma função afim, interpretação gráfica da velocidade média.

No capítulo 4, descrevo toda a atividade sendo executada, aulas na robótica que serviram para construir os carros pelos grupos de alunos, assim como sua programação, e depois as

3 atividades que são clássicas no estudo de movimento retilíneo uniforme que deram início a ideia desse trabalho.

Também no capítulo 4, descrevo o fechamento com a construção, pelos dados coletados na robótica, dos gráficos em sala de aula, assim como a relação do movimento retilíneo uniforme, com os gráficos de funções afins.

Desejamos do fundo do coração, que este trabalho sirva de fundamento para alguma outra ideia que eu ou qualquer profissional do magistério possa ter.

Capítulo 2

Contextualização, Interdisciplinaridade, Modelagem e Robótica

2.1 Interdisciplinaridade e Contextualização

A resolução de um grande número de exercícios é essencial na matemática para que haja aprendizagem, afinal isso possibilitará ver situações diversificadas sobre os temas estudados, mas, também é essencial a criatividade, a construção, relacionar com o cotidiano, vivenciar experiências, ser autor do próprio conhecimento.

O aluno geralmente tem dificuldade nessa fase inicial do seu estudo sobre funções no 9º ano, na compreensão dos conceitos e uso de gráficos relacionados ao uso de função.

Isso porque apesar de geralmente termos problemas contextualizados sobre o tema nos livros didáticos, essa contextualização não é vivida pelo aluno, não faz parte do seu cotidiano.

Uma solução seria o desenvolvimento de uma atividade pelo aluno, que discuta ideias, que resgate a contextualização necessária para que a partir da sua própria construção se fizesse o link necessário com o conteúdo expresso nos livros didáticos.

A contextualização é muito importante e deve fazer parte do processo ensino- aprendizagem em matemática, onde o aluno busque maneiras de relacionar o conteúdo teórico matemático com as suas aplicações práticas, trazendo esse conhecimento científico para seu cotidiano.

Segundo Renata Magarinus [6] : entendemos que contextualizar é favorecer, em sala de aula, um ambiente em que o aluno seja estimulado a resolver problemas que tenham sentido para ele, e que de algum modo seus conhecimentos prévios possam ser mobilizados na busca por soluções e na geração de novos saberes.

Isso seria muito bem explorado se ainda, além da contextualização, envolvesse outras disciplinas, como a física, com problemas tradicionais, envolvendo por exemplo, movimento uniforme, dando a possibilidade de explorar funções a nível algébrico, como também, e principalmente, gráficos.

Os PCN's [5] nos orientam a fazer uso dessa interdisciplinaridade, assim: fica mais

evidente para eles a presença da matemática em outras áreas do currículo, particularmente no estudo de alguns fenômenos físicos, químicos, no estudo da informática, etc.

Em síntese, é preciso fazer uso de todas essas situações para mostrar aos alunos que a matemática é parte do saber científico e que tem um papel central na cultura moderna, assim como também para mostrar que algum conhecimento básico da natureza dessa área e uma certa familiaridade com suas idéias-chave são requisitos para ter acesso a outros conhecimentos, em especial à literatura científica e tecnológica.

A proposta do nosso trabalho é ajudar o aluno na sua aprendizagem, a partir de sua própria prática, em uma atividade que em um primeiro momento foi lúdico, agradável, prazeroso, buscando a interdisciplinaridade, além de sua contextualização, entendendo que isso ajudará muito, de maneira significativa em uma construção do conhecimento a partir de problemas reais do seu cotidiano.

Os PCN's [5] nos ajudam a entender melhor a importância de obter resultados puramente numéricos, compreender seu significado, abstrair e ressignificar algebricamente, quando nos orientam que: Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados.

2.2 Modelagem

Os PCN's [5] orientam que: em geral, a ênfase recai no estudo dos conteúdos algébricos, abordados de forma mecânica, distanciando-se ainda mais das situações-problema do cotidiano. É como se, neste ciclo, o aluno tivesse de esquecer quase tudo o que aprendeu antes, porque esses conhecimentos já não lhe servem mais para resolver as situações que ora lhe são propostas. No entanto essa situação poderá ser revertida se, para os novos conteúdos a serem estudados, esses alunos conseguirem estabelecer relações com os conhecimentos construídos anteriormente.

Nesse sentido é importante considerar que alguns aspectos associados ao desenvolvimento cognitivo dos alunos que estão no quarto ciclo em muito favorecem a aprendizagem. Por exemplo, a observação ganha em detalhes, ampliam-se as capacidades para pensar de forma mais abstrata e argumentar com maior clareza.

Daí a importância de modelar, quando possível, para que o aluno tenha um ganho maior de aprendizagem, afinal, quem constrói, quem participa, quem é o próprio autor jamais esquecerá o que fez.

Os PCN's [5] orientam quanto aos Objetivos de matemática para o quarto ciclo: Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
- Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
- Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Os PCN's [5] orientam ainda que: no trabalho com a álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador.

Segundo os PCN's [5] : para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de uma forma meramente mecânica.

Os PCN'S [5] orientam que: se o professor se dispuser a traçar no seu planejamento algumas conexões entre os conteúdos matemáticos. Para tanto, ao construir o planejamento, é preciso estabelecer os objetivos que se deseja alcançar, selecionar os conteúdos a serem trabalhados, planejar as articulações entre os conteúdos, propor as situações-problema que irão desencadeá-los. É importante que as conexões traçadas estejam em consonância com os eixos temáticos das outras áreas do currículo e também com os temas transversais.

Segundo Bassanezi [4]: A utilização da modelagem na educação matemática valoriza o "saber fazer" do cursista, desenvolvendo sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos nos diferentes contextos dos mesmos, a partir da realidade de seu ambiente.

Bassanezi [4] também afirma: A modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. No processo de reflexão sobre a porção da realidade selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos. O passo inicial é encontrar dados experimentais e/ou inferências de especialistas relativos ao tema. Em outras palavras, geralmente, uma modelagem

tem início com uma tabela de valores que pode ser obtida das mais diferentes formas. Atualmente a internet tem sido a primeira fonte de informações, que vão sendo complementadas conforme a exigência dos modelos no processo de refinamento e aprendizagem.

Salientamos que o refinamento dos modelos constitui a ideia básica da modelagem quando estamos preocupados com o processo ensino-aprendizagem. Para cada novo modelo, de uma mesma situação, exige-se novos conhecimentos tanto da área que se insere o fenômeno analisado como da própria matemática utilizada.

O trabalho em grupo também ajuda muito no processo da modelagem, a compreender melhor o caminho a ser utilizado até obter os resultados esperados, além de maneira bem significativa insere o aluno em grupos de aprendizagem, onde vai ter de tomar decisões onde nem todos os componentes concordam com a decisão, vai surgir naturalmente lideranças, o que significa um ganho enorme para o futuro do aluno, afinal, quando inseridos no mercado do trabalho no futuro, todos nós precisamos aprender a trabalhar com o outro, isso significa sucesso na vida profissional.

Segundo Bassanezi [4] : tanto no caso onde haja apenas um tema escolhido como quando os temas são diversificados, os alunos devem trabalhar em pequenos grupos com problemas específicos do tema comum ao grupo. Assim, o levantamento de problemas deve ser feito em grupos já definidos, o professor não deve propor diretamente os problemas mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporados pelos alunos.

De acordo com Bassanezi [4] em relação a coleta de dados: uma vez escolhido o tema, o próximo passo é buscar informações relacionadas com o assunto. A coleta de dados qualitativos ou numéricos pode ser efetuada de várias formas:

- Através de entrevistas e pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória, neste caso a organização de um questionário eficiente e a utilização de alguns conceitos básicos de estatística são fundamentais;
- Através de pesquisa bibliográfica, utilizando dados já obtidos e catalogados em livros e revistas especializadas;
- Através de experiências programadas pelos próprios alunos.

Os dados coletados devem ser organizados em tabelas que, além de favorecerem uma análise mais eficiente, podem ser utilizadas para a construção dos gráficos das curvas de tendências.

Segundo Bassanezi [4] em relação a análise de dados e formulação de modelos: buscar um modelo matemático que expressa a relação entre variáveis é, efetivamente, o que se convencionou chamar de modelagem matemática. Muitas vezes, tais modelos são dados pela solução de sistemas variacionais. Desta forma, é sempre conveniente entender como é a variação das variáveis envolvidas no fenômeno analisado.

De acordo com Bassanezi [4] : A variação de um modelo é um processo de aceitação ou rejeição do mesmo e esta análise é condicionada a vários fatores, sendo preponderante o confronto dos dados reais com os valores do modelo. Um bom modelo deve servir para explicar os resultados e tem capacidade de previsão de novos resultados ou relações insuspeitas. A formulação inicial de um modelo simples é fundamental para se entender melhor o problema e diagnosticar quais características do fenômeno devem ser consideradas no modelo.

Antes de fazer a modelagem, é conveniente, principalmente no 9º ano do ensino fundamental II, saber onde quer chegar, afinal isso vai trazer durante a construção do aluno uma maior segurança, a medida que for acontecendo a relação entre o que está sendo produzido e onde se quer chegar, ou seja, nos conteúdos matemáticos propostos.

Para Bassanezi [4]: Ainda, no processo de modelagem, a escolha do instrumental matemático é fundamental principalmente em se tratando de promover o conhecimento matemático. Assim, num ambiente de estudo do ensino básico um modelo simples, mesmo que não reproduza perfeitamente os dados experimentais, pode ser bastante eficiente no contexto educacional.

Um modelo matemático é bom quando satisfaz algum objetivo e quando o usuário o considera como tal.

O uso de gráficos das soluções e a confecção de tabelas de dados modelados em confronto com os dados experimentais, podem facilitar a validação de um modelo matemático ou mesmo, sugerir modificações nos mesmos.

Para Piaget [7] , as habilidades que um indivíduo possui não se constituem subitamente. O intelecto desenvolve-se por partes, passando do pensamento intuitivo para o lógico; isto é, do concreto para o abstrato. A experiência concreta se inicia com a manipulação curiosa, com o contato físico, com os sentidos. Conforme as experiências vão se acumulando, surgem as semelhanças e classificações, e essas levam à constituição dos conceitos. Em seguida, manifesta-se a capacidade de descrever, comparar, representar graficamente e, por fim, de equacionar e demonstrar.

2.3 Robótica

Para Silva [9] : O ambiente de aprendizagem em que o professor ensina ao aluno a montagem, automação e controle de dispositivos mecânicos que podem ser controlados pelo computador é denominado de robótica pedagógica ou robótica educacional.

A robótica pedagógica envolve um processo de motivação, colaboração, construção e reconstrução. Para isso, faz-se necessário a utilização de conceitos de diversas disciplinas para a construção de modelos, levando os alunos a uma rica vivência interdisciplinar.

O robô como ferramenta de trabalho possibilita a criação de novas formas de interação com o mundo. A aprendizagem é fundamentalmente uma experiência social, de interação pela linguagem e pela ação. Essa interação deve favorecer a cooperação a autonomia, assegurar a

centralidade do indivíduo na construção do conhecimento e possibilitar resultados de ordem cognitiva, afetiva e de ação.

Segundo Silva [9] : Desde o seu surgimento, a robótica educacional caracteriza-se por um ambiente de trabalho, em que os alunos terão a oportunidade de montar e programar seu próprio sistema robótico, controlando-o através de um computador com softwares especializados. Através da robótica, o aprendiz será o construtor de seus conhecimentos, por meio de observações e da própria prática.

A robótica educacional tem despertado o interesse pelos conteúdos abordados na sala de aula de matemática, quando a partir de experiências lúdicas, experimentais, através de erros e acertos, manipulação de objetos, programação desses objetos tem levado a compreender a partir do concreto um pouco mais o mundo abstrato da matemática, principalmente no que tange a álgebra.

A proposta do uso de robótica proporciona uma interdisciplinaridade entre a própria robótica, a matemática e a física, trazendo a partir de experiências práticas, e a partir destas através da obtenção de dados, através de tabelas que serão usadas em sala de aula, onde vai ser construído gráficos a partir dessas experiências realizadas em grupo.

No uso tradicional, vemos algumas vezes alunos desmotivados, sem muito interesse pela disciplina. Construindo seu conhecimento, naturalmente, sem pressão de resultados, o aluno pesquisa, investiga, aprende a trabalhar em equipe, estimula seu raciocínio lógico e desenvolve sua autonomia.

De acordo com Andrade [1] : O atual cenário da educação expõe a desmotivação por parte dos alunos ao estudar alguns dos conteúdos das disciplinas, muitas vezes por estes tratarem de temas que são de difícil assimilação. Em razão da abordagem técnica, a falta de ferramentas que amparem os professores a enfatizar determinados tópicos destas disciplinas é um elemento impactante no processo de ensino - aprendizagem. Nessa perspectiva, a robótica tem se sobressaído como uma ferramenta para motivar os estudantes no estudo das mais diversas áreas do conhecimento, em especial, a das ciências e matemática.

Aprender os conteúdos é essencial para o aluno, mas, sem dúvida o que fazer com esse conhecimento, saber de onde veio, como foi construído, saber onde vai ser aplicado, assim o aluno vai estar pronto para novos conhecimentos que lhe serão ensinados em anos posteriores.

Silva [9] destaca que a utilização da robótica em sala de aula dispõe dos seguintes objetivos:

- Desenvolver a autonomia, isto é, a capacidade de se posicionar, elaborar projetos pessoais, participar na tomada de decisões coletivas;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar em grupo: respeito a opiniões dos outros;
- Proporcionar o desenvolvimento de projetos utilizando conhecimento de diversas áreas;
- Desenvolver a capacidade de pensar múltiplas alternativas para a solução de um problema;

- Desenvolver habilidades e competências ligadas à lógica, noção espacial, pensamento matemático, trabalho em grupo, organização e planejamento de projetos envolvendo robôs;
- Promover a interdisciplinaridade, favorecendo a integração de conceitos de diversas áreas, tais como: linguagem, matemática, física, ciências, história, geografia, artes, etc.

Segundo Zilli [10] , as principais vantagens pedagógicas da robótica são:

- Desenvolver o raciocínio e a lógica na construção de algoritmos e programas para controle de mecanismos;
- Favorecer a interdisciplinaridade, promovendo a integração de conceitos de áreas como matemática, física, eletricidade, eletrônica e mecânica;
- Aprimorar a motricidade por meio da execução de trabalhos manuais;
- Permitir testar em um equipamento físico o que foi aprendido na teoria ou em programas "modelo"que simulam o mundo real;
- Transformar a aprendizagem em algo positivo, tornando bastante acessível os princípios de Ciência e Tecnologia aos alunos;
- Estimular a leitura, a exploração e a investigação;
- Preparar o aluno para o trabalho em grupo;
- Estimular o hábito do trabalho organizado, uma vez que desenvolve aspectos ligados ao planejamento, execução e avaliação final de projetos;
- Ajudar na superação de limitações de comunicação, fazendo com que o aluno verbalize seus conhecimentos e suas experiências e desenvolva sua capacidade de argumentar;
- Desenvolver a concentração, disciplina, responsabilidade, persistência e perseverança;
- Estimular a criatividade, tanto no momento de concepção das ideias, como durante o processo de resolução dos problemas;
- Tornar o aluno consciente da ciência na sua vida cotidiana;
- Desenvolver a auto-suficiência na busca e obtenção de conhecimentos;
- Gerar habilidades para investigar e resolver problemas concretos.

Podemos utilizar recursos tecnológicos como a calculadora e o computador e sem dúvida a robótica como uma excelente oportunidade para uma maior compreensão dos conteúdos do 9º ano, a robótica pode proporcionar uma atividade prática, lúdica, que se bem direcionada, nos ajudará a compreender conceitos, fórmulas, gráficos e resoluções em geral. Com ganhos individuais e coletivos ao aluno, desenvolvendo sua autonomia, capacidade de trabalhar em grupo, capacidade de repensar (acertos e erros), contextualizar, dentre outras coisas.

Capítulo 3

Função

3.1 Ideia de função

Segundo Sanfelice [8] no livro do 9º ano de matemática do fundamental II, dando uma ideia de função temos:

A função é uma relação de dependência entre duas grandezas. Grandeza é tudo que pode ser medido ou contado.

Observe algumas situações que nos dão a ideia de função.

O valor do imóvel está em função do valor do metro quadrado da região em que ele se localiza.

O valor a ser pago ao abastecer um veículo está em função da quantidade de litros de combustível colocada no tanque desse veículo.

Funções e variáveis independentes e dependentes:

A figura a seguir é um hexágono regular.

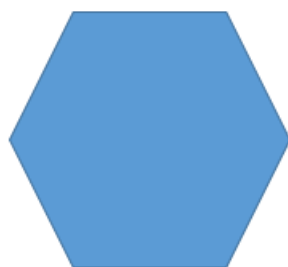


Figura 3.1: Hexágono regular

Na tabela a seguir, observa-se a medida dos lados e o respectivo perímetro de alguns hexágonos regulares.

Lado (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Perímetro (cm)	3	6	9	12	15	18

Figura 3.2: Tabela

Observe que a medida do perímetro depende da medida do lado do hexágono.

Podemos dizer que o perímetro está em função da medida do lado.

A função pode ser representada por uma fórmula matemática ou lei de formação.

Na situação que envolve o hexágono regular, usando:

- y para representar o perímetro do hexágono;
- x para representar a medida do lado do hexágono.

A fórmula matemática ou lei de formação que permite representar essa situação é:

$$y = 6x$$

Nessa função, a variável y depende da variável x. assim, dizemos que nessa função y é a variável dependente e x a variável independente.

A função pode ser representada por meio de um gráfico no plano cartesiano.

Observe o gráfico da função $y = 6x$.

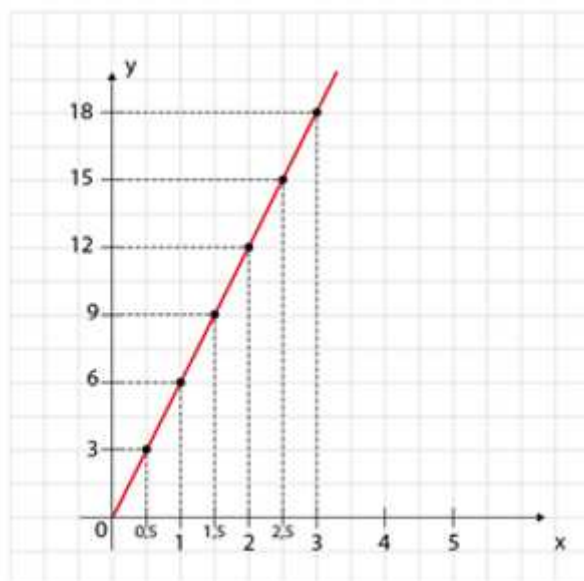


Figura 3.3: Gráfico da função $y = 6x$

Observe que, para cada valor do eixo x (medida do lado), há um único valor correspondente no eixo y (perímetro).

Podemos também representar os valores da tabela da função por um diagrama, no qual relacionamos dois conjuntos, A e B, por meio de setas.

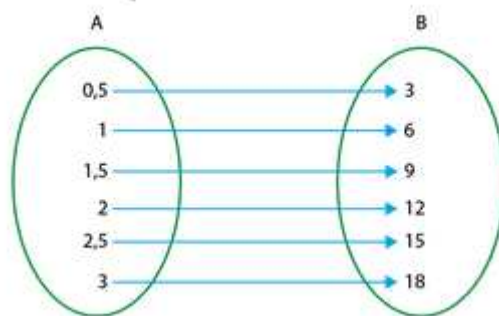


Figura 3.4: Diagrama de setas

Nesse diagrama:

- O conjunto A representa o conjunto dos números que expressam a medida do lado de cada hexágono regular, ou seja, os valores de x na tabela;
- O conjunto B representa o conjunto dos números que expressam o perímetro de cada hexágono regular, ou seja, os valores de y na tabela.

Observe que se estabelece uma relação de A em B, que representa as seguintes características:

- Todos os elementos de A estão associados a elementos de B.
- Cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

Por essas características, dizemos que a relação entre os conjuntos A e B é uma função de A em B. Assim, a lei de formação $y = 6x$ pode ser representada também por:

$$f(x) = 6x$$

A notação $f(x)$ tem o mesmo significado que y .

Se uma grandeza variável é determinada a partir do conhecimento de outra grandeza variável, podemos dizer que existe uma dependência entre essas grandezas.

Desse modo, dizemos que y (variável dependente) é uma função de x (variável independente), em que:

- x pode assumir qualquer valor de um conjunto específico;
- os valores de y dependem dos valores atribuídos a x ;
- Para cada valor atribuído a x corresponde um único valor de y .

3.2 Função afim

Na lei de formação da função $y = 5 + 5x$, para cada valor natural de x temos um único valor correspondente para y . dizemos que y é função de x e que $y = 5 + 5x$ define uma função afim ou função polinomial do 1º grau em que y é a variável dependente e x a variável independente.

Denominamos de função afim ou função polinomial do 1º grau toda função definida por uma fórmula do tipo

$$y = ax + b, \text{ com } a \neq 0 \text{ em que:}$$

- a e b representam números reais;
- x e y representam números reais;
- a é denominado coeficiente do termo em x ;
- b é o termo independente de x ou termo constante;
- x é a variável independente;
- y é a variável dependente.

Uma função afim que relaciona números reais tem sua representação gráfica no plano cartesiano por meio de uma reta.

Para construir essa reta, devemos atribuir alguns valores para x e calcular os valores correspondentes de y aplicando x na função.

Observe a construção do gráfico da função $y = 5 + 5x$. Organizamos numa tabela em que atribuímos alguns valores x e calculamos os valores y .

x	y	
0	5	$\rightarrow y = 5 + 5 \cdot 0 = 5 + 0 = 5$
1	10	$\rightarrow y = 5 + 5 \cdot 1 = 5 + 5 = 10$
2	15	$\rightarrow y = 5 + 5 \cdot 2 = 5 + 10 = 15$
3	20	$\rightarrow y = 5 + 5 \cdot 3 = 5 + 15 = 20$

Figura 3.5: tabela de valores x e y

Os pares ordenados (x, y) obtidos são representados por meio de pontos no plano cartesiano.

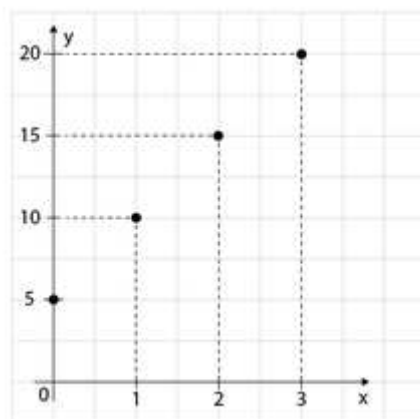


Figura 3.6: pares ordenados

Observe que os pontos são alinhados e se atribuirmos mais valores para x , obteremos mais pontos alinhados. Dessa forma, o gráfico da função $y = 5 + 5x$, com $x \in \mathbb{R}$, forma uma semirreta. Assim, o gráfico a seguir representa essa função.

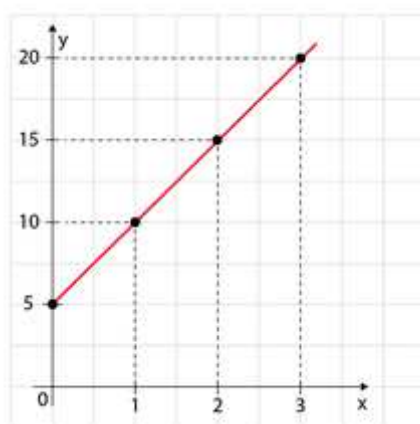


Figura 3.7: Semirreta

Note que pelo gráfico é mais fácil perceber o comportamento da função. Nessa situação, a semirreta nos mostra que, quando o tempo aumenta, o valor a ser pago também aumenta.

3.3 Análise do gráfico de uma função afim

Já vimos que o gráfico de uma função afim é uma reta. Vamos agora estudar essa reta em relação à função que ela representa.

Função crescente e decrescente.

Na função afim $y = ax + b$, com $a \neq 0$, os coeficientes a e b possuem papel fundamental com relação ao comportamento da reta que representa a função no plano cartesiano, em relação

aos eixos x e y . Vamos analisar duas funções e seus respectivos gráficos.

Primeira função: $y = x + 1$

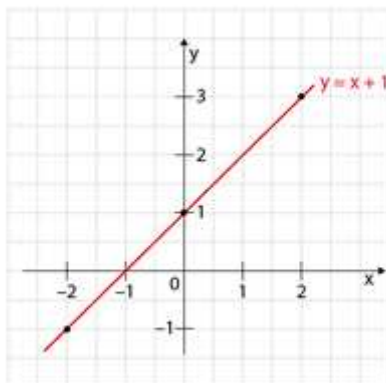


Figura 3.8: Primeira função

Note que:

- Para $y = 0$, temos $x = -1$;
- Para $y > 0$, temos $x > -1$;
- Para $y < 0$, temos $x < -1$;
- Nessa função, $a = 1$ ou seja, $a > 0$ (coeficiente a é positivo).

Assim: Numa função afim em que $a > 0$, ou seja, o coeficiente a é positivo, a função é crescente. Numa função crescente, à medida que o valor de x aumenta, o valor correspondente de y aumenta também.

Segunda função: $y = -x + 1$

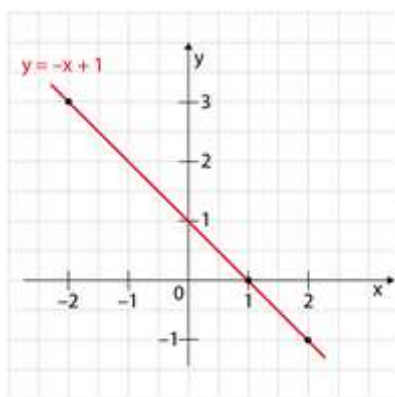


Figura 3.9: Segunda função

Note que:

- Para $y = 0$, temos $x = 1$;
- Para $y > 0$, temos $x < 1$;
- Para $y < 0$, temos $x > 1$;
- Nessa função, $a = -1$, ou seja, $a < 0$ (coeficiente a é negativo).

Nessas condições, a função $y = -x + 1$ é decrescente e a reta tem uma inclinação negativa.

Assim:

Numa função afim em que $a < 0$, ou seja, o coeficiente a é negativo, a função é decrescente.

Numa função decrescente, à medida que o valor de x aumenta, o valor correspondente de y diminui.

3.4 Física: movimento retilíneo uniforme

Segundo Alysson, Sampaio, Campos e Elis [2] no livro de ciências do 9º ano do ensino fundamental II, temos:

Pense num trem em movimento se deslocando em linha reta. Normalmente se diz que o trem e seus passageiros estão em movimento. Uma pessoa que olha a situação de fora terá, de fato, essa impressão. Mas uma pessoa dentro do trem, ao olhar para o passageiro ao seu lado, vai deduzir que ele está parado.



Figura 3.10: Veículo em movimento

Esse simples exemplo mostra como a definição de movimento e repouso não é trivial. Uma mesma situação pode ser classificada como repouso ou movimento dependendo de quem a observa. É relativo ao observador, por isso se diz que movimento e repouso são conceitos relativos. Sendo mais rigoroso, o movimento ou repouso dependem do referencial que é adotado.

Um referencial pode ser um ponto, um objeto ou um observador adotado para analisar uma situação. Em geral, o referencial está parado em relação à terra quando o objeto de estudo está no próprio planeta. Em movimentos no espaço, estrelas distantes (que pouco aparentam se movimentar), também chamadas de estrelas fixas, são referenciais comumente utilizados.

Referenciais estão presentes no cotidiano, uma placa de quilometragem (marco quilométrico) de uma rodovia é feita com base em um "referencial" o quilômetro zero (das rodovias federais) está na divisa do estado e, assim, é possível estimar a distância em que se está da divisa e se localizar na rodovia.



Figura 3.11: Placa de quilometragem

Mas é preciso tomar alguns cuidados, se por exemplo, um veículo está passando pelo quilômetro 265 de uma rodovia, isso não quer dizer que ele percorreu 265 km em seu movimento. Pode-se, apenas, dizer qual a posição em que esse veículo se encontra.

Sua distância percorrida vai depender não só da posição que o corpo ocupa ao final do movimento analisado, mas também da posição inicial e da trajetória desse movimento. No caso de um veículo sair da posição 100 km, ir até a posição 265 km e então retornar a 100 km, a distância percorrida será de 165 km na ida e 165 km na volta, num total de 330 km.

No estudo das ciências, a distância percorrida não é de interesse tão grande quanto o deslocamento, que não é um sinônimo. O deslocamento é a diferença entre a posição final e a posição inicial ocupada por um móvel. Matematicamente, isso pode ser representado da seguinte maneira:

$$\Delta S = S_f - S_i \text{ Em que:}$$

- ΔS é o deslocamento do móvel, medido em metros no SI.
- S_f é a posição final do móvel, também representada só por S e medida em metros no SI.
- S_i é a posição inicial do móvel, também representada por S_o e medida em metros no SI.

Assim, quando há um deslocamento, significa que um corpo variou de posição com o decorrer do tempo em relação ao referencial adotado. Contudo, se o deslocamento é nulo, isso significa apenas que a posição inicial e final são iguais, não necessariamente o corpo permaneceu parado entre os instantes inicial e final.

Outra diferença da física em relação ao cotidiano está nos valores negativos que posição e deslocamento podem assumir. Não há um marco quilométrico negativo, mas, dependendo do referencial adotado e da escolha de sua origem (a posição 0 do referencial), podem existir valores negativos para a posição.



Figura 3.12: Sistema de referência

Pela mesma razão, se o sinal do ΔS for positivo, significa apenas que o deslocamento ocorreu a favor do sentido positivo que foi adotado como referência. Já se o ΔS for negativo, o deslocamento ocorreu no sentido contrário.

A partir do deslocamento "alteração na posição em um intervalo de tempo" é possível definir mais uma grandeza física relacionada com o movimento, a velocidade média. Num trajeto, é comum o móvel aumentar ou diminuir a sua velocidade, mas a velocidade média fornece uma medida geral de como o móvel se comportou no intervalo de tempo.

Por exemplo, se uma viagem de Goiânia a Palmas, distantes 825 km, levar 10 horas, então a velocidade média no trajeto é de 82,5 km/h. não significa que, obrigatoriamente, foi percorrido exatamente 82,5 km a cada hora, mas essa foi a média de velocidade.

Sabendo-se a velocidade média, é possível fazer estimativas sobre um movimento. Para isso, é preciso definir matematicamente a velocidade média. A própria unidade fornece uma boa compreensão dessa grandeza: é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo decorrido. Sua equação é :

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Em que:

- V_m é a velocidade média, medida em metros por segundo no SI.
- ΔS é o deslocamento do móvel, medido em metros no SI.
- Δt é o intervalo decorrido de tempo, medido em segundos no SI.

Apesar da unidade no SI para a velocidade ser o m/s, no dia a dia, a principal unidade utilizada é o km/h. Para fazer a transformação da unidade, podemos proceder da seguinte maneira:

$$1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

$$3,6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$$

Ou seja, 1 m/s equivale a 3,6 km/h. Observe a seguir um esquema prático para realizar essa transformação de unidade.

Figura 3.13: Transformação de unidade de velocidade

A ideia de velocidade média também colabora com o estudo de um movimento em particular, o que tem velocidade constante. Esse movimento é dito uniforme e, se ocorre também em linha reta, é chamado de movimento retilíneo uniforme (MRU). Pode ser o caso de trens no trajeto entre estações, aviões em velocidade de cruzeiro ou esteiras da linha de produção de uma fábrica.

No MRU, o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempos também iguais. Por exemplo: se um veículo está em MRU com velocidade de 72 km/h, isso significa que a cada hora se desloca 72 km/h.

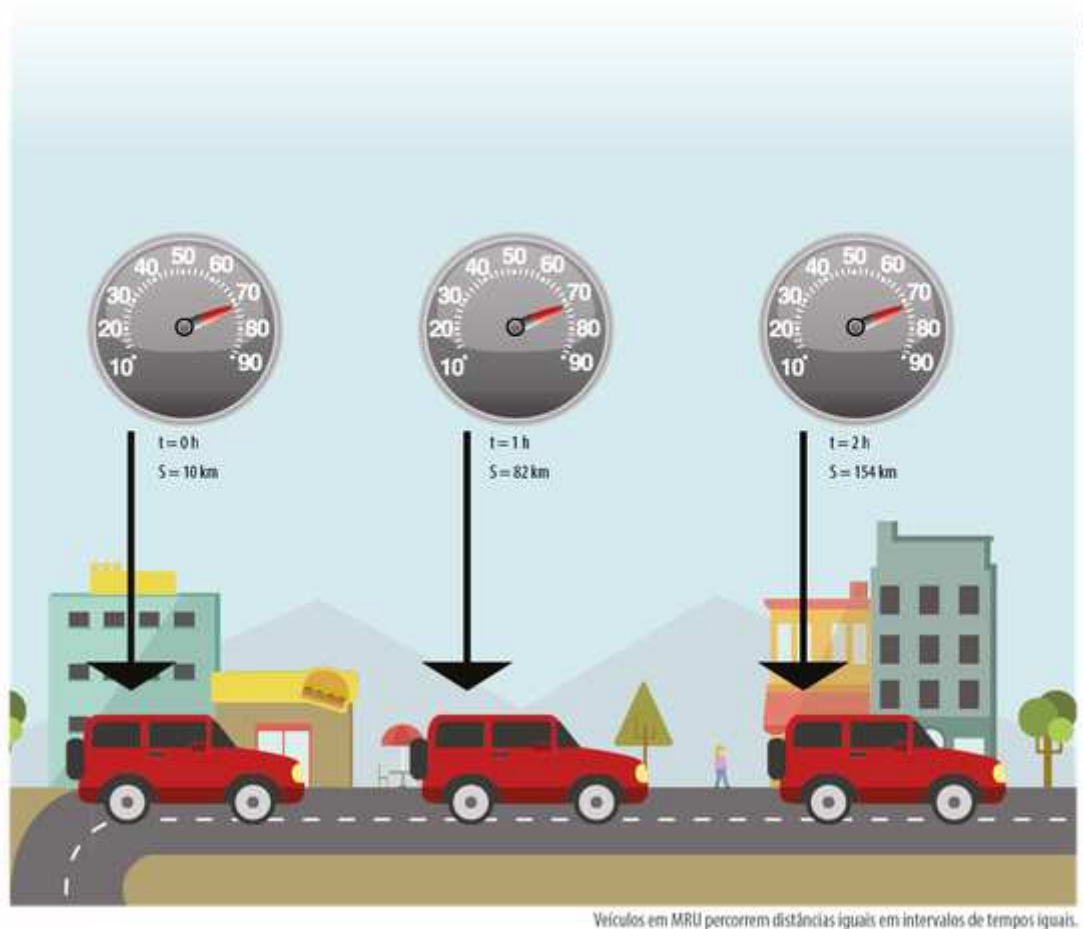


Figura 3.14: Veículos em MRU

Sabendo-se a velocidade de um corpo em MRU e a posição de onde ele saiu, é possível determinar sua posição em qualquer instante de tempo, ou determinar quanto tempo ele demora para alcançar determinada posição. Na imagem analisada, o veículo começou seu deslocamento no quilômetro 10. Após uma hora, ele se encontra na posição 82 km, depois de duas horas, na posição 154 km e essa posição aumenta em 72 unidades (72 km) a cada hora. Então, é possível estabelecer uma relação para, por exemplo, se determinar onde o veículo estará após 4 horas ou quanto tempo ele demorará para chegar ao quilômetro 406.

A equação matemática que descreve o MRU e permite fazer esses cálculos é denominada função horária da posição e é dada por:

$$S = S_o + v.t$$

Em que:

- S_f é a posição final do móvel, em metros no SI.
- S_o é a posição inicial do móvel, em metros no SI.

- v é a velocidade, em metros por segundo no SI.
- t é o tempo decorrido, em segundos no SI.

No exemplo dado, essa função pode ser escrita como $S = 10 + 72.t$, se expressarmos o deslocamento em quilômetros e o tempo em horas, pois a posição inicial do veículo foi de 10 km ($S_0 = 10$ km) e sua velocidade é constante e igual a 72 km/h ($v = 72$ km/h). Assim, após 4 horas de movimento, a posição ocupada pelo veículo será:

- $S = 10 + 72.t$
- $S = 10 + 72.4$
- $S = 10 + 288$
- $S = 298$ km

De modo equivalente, é possível calcular e saber após quanto tempo o veículo passará pelo quilômetro 406:

- $S = 10 + 72.t$
- $406 = 10 + 72.t$
- $396 = 72.t$
- $t = 5,5$ h

utilizando um exercício que usa gráfico, exercício 8, do livro de Artuso, Sampaio, Campos e Elis [2] no livro de ciências do 9º ano do ensino fundamental II, temos:

O gráfico abaixo representa um movimento retilíneo uniforme. Com base nas informações do gráfico, responda:

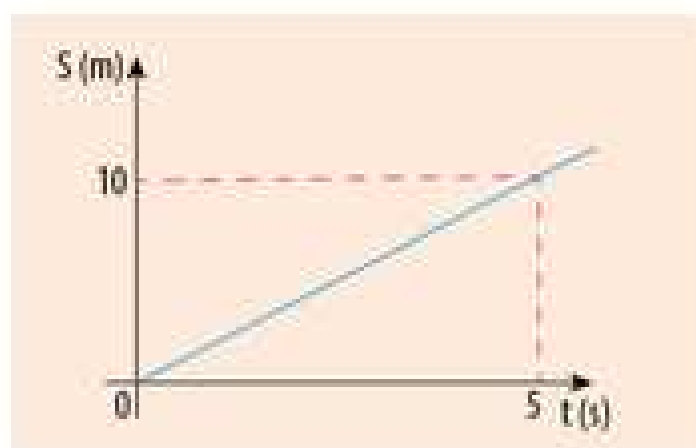


Figura 3.15: Gráfico de movimento retilíneo uniforme

- a) Qual será a posição do móvel após 10 s?
- b) Quanto tempo ele demorará para atingir a posição 35 m?
- c) Qual função horária pode ser usada para modelar esse movimento?

Resolução:

- a) Do gráfico, a velocidade é

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2m/s \quad (3.2)$$

Logo, a posição é dada por $S = S_0 + v.t = 0 + 2.10 = 20$ m

- b) $S = S_0 + v.t \Rightarrow 35 = 0 + 2.t \Rightarrow t = \frac{35}{2} = 17,5$ s.
- c) $S = S_0 + v.t = 0 + 2.t = 2t$

3.5 Interpretação gráfica da velocidade média

Segundo Artuso e Filho [3] , no livro de física do 1º série do ensino médio, temos:

Como foi visto na área de matemática, a utilização de gráficos para o estudo das funções é de grande valia a fim de observarem-se comportamentos gerais, tendências e particularidades de cada função de interesse. Para o estudo do movimento , a representação gráfica é igualmente útil. A figura com o gráfico a seguir retrata o movimento de uma partícula em uma dimensão.

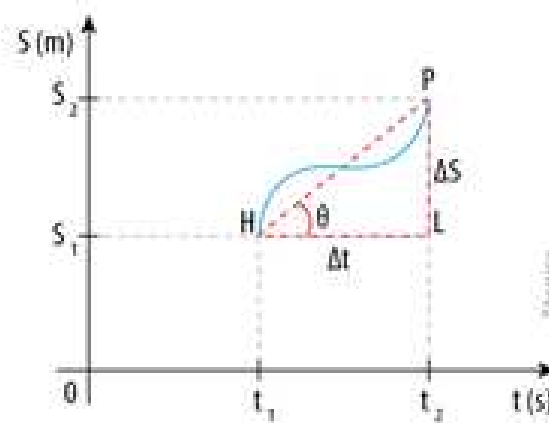


Figura 3.16: Gráfico do movimento de uma partícula em uma dimensão

Nesse gráfico, a partícula vai da posição S_1 à posição S_2 à medida que o tempo transcorre de t_1 a t_2 . O par ordenado $(S_1; t_1)$, no ponto H, representa a posição e instante inicial

do movimento da partícula. O par $(S_2; t_2)$, no ponto P, faz o mesmo para a posição e o instante final do movimento. A linha curva em azul mostra a evolução do movimento da partícula com o passar do tempo. Esta linha não deve ser confundida com a trajetória da partícula, como dito, é em uma dimensão em que a trajetória é retilínea e não curva. Ao contrário, esta linha, que representa o gráfico da posição pelo tempo, $S(t)$, tem como função fornecer a visualização das características gerais do movimento. Assim, é possível observar que, quanto mais inclinada "para cima", por exemplo, a variação da posição pelo tempo é mais acentuada, ou seja, a velocidade é maior.

Dessa forma, é interessante calcular "a inclinação média" desta curva. Isso será feito imaginando-se um triângulo retângulo inserido no gráfico. O segmento (\overline{PL}) , representa o módulo da variação da posição, ΔS . Já o segmento (\overline{HL}) , faz o mesmo para a variação do tempo, Δt . Note que, ao ser calculada a tangente do ângulo Θ da figura, indiretamente calcula-se a razão entre os dois segmentos acima, ou seja:

$$tg\theta = \frac{\overline{PL}}{\overline{HL}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (3.3)$$

Mas a tangente de Θ também é o coeficiente angular da "reta média" que representa o comportamento médio da curva azul. Ou seja, o coeficiente angular da "reta média" é numericamente igual ao módulo da velocidade média no trecho representado por tal reta.

Perceba que há uma reta crescente, portanto, o coeficiente angular e velocidade média serão positivos. Isso faz sentido, porque um coeficiente angular positivo significa que há uma reta crescente, em que a variação ΔS também o é, pois os valores de S estão crescentes no eixo vertical. Já em uma reta decrescente, o coeficiente angular é negativo, o que significa que a velocidade também será. Isso também pode ser verificado diretamente na figura, na qual uma reta decrescente teria um espaço final $<$ espaço inicial, fornecendo um ΔS e, portanto, a velocidade média, ambos negativos. Lembre de que a definição de um deslocamento ou velocidades negativas corresponde ao movimento contrário ao eixo de orientação do movimento. Um ΔS negativo significa que o movimento é contrário à orientação da trajetória, a velocidade, a velocidade, então, acompanha este caráter.

Capítulo 4

A Robótica como Estratégia para o Estudo de Funções Afins.

4.1 Por que fazer a atividade?

No início do ano de 2018, começou na escola onde trabalho, aulas de robótica, organizada pelo ROBÔ CIÊNCIA ROBÓTICA EDUCACIONAL ministrado pelo professor Ítalo, estávamos ainda no meio do mestrado, e veio a ideia, porque não utilizar a robótica para minha dissertação, fomos amadurecendo a ideia, e criamos todo o contexto necessário para implantá-la, conversamos com o professor Ítalo e ele prontamente disse sim ao projeto, esperamos o momento propício, no 3º trimestre, onde naturalmente iria "acontecer" o conteúdo funções.

Peguei o próprio material do 9º ano de robótica e vi que seria feita a atividade que precisava nas aulas de robótica, depois dessa atividade feita com os alunos pelo professor Ítalo, refizemos a atividade, só que dessa vez os alunos estariam livres para construir cada um seu carrinho, e daí sairia variáveis importantes, onde uns carros seriam mais velozes que outros. Construídos os carrinhos, criamos as 3 atividades descritas nos experimentos.



Figura 4.1: Robô Ciência Robótica Educacional



Figura 4.2: Carros montados



Figura 4.3: EV3

4.2 Montagem dos carros

Os alunos já fizeram outras aulas de robótica, onde já fizeram montagem de carros, com objetivos bem específicos para aulas dadas pelo professor de robótica, mas, dessa vez precisavam dada uma orientação do professor, "criar" seu próprio carro, com o objetivo de proporcionar a maior velocidade possível, assim, cada grupo começou esse trabalho, com duração de 50 minutos, infelizmente, alguns alunos não se empenharam o suficiente, fazendo com que nesta primeira etapa do trabalho, alguns trabalhos não fossem concluídos. Depois de toda a orientação dada para a montagem do carro pelo grupo, tempo de uma aula, 50 minutos, o resultado foi:

- Grupo alpha - não conseguiu fazer a montagem;
- Grupo beta - conseguiu fazer a montagem;
- Grupo gama - não conseguiu fazer a montagem;
- Grupo delta - conseguiu fazer a montagem;
- Grupo ômega - conseguiu fazer a montagem;
- Grupo lambda - conseguiu fazer a montagem.

Portanto, houve grupos que não conseguiram fazer o carro nesta aula, não conseguiram finalizar a parte prática de montagem segundo um tempo determinado de 50 minutos.

4.3 Programação

Após a montagem dos carros pelos grupos de alunos do 9º ano no laboratório de robótica na aula anterior, agora em uma nova aula de 50 minutos, fizeram a sua programação, afim de registrar a distância percorrida aqui já definida como 5 metros, registrar o tempo para percorrer esses 5 metros, e também o registro da velocidade média percorrida pelo carro nestes 5 metros.

A programação seguiu a seguinte orientação:



Figura 4.4: Bloco cronômetro

Parte 01 - No início da programação o bloco cronômetro é reiniciado, para que possamos ter a certeza de que a contagem do tempo iniciará do zero.

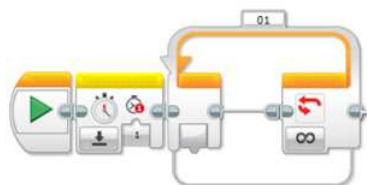


Figura 4.5: Ciclo

Parte 02 - O ciclo foi inserido para que toda a programação dentro se repita quantas vezes for necessária.



Figura 4.6: Acionamento dos motores

Parte 03 - Dentro do ciclo os motores são acionados com potência máxima submetidos a uma condição lógica do sensor de ultrassom, ou seja, o robô se desloca para frente até o sensor detectar o obstáculo no final do percurso (5 metros).



Figura 4.7: Gravar o tempo no EV3

Parte 04 - Ao detectar o obstáculo o robô deve parar e gravar na variável "tempo do percurso" o tempo que foi gasto para percorrer os 5 metros.

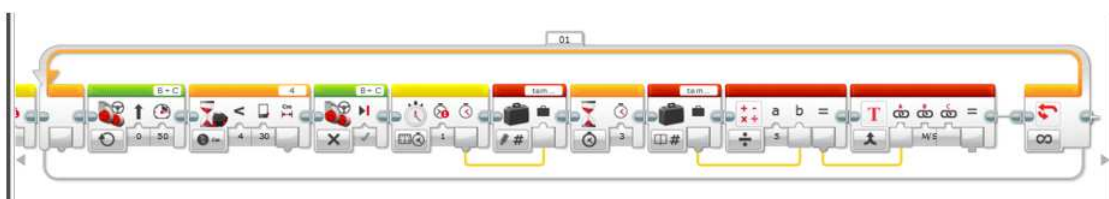


Figura 4.8: Cálculo da velocidade média

Parte 05 - Na parte final usamos o bloco "matemática" para fazer o cálculo da velocidade média. O valor de velocidade média é mostrado na tela do robô.

Apesar da orientação padrão tanto para a montagem dos carros, quanto para sua programação, alguns fatores "criados" pelos grupos de alunos, deixaram o carro: mais leve ou mais pesado, mais instável ou menos instável, mais veloz ou menos veloz. Ao final dessa etapa, temos o seguinte resultado:

PONTUAÇÃO DAS EQUIPES												
	alpha		beta		gama		delta		omega		lambda	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	0		500		0		500		500		500	
	DESAFIO	PONTUAÇÃO	DESAFIO	PONTUAÇÃO	DESAFIO	PONTUAÇÃO	DESAFIO	PONTUAÇÃO	DESAFIO	PONTUAÇÃO	DESAFIO	PONTUAÇÃO
150	Montagem do protótipo	0	Montagem do protótipo	150	Montagem do protótipo	0	Montagem do protótipo	150	Montagem do protótipo	150	Montagem do protótipo	150
200	Adaptação + lógica de programação	0	Adaptação + lógica de programação	200	Adaptação + lógica de programação	0	Adaptação + lógica de programação	200	Adaptação + lógica de programação	200	Adaptação + lógica de programação	200
100	Teste de montagem + programação	0	Teste de montagem + programação	100	Teste de montagem + programação	0	Teste de montagem + programação	100	Teste de montagem + programação	100	Teste de montagem + programação	100
50	avaliação final	0	avaliação final	50	avaliação final	0	avaliação final	50	avaliação final	50	avaliação final	50

Figura 4.9: Pontuação das equipes

Os alunos do grupo alpha e gama não conseguiram executar a atividade de montagem, e, não continuaram portanto as demais etapas práticas da atividade. Mas participaram com a visualização de todo o projeto sendo executado.

Vendo a programação nas figuras 4.10 e 4.11

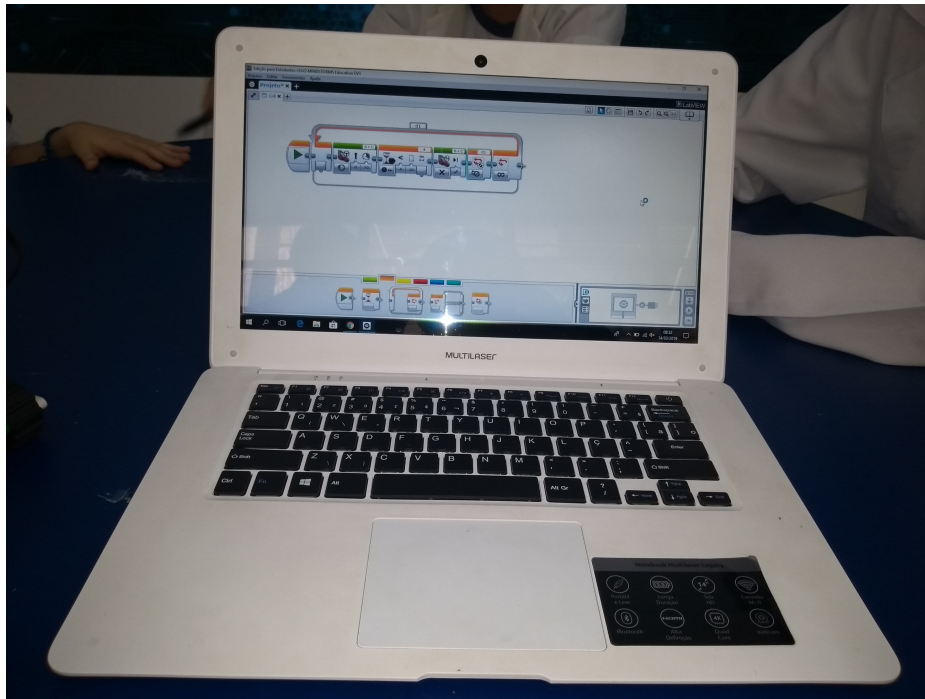


Figura 4.10: Alunos programando

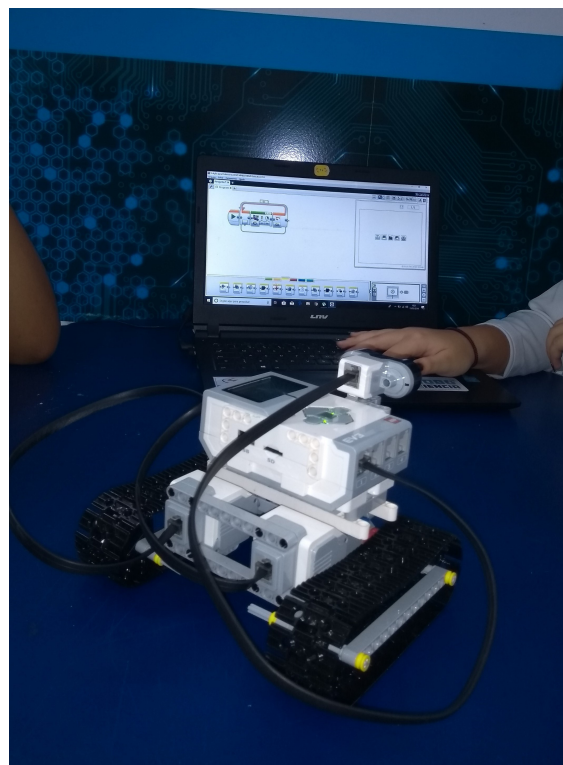


Figura 4.11: Alunos programando

4.4 Experimento 1 - competição entre os carros

Ainda na segunda aula de robótica, após a programação, os grupos fizeram testes para ver se os carros estavam se movimentando, e, se estavam registrando tempo e velocidade. Na sequência fizemos o experimento 1, uma competição entre os 4 carros, numa trajetória retilínea de 5 metros, criando uma pista de corrida, com partida e chegada, foi colocado um obstáculo ao final dos 5 metros para que o sensor detectasse e parasse exatamente no percurso de 5 metros.

Foi explicado aos alunos que uma competição seria feita, afim de sabermos qual carro tinha mais velocidade, portanto, ganhador da corrida. Após a competição tivemos os seguintes resultados registrados pelos grupos:

Grupo alpha

ficha de avaliação						ALPHA	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avaliação final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
	X		X		X		X
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	

Figura 4.12: Equipe alpha

Grupo beta

ficha de avaliação						beta	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avaliação final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
X		X		X		X	
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	
						S = 5 m. t=10.0 s. v = 0.5 m/s	

S = 5 m, t = 10,0 s, v = 0,5 m/s

Figura 4.13: Equipe beta

Grupo gama

ficha de avaliação						gama	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avaliação final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
	X		X		X		X
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	

Figura 4.14: Equipe gama

Grupo delta

ficha de avaliação						delta	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avaliação final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
X		X		X		X	
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	
						S = 5 m, t = 5.5 s, v = 0.9 m/s	

S = 5 m, t = 5,5 s, v = 0,9 m/s

Figura 4.15: Equipe delta

Grupo omega

ficha de avaliação						omega	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avaliação final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
X		X		X		X	
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	
						S = 5 m, t = 12,5 s, v = 0,4 m/s	

S = 5 m, t = 12,5 s, v = 0,4 m/s

Figura 4.16: Equipe omega

Grupo lambda

ficha de avaliação						lambda	
ITENS A SEREM JULGADOS							
Montagem do protótipo		Adptação + logica de programação		Teste de montagem + programação		avalição final	
SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO
X		X		X		X	
OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES		OBSERVAÇÕES	
						S = 5 m, t = 6,2 s, v = 0,8 m/s	

Figura 4.17: Equipe lambda

O carro que ganhou a corrida foi o do grupo delta, com velocidade de 0,9 m/s, demorou para percorrer os 5 metros um tempo 5,5 segundos.

Assim, temos os registros de tempo e velocidade desse experimento:

Grupo beta:

S = 5 metros tempo = 10,0 s velocidade = 0,5 m/s

Grupo delta:

S = 5 metros tempo = 5,5 s velocidade = 0,9 m/s

Grupo ômega:

S = 5 metros tempo = 12,5 s velocidade = 0,4 m/s

Grupo lambda:

S = 5 metros tempo = 6,2 s velocidade = 0,8 m/s



Figura 4.18: Experimento 1 largada

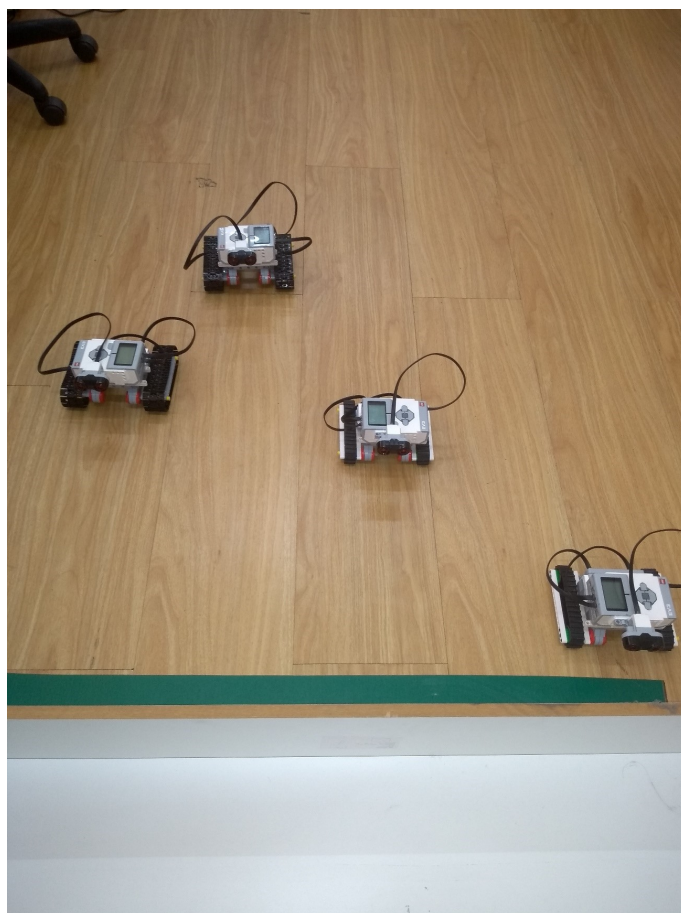


Figura 4.19: Experimento 1 chegada

4.5 Experimento 2 - 2 carros (maior e menor velocidade do experimento 1) no mesmo sentido

Registros desse experimento:

Grupo delta:

$S = 5$ metros tempo = 5,5 s velocidade = 0,9 m/s

Grupo ômega:

$S = 5$ metros tempo = 12,5 s velocidade = 0,4 m/s

Dessa vez pegamos o carro que possui a maior velocidade (grupo delta) e o carro que possui a menor velocidade (grupo ômega), para isso, nestes dois carros, pedimos que os alunos fizessem uma pequena modificação no sensor que antes era frontal e agora ficaria lateral, afim de detectar o carro passando ao lado.

O experimento 2 consiste em deixar o carro de maior velocidade (grupo delta) no ponto de largada, e o carro de menor velocidade (grupo ômega) 1 metro adiante, os dois carros indo no mesmo sentido, assim, poderíamos ver o tempo que o carro do grupo delta alcançaria o carro do grupo ômega. Para esse registro usamos o cronômetro do celular. Dada a largada de ambos

os carros, os alunos registraram que em aproximadamente 2 segundos os carros se encontraram.

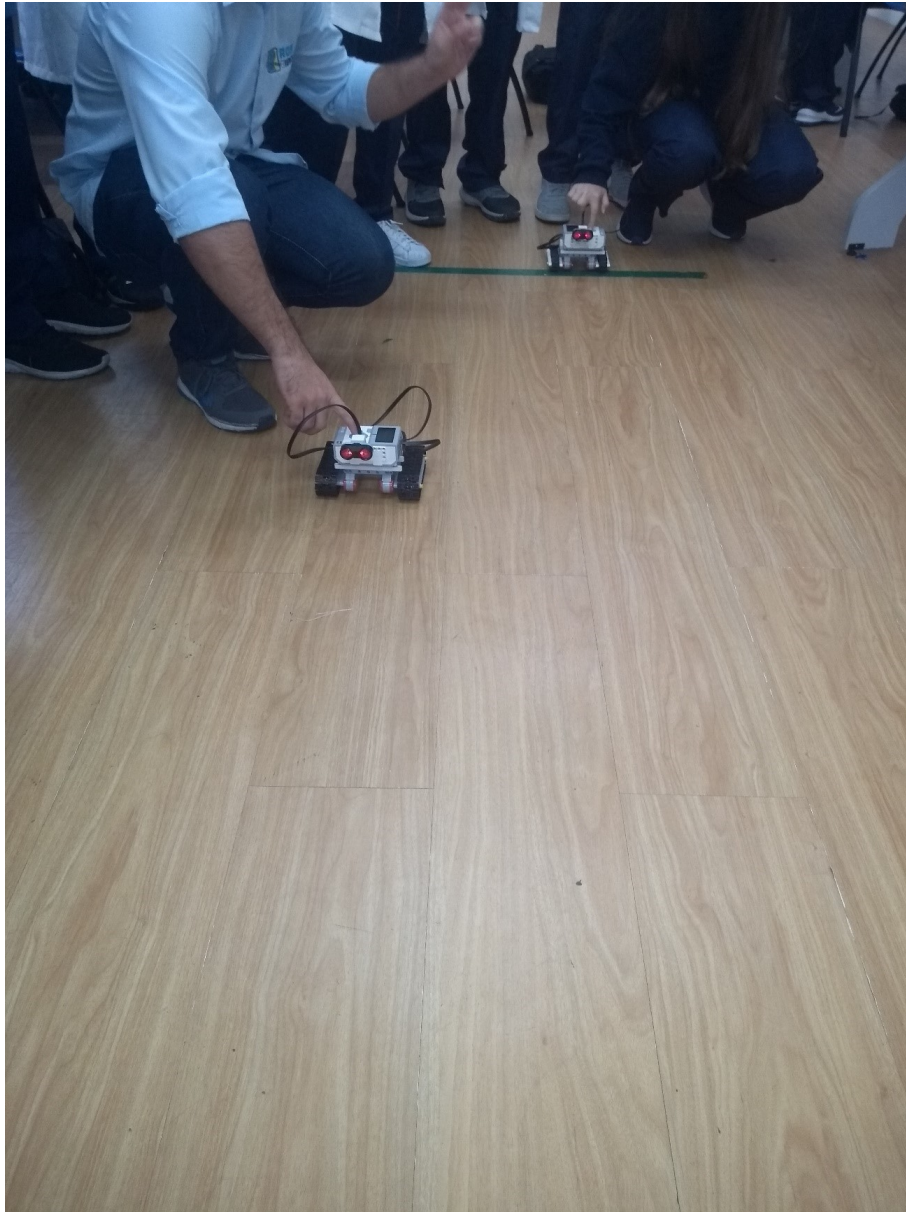


Figura 4.20: Experimento 2 largada-mesmo sentido

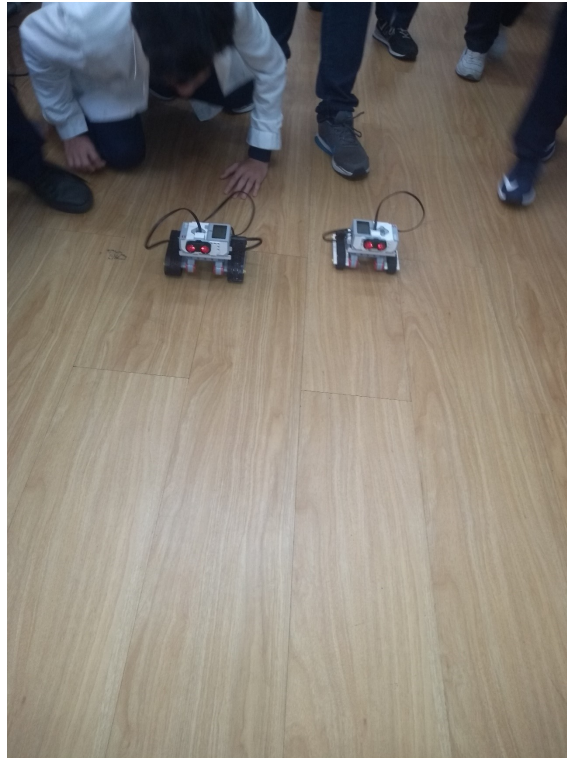


Figura 4.21: Experimento 2 encontro entre os carros-mesmo sentido

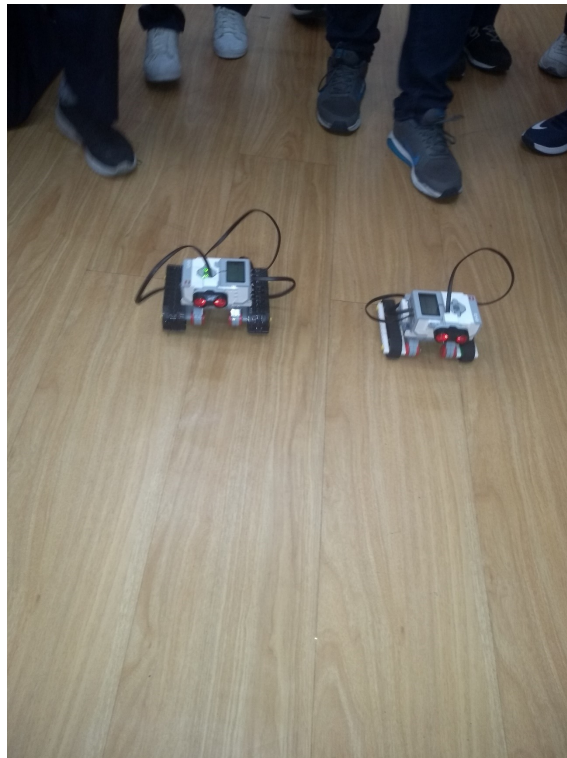


Figura 4.22: Experimento 2 ultrapassando o carro menos veloz-mesmo sentido

4.6 Experimento 3 - 2 carros (maior e menor velocidade do experimento 1) em sentidos contrários

Registros desse experimento:

Grupo delta:

$S = 5$ metros tempo = 5,5 s velocidade = 0,9 m/s

Grupo ômega:

$S = 5$ metros tempo = 12,5 s velocidade = 0,4 m/s

O experimento 3 consiste em deixar o carro mais veloz (grupo delta) na posição de largada, e o carro menos veloz (grupo ômega) 5 metros adiante no sentido contrário ao do carro mais veloz (grupo delta), também com o objetivo de registrar o tempo do carro mais veloz (grupo delta). Feito a experiência encontramos o tempo aproximado de 3,8 segundos depois da largada. Assim, finalizamos a parte de experiências realizadas no âmbito do ambiente do laboratório de robótica.



Figura 4.23: Experiência 3 largada-sentidos contrários

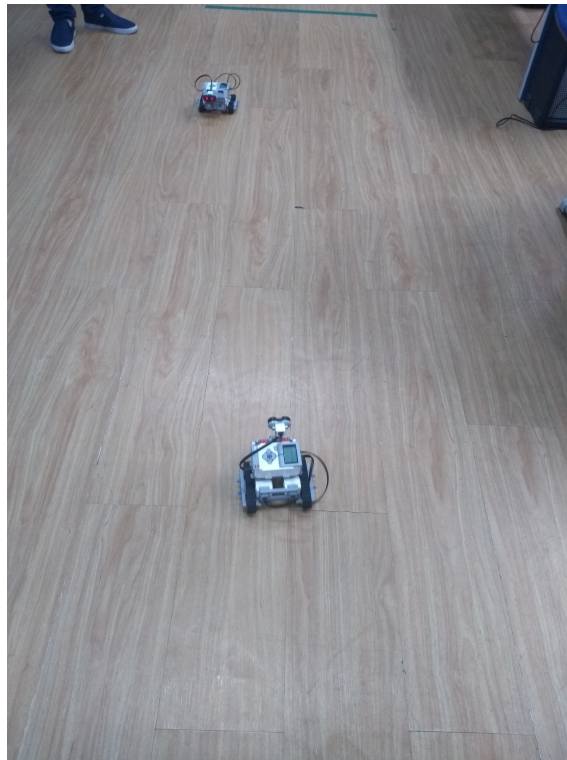


Figura 4.24: Experiência 3 sentidos contrários



Figura 4.25: Experiência 3 momento da ultrapassagem-sentidos contrários

4.7 Sala de Aula relacionada aos experimentos em sala

Neste momento, após duas aulas no laboratório de robótica, onde executamos a montagem, programação, testes e as 3 experiências, sem a preocupação de fazer nenhuma menção a qualquer relação com o assunto função, chegou a hora de relacionar em sala de aula os registros feitos. O aluno já estava estudando função, já tínhamos feito vários exercícios do nosso livro didático, já tinha feito exercícios contendo gráficos, mas, o objetivo principal desta atividade era relacionar as informações obtidas no laboratório de robótica com a interpretação gráfica destes dados.

Em sala de aula portanto, durante 50 minutos, fiz juntamente com o aluno a seguinte relação:

Experiência 1: a função horária e o gráfico de cada um dos carros dos grupos de estudo, tanto separados, quanto juntos.

Grupo beta

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,5 m/s, temos $S = 0 + 0,5t$

Grupo ômega

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,4 m/s, temos $S = 0 + 0,4t$

Grupo lambda

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,8 m/s, temos $S = 0 + 0,8t$

Grupo delta

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,9 m/s, temos $S = 0 + 0,9t$

Com a ajuda dos alunos, com perguntas e respostas destes, chegamos a seguinte conclusão:

- Que o espaço inicial era sempre 0 (zero) porque todos os carros saíram da mesma posição inicial (posição de largada);
- Que se substituísse os valores do tempo de cada função horária, encontraríamos 5 metros (aproximadamente);
- Que a reta mais inclinada era a função com maior velocidade (grupo delta), e que a função com menor inclinação era o do grupo que tinha menor velocidade (grupo ômega)
- Todos os valores registrados foram com uma casa decimal, portanto, algumas vezes obtemos valores aproximados.

Conforme mostra as imagens:

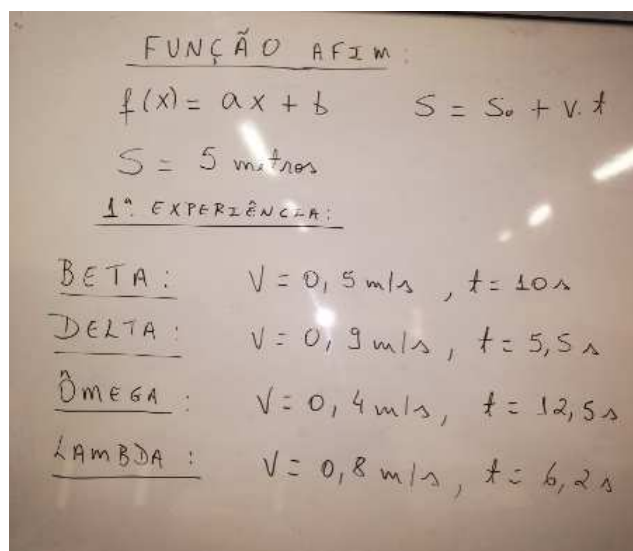


Figura 4.26: Sala de aula-experiência 1a

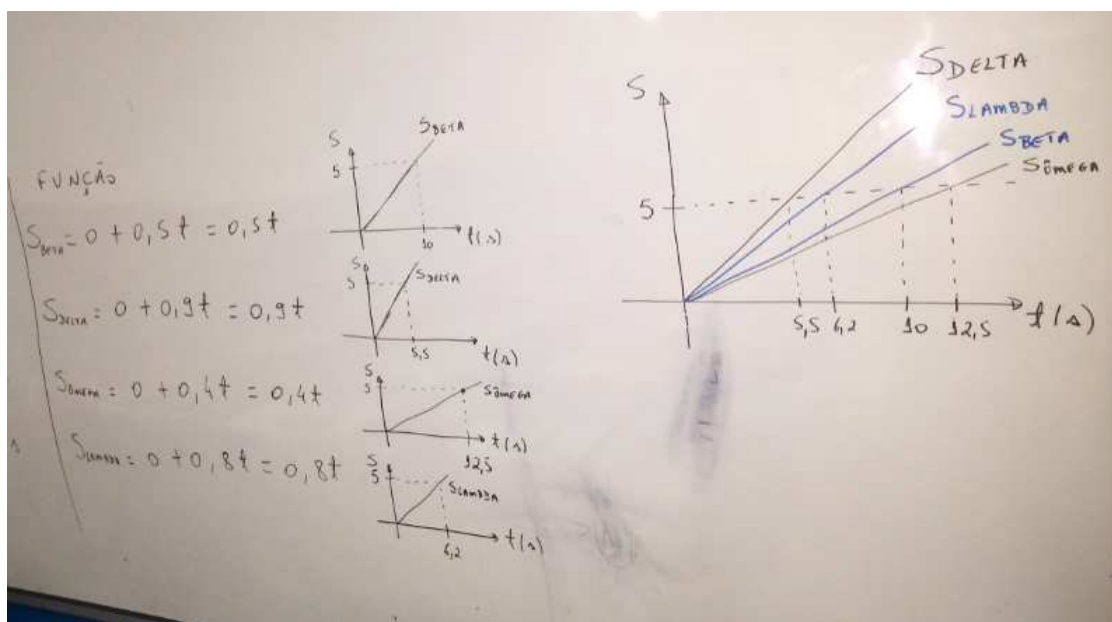


Figura 4.27: Sala de aula-experiência 1b

Experiência 2: a função horária e o gráfico comparando o carro de maior velocidade (grupo delta) e do carro de menor velocidade (grupo ômega).

Grupo delta

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de $0,9 \text{ m/s}$, temos $S = 0 + 0,9t$

Grupo ômega

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de $0,4 \text{ m/s}$, e o ponto de partida é 1 metro depois, temos $S = 1 + 0,4t$

Tínhamos registrado no laboratório de robótica que após 2 segundos o carro mais veloz

(grupo delta) encontraria o carro menos veloz (grupo ômega), mostrei o gráfico aos alunos e aí veio a surpresa no rosto deles, parece que caiu a ficha do significado dos gráficos que já tínhamos visto antes em outros exercícios do livro, afinal o que significa aquela reta não sair da origem, ou mesmo sair da origem, ou mesmo o significado do ponto de encontro dos dois carros.

Com a ajuda dos alunos, com perguntas e respostas destes, chegamos a seguinte conclusão:

- Que o espaço inicial do carro mais veloz (grupo delta) era 0 (zero) porque o carro saiu da posição inicial (posição de largada);
- Que o espaço inicial do carro menos veloz (grupo ômega) era 1 (um) porque o carro saiu 1 metro depois da posição inicial (posição de largada);
- Que substituindo o valor de 2 segundos (ponto de encontro entre os carros) em cada função horária, encontraríamos a mesma distância (1,8 metros) percorrida tanto pelo carro mais veloz (grupo delta) quanto pelo carro menos veloz (grupo ômega)

$$S = S_0 + vt = 0 + 0,9t = 0 + 0,9 \cdot 2 = 1,8 \text{ metros}$$

$$S = S_0 + vt = 1 + 0,4t = 1 + 0,4 \cdot 2 = 1 + 0,8 = 1,8 \text{ metros};$$

- Que a reta mais inclinada era a função com maior velocidade (grupo delta), e que a função com menor inclinação era o do grupo que tinha menor velocidade (grupo ômega), assim, era inevitável que o carro mais veloz (grupo delta) encontrasse o carro menos veloz (grupo ômega), visto na prática da competição na experiência 2, e principalmente relacionar isso ao gráfico.

Conforme mostra as imagens:

FUNÇÃO AFIM:
 $f(x) = ax + b$ $S = S_0 + v \cdot t$
 $S = 5 \text{ metros}$
2ª EXPERIÊNCIA:
DELTA: $v = 0,9 \text{ m/s}, t = 5,5 \text{ s}$
ÔMEGA: $v = 0,4 \text{ m/s}, t = 12,5 \text{ s}$

Figura 4.28: Sala de aula-experiência 2a

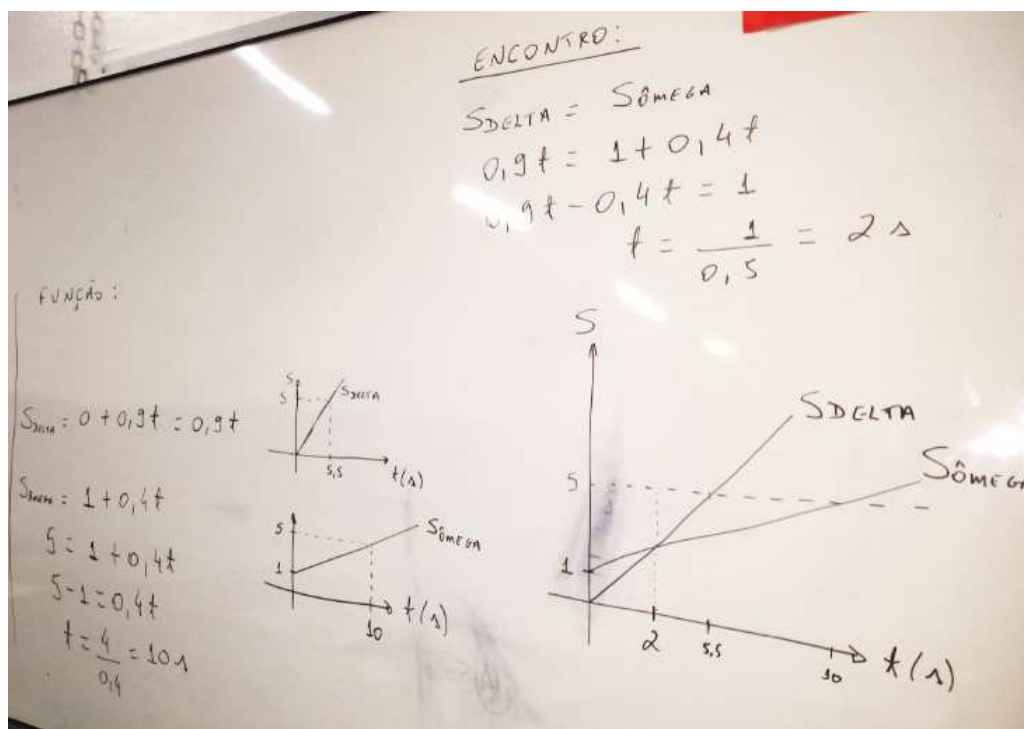


Figura 4.29: Sala de aula-experiência 2b

Experiência 3: a função horária e o gráfico comparando o carro de maior velocidade (grupo delta) e do carro de menor velocidade (grupo ômega).

Grupo delta

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,9 m/s, temos $S = 0 + 0,9t$

Grupo ômega

$S = S_0 + vt$, como a velocidade era de 0,4 m/s, e estava posicionado 5 metros em sentido contrário, temos $S = 5 - 0,4t$

Tínhamos registrado no laboratório de robótica que após 3,8 segundos o carro mais veloz (grupo delta) encontraria o carro menos veloz (grupo ômega), mostrei o gráfico aos alunos e aí veio uma surpresa ainda maior, afinal o que significa aquele carro menos veloz (grupo ômega) sair 5 metros em sentido contrário, agora fazia sentido a reta decrescente para a função horária do carro menos veloz (grupo ômega) já vista tantas vezes em outros exercícios.

Com a ajuda dos alunos, com perguntas e respostas destes, chegamos a seguinte conclusão:

- Que o espaço inicial do carro mais veloz (grupo delta) era 0 (zero) porque o carro saiu da posição inicial (posição de largada);
- Que o espaço inicial do carro menos veloz (grupo ômega) era 5 (cinco) porque o carro saiu 5 metros depois da posição inicial (posição de largada);
- Que a velocidade do carro menos veloz (grupo ômega) é de - 4 m/s, isso porque o carro

menos veloz (grupo ômega) vem em sentido contrário ao movimento de referência, sentido largada para chegada;

- Que a reta da função horária do carro de menor velocidade (grupo ômega) é decrescente porque este carro vem em sentido contrário ao movimento de referência, sentido largada para chegada;
- Que substituindo o valor de 3,8 segundos (ponto de encontro entre os carros) em cada função horária, encontraríamos a mesma distância (3,4 metros) percorrida a partir da posição de largada,

$$S = S_0 + vt = 0 + 0,9t = 0 + 0,9 \cdot 3,8 = 3,4 \text{ metros}$$

$$S = S_0 + vt = 5 + (-0,4t) = 5 - 0,4t = 5 - 0,4 \cdot 3,8 = 3,4 \text{ metros}$$

Conforme mostra as imagens:

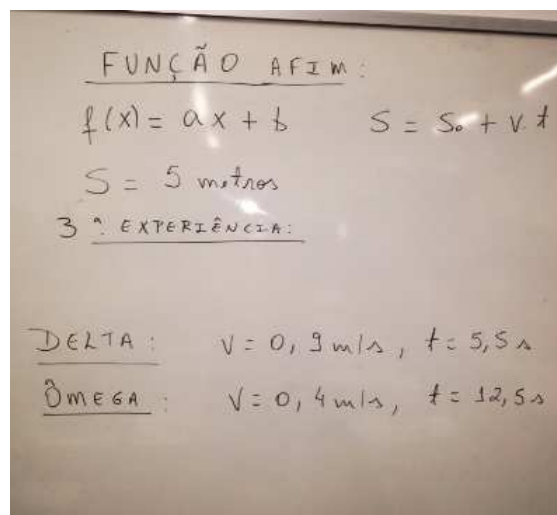


Figura 4.30: Sala de aula-experiência 3a

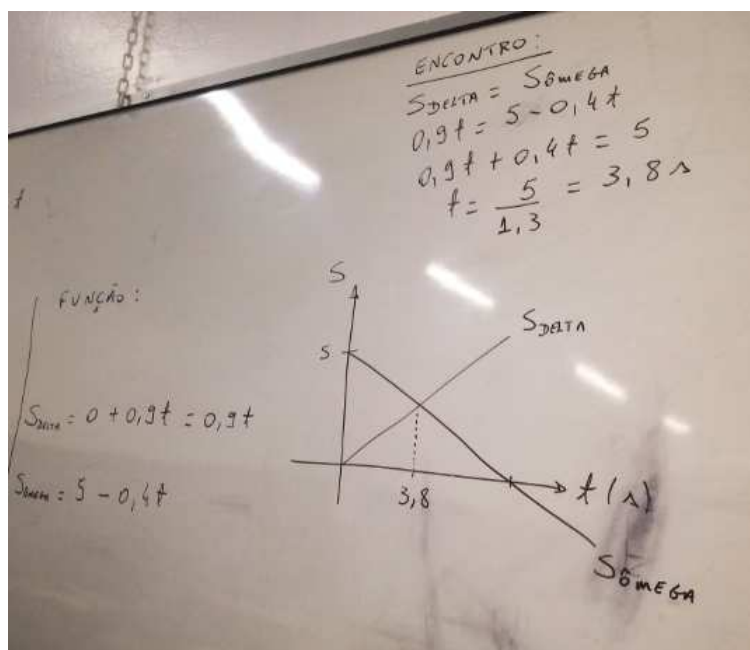


Figura 4.31: Sala de aula-experiência 3b

4.8 Resultados da aplicação da técnica

Já tínhamos trabalhado com o aluno o conteúdo funções afins e seus gráficos, mas esta atividade contribuiu muito para o resultado que conseguimos obter no percentual de aprovação dos alunos.

Durante a atividade no laboratório, o aluno de maneira lúdica construiu em grupo seu carro, fez sua programação, e participou da competição entre os carros, assim como registrou os dados referentes a velocidade, tempo e espaço.

Em sala de aula, a partir destes dados coletados no laboratório de robótica, fizemos a conexão necessária para mostrar todo o desenvolvimento do aluno no laboratório de robótica com o movimento retilíneo uniforme ,e, conseqüentemente com seus gráficos, que nada mais são do que gráficos de funções afins.

Neste momento em sala de aula, a partir de comentários de alguns alunos, e até com suas reações a medida que mostrava os gráficos, ficava claro que aqueles gráficos já visto tantas vezes em exercícios do nosso livro didático, agora ficava fácil de entender, uma função crescente, decrescente, ponto de encontro entre as funções, até mesmo a inclinação da reta, percebendo uma função crescendo mais rapidamente que outra por exemplo.

Essa técnica contribuiu muito para o aprendizado do nosso aluno sobre funções afins, acreditando que será um passo fundamental, para que no ensino médio, quando continuar sua aprendizagem sobre funções afins, o aluno lembrará dessa experiência de maneira significativa.

Fizemos uma avaliação sobre funções afins, com 10 questões, envolvendo basicamente gráficos, interpretação dos mesmos, ponto de encontro entre funções, e até mesmo compara-

rando funções, afim de encontrar por exemplo qual função teria que pagar o menor valor em um estacionamento em relação a outro estacionamento.

O aproveitamento da turma 9º ano foi de 68,53

Acreditamos que houve uma boa aprendizagem, uma aprendizagem significativa, que servirá para construir uma boa base para a continuação de seus estudos.

Capítulo 5

Considerações Finais

Estávamos em dúvida do que escrever na minha dissertação, comecei a pensar no que poderia fazer que realmente acrescentasse a minha prática de sala de aula algo que fizesse meu aluno ter uma maior aprendizagem, gostamos de atividades práticas, lúdicas, etc. durante o primeiro ano de mestrado essa ideia não veio.

Quando começou nosso segundo ano de mestrado, aconteceu a implantação da robótica educacional na escola particular que leciono, ali vimos a possibilidade de levar este laboratório para o conteúdo de funções, mais especificamente os gráficos, que causam tanta dúvida nos nossos alunos, fomos amadurecendo a ideia e vimos que poderia envolver as ciências no projeto, afinal existe uma conexão muito forte entre função afim e movimento retilíneo uniforme, faltava somente escrever como faríamos isso.

Com o envolvimento do professor de robótica, sempre uma pessoa solícita, estabelecemos o que gostaríamos que acontecesse, ele prontamente disse que seria possível e acrescentou algumas ideias para a parte prática que nos trouxesse os dados que seriam transformados em gráficos.

Agora completada toda a atividade e escrevendo a dissertação, acreditamos que todas as escolas que possuem robótica podem implementar essa ideia, uma ideia que pode começar pequena, com uma atividade, mas que pode crescer, com várias atividades no ano letivo.

Nesse momento que escrevemos a dissertação, é o segundo ano da implementação da robótica na nossa escola, já combinamos (eu e o professor de robótica) de fazer pelo menos uma atividade por trimestre nos moldes dessa que foi desenvolvida em 2018, já começamos esse trabalho, um trabalho de aprendizado contínuo, a intenção é que chegue a relacionar todo o conteúdo dado no ano letivo do 9º com alguma atividade de robótica, isso traria muitos ganhos para nossos alunos, estamos trabalhando para que isso aconteça, aprendendo inclusive com nossos erros e acertos, afinal isso é processo.

Referências Bibliográficas

- [1] ANDRADE, J. W. D. *Robótica educacional: uma proposta para a educação básica*. Universidade Federal da Fronteira Sul, 2018.
- [2] ARTUSO, A; SAMPAIO, E. C. E. E. M. *Ciências*. Edebê Brasil, 2017.
- [3] ARTUSO, A; FILHO, N. *Física*. Edebê Brasil, 2017.
- [4] BASSANEZI, R. C. *Temas e modelos*. São Paulo: Editora Unicamp, 2012.
- [5] BRASIL, P. C. N. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: Ministério do Meio Ambiente. Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- [6] MAGARINUS, R. *Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem*. Dissertação de Mestrado–Universidade de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2013.
- [7] PIAGET, J. *Seis Estudos de Psicologia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1978.
- [8] SANFELICE, S. A. *Matemática*. Edebê Brasil, 2017.
- [9] SILVA, A. F. D. *RoboEduc: Uma metodologia de aprendizado com Robótica Educacional*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009.
- [10] ZILLI, S. D. R. O. *A robótica educacional no ensino fundamental: perspectivas e prática*. Florianópolis, SC, 2004.